

**CALCUL DE LA RÉPARTITION DE L'ÉNERGIE SOLAIRE  
RÉFLÉCHIE PAR UN MIROIR PARABOLIQUE**

Par FRANÇOIS CABANNES et ALBERT LE PHAT VINH.

**Sommaire.** — L'objet de ce travail est le calcul de la répartition de l'énergie réfléchiée par un miroir parabolique avec une source circulaire placée à l'infini ( le Soleil), dont le centre est sur l'axe du miroir; le diamètre angulaire est de 32' et la brillance est supposée uniforme. On détermine l'éclairement en chaque point d'un plan perpendiculaire à l'axe du miroir en supposant que la tache lumineuse produite par un point du miroir est une ellipse d'éclairement uniforme, et en intégrant les éclaircements de ces ellipses élémentaires pour tous les points du miroir.

Au laboratoire de Mont-Louis, l'énergie solaire est reçue sur un miroir concave de très grandes dimensions qui est composé de nombreuses facettes dont la courbure et l'orientation ont été réglées de façon à concentrer au mieux l'énergie. La bonne réalisation d'un tel miroir ne peut être contrôlée et évaluée que par rapport au miroir parabolique de même distance focale et de même ouverture. Nous calculerons donc la répartition de l'énergie solaire réfléchiée par un miroir parabolique au voisinage de son foyer.

**Calcul de l'éclairement en chaque point du plan focal.** — Nous supposons que la brillance du Soleil est uniforme, et que son centre se trouve sur l'axe du miroir (ce qui est réalisé lorsque le miroir est en service).

L'ouverture des miroirs utilisés est supérieure au double  $2f$  de la distance focale : dans ce cas les aberrations d'un objet ponctuel même voisin de l'axe ne sont pas calculables facilement, nous allons donc considérer le disque solaire dans son ensemble.

L'énergie réfléchiée par un élément de surface  $dS$  du miroir est

$$dW = k dS \cos i,$$

$k$  étant la constante solaire exprimée en watts par centimètre carré (compte tenu de l'absorption atmosphérique et du facteur de réflexion du miroir), et  $i$  l'angle d'incidence du rayon moyen.

Sur le plan focal  $(P_0)$  nous avons comme image élémentaire une ellipse (E) de centre C, dont les axes sont (fig. 1) :

$$a = \frac{1}{2} \overline{S\Sigma} [\operatorname{tg}(2i + 16') - \operatorname{tg}(2i - 16')],$$

$$b = \overline{SC} \operatorname{tg} 16',$$

$16'$  étant le rayon angulaire du Soleil.

On peut supposer le centre C et le foyer F confondus, car pour un miroir ouvert à  $2f$  :

$$\overline{FC} = a \operatorname{tg} 16' \frac{X}{f - Y} \leq a \cdot 10^{-2}$$

(X et Y désignant les coordonnées du point S).

Nous pouvons donc écrire :

$$a = \frac{(f - Y)(f + Y)^2}{(f - Y)^2 - 4fY \operatorname{tg} 16'} \operatorname{tg} 16',$$

$$b = (f + Y) \operatorname{tg} 16'.$$

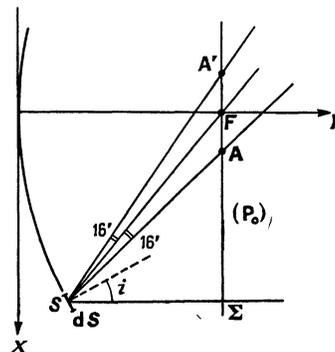


Fig. 1.

Déterminons l'éclairement  $\mathcal{E}_Y(\rho, Y)$  fourni par une couronne  $(C_1)$  de surface  $\Delta S$  en un point M, du plan focal, situé à la distance  $\rho$  de l'axe du miroir. En désignant par  $\omega$  l'angle solide correspondant au diamètre angulaire  $32'$  du Soleil, l'éclairement du point M fourni par l'élément de surface  $dS$  est (fig. 2)

$$\mathcal{E} = \frac{k dS \cos i}{\omega} \frac{\cos v}{r^2} = \frac{k dS \cos i}{\omega \overline{S\Sigma}^2} \cos^3 v.$$

Deux éléments  $dS_1$  et  $dS_2$  symétriques par rapport

à l'axe du miroir donnent au point M un éclairement  $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$  égal au double  $2\mathcal{E}_0$  de l'éclairement du foyer, au terme en  $(\Delta v)^2$  près (fig. 2). Pour le bord d'un miroir ouvert à  $2f$ , ce terme est égal à  $10^{-4} \times 2\mathcal{E}_0$ .

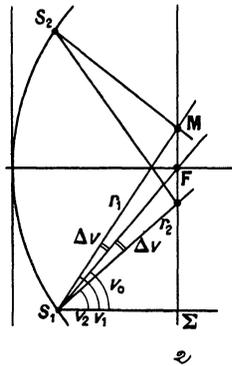


Fig. 2.

Si l'élément de surface  $dS$  de la couronne tourne autour de l'axe du miroir, l'image correspondante (E) tourne autour du foyer dans le plan focal et la surface de la couronne  $S_1S_2$  qui éclaire le point M est

$$\delta S = \Delta S \frac{\theta_1 + \theta_2}{2\pi},$$

$\theta_1 + \theta_2$  étant l'arc (du cercle de centre F et de rayon  $\rho$ ) intérieur à l'ellipse (E) (fig. 3).

Comme le centre de (E) est confondu avec le foyer, les arcs  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont symétriques par rapport à l'axe du miroir, et il est légitime d'écrire que l'éclairement fourni au point M par la couronne ( $C_1$ )

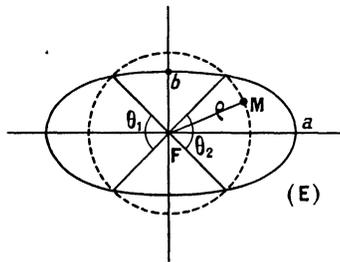


Fig. 3.

est égal au produit de la surface utile de la couronne

$$\delta S = \Delta S \frac{\theta_1 + \theta_2}{2\pi}$$

par l'éclairement moyen

$$\mathcal{E}_m = \frac{k \cos i}{\pi ab}$$

d'une ellipse (E) correspondant à un élément de surface de la couronne  $dS = 1$ .

L'éclairement fourni par la couronne ( $C_1$ ) est donc

$$\mathcal{E}_1 = \frac{k \Delta S \cos i}{\pi ab} \frac{\theta_1 + \theta_2}{2\pi};$$

$\frac{\Delta S \cos i}{ab}$  dépend de la couronne ( $C_1$ ) et  $\theta_1 + \theta_2$  dépend de cette couronne et de la distance  $FM = \rho$ . Naturellement

$$\theta_1 + \theta_2 = 2\theta_1 = 2\pi \quad \text{si } \rho \leq b,$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 0 \quad \text{si } \rho \geq a.$$

En intégrant  $\mathcal{E}_1$  pour toutes les couronnes du miroir, nous obtiendrons l'éclairement

$$\mathcal{E}(\rho) = \sum_Y \mathcal{E}_Y$$

en chaque point du plan focal ( $P_0$ ). Nous avons fait cette intégration en partageant le miroir en 30 couronnes. Pour chaque couronne, nous avons tracé l'ellipse (E), calculé  $\frac{\Delta S \cos i}{ab}$  et déterminé graphiquement  $\theta$  pour différentes valeurs de  $\rho$ .

Suivant le nombre de couronnes considéré, nous déterminons l'éclairement  $\mathcal{E}(\rho)$  pour différentes valeurs de l'ouverture du miroir.

**Calcul, en chaque point de l'axe du miroir, de l'éclairement d'une surface perpendiculaire à cet axe.** — Les différents éléments de surface  $dS$  d'une même couronne donnent en un point M de l'axe du miroir un même éclairement, nous obtenons donc sans intégration l'éclairement fourni par la couronne ( $C_1$ )

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= \frac{k \Delta S \cos i}{\omega} \frac{\cos v}{r^2} \\ &= \frac{k}{\omega} 2\pi X dX \frac{m - Y}{[(m - Y)^2 + 4fY]^{\frac{3}{2}}} \\ &= A \frac{m - Y}{[(m - Y)^2 + 4fY]^{\frac{3}{2}}} dY, \end{aligned}$$

$m$  étant la distance du point M au sommet du miroir et l'éclairement total au point M se réduit à une intégrale simple

$$\mathcal{E} = \frac{4\pi f k}{\omega} \int_0^{Y^{\max}} \frac{m - Y}{[(m - Y)^2 + 4fY]^{\frac{3}{2}}} dY.$$

Nous avons calculé graphiquement cette intégrale et nous en donnons les résultats avec ceux du calcul général (fig. 6).

**Calcul de l'éclairement en chaque point d'un plan parallèle au plan focal.** — Considérons le plan ( $P_y$ ) d'ordonnées  $f + y$ . Pour une même couronne l'image élémentaire (E') dans le plan ( $P_y$ )

se déduit de l'image (E) par une homothétie de centre S et de rapport  $\frac{f+y-Y}{f-Y}$  (fig. 4). Nous

l'axe du miroir, c'est-à-dire le flux de l'énergie solaire réfléchi qui traverse l'unité de surface d'un plan parallèle au plan focal.

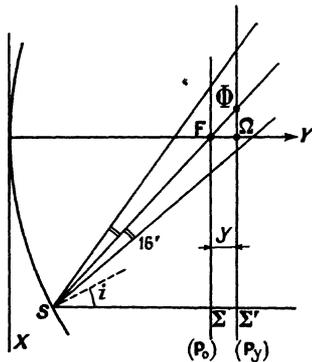


Fig. 4.

pouvons donc utiliser les mêmes ellipses en faisant un changement d'échelle.

D'autre part,

$$\Omega\Phi = \frac{X}{f-Y}y,$$

ce qui permet de tracer le point  $\Omega$ .  $\theta_1 + \theta_2$  est alors l'arc (du cercle de centre  $\Omega$  et de rayon  $\rho$ ) intérieur à (E'). Comme les arcs  $\theta_1$  et  $\theta_2$  ne sont plus égaux, nous devons supposer que l'éclairement de l'ellipse (E') est uniforme, c'est-à-dire que dans l'expression de l'éclairement

$$\mathcal{E}' = \frac{k dS \cos i}{\omega S \Sigma'^2} \cos^3 v,$$

nous négligeons les termes en  $(\Delta v)$ .

Cette approximation est encore légitime, car pour le bord d'un miroir ouvert à  $2f$  ces termes sont

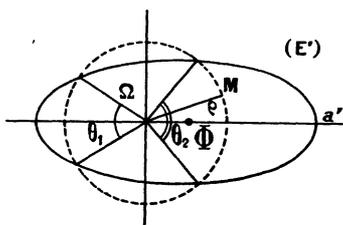


Fig. 5.

inférieurs à 2 pour 100 de l'éclairement moyen

$$\mathcal{E}'_m = \frac{k dS \cos i}{\pi a' b'}.$$

L'ensemble des résultats est donné par la figure 6, qui représente en chaque point d'un plan méridien, l'éclairement d'une surface plane perpendiculaire à

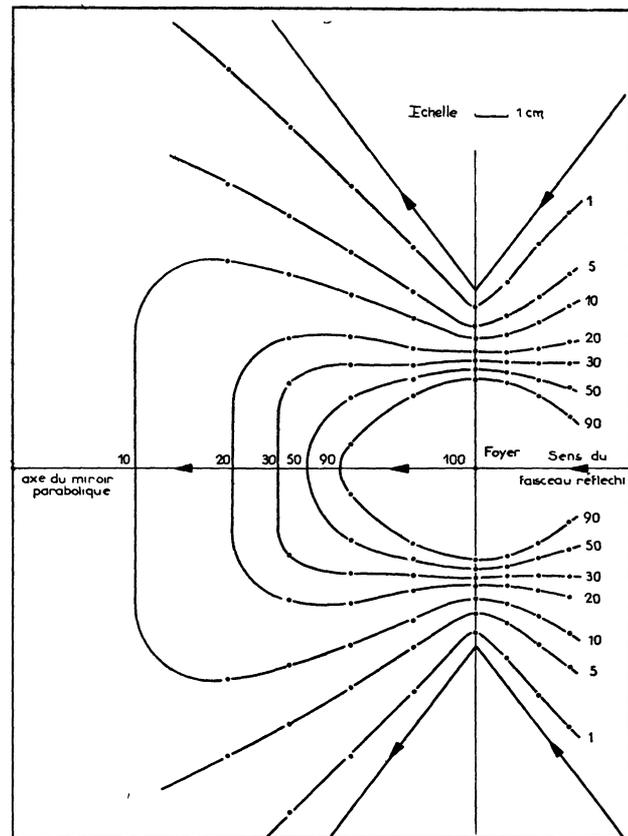


Fig. 6.

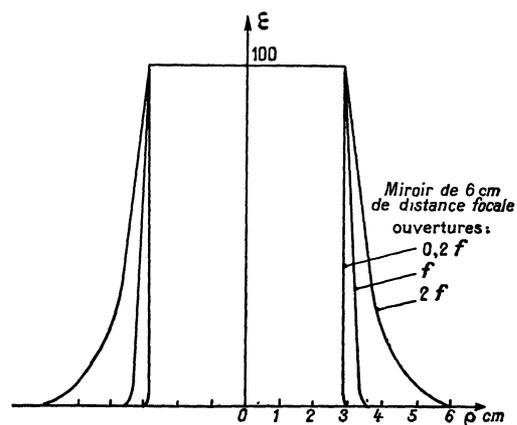


Fig. 7.

La figure 7 représente pour différentes ouvertures du miroir la répartition de l'éclairement du plan focal en fonction de la distance au foyer.

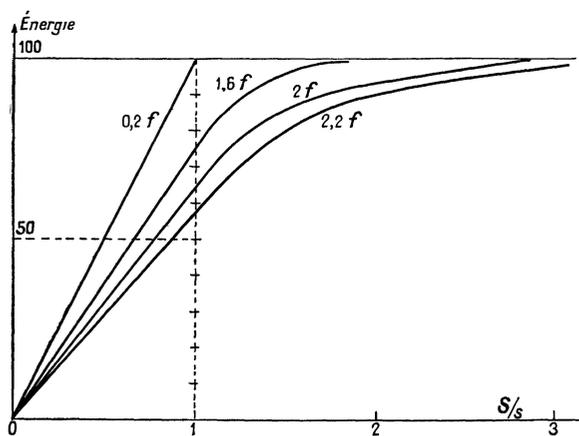


Fig. 8.

La figure 8 représente l'énergie solaire réfléchie à l'intérieur d'un cercle de surface  $S$ , centré sur le foyer,  $s$  étant la surface de l'image de Gauss, c'est-à-dire

$$s = \pi (f \operatorname{tg} 16')^2.$$

Remarquons, par exemple, que si pour une ouverture du miroir égale à  $0,2 f$  l'énergie totale est réfléchie à l'intérieur de l'image de Gauss, lorsque l'ouverture est  $2 f$ , ce n'est plus que 60 pour 100 de l'énergie totale qui est réfléchie sur la même surface.

Ces calculs ont été faits au Laboratoire de l'Énergie solaire, à Mont-Louis, sous la direction de MM. Félix Trombe et Marc Foëx.

Manuscrit reçu le 29 mars 1954.