



HAL
open science

La notion de particule en théorie classique et en théorie quantique

David Park, O. Costa de Beauregard

► **To cite this version:**

David Park, O. Costa de Beauregard. La notion de particule en théorie classique et en théorie quantique. *Journal de Physique et le Radium*, 1957, 18 (1), pp.11-16. 10.1051/jphys-rad:0195700180101100 . jpa-00235607

HAL Id: jpa-00235607

<https://hal.science/jpa-00235607v1>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LA NOTION DE PARTICULE EN THÉORIE CLASSIQUE ET EN THÉORIE QUANTIQUE

Par DAVID PARK,
Williams College, Williamstown, Massachusetts.

Traduit de l'anglais, par O. COSTA DE BEAUREGARD,
Institut Henri-Poincaré, Paris.

I. Introduction. — Les idées reçues quant à la relation entre mécanique classique et quantique sont si bien établies, et dans l'ensemble si satisfaisantes, qu'on voit mal une raison de proposer un schéma différent, surtout si celui-ci n'exige aucun changement dans le formalisme mathématique ⁽²⁾.

Il existe pourtant des indices, et dans les « divergences » bien connues, et dans l'absence d'une représentation unifiée des diverses sortes de matière et du rayonnement ⁽³⁾, de ce que, peut-être, une porte reste ouverte à quelque modification fondamentale — et aussi de ce que l'apport d'idées ici présenté mérite considération, ne serait-ce que pour être discuté.

Les considérations à venir procèdent de la remarque qu'il est paradoxal, lorsqu'on passe à la limite $\hbar \rightarrow 0$, de dire qu'alors le champ électromagnétique tend vers un champ d'ondes pures, tandis que le champ électronique, par exemple, devient un essaim de corpuscules ; ceci tendrait à insinuer que l'aspect corpusculaire de la lumière et que l'aspect ondulatoire de la matière ne sont respectivement intelligibles que moyennant l'introduction de \hbar ⁽⁴⁾ !

⁽¹⁾ Dans cette étude, l'auteur ne séparera jamais l'une de l'autre « première » et « seconde » quantifications, ce qui est bien l'attitude la plus adéquate à la Physique (N. d. T.).

⁽²⁾ Le lecteur pourra voir que l'épistémologie à laquelle arrive D. Park s'apparente étroitement à celle proposée par nous-même [1] ; les aspects mis en évidence de part et d'autre se complètent et, nous semblent-il, dessinent l'ossature d'une théorie quantique *purement phénoménologique*, plus aisément intelligible et d'aspect moins paradoxal que la formulation habituelle de la « théorie de la complémentarité » (N. d. T.).

⁽³⁾ Vive sera la satisfaction des physiciens français à lire ces quelques lignes très judicieuses, mais non nouvelles à qui a étudié la thèse, et ensuite la *théorie du photon*, de L. de Broglie.

Ceci dit, l'idée commune à D. Park et à nous-mêmes est que le corpuscule n'est *rien de plus* qu'un nombre d'occupation unité attaché à un certain type d'ondes (N. d. T.).

⁽⁴⁾ Comme la valeur de \hbar est imposée en fonction des unités fondamentales choisies, il n'y a aucun sens à dire qu'on fait $\hbar \rightarrow 0$ si l'on ne précise pas en même temps quels étalons seront conservés, et quels autres laissés libres de varier. Raisonnons sur l'exemple de la formule $\omega = h\nu$: si ν reste constant pendant que $\hbar \rightarrow 0$, alors $\omega \rightarrow 0$, mais si ω reste constant, alors $\nu \rightarrow \infty$: dans le premier cas l'on tend vers la théorie classique des ondes non quantifiées, dans le second vers la mécanique « géométrique » de

Supposons qu'on essaie de résoudre ce paradoxe en intervertissant, dans l'une des deux théories, les rôles des concepts classiques et quantiques. En règle générale, \hbar apparaît lors de la substitution du discret au continu, et le raccord asymptotique pour $\hbar \rightarrow 0$ s'obtient grâce au « principe de correspondance ». Il semble donc naturel de vouloir interpréter les propriétés ondulatoires d'un essaim d'électrons — d'un faisceau cathodique — en termes classiques, et d'admettre que ses propriétés corpusculaires sont d'ordre quantique, et mathématiquement exprimées dans l'acte de la quantification ⁽¹⁾ du champ.

Pour écrire, selon ces principes, les équations d'évolution d'un faisceau cathodique, nous devons d'abord savoir lesquelles de ses propriétés doivent être considérées comme « classiques ». En ceci nous sommes guidés par la quantification de l'énergie : si un champ est caractérisé par une fréquence $\omega = 2\pi\nu$, l'énergie de chaque particule liée au champ est $\hbar\omega$. Semblablement, l'on verra bientôt que la charge e et la masse m d'un électron, par exemple, peuvent être regardées comme exprimant des propriétés « corpusculaires », et comme suivant d'une multiplication par \hbar de certaines grandeurs « ondulatoires » ϵ et μ ⁽⁵⁾. Pas plus que la formule de Planck $\omega = \hbar\omega$, les constantes ϵ et μ n'ont eu à intervenir dans notre représentation de la Nature avant la constitution de la théorie des quanta ; mais, selon nous, cette circonstance est, comme on va l'expliquer, d'ordre historique contingent.

De fait, il est remarquable que plusieurs expériences importantes sont adaptées à la mesure directe des constantes « ondulatoires » ϵ et μ qu'on vient d'introduire. Une formule connue de L. de Broglie relie la longueur d'onde λ du faisceau cathodique à sa vitesse du groupe v ; λ et v peuvent être

Hamilton-Jacobi. Dans le premier cas c'est l'étalon de temps, et dans le second l'étalon d'énergie, qui a été conservé. (N. d. T.)

⁽⁵⁾ Au facteur c^2 près, μ est la fréquence scalaire d'espace-temps des ondes ψ (analogue à la fréquence spatiale scalaire figurant dans les problèmes classiques de la diffraction en régime monochromatique et permanent) ; ϵ est en somme l'indice de réfraction des ondes ψ dans un potentiel électromagnétique (N. d. T.).

mesurées directement sur le faisceau, ainsi par ailleurs que le rapport $\varepsilon/\mu \equiv e/m$, et l'on tire aisément de là ε et μ sans référence aucune aux propriétés corpusculaires de l'électron. Et ce n'est pas tout : de même que les expériences de déviation d'un faisceau cathodique livrent directement le rapport ε/μ , les photoélectrons expulsés par les rayons cathodiques fournissent la valeur de ε^2/μ , l'extrémité des spectres de rayons X ou les diverses variantes de l'expérience de Franck-Hertz, ε , la diffusion Compton ou la diffraction d'un faisceau électronique, μ , etc... Les expériences d'où émergent les valeurs de e ou de m sont d'un caractère bien différent, car elles impliquent une mesure individuelle directe à l'échelle microscopique [3].

Concluons donc qu'il existe toute une physique ondulatoire « classique » des faisceaux cathodiques où n'apparaissent jamais ni \hbar , ni les particules, ni e , ni m . L'absence de contact intuitif avec cette physique n'a pas d'autre raison qu'un accident historique : la nature corpusculaire des faisceaux cathodiques a été trouvée de très bonne heure — prématurément, serions nous tentés de dire.

II. L'équation des ondes considérée à la manière classique. — Pour mettre en évidence l'équation qui régit le mouvement et les propriétés ondulatoires d'un faisceau cathodique, écrivons d'abord l'équation de Dirac pour un électron plongé dans un champ extérieur

$$[\gamma_\mu(i\hbar\partial_\mu + eA_\mu) + mc^2]\psi = 0. \quad (1)$$

Pour que cette équation possède une limite classique lorsque $\hbar \rightarrow 0$, écrivons que m et eA_μ sont proportionnels à \hbar . Puisque le potentiel électromagnétique n'entre dans la physique que comme une variable auxiliaire, nous sommes libres de répartir à notre gré le facteur \hbar entre e et A_μ ; mais, si nous voulons que l'électromagnétisme classique (où \hbar ne figure nulle part) reste inaltéré, nous devons considérer A_μ comme une grandeur « classique », c'est-à-dire indépendante de \hbar . Ceci nous amène à poser

$$m = \hbar\mu, \quad e = \hbar\varepsilon, \quad (2)$$

où μ et ε sont des propriétés intrinsèques du faisceau cathodique, en fonction desquelles nous obtenons une équation d'ondes « purement classique » (au sens plus haut défini) (6)

$$[\gamma_\mu(i\partial_\mu + \varepsilon A_\mu) + \mu c^2]\psi = 0. \quad (3)$$

(6) Nous avons suggéré à D. Park la substitution

$$m = \hbar\mu, \quad e = \sqrt{\hbar}\varepsilon, \quad A_\mu = \sqrt{\hbar}B_\mu, \quad (2')$$

qui laisse invariante la constante de structure fine, et qui fait disparaître \hbar entièrement des équations d'onde et des formules de non-commutation (et en représentation d'interaction, de l'hamiltonien d'interaction).

Notre substitution, en fait, ne se prête pas à une discussion des diverses formes du principe de correspondance. Par contre, en rendant \hbar égal à 1, elle implique un choix d'unités physiquement naturelles, et semble devoir se prêter à la discussion de problèmes très fondamentaux ; ce sujet, l'on pourra lire l'appendice de D. Park (N. d. T.).

Passons maintenant à l'équation de Maxwell

$$A_\mu = -\frac{1}{c}j_\mu, \quad (4)$$

qui donne une autre relation entre les deux champs. Il résulte de ce qu'on a dit que le courant j_μ est aussi une grandeur « classique », et ceci nous amène à effectuer sur le ψ la substitution

$$\psi = \sqrt{\hbar}\varphi, \quad (5)$$

où φ représente la fonction d'onde « classique » de l'électron (au sens qu'on a défini) telle qu'on ait encore (7)

$$[\gamma_\mu(i\partial_\mu + \varepsilon A_\mu) + \mu c^2]\varphi = 0. \quad (6)$$

La transformation bien connue de Foldy et Wouthuysen [4], qui, suivant nos définitions, est purement « classique », permet d'écrire et d'interpréter l'approximation non-relativiste et sans champ magnétique de cette équation sous la forme

$$i\partial_t\varphi = \left[-\frac{1}{2\mu}\Delta + \varepsilon\mathcal{V}(r)\right]\varphi, \quad (7)$$

où, bien entendu, φ est maintenant un scalaire.

Imaginons qu'un paquet d'ondes concentré obéisse à l'équation (7). D'après le théorème d'Ehrenfest, le point moyen du paquet obéira à l'équation

$$\mu\ddot{r} = \varepsilon E; \quad (8)$$

ou équivalamment

$$m\ddot{r} = eE, \quad (9)$$

les expériences où l'on mesure les composantes de r (par exemple la chambre de Wilson) nous livrent le rapport $e/m \equiv \varepsilon/\mu$.

Une difficulté semble surgir lorsqu'on complète, avec Lorentz, la formule (8) suivant

$$m\ddot{r} = eE - \frac{2e^2}{3c^3}\ddot{r}, \quad (10)$$

car il est impossible de mettre cette formule sous une forme indépendante de m , de e et de \hbar . Mais remarquons que la déduction de (10) implique à la fois l'électromagnétisme classique et la notion de particule chargée ; la formule, comme le raisonnement qui la fonde, sont donc, de notre point de vue, hybrides ; dans la section suivante, on expliquera pourquoi l'amortissement radiatif pose un problème à considérer spécialement (8).

(7) Avec notre substitution (2'), au contraire, où le A_μ est changé, le ψ reste inchangé (N. d. T.).

(8) Sans anticiper sur les remarques à venir de D. Park, mais, pensons-nous, en harmonie avec elles, rappelons quelques points de la théorie du rayonnement de Wheeler et Feynman [12].

Pour ces auteurs, l'exclusion macroscopique des ondes avancées au profit des ondes retardées est un phénomène statistique ; l'hypothèse, essentielle à leur raisonnement, d'une enceinte adiabatique enfermant tout le système est classique en mécanique statistique.

Wheeler-Feynman démontrent que si le système enfermé,

Pour passer de manière cohérente de la théorie purement ondulatoire résumée par l'équation (6) à une théorie corpusculaire, il faut procéder, et cela suffit, à la quantification ⁽¹⁾ des champs φ et A_μ . Ceci consiste à tirer les conséquences des formules de non-commutation dont l'expression classique est, dans le cas des champs libres,

$$[A_\mu(x), A_\nu(x')] = \hbar c \delta_{\mu\nu} D(x - x') \quad (11)$$

$$\{\psi_\alpha(x), \bar{\psi}_\beta(x')\} = S_{\alpha\beta}(x - x'); \quad (12)$$

la seule constante figurant dans S est $\mu/c \equiv \hbar/mc$ qui, suivant nos définitions, est une grandeur classique. Mais il suit de (5) que les formules de non-commutation du ψ transformé sont

$$\{\varphi_\alpha(x), \bar{\varphi}_\beta(x')\} = \hbar S_{\alpha\beta}(x - x'). \quad (13)$$

Nous voyons d'après (11) que, dans le cas limite classique où $\hbar \rightarrow 0$, A_μ perd son caractère d'opérateur et devient une fonction ordinaire, c'est-à-dire que l'émission-absorption de l'énergie électromagnétique perd son aspect corpusculaire et devient continue. La situation semble d'abord moins simple avec l'anticommutateur (13); mais souvenons-nous que le φ n'a pas d'interprétation physique directe, et que seules les quantités quadratiques, $\bar{\varphi}\varphi$ etc..., ont un correspondant classique; or, les commutateurs et, mieux encore, les valeurs moyennes probables de ces opérateurs quadratiques s'annulent en même temps que \hbar .

Lorsqu'on procède à la quantification des champs, toutes les propriétés corpusculaires apparaissent à la fois :

$$\omega = \hbar\omega, \quad e = \hbar\varepsilon, \quad m = \hbar\mu. \quad (14)$$

Puisque \hbar a disparu de la théorie des champs, sauf des formules de non-commutation, il est clair que \hbar n'apparaîtra que dans les formules correspondant à l'interaction des champs quantifiés ⁽¹⁾. Dans ce cas, \hbar joue deux rôles étroitement connexes, mais distingués par le calcul de perturbations. Il y a d'abord, évidemment, l'émission-absorption de particules. En outre, il y a l'équivalent de règles de sélection exprimant que les nombres de particules liées à tout processus réel ou virtuel sont entiers. Cette remarque a son impor-

charges + champ électromagnétique, n'interagit avec rien d'autre que soi-même, il est équivalent de le décrire (à la manière classique) par champs retardés et forces radiatives de Lorentz, ou (suivant une manière anti-classique) par champs avancés et forces de Lorentz changées de signe, ou encore (d'une manière temporellement symétrique) par champs semi-retardés et semi-avancés sans forces de Lorentz. Avec la dernière description l'on retombe sur les spécifications de D. Park. Quant aux deux autres descriptions, elles requièrent donc une discussion plus poussée impliquant des considérations statistiques.

S'il y a interaction entre le système charges + champs et un autre champ physique, alors un postulat spécial, rappelant assez celui de Carnot, doit exclure les ondes avancées au profit des ondes retardées (N. d. T.).

tance, notamment pour l'intelligence de l'effet Compton qui, expérimentalement parlant, est descriptible en termes purement « classiques »; mais le fait que la diffusion n'est possible que par électrons et photons entiers conduit, pour l'amplitude des ondes diffusées, à une formule essentiellement « non classique » (par ses facteurs \hbar).

Il faut se souvenir aussi que la quantification ⁽¹⁾ de (7) pour un système de n particules engendre une équation d'ondes dans un espace de configuration à $3n$ dimensions, essentiellement différent de l'espace physique impliqué dans (7) et (8). Ainsi, les propriétés statistiques des diverses particules apparaissent automatiquement, en même temps que leurs propriétés mécaniques (14).

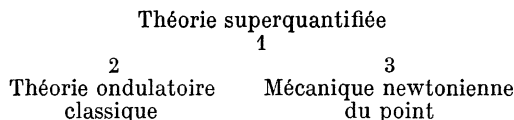
III. Le principe de correspondance. — L'équation d'ondes de forme classique (7) est l'équation d'évolution d'une entité non structurée, et ceci quelle que soit la valeur de \hbar . Pour passer de là à la description des mouvements des corps matériels à notre échelle, il faut en principe écrire les équations d'ondes pour un grand nombre de particules, en tenant compte de la forme correcte de leurs interactions; puis, comme les formules ainsi obtenues seraient trop détaillées, il faudra prendre des moyennes, comme il est classique en mécanique statistique. Notre étude ne se propose pas d'entrer dans autant de détails, et il nous suffira d'expliquer le principe de correspondance sur l'exemple simple, déjà considéré, du faisceau cathodique — un essaim d'électrons non interagissants, sinon par le principe d'exclusion de Pauli.

Le lecteur pourra vérifier aisément que la self-interaction électromagnétique du faisceau — qui se manifeste macroscopiquement par sa défocalisation — peut être introduite dans (7) sous forme entièrement « classique », et qu'en superquantifiant l'équation ainsi obtenue l'on trouve l'équation d'un ensemble de particules en interaction coulombienne écrite dans l'espace de configuration. Mais, à cet égard, la grande différence entre les théories particulaires, classique ou quantique, et la théorie ondulatoire classique, est que dans la dernière seule les énergies propres sont finies.

Lorsqu'on parle de faire tendre \hbar vers zéro, il faut encore préciser quels seront les étalons des unités fondamentales — puisqu'en fait la valeur de \hbar est imposée une fois choisis les étalons de la longueur, du temps et de la masse. L'idée directrice de ce travail est que, lorsque $\hbar \rightarrow 0$, les phénomènes quantiques résumés par (11) et (13) s'effacent, et qu'on se trouve ramené à la théorie physique classique. Mais il faut préciser par rapport à quels étalons ces phénomènes disparaissent, car, par exemple, si l'on rapporte l'énergie $\hbar\omega$ d'un photon à l'énergie de repos $\hbar\mu c^2$ d'un corpuscule donnée, ce rapport est indépendant de \hbar , et ne tend donc pas vers zéro. L'idée est que les quanta d'énergie,

deviendront petits vis-à-vis de l'étalon d'énergie utilisé — étalon classique, entièrement indépendant de \hbar ; si ce point n'est pas tiré au clair, alors les précédentes substitutions ne représentent rien de plus qu'une reformulation de ce qu'on sait déjà en termes de nouvelles unités.

Dans la présente discussion, il y a pour ainsi dire trois rubriques entre lesquelles une « correspondance » doit exister. Nous les figurerons sur le schéma suivant :



Considérons d'abord la « correspondance » entre les rubriques 2 et 3. Un premier exemple en est évidemment le passage de (7) à (8) ou (9) par le théorème d'Ehrenfest. Un second exemple sera celui où le champ imposé dérive d'un potentiel attractif coulombien $V(r) = -Q/r$, traité d'une part au moyen de l'équation ondulatoire (7), d'autre part en mécanique newtonienne. Comme il est bien connu, la relation newtonienne entre fréquence (inverse de la durée de parcours) et rayon (pour simplifier, on prend le cas des trajectoires circulaires) peut être mise en « correspondance » asymptotique avec une formule déduite de (7) ⁽⁹⁾.

La remarque importante est celle-ci : Considérons, par exemple en théorie de Dirac, la formule aux fréquences de résonance de l'atome hydrogénéoïde. Devant le radical, il y a en facteur la grandeur

Grandeurs ondulatoires

Fréquence scalaire : $\omega_0 = c^2 \mu$
 Nombre d'ondes : \vec{k} et fréquence : ω
 Indice de réfraction du ψ dans un potentiel électromagnétique : ε
 Spin : $s = \begin{cases} 1/2, & 3/2, & 5/2, & \dots \\ 0, & 1, & 2, & \dots \end{cases}$

Grandeurs corpusculaires

Énergie ou masse propre : $w_0 = c^2 m_0$
 Impulsion : \vec{p} et énergie : ω
 Charge électrique : e
 Moment cinétique propre : $s\hbar$

Toute grandeur « corpusculaire » y dérive de la grandeur « ondulatoire » correspondante au moyen d'une multiplication par \hbar ; il s'agit en somme d'une extension des formules du dualisme onde-corpuscule de L. de Broglie.

Avec nos conventions, l'on maintient ε et μ constants, comme s , lorsque $\hbar \rightarrow 0$: la quantification de la quantité de matière disparaît dans le cas imite classique, et l'on retombe sur un phénomène ondulatoire continu.

⁽⁹⁾ L'on voit par ces exemples que la correspondance 2-3 de D. Park couvre le domaine de ce qu'on entend le plus souvent par « principe de correspondance » ; mais on peut remarquer que \hbar ne figure pas explicitement dans cette présentation nouvelle du principe. Du côté ondulatoire, tout s'exprime en fonction des constantes ε et μ (dont l'interprétation est discutée en note ⁽⁴⁾) ; du côté newtonien, tout repose sur l'égalité $\varepsilon/\mu = e/m$, indépendante de la valeur de \hbar (N. d. T.).

« ondulatoire » $c^2 \mu$. Sous le radical figure la constante de structure fine $e^2/\hbar c = e\varepsilon/c$; mis à part le e irréductible, correspondant à la charge du noyau de forme ne , le phénomène de la résonance propre de l'atome hydrogénéoïde est donc un phénomène « sans \hbar ». L'on en peut dire autant de tout phénomène de la « première quantification ».

Quant à la correspondance avec 1, il y a deux sortes de limites classiques à considérer : celle où l'on a un grand nombre d'objets identiques très légers (par exemple, des électrons) et celle où l'on a un petit nombre d'objets identiques de grosse masse. Ce sont respectivement les « correspondances » 1-2 et 1-3.

La correspondance 1-2 intéresse directement notre sujet, car elle traite de la statistique quantique des particules en interaction. Il semble que, dans tous les cas usuels, les équations de Hartree-Fock auront une limite « classique », mais cette question devrait être étudiée en détail.

Considérés sous l'aspect « nombres de particules » ou, plus rigoureusement parlant, « nombres d'occupation », les phénomènes de la seconde quantification sont aussi des phénomènes « sans \hbar ». En somme, \hbar n'apparaît que lorsqu'on veut traduire en langage de mécanique du point des grandeurs ondulatoires parfaitement définies en elles-mêmes. A cet égard, le spin, conjointement à μ et à ε précédemment définis, caractérise un certain type d'ondes quantifiées, et l'on peut finalement dresser le tableau suivant :

La correspondance 1-3, pour finir, est simple. Soient deux objets identiques en interaction. Tant que les probabilités de présence ne se chevauchent pas notablement, nous avons affaire à l'analogue à deux corps du théorème d'Ehrenfest. S'il y a effectivement recouvrement des probabilités de présence, des phénomènes d'échange apparaissent. Mais, si les objets sont gros, leur incertitude en position est petite, il n'y a ni recouvrement des φ , ni phénomènes d'échange : ainsi s'obtiennent à la limite la mécanique et la statistique classiques ⁽¹⁰⁾.

V. Conclusions. — Les précédentes idées résolvent, à notre sens, un apparent paradoxe du

⁽¹⁰⁾ On voit que la correspondance 1-3 de D. Park couvre la « correspondance » entre les statistiques quantiques et la statistique classique ou, si l'on préfère, la transition indiscernabilité — discernabilité, présence — absence de phénomènes d'échange (N. d. T.).

dualisme ondes-corpuscules, suivant lequel le phénomène limite classique serait tantôt l'onde (théorie du rayonnement) et tantôt le point matériel macroscopique (théories de la « matière ») (3).

Si l'on accepte ces idées, la relation de la théorie quantique à la géométrie se trouve clarifiée, et la physionomie de l'arène où se poursuit le débat sur le caractère complet ou incomplet de la mécanique quantique est transformée. En effet, suivant la présente perspective, les adversaires se sont généralement exprimés en termes moitié classiques et moitié quantiques ; la plupart des points litigieux (mais naturellement pas la question centrale concernant le caractère aléatoire ou non-aléatoire des lois de la Nature) disparaissent, si l'on cesse de regarder le quantum porteur de masse, d'énergie, de charge, de spin, comme une particule décrite classiquement (11).

Rappelons que, pour nous, la quantification (1) (et l'introduction de \hbar) n'apparaissent pas du tout dans l'équation d'ondes, qui est purement « classique », mais seulement dans les formules de non-commutation du φ et du A .

Ceci, en particulier, peut être intéressant dans le problème de l'unification de la Relativité générale avec le reste de la physique, puisqu'on a visiblement affaire là à un champ purement « classique » : il n'est donc pas logique d'y vouloir considérer des *particules* comme sources du champ. L'on devrait plutôt établir l'équivalence entre un $g_{\mu\nu}$ et un φ classiques, et ensuite transformer $g_{\mu\nu}$ et φ en opérateurs soumis à une certaine loi de non-commutation. De cette manière, on échappera au dilemme d'une géométrie qui, attachée à l'évolution d'un essaim de particules, est entachée d'incertitudes, et ainsi ne peut être appliquée à l'écriture d'une équation bien définie pour l'évolution des particules.

Il n'est pas impossible que la considération d'une interaction quantifiée entre les champs matériel et gravifique soit utile à l'intelligence de l'interaction en général, et aussi du rôle éventuellement joué par \hbar dans la structure de l'espace. La physique, dans le proche futur, sera confrontée au problème des interactions complexes impliquant à la fois plus de deux types de particules ; or, les seules interactions dont la forme soit connue de manière assez certaine sont celles entre la matière et les champs gravifique et électromagnétique ; ces deux types d'interaction présentent l'un et l'autre une invariance de jauge, et ont en outre beaucoup de similitudes [5] ; ceci suggère qu'une étude du genre des divergences et du problème de la renormalisation de la théorie pourrait être de quelque importance.

Le programme consisterait à partir des équations classiques de l'électromagnétisme, de la gravitation, et de la matière (c'est-à-dire, en termes

quantiques, des équations de la représentation de Heisenberg) et de procéder à la quantification simultanée des trois champs en représentation d'interaction (la seule où l'opération ne soit pas ambiguë). Ceci implique évidemment une présentation minkowskienne des équations ; ce travail a été effectué par Gupta [5, 6] ; le retour à la représentation de Heisenberg se fait alors au moyen du formalisme hamiltonien [2] ou lagrangien. L'on peut montrer que le fait que la covariance riemannienne des équations soit exprimable aussi comme une certaine invariance de jauge implique une intéressante topologie des graphes de Feynman, où deux réseaux indépendants se trouvent impliqués à la fois, au lieu d'un seul comme usuellement.

Des considérations apparentées aux précédentes, mais limitées à l'approximation linéaire et impliquant des hypothèses additionnelles, ont été discutées par M^{me} Tonnelat [11].

Des remarques apparentées à celles du corps de cette étude ont été faites occasionnellement par un certain nombre d'auteurs, incluant Schrödinger [8] et Heisenberg [7] et, plus récemment et de manière plus complète, Tomonaga [9, 10] et ses collaborateurs. Nos vues sont également en relation étroite avec celles du traducteur de cet article, M. O. Costa de Beauregard ; nous lui exprimons ici notre reconnaissance pour les nombreux échanges de vues que nous avons eus avec lui.

APPENDICE

Les substitutions (2') proposées par O. Costa de Beauregard d'après l'argument qu'elles font disparaître \hbar de toutes les équations quantiques offrent un exemple de système d'unités ; nous allons les retrouver à partir d'un argument indépendant de toute équation ondulatoire. Postulons d'abord que l'étalon de longueur sera l'un de ceux fournis par l'expérience sensorielle habituelle, non quantique et non relativiste ; ensuite, qu'il devra y avoir, dans une règle-étalon, un nombre déterminé, d'atomes indépendant de \hbar . La longueur d'une telle règle sera un certain multiple du rayon atomique de Bohr, \hbar^2/me^2 . Semblablement, l'étalon de temps sera donné par un chronomètre basé sur les propriétés des corps macroscopiques ; de toute manière, il sera un multiple de \hbar^3/me^4 ; c'est là, en effet, la seule combinaison de \hbar , m , e ayant dimension de temps, et l'on montre aisément que la période d'un oscillateur électronique est un multiple simple de cette expression. La condition nécessaire et suffisante pour que ces deux unités soient indépendantes de \hbar est que m soit proportionnel à \hbar , et e à $\sqrt{\hbar}$. De plus, pour que la formule de dynamique (8) ait une limite « classique », il faut que E soit proportionnel à $\sqrt{\hbar}$, conformément à (2_g).

Les étalons de longueur et de temps étant ainsi

(11) Le traducteur souscrit sans réserves à cette opinion, comme on peut le voir en lisant les études [1], à son sens complémentaires de celle-ci (N. d. T.).

choisis, l'hypothèse (2₁') implique que, lorsque $\hbar \rightarrow 0$, la masse d'un objet matériel quelconque exprimée dans ce système tend vers zéro, ce qui revient à dire que l'unité utilisée devient infinie. Par ailleurs, \hbar variant dans le cadre de ces hypothèses, c et la constante de structure fine restent inchangés, ce qui est conforme à la non-apparition de \hbar en électromagnétisme macroscopique ; \hbar n'apparaît en effet en électromagnétisme quantique que du fait de la formule (2₃') ; dans un élément de matrice de Feynman, à chaque ligne de photon réel est associé un facteur B_μ , qui devra être multiplié par $\sqrt{\hbar}$ pour qu'on retrouve l'évaluation habituelle en unités de A_μ . Ceci montre clairement l'origine du facteur \hbar , précédemment mentionné, dans la formule (10).

Il résulte des formules (2') que le terme d'interaction

$$\mathcal{L}_i = \frac{1}{c} \int j_\mu(x) A_\mu(x) d_4x \quad (15)$$

dans le lagrangien de l'électromagnétisme quantique est proportionnel à \hbar , et donc que \mathcal{L}_i/\hbar est un nombre pur. Ceci revient à dire que l'équation d'évolution du Ψ de la représentation d'interaction est indépendante de \hbar , et que par conséquent \hbar n'apparaîtra en électromagnétisme quantique que par les lignes sortantes des graphes.

Le manque apparent de symétrie entre (2₁') et (2₂') (par référence aux lois de Newton et de Coulomb) mérite un commentaire. Einstein avait inclus, dans le programme original de sa théorie de la gravitation, le « principe de Mach », d'après lequel l'inertie résulterait de l'ensemble de la matière présente dans l'univers ; l'on peut encore espérer qu'une telle conséquence finira par être déduite

d'une théorie du champ de gravitation. La masse totale de l'univers, M , serait ainsi présente dans le terme d'inertie m d'un corps quelconque, produisant par là une force statistiquement indépendante de la position et de la vitesse, mais proportionnelle à l'accélération. Dans une telle théorie, le terme principal de la force doit avoir la forme

$$F = \frac{GM}{Lc^2} m\ddot{x}, \quad (16)$$

où G est la constante de Newton et L une longueur caractérisant la dimension de l'univers, ou peut être sa structure locale ; ainsi, le facteur \hbar dans (2₁') serait le produit de deux facteurs $\sqrt{\hbar}$, l'un lié à m et l'autre à M ; et les trois types de force, gravifique, inertique, électromagnétique, contiendraient le même facteur $\sqrt{\hbar}$; il est très intéressant de remarquer que les trois constantes de couplage, M , m , e , tendraient vers zéro en même temps que \hbar . Il est peut être malheureux que les unités habituelles de force contiennent implicitement un facteur $\sqrt{\hbar}$ provenant de ce que la convention usuelle égale à 1 la fraction dans (16) ; c'est ce $\sqrt{\hbar}$ qu'il faut faire disparaître au moyen de la définition (2₃').

Cette digression n'a d'autre but que de faire apparaître certaines implications plausibles de la suggestion d'O. Costa de Beauregard. Notre proposition (2) équivaut à prendre pour étalons de longueur et de temps, respectivement, \hbar/mc et \hbar/mc^2 , ce qui peut sembler arbitraire, mais conduit à la déduction simultanée des trois équations (14).

Manuscrit reçu le 4 juillet 1956.

BIBLIOGRAPHIE

- | | |
|---|---|
| <p>[1] COSTA DE BEAUREGARD (O.), <i>Rev. Gén. Sc.</i>, 1955, 62, 261 et <i>Revue philos.</i>, 1955, 145, 385.
 [2] COSTA DE BEAUREGARD (O.), <i>C. R. Acad. Sc.</i>, 1955, 240, 2383.
 [3] DUMOND (J.) et COHEN (E.), <i>Rev. Mod. Physics</i>, 1948, 20, 82.
 [4] FOLDY (L.) et WOUTHUYSEN (S.), <i>Phys. Rev.</i>, 1950, 78, 29 et 1952, 87, 688.
 [5] GUPTA (S. N.), <i>Phys. Rev.</i>, 1954, 96, 1683.
 [6] GUPTA (S. N.), <i>Proc. Phys. Soc. London</i>, 1952, A 65, 608.</p> | <p>[7] HEISENBERG (W.), <i>Les principes physiques de la théorie des quanta</i>, Paris, 1932, appendice 8, p. 103.
 [8] SCHRÖDINGER (E.), <i>Ann. Physik</i>, 1927, 82, 257.
 [9] TOMONAGA (S. I.), <i>Mécanique quantique (en japonais)</i>.
 [10] TOMONAGA (S. I.), KOBAYASHI (Z.) et TAKABAYASI (T.), <i>Articles divers en Japonais</i>.
 [11] TONNELAT (M. A.), <i>Ann. Physique</i>, 1942, 17, 158 et 1944, 19, 346.
 [12] WHEELER (J. A.) et FEYNMAN (R. P.), <i>Rev. Mod. Physics</i>, 1945, 17, 157 et 1949, 21, 425.</p> |
|---|---|