



**HAL**  
open science

## Comparaisons de règles métriques et mesures de dilatations

René Benoît

► **To cite this version:**

René Benoît. Comparaisons de règles métriques et mesures de dilatations. J. Phys. Theor. Appl., 1889, 8 (1), pp.451-472. <10.1051/jphystap:018890080045101>. <jpa-00239001>

**HAL Id: jpa-00239001**

**<https://hal.science/jpa-00239001v1>**

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

**COMPARAISONS DE RÈGLES MÉTRIQUES ET MESURES DE DILATATIONS;**

PAR M. RENÉ BENOÎT

[2<sup>e</sup> article (2)].

II. — MESURES PAR LA MÉTHODE DE M. FIZEAU. ÉTUDES SUR L'INDICE  
DE RÉFRACTION DE L'AIR.

Le principe de la méthode de mesure imaginée, en 1864, par M. Fizeau, consiste, comme on le sait, à faire servir à la détermination exacte de très petites variations de longueur les modifica-

---

(1) *Phil. Mag.*, [3], t. IX, p. 401; 1836.

(2) Voir p. 253 de ce Volume.

tions qu'elles impriment à des franges d'interférence produites entre deux surfaces planes et parallèles. Cette méthode a reçu depuis de nombreuses applications, et son emploi se présente immédiatement à l'esprit, toutes les fois qu'il s'agit de mesurer avec précision de très petits déplacements.

Pour l'appliquer à la mesure des dilatations, M. Fizeau a disposé un appareil, dont la pièce principale est une sorte de petit trépied formé d'un disque métallique épais, traversé en trois points équidistants, près de sa circonférence, par trois vis d'un pas très fin. Les extrémités supérieures de ces vis, terminées en pointe mousse, dépassent la face correspondante du disque d'une quantité qu'on peut faire varier à volonté, par gradations insensibles, en les faisant tourner lentement. Sur ce trépied, on place le corps à étudier, qui doit être taillé sous la forme d'une lame à faces parallèles, polies, de 10 à 15 millimètres d'épaisseur. Enfin, au-dessus de ce corps, on dispose un plan de verre, qui est supporté par les pointes des trois vis, de manière à laisser une très petite distance entre ce plan et la face supérieure du corps. C'est dans la mince lame d'air ainsi interposée que prend naissance la différence de marche qui donne lieu, lorsque les vis sont convenablement réglées, à la production des franges.

L'appareil étant ainsi disposé, si on le place dans une étuve et qu'on fasse varier sa température, les deux surfaces qui limitent la lame d'air se déplacent l'une par rapport à l'autre, par l'effet des dilatations combinées des vis qui portent le plan de verre et du corps à étudier. La différence de ces deux dilatations produit une variation d'épaisseur de cette lame d'air, qui se traduit et se mesure par un déplacement corrélatif des franges. Si donc on connaît, par des expériences antérieures, la dilatation de la matière dont le trépied est formé, celui-ci peut être employé ensuite à la détermination de la dilatation de substances quelconques.

La *fig. 1* donne une idée de la disposition générale de l'expérience; la *fig. 2* reproduit les modifications que j'ai été amené, en dernier lieu, à introduire dans la disposition des étuves, pour obtenir une précision plus grande dans la mesure des températures, et aussi pour permettre d'opérer dans le vide, dans un but que j'indiquerai tout à l'heure. Tout l'appareil a été construit par M. Laurent, opticien, à Paris.

Au centre des étuves, on voit, porté par un petit support à trois pieds de verre, le trépied, avec le corps à étudier et le plan de verre. Celui-ci est, en réalité, une lentille plan convexe, de 40<sup>cm</sup>

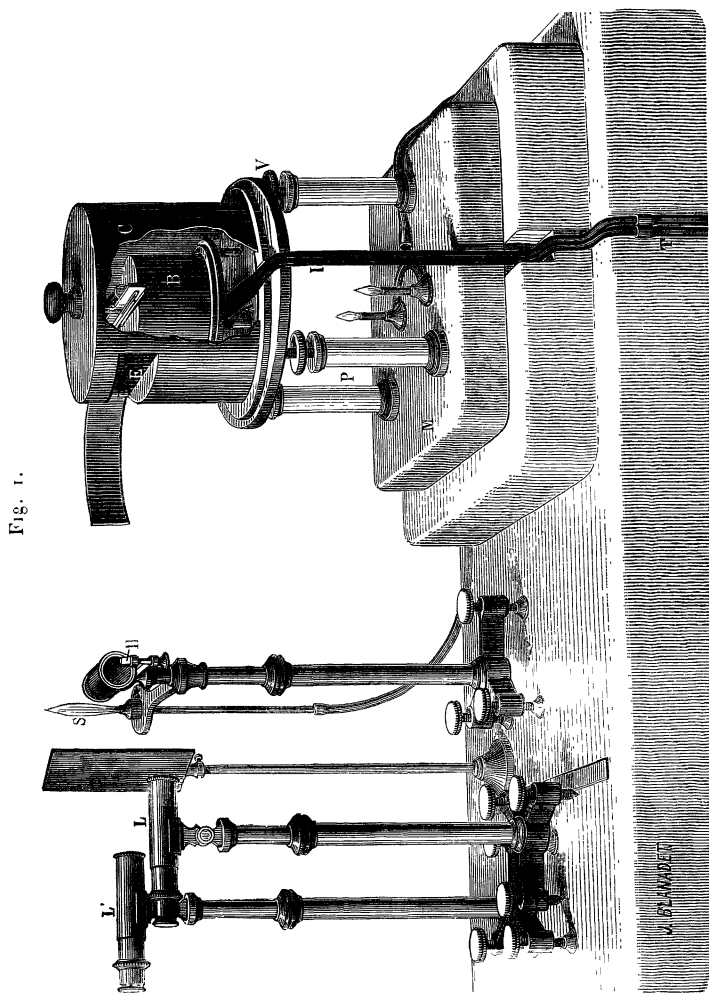
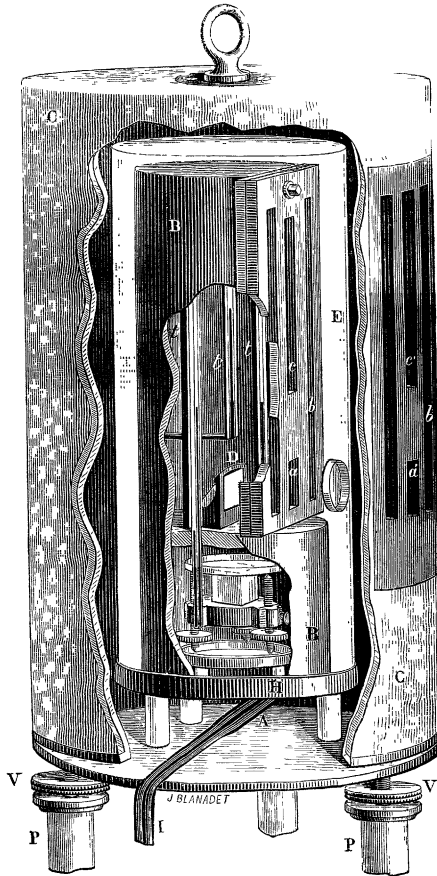


Fig. 1.

de distance focale, dont la face plane est tournée en dessous. La première étuve ou étuve intérieure B est constituée par un cylindre de cuivre rouge, à parois épaisses, fermé par le haut,

ouvert par le bas, et coupé au quart environ de sa hauteur par une cloison horizontale, au milieu de laquelle a été percée une fenêtre rectangulaire; sur cette fenêtre est le prisme à inflexion

Fig. 2.



totale D. Au-dessus de la cloison, la paroi cylindrique de l'étuve a été coupée sur le devant, et remplacée par une portion de paroi plane, qui est percée des fenêtres *a*, *b*, *c*, nécessaires pour permettre d'apercevoir à l'intérieur le trépied et les tiges des thermomètres; ces fenêtres sont garnies de glace. Les thermomètres *t* sont fixés verticalement, au nombre de quatre, à peu près dans un

plan diamétral, deux à droite, deux à gauche, avec leurs réservoirs à la hauteur et dans le voisinage immédiat du trépied. L'étuve extérieure C est formée de même d'un cylindre de cuivre, qui présente sur sa partie antérieure les fenêtres  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ , correspondant à celles de l'étuve intérieure. Elle est revêtue de plusieurs doubles de feutre, formant une couche très épaisse. Elle est supportée par une plaque de cuivre, qui la ferme inférieurement.

L'étuve intérieure B est portée par un plateau H, de cuivre, muni de trois petits pieds de porcelaine. Entre les deux étuves, est une cloche de verre épais E, dont le bord inférieur, soigneusement rodé, vient s'appliquer sur le pourtour de ce même plateau. Celui-ci est percé vers son milieu d'un trou, auquel aboutit un petit tube, invisible sur le dessin, qui se recourbe en dessous et se prolonge à l'extérieur par un tuyau de plomb, destiné à mettre en communication l'intérieur de la cloche avec des appareils à faire le vide. La fermeture étanche est obtenue, au bas de la cloche, au moyen d'une dissolution de caoutchouc dans de la benzine; la benzine étant évaporée, il reste une couche de caoutchouc solide, qui s'applique exactement sur le joint, et résiste sans altération à des températures assez élevées. Pour pouvoir observer convenablement les franges, on a été obligé de percer la cloche, à la hauteur du prisme D, d'une ouverture circulaire, qui a ensuite été fermée par une glace épaisse à faces parallèles; le joint hermétique est également obtenu par la solution de caoutchouc.

L'ensemble des étuves est supporté par trois pieds de porcelaine, fixés à une lourde tablette de marbre. Le tout est scellé sur un pilier monolithe de 1<sup>m</sup>,5 environ, appuyé lui-même sur une forte fondation de maçonnerie et complètement isolé du parquet environnant.

Tout cet appareil est recouvert d'une sorte de grande cloche à double paroi, en zinc, présentant les ouvertures nécessaires pour faire les observations, et qui peut être remplie à volonté d'eau ou de glace.

La lumière est fournie par une lampe monochromatique S (*fig. 1*) à sel de soude, placée latéralement, et dont les rayons sont concentrés par une lentille sur le petit prisme H; celui-ci les renvoie sur le prisme D de l'étuve intérieure, lequel à son tour les rejette sur le trépied; ils reviennent ensuite en suivant le chemin inverse et sont reçus dans une lunette L.

Si la face hypoténuse du petit prisme H était placée exactement dans la position correspondant au foyer principal de la lentille plan-convexe productrice des franges, les rayons lumineux, après leur retour, donneraient une image réelle de cette face qui viendrait se superposer à elle; pour dégager et apercevoir cette image, il suffit de déplacer légèrement le petit prisme de côté, de manière à rendre le prisme et son image tangents l'un à l'autre. Cette observation, qui s'effectue au moyen d'une loupe, fournit un moyen facile de régler rigoureusement la position du prisme, et de la rectifier, en cas de besoin, en agissant sur les vis de calage du pied qui le porte.

L'observation des franges se fait au moyen de la lunette L. Une deuxième lunette L' sert à faire les lectures des thermomètres; cette dernière a été munie d'un petit niveau qui assure toujours l'horizontalité de son axe, de manière à éviter les erreurs de parallaxe.

Au moment d'observer, on éclaire les tiges des thermomètres en projetant sur elles, au moyen d'une grosse lentille, l'image d'une lampe à gaz placée en face à une certaine distance.

L'appareil est chauffé au moyen d'un bec à gaz gouverné par des thermorégulateurs. Ces thermorégulateurs, semblables à ceux dont j'ai déjà parlé, ont leurs réservoirs en A, immédiatement au-dessus de la plaque de cuivre qui forme le fond de l'étuve extérieure et reçoit la première l'action de la flamme. Ils ne diffèrent que par la nature du liquide volatil qui les actionne, et qui est, dans l'un de l'éther chlorhydrique, dans l'autre un mélange d'éther et d'alcool méthylique. Suivant qu'on veut établir des températures basses ou élevées, on fait fonctionner l'un ou l'autre, par la simple transposition d'un tuyau de caoutchouc. On peut ainsi disposer d'une échelle totale de température pouvant aller jusqu'à 85° environ. Pour descendre aux environs de zéro, on laisse rempli de glace, pendant plusieurs heures, le double fond de la cloche de zinc.

Les thermomètres *t* sont de deux modèles différents. Les uns ont au-dessus du réservoir une échelle complète qui occupe la plus grande partie de leur longueur, et qui s'étend de -6° à 51°; au-dessus on a soufflé une ampoule intermédiaire, après laquelle

se trouve la fraction d'échelle de  $92^{\circ}$  à  $102^{\circ}$ . Les autres portent d'abord la fraction d'échelle de  $-2^{\circ}$  à  $+2^{\circ}$ , puis, au-dessus d'une ampoule intermédiaire, une échelle complète de  $49^{\circ}$  à  $102^{\circ}$ . Sur les premiers, on mesure les températures de  $0^{\circ}$  à  $50^{\circ}$ ; sur les seconds celles de  $50^{\circ}$  à  $100^{\circ}$ . Ce fractionnement de l'échelle a permis de donner au degré une longueur suffisante pour le subdiviser en cinquièmes, tout en laissant les thermomètres entièrement enfermés dans l'étuve sans augmenter outre mesure les dimensions de celle-ci. Il y a un thermomètre de chacun des modèles de chaque côté du trépied.

Une étude préalable, très soignée et très complète, de ces thermomètres a été faite, par les méthodes que j'ai indiquées succinctement dans un précédent article; je ne reviendrai point ici sur cette question. Les Tables de corrections une fois construites, la partie [49·51], commune aux quatre instruments, a permis d'établir le raccordement entre eux, et de vérifier la continuité des deux sortes d'échelles. Enfin, ces quatre thermomètres, qui sont de construction déjà ancienne et en cristal, ont été comparés très soigneusement, aux températures de  $10^{\circ}$ ,  $20^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ , ...,  $70^{\circ}$ ,  $80^{\circ}$ , avec deux des thermomètres étalons en verre dur, dont l'échelle a été depuis, comme je l'ai dit, définitivement adoptée par le Bureau international. Les zéros de ces quatre thermomètres étaient toujours déterminés en commençant et en finissant chaque série; les lois de leurs variations avec la température étaient connues par une étude antérieure, et appliquées dans le calcul des séries.

Sur la face inférieure de la lentille, on a tracé un certain nombre de points, régulièrement disposés en quinconce, qui servent de points de repère pour déterminer la position des franges, lorsque, la température étant fixée depuis un temps suffisant, elles sont devenues parfaitement stationnaires. A cet effet, on désigne les franges noires, visibles dans le champ, par des numéros d'ordre successifs, et l'on apprécie la position de chaque point entre deux franges consécutives, en divisant par estimation en dix parties égales l'intervalle qui sépare le milieu d'une bande lumineuse du milieu de la bande noire voisine. Le résultat de cette opération est le *pointé* d'un point. Les pointés sont inscrits sur le carnet d'observations, en franges, dixièmes et centièmes de frange. La même

opération est recommencée à la deuxième température, après avoir donné aux nouveaux anneaux qui viennent successivement se substituer aux premiers les numéros d'ordre consécutifs. La moyenne des différences entre les pointés d'un même point dans les deux expériences mesure le déplacement des franges entre les températures initiale et finale.

Pour conserver la généralité des formules, il est utile de numérotter toujours les franges de manière que les pointés croissent en même temps que la différence de marche entre les rayons interférents : on les comptera donc du centre vers la périphérie, dans le cas, le plus commun, où les surfaces en présence sont convexes, en sens contraire si elles sont concaves. Il est bon également de choisir des numéros d'ordre tels qu'on n'ait jamais à compter de franges négatives.

Le réglage du trépied se fait sur une tablette spéciale. L'aspect des franges, leur régularité, leur espacement dépendent à la fois du plus ou moins de perfection des surfaces en présence et de la manière dont ce réglage a été fait. Pour éviter toute méprise sur le sens du phénomène qu'on aura à observer, il faut vérifier d'abord si l'on a affaire à des surfaces convexes ou concaves, en regardant à l'œil nu les franges sous des incidences rapidement croissantes; il faut s'assurer ensuite de la position du centre, c'est-à-dire du côté correspondant à la différence de marche minimum pour les surfaces convexes, maximum pour les surfaces concaves; les franges sont en effet quelquefois, suivant les défauts de planimétrie des surfaces, plus ou moins irrégulièrement contournées, et leur centre peut se trouver précisément opposé à la concavité de la partie qui reste visible dans l'appareil une fois monté.

Outre les températures et les déplacements des franges, il faut encore connaître les longueurs des vis du trépied au-dessus de la surface du disque qui interviennent dans chaque cas, et les épaisseurs des échantillons soumis à l'expérience. Ces quantités sont mesurées au moyen de sphéromètres bien étudiés. Le rapport de la longueur d'onde de la lumière de la soude à la valeur du pas de vis de ces sphéromètres a été déterminé par des expériences spéciales. Tous les calculs ont été faits, en admettant pour la lon-

gueur d'onde moyenne des deux raies D dans l'air à zéro et sous 760<sup>mm</sup> la valeur d'Angström (1)

$$\lambda_D = 0^{\text{mm}}, 0005892$$

ou dans le vide

$$\lambda = 0^{\text{mm}}, 00058937.$$

Le trépied de notre appareil est en platine iridié à 10 pour 100 d'iridium; le disque et les trois vis ont été pris dans un même fragment d'alliage, fondu, d'une homogénéité aussi parfaite que possible; le tout a été ensuite recuit à haute température. La première opération qui s'impose est la mesure de la dilatation de ce trépied. La détermination précise de cette *constante* de l'appareil est de la plus haute importance au point de vue de son application à des études ultérieures. En effet, les erreurs des mesures *différentielles* auxquelles l'instrument est destiné et habituellement employé sont relativement d'une telle petitesse qu'on peut dire que la valeur des coefficients de dilatation qu'on en déduira dépendra presque entièrement de l'exactitude avec laquelle sera connue cette donnée fondamentale.

Elle s'obtient encore par les franges d'interférence, en établissant celles-ci directement entre la face supérieure du disque qui a été polie à cet effet et le plan de verre, avec une longueur de vis, et par conséquent avec une différence de marche, aussi grandes qu'il est possible de le faire sans trop augmenter les difficultés des mesures. On sait que, avec des différences de marche très considérables, on ne peut obtenir que des franges pâles et peu distinctes. Il faut, pour les produire, avoir recours à une source lumineuse très homogène, et par conséquent très peu intense, et en même temps d'une très petite étendue superficielle. C'est qu'en effet les radiations de réfrangibilités très voisines qui coexistent dans un même point de la source, et les radiations de même ré-

---

(1) D'après les travaux les plus récents et les plus dignés de confiance (Peirce, Müller et Kempf, Kurlbaum, Louis Bell, Macé de Lépinay), la longueur d'onde moyenne des deux raies D, dans le vide, serait sensiblement 0<sup>mm</sup>,00058948. La valeur d'Angström doit d'ailleurs être corrigée, à cause d'une erreur commise sur la longueur de la règle étalon qui lui a servi de point de départ, et devient ainsi 0<sup>mm</sup>,00058944. L'écart entre ces valeurs et celle que nous avons admise serait sans aucune importance au point de vue de l'application actuelle.

frangibilité émises par des points différents de cette source et par suite diversement inclinées sur l'axe du système optique interfèrent, donnent toutes des systèmes de franges différents; ces divers systèmes, concordants et superposés à faible différence de marche, se séparent de plus en plus les uns des autres à mesure que l'épaisseur de la lame d'air augmente, empiètent les uns sur les autres, et tendent à s'effacer mutuellement. Un calcul simple montre que, avec une épaisseur de lame d'air de  $10^{\text{mm}}$ , il suffit entre deux longueurs d'onde (dans le voisinage de la raie D) d'une différence de longueur de  $0^{\mu}, 000\ 008$  (c'est-à-dire de  $\frac{1}{80}$  environ de la différence des deux raies D) pour donner deux systèmes de franges exactement complémentaires, et par suite pour faire disparaître le phénomène dans un éclaircissement uniforme. Un autre calcul montre que, avec cette même différence de marche et dans les conditions de notre appareil (c'est-à-dire avec une lentille de  $40^{\text{cm}}$  de distance focale), deux points d'une source monochromatique, l'un sur l'axe du système optique, l'autre à une distance de  $2^{\text{mm}}, 17$ , conduiraient de même à deux systèmes d'anneaux qui se détruiraient mutuellement. Il est évident d'ailleurs que, bien avant que ces limites, de part et d'autre, soient atteintes, le phénomène doit être déjà considérablement troublé.

La source lumineuse est constituée par une flamme de gaz bien aérée dont on peut rapprocher à volonté, au moyen d'une vis, une spirale de platine chargée de sel marin, de manière à chercher par tâtonnement l'intensité la plus favorable. Devant le prisme H est placé un petit écran métallique percé d'un trou, du diamètre d'une grosse aiguille, qui diaphragme le faisceau et réduit les dimensions de la partie utilisée de la source lumineuse à quelques dixièmes de millimètre de diamètre. L'observation de l'image réelle de cet orifice, qui vient se faire à côté de lui dans le plan focal de la lentille plan-convexe productrice des franges, permet de régler très exactement la position de la source et de la rectifier au moment de chaque observation, de manière à faire disparaître les causes d'erreurs graves qui pourraient résulter de déplacements relatifs, même très petits, des points lumineux et de l'appareil d'interférence. Dans ces conditions on obtient, avec une épaisseur de lame d'air de  $10^{\text{mm}}$  environ, des franges pâles, mais bien fixes et assez distinctes pour pouvoir être pointées avec sé-

curité à l'œil nu; la position de l'œil est, d'ailleurs, rigoureusement fixée par l'image de l'orifice éclairée du diaphragme, immédiatement en arrière de laquelle il doit être placé.

Il y a encore dans ces expériences une cause d'erreur, ou au moins d'incertitude, qui mérite attention : c'est l'effet des variations que subit l'indice de réfraction de la lame d'air par suite des changements de température et de pression. Ces variations, qui modifient la longueur d'onde de la lumière dans chaque cas, donnent aussi lieu à des déplacements de franges, qui se superposent aux déplacements produits par les dilatations. Il faut donc corriger le résultat de chaque observation, en y ajoutant un terme qui se déduit de la loi connue du changement de l'indice de l'air avec sa densité

$$\frac{n_1 - 1}{n_0 - 1} = \frac{d_1}{d_0}.$$

Si  $d_0$  représente la densité à  $0^\circ$  et sous  $760^{\text{mm}}$ , on a

$$(1) \quad n_1 - 1 = (n_0 - 1) \frac{H_1}{760} (1 + 0,00367 t_1).$$

La valeur du terme correctif est très petite (quelques millièmes de frange) avec la très mince lame d'air qu'on laisse d'ordinaire sur un échantillon de nature quelconque à déterminer; mais il n'en est pas ainsi dans la mesure de la dilatation du trépied lui-même, avec de grandes différences de marche; ici elle atteint et dépasse même un dixième de la quantité totale mesurée. Le terme correctif prend donc une importance considérable et il est essentiel de savoir avec quelle exactitude il est donné par l'application de la formule précédente. On sait que M. Mascart, dans un travail très étendu sur les indices des gaz <sup>(1)</sup>, avait trouvé que, dans cette formule, le coefficient de dilatation devrait être en général remplacé par un nombre un peu plus fort (0,00382 pour l'air). M. von Lang, dans une étude publiée à peu près à la même époque <sup>(2)</sup>, arriva à une conclusion contraire; d'après lui la varia-

(1) *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences*, t. LXVIII, p. 617 et 679, 1874; et *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 2<sup>e</sup> série, t. VI, p. 9; 1877.

(2) *Poggendorff's Annalen*, t. CLIII, p. 448; 1874.

*J. de Phys.*, 2<sup>e</sup> série, t. VIII. (Octobre 1889.)

tion de la réfraction serait notablement moins rapide que celle de la densité; le coefficient de sa formule, mise sous la même forme, entre  $0^\circ$  et  $100^\circ$ , serait sensiblement  $0,00303$ . L'adoption du nombre de M. Mascart, dans les conditions où la mesure de la dilatation de notre trépied a été faite, augmenterait le coefficient calculé de  $\frac{1}{300}$  environ de sa valeur; celle du nombre de M. von Lang la diminuerait de près de  $\frac{1}{50}$ . Il m'a donc paru nécessaire, soit d'entreprendre de nouvelles expériences pour vérifier, dans des conditions plus précises, l'exactitude de la formule (1), soit de faire disparaître entièrement cette cause d'incertitude de nos mesures. On pouvait faire l'un et l'autre simultanément, en disposant l'appareil de manière qu'il permit de faire les observations des franges à volonté dans le vide et dans l'air. Telle est la raison d'une partie des dispositions que j'ai adoptées en dernier lieu et décrites ci-dessus. L'intérieur de la cloche de verre interposée entre les deux étuves de cuivre communique avec une trompe à eau et avec une pompe à mercure. Un robinet à trois voies permet d'établir à volonté les communications d'un côté ou de l'autre, ou de laisser rentrer l'air extérieur.

Soit une expérience réglée à une température et sous une pression données, avec une lame d'air d'épaisseur  $e$ . On repère les franges par rapport à un certain nombre de points visibles et convenablement placés dans le champ, et l'on fait la moyenne  $f'$  des pointés ainsi obtenus. Cette moyenne, ou *pointé moyen*, peut être considérée comme caractérisant la position des franges dans l'observation dont il s'agit, et constituant le résultat de cette observation. La précision de ce résultat est d'autant plus grande que le nombre des points repérés est plus considérable, et elle peut atteindre, dans de bonnes conditions,  $\frac{1}{100}$  de frange environ. Si l'observation est faite ensuite dans le vide, à la même température, l'épaisseur  $e$  conservant la même valeur, le pointé moyen devient  $f$ , et l'on a, entre  $f$  et  $f'$ , la relation

$$(2) \quad f' - f = \frac{2e}{\lambda} (n - 1),$$

$n$  étant l'indice de l'air dans les conditions de la première observation et  $\lambda$  la longueur d'onde dans le vide de la lumière em-

ployée. Tout couple d'expériences du même genre pourra fournir une relation semblable, et par suite une valeur de  $n$  dans des conditions données. D'autre part, les variations du pointé moyen  $f$  dans le vide, à différentes températures, donneront la mesure des déplacements relatifs des surfaces, et par conséquent des dilata-tions qui les produisent.

Je donnerai quelques détails sur cette série fondamentale dont les expériences ont été conduites et calculées de la manière sui-vante.

La distance entre la face polie du trépied et la surface infé-rieure plane de la lentille a été réglée vers le trente-troisième des maxima périodiques d'intensité et d'éclat que présentent, comme on sait, les franges de la lumière de la soude, quand on fait croître progressivement la différence de marche. Cette distance, mesurée au sphéromètre et réduite à zéro, était de  $9^{\text{mm}}, 2576$ . Ce nombre représente donc la longueur initiale  $L_0$  des vis de platine iridié dont la dilatation devait intervenir dans les expériences et être mesurée.

Les étuves mises en place ainsi que la source lumineuse, et le tout très soigneusement réglé, on faisait le vide aussi parfaitement que possible, d'abord avec la trompe à eau, puis au moyen de la pompe à mercure. Une fois la température invariablement fixée par le thermorégulateur depuis un temps suffisant, on procédait à l'observation. On lisait alors successivement :

- 1° Les deux branches du manomètre à mercure qui mesurait la pression intérieure;
- 2° Les thermomètres;
- 3° Les franges, celles-ci étant repérées par rapport à 32 points;
- 4° De nouveau les thermomètres;
- 5° De nouveau le manomètre.

Les lectures des thermomètres et du manomètre, faites avant et après le repérage des franges, différaient toujours de quantités ex-trêmement petites, souvent nulles, et très rarement supérieures aux erreurs inévitables d'observation.

On ouvrait alors le robinet à trois voies, de manière à laisser rentrer l'air très lentement. On attendait un temps suffisant (une heure au moins et souvent davantage) que la légère perturbation thermique produite par la rentrée de l'air eût disparu; puis on

procédait à l'observation sous la pression atmosphérique, qui était faite exactement comme la première, avec cette seule différence que la lecture du baromètre y remplaçait celle du manomètre. Aussitôt l'expérience finie, on préparait immédiatement la suivante, en réglant le thermorégulateur pour une autre température et en refaisant le vide.

A titre d'exemple, je reproduis ici le détail de la première observation de la série; chacun des nombres inscrits dans le Tableau suivant est la moyenne de deux lectures, faites à peu de distance l'une de l'autre. Les points repérés sont désignés par les lettres de l'alphabet.

## OBSERVATIONS I.

23 juillet 1889.

1<sup>o</sup> Observation dans le vide.

10 <sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> .		Première	Deuxième				
		lecture.	lecture.				
Manomètre.	Branche gauche..	mm	mm				
		1,85	2,0				
	Branche droite...	1,4	1,6				
		3,25	3,6	Moyenne....	3 <sup>mm</sup> ,42		
Thermomètres.	N <sup>o</sup> 8713.....	77,605	77,61	Moyennes... {	77,607 77,715		
	N <sup>o</sup> 8025.....	77,71	77,72				
Franges.	A 25,25	F 25,25	K 24,33	O 24,75	T 25,07	Y 24,63	C <sub>1</sub> 24,97
	B 24,30	G 24,27	L 23,72	P 23,85	U 24,13	Z 23,75	D <sub>1</sub> 24,10
	C 23,57	H 23,63	M 22,95	Q 23,15	V 23,37	A <sub>1</sub> 23,00	E <sub>1</sub> 23,33
	D 22,98	I 22,95	N 22,38	R 22,57	W 22,73	B <sub>1</sub> 22,35	F <sub>1</sub> 22,77
	E 22,45	J 22,47		S 22,03	X 22,22		G <sub>1</sub> 22,15
Pointé moyen.....				23,498.			

2<sup>o</sup> Observation sous la pression atmosphérique.

12 <sup>h</sup> 5 <sup>m</sup> .		Première	Deuxième				
		lecture.	lecture.				
Baromètre.....		754 <sup>mm</sup> ,6	754 <sup>mm</sup> ,6	Moyenne.....	754 <sup>mm</sup> ,6		
		à 19°,0	à 19°,0			à 19°,0	
Thermomètres.	N <sup>o</sup> 8713.....	77,88	77,89	Moyennes..... {	77,885 78,000		
	N <sup>o</sup> 8025.....	78,00	78,00				
Franges.	A 32,35	F 32,40	K 31,50	O 31,80	T 32,12	Y 31,65	C <sub>1</sub> 32,03
	B 31,45	G 31,60	L 30,77	P 30,93	U 31,25	Z 30,80	D <sub>1</sub> 31,20
	C 30,70	H 30,75	M 30,10	Q 30,22	V 30,50	A <sub>1</sub> 30,08	E <sub>1</sub> 30,42
	D 30,00	I 30,03	N 29,55	R 29,70	W 29,80	B <sub>1</sub> 29,52	F <sub>1</sub> 29,83
	E 29,52	J 29,50		S 29,08	X 29,25		G <sub>1</sub> 29,25
Pointé moyen.....				30,595.			

Les nombres de franges passées respectivement en chacun des points, par l'effet de la rentrée de l'air et de la petite variation de température qui s'est produite, sont donc :

A 7,10	F 7,15	K 7,17	O 7,05	T 7,05	Y 7,02	C <sub>1</sub> 7,06
B 7,15	G 7,33	L 7,05	P 7,08	U 7,12	Z 7,05	D <sub>1</sub> 7,10
C 7,13	H 7,12	M 7,15	Q 7,07	V 7,13	A <sub>1</sub> 7,08	E <sub>1</sub> 7,09
D 7,02	I 7,08	N 7,17	R 7,13	W 7,07	B <sub>1</sub> 7,17	F <sub>1</sub> 7,06
E 7,07	J 7,03		S 7,05	X 7,03		G <sub>1</sub> 7,10

Moyennes..... 7,097 ± 0,007.

La détermination entière comprend 83 doubles observations semblables à la précédente, faites par séries de températures alternativement ascendantes et descendantes, et réparties à peu près également sur toute l'étendue de l'échelle thermométrique entre 0° et 80° environ. Ces observations étaient faites, en général, de douze en douze heures, la température étant, au moment de chacune d'elles, déjà fixée et absolument invariable depuis plusieurs heures (1).

On a réduit les lectures thermométriques et barométriques suivant les règles ordinaires; puis on a appliqué à tous les pointés moyens de petites corrections pour les réduire uniformément, ceux de la série dans l'air raréfié, au vide parfait; et ceux de la série sous la pression ambiante, à une pression de 760<sup>mm</sup>. L'introduction de ces corrections, qui sont partout très faibles et se font, en appliquant la formule (1), avec une rigueur plus que suffisante, même si son exactitude n'était qu'approchée, ramène les résultats à une forme simple et facilement accessible au calcul.

Si l'on figure ces résultats graphiquement, en portant, sur un papier quadrillé, les températures en abscisses et les pointés moyens (réduits) en ordonnées, on voit les points correspondant respectivement aux deux séries se placer, avec de très faibles écarts, le long de deux lignes presque droites, à très légère concavité supérieure, qui se rapprochent l'une de l'autre aux températures élevées.

On a calculé d'abord la série faite dans l'air raréfié. Désignons

---

(1) Le détail de ces observations est reproduit dans les *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, t. VI, 1888. Je ne puis donner ici qu'un résumé de la méthode et des résultats.

par  $f_1$  le pointé moyen (réduit au vide parfait) correspondant à la température  $t_1$ , par  $f_0$  le pointé moyen (inconnu) qui correspondrait à  $0^\circ$ , par  $L_1, L_0$  les longueurs des vis de platine iridié aux mêmes températures. On peut évidemment poser

$$L_0 = C + f_0 \frac{\lambda}{2},$$

$$L_1 = C + f_1 \frac{\lambda}{2} = L_0 - f_0 \frac{\lambda}{2} + f_1 \frac{\lambda}{2},$$

$\lambda$  étant la longueur d'onde de la lumière dans le vide, et  $C$  une constante dont la valeur dépendrait du numéro d'ordre attribué à chaque frange. Si l'on écrit

$$L_1 = L_0(1 + \alpha t + \beta t^2),$$

on en déduit

$$f_0 + \frac{2L_0}{\lambda} \alpha t_1 + \frac{2L_0}{\lambda} \beta t_1^2 = f_1$$

ou bien

$$(3) \quad x + t_1 y + t_1^2 z = f_1,$$

en posant

$$x = f_0, \quad y = \frac{2L_0}{\lambda} \alpha, \quad z = \frac{2L_0}{\lambda} \beta.$$

Chaque observation conduit à une équation de condition semblable à (3), et la résolution du système des 83 équations ainsi fournies par la série entière donne  $y$  et  $z$ , et, par suite, les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  de la dilatation du trépied de platine iridié.

Les expériences faites sous la pression atmosphérique (et réduites à  $760^{\text{mm}}$ ) peuvent se représenter de même par des expressions de la forme

$$(4) \quad x' + t_1 y' + t_1^2 z' = f_1'.$$

Les valeurs ainsi déterminées de  $x, y, z$  d'une part, de  $x', y', z'$  d'autre part, permettent de calculer, pour une température quelconque, la différence  $f' - f$  la plus probable, c'est-à-dire résultant de l'ensemble de toutes les observations, entre les pointés moyens correspondants,

$$f' - f = (x' - x) + (y' - y)t + (z' - z)t^2.$$

La formule (2), dans laquelle  $e$  devient ici  $L_1$ , quantité qu'on

peut calculer au moyen des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$ , donne ensuite

$$n_1 = 1 + (f' - f) \frac{\lambda}{2L_1},$$

et peut par conséquent fournir autant de valeurs que l'on veut de l'indice de l'air à diverses températures et sous la pression de 760<sup>mm</sup>. Ce calcul a été fait ci-dessous, de 5 en 5 degrés, dans les limites de température entre lesquelles sont comprises les expériences :

$t.$	$f' - f.$	$\frac{\lambda}{2L}$	$n.$	$\varepsilon.$	$\varepsilon'.$
0	9,1813	0,000031831	1,00029225	-11	0
5	9,0198	31830	28710	+1	+11
10	8,8627	31828	28208	+7	+16
15	8,7098	31827	27721	+10	+19
20	8,5613	31826	27247	+11	+17
25	8,4170	31824	26786	+8	+13
30	8,2770	31823	26340	+4	+10
35	8,1413	31822	25907	-1	+2
40	8,0098	31820	25487	-8	-5
45	7,8827	31819	25082	-12	-10
50	7,7598	31817	24689	-17	-16
55	7,6413	31816	24312	-17	-17
60	7,5270	31815	23947	-16	-17
65	7,4170	31813	23596	-11	-13
70	7,3113	31812	23259	-2	-4
75	7,2100	31811	22936	+13	+10
80	7,1128	0,000031809	1,00022625	+31	+28

Si l'on cherche à relier ces diverses valeurs de  $n$  par une loi de la forme

$$n_1 - 1 = (n_0 - 1) \frac{1}{1 + \delta t_1},$$

les équations de condition auxquelles elles conduisent, suivant que l'on y considère ou non  $(n_0 - 1)$  comme une deuxième inconnue, donnent

$$\begin{aligned} n_0 - 1 &= + 0,00029236, \\ \delta &= + 0,0036699 \end{aligned}$$

ou bien

$$\begin{aligned} n_0 - 1 &= + 0,00029225, \\ \delta &= + 0,0036617. \end{aligned}$$

Le choix de ces deux systèmes de valeurs est indifférent; on voit, par les erreurs résiduelles  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon'$  calculées ci-dessus en unités de la dernière décimale que les unes ou les autres s'écartent très peu des résultats qui ont été fournis par les observations.

Ainsi les résultats de cette étude sur l'indice de réfraction de l'air, que j'ai été amené à faire, incidemment, à propos des déterminations par la méthode Fizeau, sont :

1° L'indice de l'air sec à 0° et sous 760<sup>mm</sup>, pour la lumière de la soude, est 1,000 2923; cette valeur, sensiblement plus faible que celle de Biot et Arago (1,000 2945), est presque identique à celle qui a été trouvée par M. Mascart (1,000 2927).

2° Le coefficient de variation avec la température est précisément égal au coefficient de dilatation, 0,00367.

Ainsi, la loi de la proportionnalité de la réfraction à la densité, vérifiée sur une grande échelle pour les pressions par d'autres observateurs, et mise en doute pour les températures, serait également exacte pour celles-ci, au moins dans les limites de 0° à 80°.

Le coefficient moyen de dilatation, de 0° à  $t$ °, du trépied, donné par la série précédente, est, dans l'échelle du thermomètre à mercure en verre dur,

$$\alpha_{(t)} = 10^{-9}(8554,0 + 2,155 t).$$

Une fois cette constante connue, on a pu faire servir le trépied à la mesure de substances de natures diverses et, en particulier, de fragments de règles métriques. L'échantillon à étudier se place sur trois petites saillies qui ont été repoussées au burin sur la face supérieure du disque; l'épaisseur de la lame d'air est de 2 à 5 centièmes de millimètre; elle est toujours mesurée avec précision au sphéromètre. Les expériences sont conduites d'une manière analogue à celles de la série précédente; les franges sont repérées, toujours dans l'air sous la pression ambiante, par rapport à un nombre de points qui varie d'une dizaine à une vingtaine, suivant que les dimensions et la forme de la surface de l'échantillon permettent d'en observer plus ou moins. Chaque détermination comprend en général de 25 à 30 observations, faites toujours par séries de températures alternativement ascendantes et descendantes, entre 0° et 85° environ.

Le mode de calcul adopté est très analogue à celui qui a été indiqué plus haut pour le trépied. On fait d'abord subir au pointé moyen une très petite correction, pour ramener la lame d'air aux conditions uniformes de  $0^\circ$  et  $760^{\text{mm}}$  de pression. Désignons comme ci-dessus par  $f_0, f_1$  les pointés moyens ainsi corrigés qui correspondraient aux températures  $0, t_1$ ; par  $e_0, e_1$  les épaisseurs de la lame d'air; par  $L_0, L_1$  les longueurs des vis; enfin, par  $E_0, E_1$  les épaisseurs de l'échantillon aux mêmes températures; on peut poser, comme ci-dessus,

$$e_0 = L_0 - E_0 = C + f_0 \frac{\lambda}{2},$$

$$e_1 = L_1 - E_1 = C + f_1 \frac{\lambda}{2},$$

$\lambda$  étant ici la longueur d'onde dans l'air, à  $0^\circ$  et sous  $760^{\text{mm}}$ . Si  $\alpha$  et  $\beta$  sont les coefficients de l'échantillon,  $\alpha'$  et  $\beta'$  ceux du trépied, on en déduit

$$f_0 + \frac{2(L_0\alpha' - E_0\alpha)}{\lambda} t_1 + \frac{2(L_0\beta' - E_0\beta)}{\lambda} t_1^2 = f_1,$$

équation qui peut se mettre encore sous la forme

$$x + t_1 y + t_1^2 z = f_1.$$

Les équations de condition étant résolues, on a enfin

$$\alpha = \frac{L_0\alpha' - \gamma \frac{\lambda}{2}}{E_0}, \quad \beta = \frac{L_0\beta' - \varepsilon \frac{\lambda}{2}}{E_0}.$$

Les erreurs probables des résultats sont toujours, dans ces mesures, à peu près du même ordre de grandeur que celles des meilleures déterminations faites par la méthode du comparateur. C'est ainsi, par exemple, que l'erreur probable du coefficient moyen du trépied, entre  $0^\circ$  et  $80^\circ$ , a été trouvée égale à  $2,2 \times 10^{-9}$ , soit inférieure à  $\frac{1}{4000}$  de la valeur de ce coefficient. Mais ici, comme pour le comparateur, ces erreurs probables donnent sans aucun doute une idée exagérée de l'exactitude réellement atteinte. La méthode Fizeau présente toutefois l'avantage de permettre d'opérer sans aucune difficulté dans un intervalle de température beaucoup plus étendu; et de donner par conséquent le deuxième coeffi-

cient  $\beta$  avec une précision beaucoup plus grande. Les dilatations obtenues par les deux méthodes sur des matières dont l'identité paraît pouvoir être garantie, par exemple sur des règles entières par le comparateur et sur des bouts de ces mêmes règles par l'appareil Fizeau, ont d'ailleurs été trouvées presque toujours assez concordantes pour permettre d'assurer que des erreurs systématiques de quelque importance ne sont à craindre ni dans l'une ni dans l'autre, avec les précautions minutieuses qui ont été prises dans tous les détails d'application; les résultats auxquels elles conduisent pourraient être indifféremment employés dans toutes les applications que comportent les opérations habituelles de la Métrologie.

Les nombreuses déterminations que j'ai faites m'ont fourni l'occasion d'observer accessoirement certains phénomènes dont je ne puis dire qu'un mot ici, et qui présentent quelque intérêt au point de vue de la Métrologie; en particulier, les phénomènes de déformation et de contraction progressive que présentent les métaux martelés, laminés ou écrouis. Ces faits de raccourcissement lent avec le temps avaient été constatés sur des règles métriques, soit par nous, soit par d'autres observateurs; mais la méthode si délicate des franges les met en évidence de la manière la plus nette.

Je terminerai en reproduisant quelques-uns des résultats déjà publiés dans les *Travaux et Mémoires*. Je donne de préférence ceux qui ont été obtenus par la méthode Fizeau, parce que leur détermination a été faite dans un intervalle de température plus considérable (de  $0^{\circ}$  à  $80^{\circ}$ - $85^{\circ}$ ), et qu'ils ont, à ce point de vue, une valeur plus générale. Dans le Tableau qui suit, tous les coefficients sont rapportés aux deux échelles du thermomètre à mercure en verre dur et du thermomètre à hydrogène :

Coefficients de dilatation dans l'échelle

Substances.	du thermomètre à mercure, en verre dur.		du thermomètre à hydrogène.
Quartz { dans la direction parallèle à l'axe...	10 <sup>-6</sup> (	7123,3 + 8,44 t)	10 <sup>-6</sup> (
Quartz { dans la direction perpendic. à l'axe...	10 <sup>-6</sup> (	13185,0 + 12,40 t)	10 <sup>-6</sup> (
Béryl { dans la direction parallèle à l'axe...	10 <sup>-6</sup> (	- 1342,2 + 4,05 t)	10 <sup>-6</sup> (
Béryl { dans la direction perpendic. à l'axe...	10 <sup>-6</sup> (	996,3 + 4,63 t)	10 <sup>-6</sup> (
Spath { dans la direction parallèle à l'axe...	10 <sup>-6</sup> (	25006,0 + 13,25 t)	10 <sup>-6</sup> (
d'Islande { dans la direction perpendic. à l'axe...	10 <sup>-6</sup> (	- 5550,6 + 1,07 t)	10 <sup>-6</sup> (
Platine pur (1) .....	10 <sup>-6</sup> (	8855 + 1,74 t)	10 <sup>-6</sup> (
Iridium pur (1) .....	10 <sup>-6</sup> (	6325 + 3,58 t)	10 <sup>-6</sup> (
Platine iridié à 10 pour 100 d'iridium (2) .....	10 <sup>-6</sup> (	8600 + 2,19 t)	10 <sup>-6</sup> (
Or monétaire à $\frac{11}{12}$ (2) .....	10 <sup>-6</sup> (	14497 + 4,03 t)	10 <sup>-6</sup> (
Acier, recuit (1) .....	10 <sup>-6</sup> (	10353 + 5,80 t)	10 <sup>-6</sup> (
Laiton I (2) .....	10 <sup>-6</sup> (	18666 - 6,58 t)	10 <sup>-6</sup> (
Laiton II (2) .....	10 <sup>-6</sup> (	18745 - 6,37 t)	10 <sup>-6</sup> (
Laiton III (2) .....	10 <sup>-6</sup> (	18361 + 6,21 t)	10 <sup>-6</sup> (
Laiton IV (2) .....	10 <sup>-6</sup> (	17850 + 5,55 t)	10 <sup>-6</sup> (
Laiton V (2) .....	10 <sup>-6</sup> (	18286 + 6,85 t)	10 <sup>-6</sup> (
Bronze I (2) .....	10 <sup>-6</sup> (	17465 - 5,93 t)	10 <sup>-6</sup> (

(1) Préparé par M. Stas.

(2) Le nombre donné ici est la moyenne de 13 déterminations faites sur des échantillons provenant de sources différentes, et en particulier de règles étalons en X construites soit par MM. Johnson, Matthey et C<sup>e</sup>, à Londres, soit par la Section française de la Commission du mètre. Les différences entre les dilatations de tous ces échantillons excèdent à peine les limites des erreurs d'observation.

(3) Monnaies anglaises.

(4) Moyenne de deux déterminations, très concordantes, faites sur deux échantillons d'acier, l'un français, l'autre anglais.

(5) L'analyse chimique de ces divers échantillons de laiton, provenant de règles diverses, a été faite au Laboratoire de Chimie de l'École Normale supérieure, par M. Tornøe, et publiée dans les *Travaux et Mémoires*, t. V; 1886. Leur composition est la suivante :

	Laiton I.	Laiton II.	Laiton III.	Laiton IV.
Cuivre.....	59,48	59,15	63,41	73,75
Zinc.....	37,95	38,25	33,74	24,18
Plomb.....	1,89	2,06	2,02	0,57
Étain.....	0,36	0,30	0,22	1,52
Fer.....	0,27	0,10	0,38	traces
	99,95	99,95	99,77	100,02

(6) Règle métrique construite par MM. Brunner, à Paris. Non analysée.

(7) Analysé par M. Tornøe :

Cuivre.....	81,20
Zinc.....	8,60
Plomb.....	0,17
Étain.....	9,87
	99,84

Substances.	Coefficients de dilatation dans l'échelle	
	du thermomètre à mercure, en verre dur.	du thermomètre à hydrogène
Bronze II (1).....	$10^{-9}(17451 + 6,50 t)$	$10^{-9}(17538 + 5,54 t)$
Bronze phosphoreux, pauvre en phosph. dur (2).....	$10^{-9}(16582 + 5,54 t)$	$10^{-9}(16664 + 4,62 t)$
»                   »                   recuit (3).....	$10^{-9}(16492 + 5,99 t)$	$10^{-9}(16575 + 5,08 t)$
Bronze phosphoreux, riche en phosph. dur (2).....	$10^{-9}(16909 + 5,90 t)$	$10^{-9}(16994 + 4,96 t)$
»                   »                   recuit (2).....	$10^{-9}(16886 + 6,04 t)$	$10^{-9}(16971 + 5,11 t)$