



## Sur les ondes planes progressives en milieu continu

Jean Kieffer, Jean Dapoigny

### ► To cite this version:

Jean Kieffer, Jean Dapoigny. Sur les ondes planes progressives en milieu continu. Journal de Physique et le Radium, 1957, 18 (5), pp.359-360. <10.1051/jphysrad:01957001805035901>. <jpa-00235670>

**HAL Id: jpa-00235670**

**<https://hal.science/jpa-00235670v1>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

---

**SUR LES ONDES PLANES PROGRESSIVES  
EN MILIEU CONTINU**

Par Jean KIEFFER et Jean DAPOIGNY,  
Laboratoire des Hautes-Pressions, Bellevue (Seine-et-Oise).

Nous donnons par des considérations de cinématique simples une énumération exhaustive des ondes progressives qui sont possibles dans un milieu continu quelconque. Nous les rassemblons en différents groupes ayant chacun des propriétés physiques particulières. Du point de vue mathématique un tel groupe est

caractérisé par la forme particulière que prennent les solutions des équations du mouvement.

L'état du milieu est défini à l'instant  $t$  si l'on connaît en chaque point du milieu la déformation  $\varepsilon$  (comme on a entre déformation et densité la relation  $\varepsilon = 1 - \rho_0/\rho$ , la déformation conserve même pour les fluides une signification mathématique). On peut aussi se donner l'état du milieu par l'une ou l'autre des deux relations suivantes :  $a(t, \varepsilon)$  ou  $x(t, \varepsilon)$ ,  $a$  étant la coordonnée qui fixe la position qu'occupait à l'instant initial  $t = 0$  l'élément matériel qui à l'instant  $t$  porte la déformation  $\varepsilon$  ;  $x$  étant la position à l'instant  $t$  de ce même élément matériel. Dans ce qui suit nous nous limitons au cas où, pour un instant donné,  $a$  et  $x$  sont fonctions monotones de la déformation. Toute onde réelle peut être représentée par simple juxtaposition d'un plus ou moins grand nombre de telles branches.

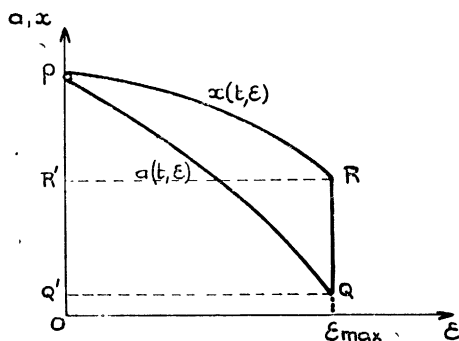


FIG. 1

| VITESSE<br>DE PROPAGATION<br>EN COORDONNÉES $a$   | VITESSE<br>DE PROPAGATION<br>EN COORDONNÉES $x$ | COORDONNÉE $a$   | COORDONNÉE $x$  |
|---|---|--|---|
| $c$   | $C$   |  |   |
| $c$ constant  | $C$ constant et égal $c$                        | $ct + \psi(\varepsilon)$                                 | $Ct + \psi(\varepsilon) + \varphi(\varepsilon)$   |
| $c$ constant  | $C(\varepsilon)$                                | $ct + \psi(\varepsilon)$                                 | $C(\varepsilon)t + \psi(\varepsilon) + \varphi(\varepsilon)$  |
| $c(\varepsilon)$  | $C$ constant                                    | $c(\varepsilon)t + \psi(\varepsilon)$                    | $Ct + \psi(\varepsilon) + \varphi(\varepsilon)$   |
| $c(\varepsilon)$  | $C(\varepsilon)$                                | $c(\varepsilon)t + \psi(\varepsilon)$                    | $C(\varepsilon)t + \psi(\varepsilon) + \varphi(\varepsilon)$  |
| $c(t)$  | $C(t) = c(t)$                                   | $\int_0^t c(t) dt + \psi(\varepsilon)$                   | $\int_0^t C(t) dt + \psi(\varepsilon) + \varphi(\varepsilon)$   |
| $c(\varepsilon, t)$   | $C(\varepsilon, t)$                             | $\int_0^t c(\varepsilon, t) dt + \psi(\varepsilon)$      | $\int_0^t C(\varepsilon, t) dt + \psi(\varepsilon) + \varphi(\varepsilon)$  |
| DÉPLACEMENT RELATIF<br>$\delta = x - a$   | CONDITION<br>DE CONTINUITÉ EN $P$               | VITESSE PARTICULIÈRE<br>$u$                              | CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES<br>DE L'ONDE   |
| $\varphi(\varepsilon)$  | $c = C$   | $\varepsilon C$  | <ul style="list-style-type: none"> <li>Onde permanente</li> <li>Épaisseur constante</li> <li>Masse constante</li> </ul>   |
| $[C(\varepsilon) - c]t + \varphi(\varepsilon)$  | $c = C(0)$                                      | $C(\varepsilon) - (1 - \varepsilon)c$                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>Épaisseur constante</li> <li>Masse constante.</li> </ul>                           |
| $[C - c(\varepsilon)]t + \varphi(\varepsilon)$  | $c(0) = C$                                      | $C - [1 - \varepsilon]c(\varepsilon)$                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>Épaisseur constante.</li> <li>Masse constante.</li> </ul>                          |
| $[C(\varepsilon) - c(\varepsilon)]t + \varphi(\varepsilon)$                                       | $\varphi(0) = 0$                                | $C(\varepsilon) - [1 - \varepsilon]c(\varepsilon)$       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Épaisseur variable.</li> <li>Masse variable.</li> </ul>                            |
| $(\varphi(\varepsilon) \text{ dans le cas particulier où } c(\varepsilon) = C(\varepsilon))$      | $c(0) = C(0)$                                   | $\varepsilon C(\varepsilon)$                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>Épaisseur variable.</li> <li>Masse variable.</li> </ul>                            |
| $\varphi(\varepsilon)$  | $\varphi(0) = 0$                                | $\varepsilon C(t)$                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Onde accélérée.</li> <li>Épaisseur constante.</li> <li>Masse constante.</li> </ul> |
| $\int_0^t [C(\varepsilon, t) - c(\varepsilon, t)] dt + \varphi(\varepsilon)$                      | $c(t, 0) = C(t, 0)$                             | $C(t, \varepsilon) - [1 - \varepsilon]c(t, \varepsilon)$ | <ul style="list-style-type: none"> <li>Épaisseur variable</li> <li>Masse variable</li> </ul>                              |
| $(\varphi(\varepsilon) \text{ dans le cas particulier où } (\varepsilon, t) = C(\varepsilon, t))$ | $\varphi(0) = 0$                                | $\varepsilon C(t, \varepsilon)$                          |   |

La figure montre à l'instant  $t$  les deux fonctions  $a$  et  $x$  pour une onde de compression. Pour  $x = a > P$  nous supposons le milieu au repos dans son état naturel. Pour  $x < R'$  et  $a < Q'$ , nous supposons que le milieu est dans l'état de déformation homogène  $\varepsilon_{max}$ , animé en bloc d'une vitesse particulière qui est celle du point  $R$  en coordonnées  $x$  ou du point  $Q$  en coordonnées  $a$ .  $R'P$  est l'épaisseur de l'onde à l'instant  $t$  ;  $Q'P$  est l'épaisseur qu'occupait à l'instant initial  $t = 0$  la masse intéressée par l'onde à l'instant  $t$ .

La manière dont varie le triangle PQR au cours du temps permet de classer les ondes en groupes. Posons :

$$c = \left(\frac{\partial a}{\partial t}\right)_\varepsilon \quad \text{et} \quad C = \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_\varepsilon.$$

Les vitesses particulières associées à ces ondes s'obtiennent de la manière suivante : prenant comme variables indépendantes le temps  $t$  et la déformation  $\varepsilon$ , les lois de dérivation donnent :

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_\varepsilon = \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_a + \left(\frac{\partial x}{\partial a}\right)_t \left(\frac{\partial a}{\partial t}\right)_\varepsilon$$

qui s'écrit :

$$C = u + (1 - \varepsilon)c.$$

Nous avons groupé les différents cas possibles dans le tableau ci-dessous.

On remarquera en particulier que chaque fois que les deux vitesses de propagation,  $C$  et  $c$ , sont égales pour des valeurs de  $t$  et  $\varepsilon$  données le déplacement relatif  $\delta$  ne dépend que de la déformation et la vitesse particulière est fournie par l'expression simple :  $u = \varepsilon C$ .

Lettre reçue le 25 mars 1957.