



HAL
open science

Balance de précision apériodique et à lecture directe des derniers poids

Pierre Curie

► **To cite this version:**

Pierre Curie. Balance de précision apériodique et à lecture directe des derniers poids. J. Phys. Theor. Appl., 1890, 9 (1), pp.138-151. 10.1051/jphystap:018900090013801 . jpa-00239055

HAL Id: jpa-00239055

<https://hal.science/jpa-00239055>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**BALANCE DE PRÉCISION APÉRIODIQUE ET A LECTURE DIRECTE
DES DERNIERS POIDS;**

PAR M. P. CURIE.

Cette balance de précision, d'une disposition nouvelle, permet d'exécuter les pesées avec une très grande rapidité ⁽¹⁾.

Les figures ci-après (*fig.* 1, 2) donnent une vue d'ensemble et une coupe verticale de l'instrument.

Cette balance possède comme organes spéciaux :

1° *Un micromètre* (m, m) portant un grand nombre de divisions et fixé à l'extrémité du fléau.

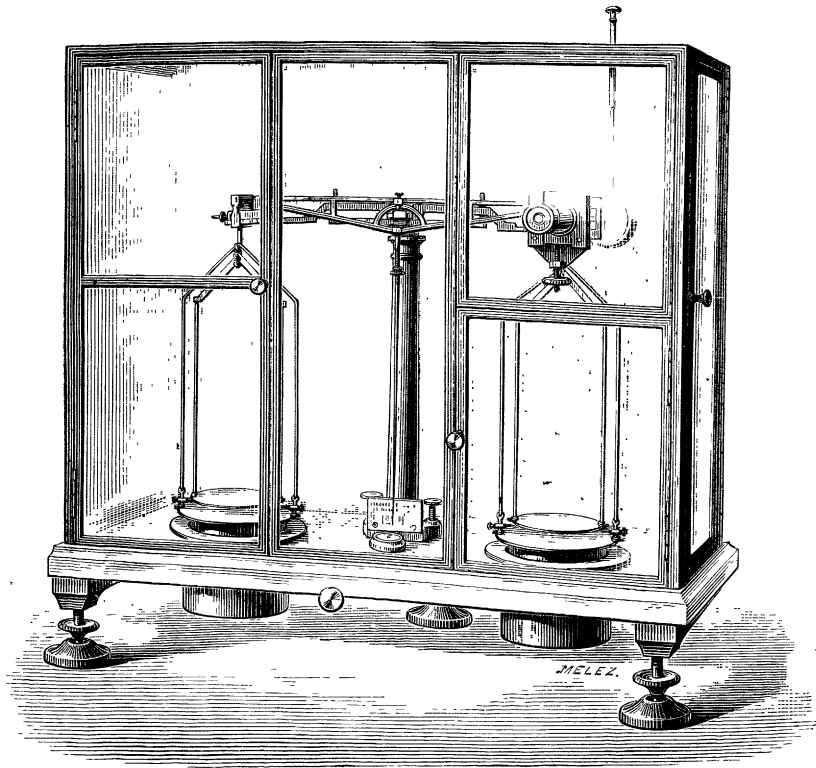
2° *Un microscope* fixé dans les parois de la cage et braqué sur le micromètre. Ce microscope possède un réticule et un oculaire positif.

(1) Ces balances sont construites par la *Société centrale de produits chimiques*, ancienne maison Rousseau.

3° *Des amortisseurs à air* (A, A). — Les *cloches* ou parties mobiles des amortisseurs sont suspendues au-dessous des plateaux. Pendant le mouvement de la balance, elles pénètrent plus ou moins dans les *cuvettes* ou parties fixes des amortisseurs (1).

Pour faire une pesée avec cet appareil, on commence, comme de

Fig. 1.

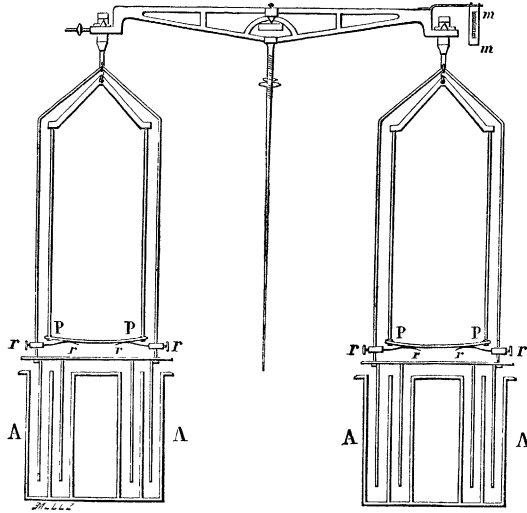


coutume, à l'aide d'une série de poids, mais on s'arrête dans les essais successifs au poids de $0^{\text{sr}}, 1$; on laisse ensuite le fléau de la balance s'incliner sous l'influence de la petite différence de charge qui reste encore entre les plateaux et on lit directement sur le

(1) Les amortisseurs à air ont déjà été employés avec succès par MM. Bichat et Blondlot dans leur électromètre absolu qui affecte précisément la forme d'une balance (Voir *Journal de Physique*, 2^e série, t. V, p. 325 et 457; 1886).

micromètre, à l'aide du microscope, le restant de la pesée au $\frac{1}{4}$ ou au $\frac{1}{10}$ de milligramme.

Fig. 2.



Les avantages de ce système sont les suivants :

1° On évite tous les essais relatifs aux plus petits poids, c'est-à-dire la partie la plus longue et la plus délicate d'une pesée ordinaire.

2° L'emploi du microscope permet de placer le centre de gravité du fléau beaucoup plus bas que dans les balances ordinaires. Il en résulte une grande rapidité dans les mouvements de l'instrument.

3° Sous l'influence de l'amortissement, le fléau s'arrête en quelques secondes dans sa position d'équilibre.

4° La grande distance du centre de gravité à l'arête du couteau central permet d'obtenir facilement un réglage tel que la sensibilité soit indépendante de la charge placée dans les plateaux (1).

(1) Le mode de lecture à l'aide d'un microscope braqué sur un micromètre mobile, fixé à l'extrémité de l'aiguille d'un instrument, est très avantageux et peut être appliqué à tous les appareils apériodiques. Même avec un faible grossissement, on a une sensibilité beaucoup plus grande qu'avec les échelles à ré-

Détails de la construction de la balance. — La balance est montée sur un plan de verre qui supporte à la fois la colonne centrale, la cage et les boîtes des amortisseurs.

Le micromètre, obtenu par un procédé photographique, porte des traits et des chiffres. Il est généralement disposé pour fonctionner sur une étendue de 200^{mgr}. La chiffraison va de 0 à 200, mais chaque milligramme est divisé en $\frac{1}{2}$ (soit 400 divisions en tout). On apprécie sans hésitation la position du fil du réticule du microscope au $\frac{1}{5}$ d'une division près; on a ainsi le $\frac{1}{10}$ de milligramme.

Le fléau porte diverses pièces de réglage : une première pièce sert pour le micromètre, dont la direction doit être réglée avec soin. Des pièces spéciales servent à régler la longueur des bras, la position des couteaux, la position du centre de gravité du fléau.

En tournant un bouton molleté, on peut déplacer légèrement le réticule du microscope. On peut compenser ainsi, immédiatement avant chaque pesée, les très petites différences de poids accidentelles qui existent toujours entre les deux côtés d'une balance.

Dans tout instrument de mesure, on doit régler convenablement :

- 1° La sensibilité;
- 2° La précision;
- 3° La rapidité des déterminations.

C'est à ce triple point de vue que nous allons passer en revue les organes de la balance.

Lectures au micromètre. — Lorsqu'une balance est en équilibre avec un excès de masse (m) dans l'un des plateaux, le fléau

flexion : le nombre de divisions sur le micromètre peut être aussi grand que l'on veut, sans qu'il en résulte la moindre gêne; enfin, avec ce mode de lecture, les instruments sont plus ramassés, ne comportent pas d'installation spéciale et ne nécessitent pas l'obscurité. Par contre, ce système présente quelques inconvénients; pour que l'on puisse faire les lectures, il est nécessaire que l'instrument soit apériodique ou tout au moins s'arrête rapidement; enfin on est obligé d'avoir l'œil devant un oculaire, ce qui est parfois gênant. Nous avons déjà appliqué cette disposition, mon frère et moi, dans la construction d'un électromètre à bilame de quartz (*Journal de Physique*, 2^e série, t. VIII, p. 162; 1889).

est incliné d'un angle θ donné par la formule

$$(1) \quad \text{tang } \theta = \frac{mL}{Md},$$

M étant la masse du fléau ;

L la distance entre l'arête du couteau central et celle d'un des autres couteaux ;

d la distance de l'arête du couteau central au centre de gravité du fléau.

L , M et d étant des constantes, on voit que la masse m est proportionnelle à la tangente de l'angle de déviation. Pour déduire exactement la masse m de la déviation, c'est donc la tangente et non l'angle qu'il s'agit de mesurer et que l'on mesure en effet dans le dispositif adopté.

Lorsque l'appareil est bien réglé, le prolongement du trait fixe horizontal du réticule du microscope doit passer par l'axe de rotation du fléau, et l'échelle micrométrique pour égalité de poids dans les plateaux doit être parallèle au trait vertical du réticule.

Quand la déviation s'est produite sous l'effet d'une différence de charge, le micromètre n'est plus vertical, et les traits de cette échelle sont légèrement inclinés vis-à-vis du trait horizontal du réticule du microscope. Cette circonstance ne donne aucune incertitude dans les lectures, lorsque les traits de l'échelle sont très courts et les déviations très petites.

L'expérience montre que les lectures au micromètre sont proportionnelles aux différences de charge à une approximation au moins égale à $\frac{1}{1000}$ de l'échelle totale. Il faut toutefois pour cela que la balance soit construite avec soin (la solidité et la fixité de l'arrêt semblent être une des conditions principales pour avoir de bons résultats). Le réglage des couteaux doit être aussi parfait que possible.

Invariabilité de la sensibilité avec la charge. — La formule (1) n'est rigoureusement exacte que si les arêtes des trois couteaux sont dans un même plan. S'il en est autrement, la sensibilité dépend de la charge M_1 placée dans les plateaux.

Supposons l'arête du couteau central à une distance \mathfrak{S} au-dessus du plan passant par les arêtes des couteaux des extrémités, on a

alors sensiblement

$$(2) \quad \text{tang} \theta = \frac{mL}{Md + 2M_1 \mathfrak{S}}.$$

Pour que les indications du micromètre soient les mêmes, quelle que soit la charge M_1 dans les plateaux, il est de toute nécessité que \mathfrak{S} soit nul ou très petit, de telle sorte que $2M_1 \mathfrak{S}$ soit négligeable devant Md . Ce résultat est pratiquement obtenu, d'une façon parfaite, au moyen des vis de réglage placées sous les couteaux. Il se trouve grandement facilité par l'emploi du microscope pour lire les déviations. En effet, les angles correspondant à une même différence de poids sont environ cent fois plus faibles que dans les balances ordinaires. C'est-à-dire que la distance d du centre de gravité à l'arête du couteau central est environ cent fois plus grande que d'ordinaire. Ainsi, dans une balance de 500^{gr} avec aiguille donnant le $\frac{1}{10}$ de milligramme, la distance d est seulement de $\frac{2}{100}$ de millimètre; dans la même balance avec lecture au microscope, on a $d = 2^{\text{mm}}$. Il en résulte que la même valeur de \mathfrak{S} , négligeable devant $d = 2^{\text{mm}}$, ne l'est pas devant $d = \frac{2}{100}$ de millimètre. Un petit défaut de réglage donnant une variation de $\frac{1}{300}$ dans la sensibilité pour la charge maximum dans le premier cas donnerait une variation de sensibilité de $\frac{1}{3}$ dans le second cas.

Flexion du fléau. — La flexion doit être bien faible dans les fléaux de balance, puisque l'on parvient à avoir une sensibilité invariable avec la charge. Nous avons voulu toutefois nous rendre compte de ce fait par des expériences directes. On fixe sur le fléau d'une balance trois petits micromètres, deux dans le voisinage des couteaux extrêmes et un vers le centre du fléau. Sur ces trois micromètres sont braqués trois microscopes fixes munis de réticules; on observe les trois micromètres avant et après avoir placé des poids dans les plateaux. On évite évidemment par cette méthode toute cause d'erreur provenant d'un mouvement d'ensemble du fléau. En opérant avec un fléau d'une balance de 500^{gr}, on trouve que la flexion très faible est proportionnelle à la charge. L'arête du couteau central s'écarte seulement de 11 microns de la ligne qui joint les arêtes des couteaux extrêmes, lorsque l'on charge les plateaux avec 500^{gr}.

Si faibles que soient des quantités de cet ordre de grandeur, elles devraient cependant avoir une action appréciable sur la sensibilité, qui devrait varier proportionnellement au carré de la charge. On peut s'en assurer par un exemple numérique et en se servant de la formule (2). Mais une compensation partielle doit se faire sans que l'on s'en doute au moment où l'on règle les couteaux ; pour obtenir le meilleur effet, on doit placer les arêtes des couteaux extrêmes un peu au-dessus de l'arête du couteau central à une distance \mathfrak{S}_1 ; on a alors $\mathfrak{S} = -\mathfrak{S}_1 + KM_1$, et la formule (2) devient

$$(3) \quad \text{tang } z = \frac{mL}{M d - 2M_1 \mathfrak{S}_1 + 2KM_1^2},$$

où K dépend des propriétés élastiques du fléau, M_1 étant la charge variable placée dans les plateaux.

En discutant la façon dont varie la sensibilité, on voit que pour $\mathfrak{S}_1 = 0,83KM_2$, où M_2 représente la charge maximum et KM_2 la flexion maximum, on est dans les meilleures conditions. La sensibilité commence par augmenter quand on charge les plateaux ; elle passe par un maximum, reprend sa valeur première pour une charge égale à 0,83 de la charge maximum, puis devient un peu plus faible pour les charges supérieures à celle-là ; mais jamais la sensibilité ne varie plus que du $\frac{1}{6}$ de la variation qu'elle aurait éprouvée par la flexion si les trois couteaux avaient été réglés dans un même plan au début. Ainsi cette compensation instinctive qui se produit dans le réglage rend encore six fois plus faibles les effets déjà presque insensibles dus à la flexion.

Influence des dimensions de l'arête des couteaux. — Les arêtes des couteaux peuvent être considérées dans une première approximation comme formées de surfaces cylindriques d'un très faible rayon de courbure. Cette circonstance ne change en rien les indications de l'instrument si les surfaces cylindriques sont bien régulières. Les trois lignes passant par les centres de courbure des sections droites de chacune des surfaces jouent le même rôle que des arêtes vives, et ce sont ces trois lignes qui doivent être dans un même plan pour que la sensibilité soit indépendante de la charge. Donc, quand les couteaux sont un peu émoussés, on peut encore

avoir de très bons résultats en relevant encore un peu plus que de coutume les couteaux des extrémités au-dessus de l'arête du couteau central.

Loi du mouvement de la balance. — Lorsque la balance fonctionne sans amortissement, elle oscille indéfiniment comme un pendule. Seulement l'emploi du microscope, en abaissant le centre de gravité, rend les mouvements dix fois plus rapides.

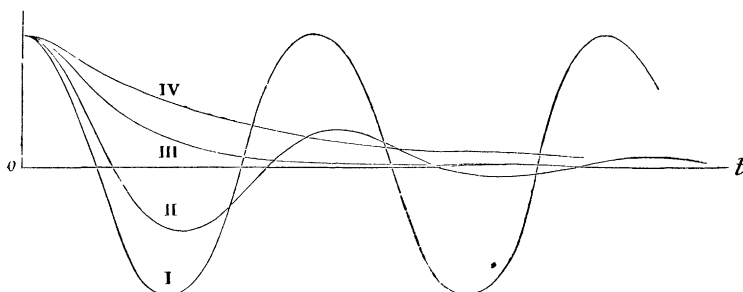
Comme nous le verrons plus loin, les amortisseurs donnent à chaque instant une force antagoniste sensiblement proportionnelle à la vitesse. L'équation différentielle du mouvement avec amortissement sera de la forme

$$(4) \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2a \frac{d\theta}{dt} + b^2\theta = 0,$$

θ représentant l'angle de déviation compté à partir de la position d'équilibre, a et b étant des constantes, a étant proportionnel au coefficient d'amortissement.

Si l'on suppose que l'amortissement, d'abord nul, prend successivement des valeurs de plus en plus grandes, on réalisera successivement tous les types de mouvement, dont quelques-uns sont représentés (*fig. 3*).

Fig. 3.



Le mouvement, d'abord pendulaire (courbe I), devient oscillatoire avec amplitudes successives décroissantes (courbe II); en même temps la pseudo-période va en augmentant. Puis, pour le mouvement critique correspondant à $a^2 = b^2$ (courbe III), le mouvement devient apériodique, c'est-à-dire que le fléau se rapproche toujours de sa position d'équilibre sans la dépasser jamais.

Puis, pour des amortissements plus grands encore, le mouvement devient de plus en plus lent, et la courbe s'étale de plus en plus (courbe IV).

Quel sera le meilleur amortissement pour que la déviation se réduise définitivement en un temps aussi court que possible, au $\frac{1}{1000}$, par exemple, de sa valeur initiale? Avec un amortissement trop faible, la balance oscillera un nombre considérable de fois avant que l'on obtienne ce résultat. Avec un amortissement trop fort, le mouvement sera trop lent. La théorie et l'expérience montrent que le meilleur mouvement est un mouvement très voisin du mouvement apériodique critique qui satisfait à la relation $a^2 = b^2$.

Si l'on ne peut réaliser exactement ce mouvement, la théorie et l'expérience montrent également qu'il vaut mieux s'en écarter dans le sens d'un amortissement un peu trop faible que dans celui d'un amortissement trop fort.

On voit facilement que $(b^2 - a^2)$ augmente avec la charge M , dans les plateaux; il est donc impossible d'avoir $b^2 - a^2 = 0$, quelle que soit la charge; on a alors adopté la règle pratique suivante :

L'amortissement est tel que la balance non chargée réalise sensiblement le mouvement critique pour lequel $b^2 = a^2$.

Lorsque la balance a sa charge maximum, on doit alors attendre trois ou quatre oscillations rapides avant l'arrêt.

Des amortisseurs à cloche. — Après avoir essayé des amortisseurs magnétiques ou à liquides, j'ai fini par adopter, comme étant de beaucoup préférables, les amortisseurs à air. Ils se composent de cylindres concentriques avec fond formant une espèce de *cloche* suspendue au-dessous des plateaux et entraînée comme ceux-ci dans le mouvement de la balance. Au-dessous de ce système s'en trouve un autre analogue, mais renversé et fixe : c'est la *cuvette* de l'amortisseur. Les cylindres des systèmes supérieurs et inférieurs ont des diamètres un peu différents, de telle sorte que les cylindres du système supérieur plongent dans les gouttières laissées entre les cylindres inférieurs fixes, sans jamais toucher aux parois. La coupe donne un système en chicane (*fig. 2*).

Quand le fléau s'incline, la cloche pénètre plus ou moins dans la cuvette et la quantité d'air varie dans la cloche. L'air ne peut circuler instantanément par le chemin long et rétréci qu'il est obligé de suivre entre les cylindres; il en résulte des variations de pression qui suffisent pour produire l'amortissement.

Détermination du coefficient d'amortissement d'après les dimensions de l'amortisseur. — Dans les amortisseurs, l'air de la cloche se met en équilibre avec l'air extérieur en un temps inappréciable vis-à-vis de la durée d'oscillation des balances; cela résulte du fait même du fonctionnement de l'appareil. En effet, les forces mises en jeu devant être de l'ordre de grandeur des centigrammes, il suffirait que le gaz restât sans s'écouler sous la cloche pendant que celle-ci se déplace de $\frac{1}{100}$ de micron seulement pour qu'il en résultât une force antagoniste de 5^{es} avec une cloche de 7^{cm} de diamètre et une chambre à air de 1^{cm} de hauteur. On peut donc, à chaque instant, supposer que tout se passe comme si la cloche avait une vitesse de régime.

Soient

V le volume du gaz sous la cloche;
 v la vitesse verticale de la cloche;
 R le rayon de base de la cloche;
 p l'excès de pression sous la cloche;
 t le temps.

On a

$$(5) \quad dV = \pi R^2 v dt.$$

On trouve, pour la variation du volume d'un gaz qui s'écoule entre deux parois planes parallèles et rapprochées,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{ae^3}{12l\eta} p,$$

e étant la distance entre les deux surfaces;
 l la longueur parcourue par le gaz;
 a la largeur de la section d'écoulement;
 η le coefficient de frottement intérieur de l'air.

Cette formule s'applique approximativement, si, au lieu de sur-

faces planes, on a des surfaces cylindriques de rayon un peu grand vis-à-vis de leurs distances (1).

On a ici

$$a = 2\pi R,$$

d'où

$$(6) \quad \frac{dv}{dt} = - \frac{\pi R e^3}{6 l \eta} p;$$

les équations (5) et (6) donnent

$$(7) \quad p = - \frac{6 l \eta R}{e^3} v.$$

La force qui résulte de cette variation de pression est

$$F = \pi R^2 p = - \frac{6 \pi l \eta R^3}{e^3} v;$$

en désignant par γ les coefficients d'amortissement $\frac{F}{v}$, c'est-à-dire la force antagoniste pour l'unité de vitesse, on a

$$(8) \quad \gamma = \frac{6 \pi l \eta R^3}{e^3}.$$

Détermination du coefficient d'amortissement par expérience. — On peut calculer d'avance γ par la formule qui précède; on peut aussi le mesurer en étudiant le mouvement de la balance. L'équation différentielle de ce mouvement sera sensiblement

$$(9) \quad (M\rho^2 + 2M_1L^2) \frac{\vartheta^2}{\vartheta t^2} + L^2\gamma \frac{\vartheta}{\vartheta t} + Mdg\theta = 0,$$

θ étant l'angle de déviation de la balance, g l'intensité de la pesanteur, γ l'amortissement total des amortisseurs, ρ le rayon de giration du fléau, et les autres lettres ayant même signification que précédemment. On peut vérifier facilement les conséquences de

(1) On a exactement pour le débit entre deux surfaces cylindriques concentriques, ayant R et r comme rayons,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{8l\eta} \left[(R^4 - r^4) - \frac{(R^2 - r^2)^2}{L \frac{R}{r}} \right] p.$$

cette formule ; en faisant varier la charge des plateaux M_1 ou la hauteur du centre de gravité, on obtiendra divers genres de mouvement à son gré.

Dans le cas où l'on veut mesurer γ , il vaut mieux choisir un mouvement oscillatoire pas trop amorti, afin d'avoir un nombre suffisant d'oscillations pour faire une bonne mesure de la pseudo-période T (durée d'une oscillation double) et du décrement logarithmique λ ; on a

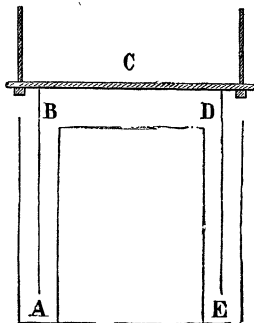
$$(10) \quad \gamma = \frac{4\lambda}{T} \frac{M\rho^2 + 2M_1L^2}{L^2}.$$

Le moment d'inertie $M\rho^2$ du fléau peut se déterminer soit en faisant osciller le fléau seul après avoir déterminé d par la valeur de la sensibilité de la balance, soit en le faisant osciller autour d'un axe plus éloigné que le couteau du centre de gravité en le suspendant à l'aide de deux fils.

En faisant osciller la balance avec les plateaux seuls, on détermine aussi un petit terme de correction provenant de l'amortissement qui se fait en dehors de l'amortisseur.

Pour simplifier la construction, nous employons généralement des amortisseurs formés d'une seule cloche ABCDE (*fig. 4*) plon-

Fig. 4.



geant dans une gouttière cylindrique. L'amortissement est le même, que le dessus \overline{BD} du milieu de la caisse de l'amortisseur soit ouvert ou fermé : ce résultat est bien conforme avec la théorie, puisque le volume de la chambre à air n'intervient pas.

Voici, pour quelques amortisseurs de dimensions variées, les valeurs de γ mesurées par l'amortissement de la balance et calculées par la formule (8)

$$\gamma = \frac{6\pi l\eta R^3}{e^3},$$

dans laquelle e est la distance entre la cloche et les parois; $l = 2\overline{AB}$ est le chemin parcouru par le gaz.

Nous avons pris $\eta = 0,00019$ en employant toujours les unités C.G.S. (γ est la force antagoniste en dynes pour une vitesse de la cloche de 1^{cm} par seconde).

| l . | R. | e . | γ | |
|-------|------|-------|----------|---------|
| | | | calculé. | mesuré. |
| 14,8 | 2,60 | 0,35 | 21,8 | 20,0 |
| 7,4 | 2,60 | 0,35 | 10,9 | 10,5 |
| 21,0 | 5,06 | 0,29 | 400,0 | 390,0 |
| 15,4 | 3,53 | 0,26 | 138,0 | 125,0 |
| 15,1 | 3,54 | 0,26 | 136,0 | 130,0 |
| 14,2 | 2,55 | 0,21 | 90,4 | 80,0 |
| 14,8 | 2,55 | 0,22 | 82,3 | 94,0 |
| 7,4 | 2,55 | 0,21 | 46,7 | 49,0 |

La distance e est connue d'une façon très incertaine, et elle intervient par sa troisième puissance dans la formule; des différences de $\frac{1}{10}$ à $\frac{2}{10}$ de millimètre dans la valeur de e suffisent pour expliquer les écarts entre le calcul et l'expérience. On voit que ces écarts sont d'autant plus prononcés que la valeur de e est plus faible.

Tout défaut de réglage dans la position de la cloche tend à diminuer l'amortissement.

On voit qu'on peut, dans un but déterminé, choisir approximativement l'amortisseur nécessaire; par exemple, dans la construction des balances, on cherche l'amortissement qui, sans poids dans les plateaux, donne le mouvement où les deux racines de l'équation caractéristique de l'équation différentielle sont égales entre elles; on a, dans ce cas,

$$(11) \quad \gamma = \frac{2}{L^2} \sqrt{Mgd(M\rho^2 + 2M_1L^2)}.$$

Les quantités qui rentrent dans cette formule peuvent être

évaluées approximativement avant la construction définitive, en prenant, par exemple, pour ρ les $\frac{2}{3}$ de L et pour M, le poids approximatif des plateaux et de l'amortisseur. Quant à d , il est déterminé par la sensibilité qu'on veut donner à la balance, qui elle-même dépend de la grandeur des divisions du micromètre.

Pour un modèle de balance dont le fléau pèse 100^{gr} avec un micromètre donnant $\frac{1}{20}$ de millimètre par milligramme, il nous a fallu un amortissement total de 240, soit 120 par amortisseur. Pour la même balance avec centre de gravité cent fois moins loin du couteau (balance ordinaire), il faudrait un amortisseur dix fois moindre. On a avantage, au point de vue de la légèreté, à prendre des amortisseurs ayant la hauteur égale au diamètre.
