



**HAL**  
open science

## Sur l'asymétrie de la fission et la conception “ spatiale ” des couches nucléaires

Daniel Curie

► **To cite this version:**

Daniel Curie. Sur l'asymétrie de la fission et la conception “ spatiale ” des couches nucléaires. *Journal de Physique et le Radium*, 1954, 15 (11), pp.733-742. 10.1051/jphysrad:019540015011073300 . jpa-00235058

**HAL Id: jpa-00235058**

**<https://hal.science/jpa-00235058>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## SUR L'ASYMÉTRIE DE LA FISSION ET LA CONCEPTION « SPATIALE » DES COUCHES NUCLÉAIRES

Par DANIEL CURIE,

Laboratoire de Chimie Nucléaire du Collège de France.

**Sommaire.** — La différence des masses (asymétrie) des fragments de fission ne semble pas s'expliquer dans le modèle de la goutte : cela provient essentiellement du calcul des masses par la formule de Weiszäcker, qui entraîne une erreur sur l'énergie disponible dans la fission.

L'image de la fission proposée ici repose sur la conception « spatiale » des couches nucléaires. L'étude expérimentale des rayons nucléaires suggère l'existence réelle des couches du point de vue géométrique : un noyau lourd serait constitué de plusieurs « cœurs » magiques emboîtés les uns dans les autres.

La fission consisterait alors en la rupture et le regroupement de la couronne extérieure recouvrant le cœur à 50 protons et 82 neutrons, cette couronne fournissant le fragment léger et le cœur le fragment lourd.

Dans l'appendice, on examine théoriquement, sur la base simplificatrice du potentiel nucléaire en oscillateur, dans quelle mesure la conception des couches en couronnes concentriques peut se justifier.

**1. Introduction.** — On désigne par « asymétrie » de la fission le fait que les deux fragments de fission possèdent des masses différentes : ainsi la fission de  $^{235}\text{U}$  par neutrons lents en deux fragments de masses respectives voisines de 95 et 140 est 600 fois plus probable que la fission symétrique.

On sait que l'asymétrie ne semble pas s'expliquer dans le modèle de la goutte liquide de Bohr, Wheeler et Frenkel [1]. Cela résulte des calculs numériques très élaborés de Frankel et Metropolis [2]; il faut cependant noter que ces auteurs n'ont considéré que des déformations du noyau représentables par un nombre restreint (dix) de polynômes de Legendre (les polynômes d'ordre impair étant ceux susceptibles de conduire à l'asymétrie), ce qui n'est pas nécessairement le cas de la déformation réelle conduisant à la fission. Jungerman [3], adoptant un modèle géométrique pour décrire le « saddle point », et calculant l'énergie du noyau dans cette configuration, est arrivé à la même conclusion : *la barrière d'énergie contre la fission asymétrique est toujours plus grande (dans le modèle de la goutte liquide homogène) que celle contre la fission symétrique.*

Considérons la fission comme passage d'un des fragments par-dessus une barrière coulombienne. La hauteur de cette barrière est proportionnelle au produit des  $Z$  des fragments de fission, et donc maximum pour la fission symétrique. Cet effet devrait entraîner l'asymétrie. Mais si l'on calcule l'énergie disponible (différence des masses) par la formule de Weiszäcker, on trouve qu'elle est aussi maximum pour la fission symétrique, qui reste la plus probable, contrairement à l'expérience.

L'étude expérimentale [4] du rapport des rendements :

$$R = \frac{\text{Fission symétrique } (^{141}\text{Ba})}{\text{Fission asymétrique } (^{140}\text{Ba})}$$

avec l'énergie d'excitation de  $^{238}\text{U}$ , conduit dans l'hypothèse d'une énergie d'activation à la différence d'énergie  $\Delta E$  entre les deux modes de fission ; on a en effet :

$$R :: \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right),$$

$T$  étant la température du noyau se fissionnant.

Les auteurs trouvent que le mode de fission asymétrique demande  $\Delta E = 3$  à 5 MeV de moins que la fission symétrique.

Le calcul des défauts de masse par les paraboles expérimentales, et non plus par la formule de Weiszäcker, donne effectivement un  $\Delta E$  dans le bon sens de 4,5 MeV [5], dont deux provenant de l'énergie disponible (différence des masses) et 2,5 de l'effet de barrière coulombienne. Fong calcule, de plus, la densité  $\rho$  des états quantiques pour l'état final (les deux fragments séparés) et trouve que  $\rho$  calculé pour un mode de fission est proportionnel au rendement observé de ce mode.

Ce facteur  $\rho$  se trouvera, en quantifiant la théorie, quel que soit le mécanisme de fission admis.

Ainsi le modèle usuel de la goutte liquide est incorrect parce que conduisant, par la formule de Weiszäcker, au mauvais signe de  $\Delta E$ . Toutefois, à cause de son grand succès dans la prévision de la zone de stabilité des noyaux :

$$\frac{\text{Énergie coulombienne}}{\text{Énergie superficielle}} < 2,$$

$$\frac{Z^2}{A} < 47,8,$$

on cherche à le corriger sans l'abandonner.

*Explications diverses proposées pour l'asymétrie.* — Frenkel [6] a considéré le passage à travers la bar-

rière coulombienne, asymétrique (effet de masse réduite) et l'emportant aux basses énergies sur le passage par-dessus cette barrière. Cette explication a été discutée par Kramish [7], qui a étudié le rapport d'embranchement  $\frac{\text{fission}}{\alpha}$  et Wheeler [8], qui estime la probabilité de passage à travers la barrière trop faible pour conduire à des fissions observables.

Frisch [9] cite une explication proposée par Wheeler : le noyau, très allongé, s'étranglerait en deux endroits; la rupture en l'un de ces étranglements conduirait à deux fragments de masses inégales. C'est un exemple de déformation de la goutte non représentable par un développement en petit nombre de polynômes de Legendre, et ne rentrant donc pas dans les calculs de Frankel et Metropolis. Frisch pense qu'il y aurait alors le plus de neutrons émis par le fragment lourd (apparemment hautement excité vu son état de déformation), ce qui est contraire à l'expérience. Peut-être y aurait-il aussi trop de tripartitions en fragments de masses voisines.

Wheeler a modifié son explication en faisant intervenir la charge électrique du fluide nucléaire [8]. L'effet de la charge est d'amplifier les asymétries éventuelles des oscillations de la goutte : si, au cours des vibrations du noyau excité, un étranglement se produit près d'une des extrémités, la partie ainsi séparée tend à se détacher complètement par suite des forces de répulsion électrostatiques.

Demers [10] considère aussi une amplification des dissymétries de vibration, cette fois par effet d'échange de matière entre les deux noyaux encore reliés, de même qu'il y a échange de matière entre deux bulles de savon en communication, la plus petite se vidant dans la plus grosse.

Swiatecki [11] introduit la compressibilité du fluide nucléaire, qui modifie l'énergie des configurations dissymétriques.

L'inhomogénéité de la goutte — la densité électrostatique étant plus forte en surface par suite de la répulsion entre protons (Feenberg, Wigner) — a été invoquée par Jungerman [3] et Yasaki et Miyatake [12]. Avec ces derniers on rejoint les modèles en couche.

Tous ces effets interviennent certainement; mais une objection générale à l'attribution de l'asymétrie à ces seuls effets réside dans leur extrême sensibilité à la valeur de paramètres mal connus, une variation assez faible de ces paramètres suffisant pour faire passer d'une asymétrie négligeable à une asymétrie énorme.

Les tentatives d'explication fondées sur le modèle en couche, telles celle de Lise Meitner et celle que je présente ici, sont tout aussi difficiles à soumettre au calcul, mais ont du moins le mérite de conduire simplement aux rapports de masse observés.

Maria Mayer [13] et Lise Meitner [14] ont constaté que les nucléons se rassemblent en un fragment

à  $82 +$  quelques neutrons et un fragment à  $50 +$  quelques neutrons, rapprochant ce fait de la stabilité particulière des noyaux à « nombres magiques » de neutrons 50 et 82. Cela interviendrait pour un nuclide à au moins 132 neutrons. Pour la fission du bismuth (126 neutrons), il ne serait possible que de former deux fragments à nombre de neutrons compris entre 50 et 82, ce qui explique la fission symétrique alors observée.

Il peut sembler cependant [9], [15] que la tendance à compléter à un nombre magique déterminé ne puisse expliquer que le rendement préférentiel d'un noyau par rapport à ceux immédiatement voisins, et non l'allure générale de la courbe des rendements; d'ailleurs on ne semble pas avoir pu encore déterminer si la structure fine de la courbe des rendements [16] est due à un mode de fission préférentiel, ou à des phénomènes suivant la fission (évaporation de neutrons par les fragments déjà séparés). On voit mal comment les couches interviendraient lors du réarrangement considérable

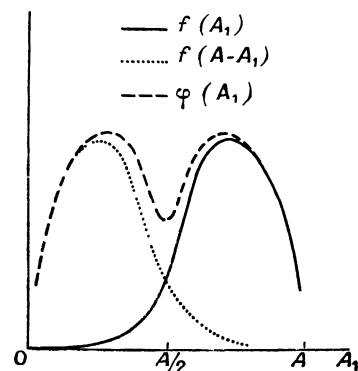


Fig. 1. — La courbe asymétrique  $f(A_1)$  suffit pour caractériser la probabilité des divers modes de fission; mais la courbe des rendements observés  $\varphi(A_1)$  est symétrique.

des nucléons constitué par la fission dans son image habituelle; la structure en couches ne peut réapparaître qu'une fois les fragments presque constitués et les nucléons réarrangés.

Dans l'image de la fission proposée ci-dessous, les deux fragments jouent des rôles très différents : l'asymétrie apparaît obligatoirement alors que la difficulté de la faire apparaître dans le modèle de la goutte tient à ce que les deux fragments jouent des rôles identiques, rien ne les distinguant durant le processus de fission. Le fragment lourd n'y subit que des changements peu importants et conserve sa structure en couches : l'objection précédente n'intervient plus.

*Remarque.* — L'expression *asymétrie* (pour désigner la différence des masses des fragments) paraît assez mal choisie, la courbe des rendements étant cependant symétrique autour de son minimum.

Notons que la symétrie de cette courbe n'implique

pas la symétrie des rôles joués par les deux fragments de fission, et résulte seulement de la constance de la somme de leurs masses.

Caractérisons le mode de fission par la masse  $A_1$  d'un des fragments, et traduisons le rendement de ce mode par une courbe  $f(A_1)$  aussi dissymétrique que l'on voudra (*fig. 1*).

La courbe observée des rendements est sensiblement (en négligeant les neutrons évaporés) :

$$\varphi(A_1) = f(A_1) + f(A - A_1)$$

qui est symétrique par rapport à  $A_1 = \frac{A}{2}$ ; il suffit que  $f$  soit développable en série entière pour que  $\varphi$  présente un point stationnaire (et non un point anguleux) pour  $\frac{A}{2}$ .

**2. Modèle de noyau utilisé.** — *Nous considérons les couches nucléaires, en première approximation, comme constituant réellement des couronnes concentriques, d'une manière analogue aux orbites de Bohr dans les atomes.*

On sait que l'on désigne par « couches » les états énergétiques successifs sur lesquels se répartissent les nucléons, révélés par la stabilité particulière des noyaux à couches complètes. Il est question ici d'attribuer aux nucléons de chaque couche un domaine d'espace déterminé (couronne).

Ce point de vue rencontre des objections bien connues : fortes interactions entre nucléons, forces d'échange, indiscernabilité des nucléons. Il y a constamment passage de nucléons d'une couronne à une autre.

Pendant les difficultés dues à l'indiscernabilité et aux forces d'échange se rencontrent aussi dans les atomes et molécules, où elles peuvent être levées (Pauling, Daudel, Lennard Jones) en introduisant les notions de *configuration la plus probable*, de *loges* [17], qui rendent plus rigoureuse la notion de couche du point de vue spatial.

Nous aborderons l'étude du point de vue théorique dans l'Appendice.

Voici les arguments expérimentaux qui me conduisent à attribuer à la signification « spatiale » des couches nucléaires plus de valeur qu'on ne le fait en général :

On sait que les rayons  $R$  des noyaux, dans l'hypothèse d'une densité  $d$  constante, sont donnés par

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \quad (r_0 = \text{const.}).$$

Cette loi n'est pas bien vérifiée. On a proposé :

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} + b \quad (r_0, b = \text{const.}), \quad (1)$$

où  $b$  s'interprète comme épaisseur de la surface nucléaire.

L'étude des sections efficaces par neutrons de longueur d'onde  $\lambda$

$$\sigma_t = 2\pi(R + \lambda)^2$$

conduit actuellement aux meilleures déterminations des rayons  $R$ . Les écarts entre les valeurs trouvées et la loi (1) sont dix fois supérieurs aux erreurs expérimentales [18].

Mais le graphique  $R(A^{\frac{1}{3}})$  se décompose en diverses droites, une pour chaque couche de protons en cours de remplissage [19].

De Li à  ${}_8\text{O}$

$$R = 2,34 A^{\frac{1}{3}} - 1,96;$$

De F à  ${}_{20}\text{Ca}$  :

$$R = 1,26 A^{\frac{1}{3}} + 0,88;$$

De Fe à  ${}_{50}\text{Sn}$  :

$$R = 0,98 A^{\frac{1}{3}} + 1,79;$$

Jusqu'à  ${}_{92}\text{U}$  :

$$R = 1,37 A^{\frac{1}{3}} - 0,25 \quad (1).$$

*La possibilité de valeurs négatives de  $b$  est en désaccord avec son interprétation comme épaisseur de la surface nucléaire.*

Au contraire, l'image des couronnes concentriques se remplissant successivement rend compte des valeurs expérimentales. Cette image suggère :

$$R^3 - r^3 = K(A - a) \quad (r, a, K = \text{const.}), \quad (2)$$

où  $r$  est le rayon du noyau saturé formé de  $a$  nucléons. On aboutit à (2) en écrivant que le volume de la couronne extérieure à ce noyau est proportionnel au nombre  $A - a$  des nucléons qui s'y trouvent. On a

De Li à O :

$$R^3 - (1,5)^3 = 4,95(A - 4);$$

De O à Ca :

$$R^3 - (3,91)^3 = 3,52(A - 16);$$

De Ca à I :

$$R^3 - (5,23)^3 = 1,84(A - 40);$$

De Sn à Pb :

$$R^3 - (6,48)^3 = 2,46(A - 119);$$

Au delà de Pb :

$$R^3 - (7,72)^3 = 3,68(A - 207);$$

Les nombres  $r$  sont les rayons des noyaux saturés O, Ca, Sn et Pb. Ces valeurs numériques ne sont évi-

(1) Les rayons sont exprimés en unité  $10^{-13}$  cm. Une erreur sur le terme  $b$  de cette dernière formule a été rectifiée ici.

demment qu'une première approximation, puis qu'on a fait seulement intervenir les « nombres magiques » de protons; les déterminations de  $R$  portent d'ailleurs sur des mélanges d'isotopes.

Les pentes  $r_0$  et  $K$  ne varient pas d'une façon arbitraire d'une couche à une autre : l'augmentation du rayon le long de chaque couche est sensiblement constante et égale à  $1,3 \cdot 10^{-13}$  cm, c'est-à-dire au rayon élémentaire nucléaire. Les nombres :

3,9	( rayon O ),
5,2	( rayon Ca ),
6,5	( rayon Sn ),
7,7	( rayon Pb ),

forment sensiblement une progression arithmétique de raison 1,2 ou 1,3 (2).

Cela conduit à se représenter chaque « couche »

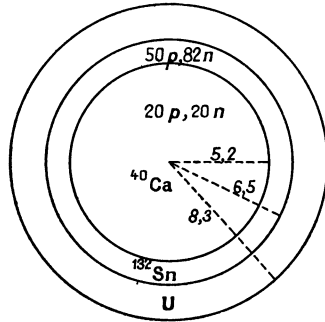


Fig. 2. — Structure en coeurs emboîtés, du noyau d'uranium (cette structure n'ayant lieu qu'une partie du temps).

comme formée d'une seule épaisseur de nucléons recouvrant un « cœur » magique. Lorsque le remplissage d'une couche aboutit à un nouveau cœur magique, une nouvelle couche commencerait à recouvrir ce cœur (3).

Un noyau lourd serait donc constitué de plusieurs coeurs magiques emboîtés les uns dans les autres : Ca, Sn, Pb (fig. 2).

Cela ne peut être évidemment qu'une grossière approximation, par suite des fortes interactions

(2) L'extrapolation de cette « loi » à la couche commençant au Pb est extrêmement imprécise, à cause du trop petit nombre de points expérimentaux dans cette région. Si l'on arrête cette couche au noyau possédant 126 protons et 184 neutrons, pour lequel la formule (1) conduit à  $R = 9,0$  et la formule (2) à  $R = 9,4$ , l'augmentation de  $R$  le long de cette couche serait encore du même ordre  $1,5 \pm 0,2$ .

(3) La distance entre nucléons le long du rayon serait donc  $1,3 \cdot 10^{-13}$  cm. Si l'on considère les nucléons d'une couche comme répartis uniformément sur la sphère de rayon  $r$ , on trouve une distance plus grande  $3 \cdot 10^{-13}$  cm entre nucléons d'une même couche. La loi  $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$  conduirait à une valeur intermédiaire  $2 \cdot 10^{-13}$  cm [20], p. 16) pour la distance moyenne entre nucléons dans le noyau.

entre nucléons, même de couches différentes (plus faibles cependant que celles entre nucléons dans le même état quantique). Mais il nous paraît plausible d'admettre une tendance à la formation de ces coeurs magiques; s'inspirant du modèle de la « structure en groupes résonnants » de Wheeler, on peut attribuer à ces coeurs une existence pendant une certaine partie du temps.

Il n'a été question ci-dessus que des noyaux à « nombre magique » de protons. Cependant un cœur « doublement magique » aura plus de chances de se former qu'un cœur « simplement magique ». Nous considérons donc le noyau d'uranium comme constitué par un cœur  $^{132}\text{Sn}$  (50 protons, 82 neutrons), ayant probablement en son intérieur le cœur  $^{40}\text{Ca}$  (20 protons, 20 neutrons), recouvert d'une membrane mince de nucléons (épaisseur moyenne un nucléon environ).

La tendance à formation d'un cœur est soumise à certaines conditions :

1° D'une part, le nuclide postulé comme cœur ne doit pas être trop loin de la zone des éléments stables. Il n'y a pas de difficulté à cet égard pour le cœur  $^{40}\text{Ca}$ , qui est un noyau stable. Au contraire, le  $^{132}\text{Sn}$  est inconnu et probablement instable dans la nature; il reste néanmoins admissible de lui supposer une certaine stabilité dans un noyau, de même que le neutron est stable dans un noyau et instable à l'extérieur. La zone des isotopes connus de l'étain est très étendue, allant de  $A = 112$  à  $A = 126$ ; on a même cru identifier les isotopes 130 et 131, avec les périodes respectives 3 jours et 5 h, soit déjà longues devant celle du neutron [21].

Yasaki et Miyatake [12] avaient déjà, en vue de l'application à la fission, fait l'hypothèse d'un cœur au centre du noyau (mais sans introduire comme ci-dessous une image simple du phénomène de fission, associant le cœur à un fragment déterminé; ils étudiaient la déformation d'une goutte liquide possédant un tel cœur). Leurs calculs conduisent à l'asymétrie; mais le cœur qu'ils postulent (27 protons, 50 neutrons) semble peu vraisemblable, car renfermant un trop grand excès de neutrons par rapport au noyau stable  $^{59}_{27}\text{Co}$ , qui possède seulement 32 neutrons pour 27 protons.

2° Le cœur  $^{132}\text{Sn}$  ne peut apparaître que dans un noyau suffisamment lourd. Dans un noyau à  $Z$  peu supérieur à 50, peut-être y a-t-il tendance à formation d'un cœur à 50 protons, mais sans que 82 neutrons y soient associés.

3° La coupure entre cœur et couronne ne doit pas introduire une discontinuité trop forte de la densité des protons et neutrons. Pratiquement cette condition revient aussi à n'autoriser l'apparition du cœur que dans un noyau suffisamment plus lourd que le cœur postulé.

Selon Feenberg [22], on a dans une goutte liquide  $A \sim 200$ , sans discontinuité :

$$\frac{\text{Densité des protons en surface}}{\text{Densité des protons au centre}} \sim 1,4,$$

$$\frac{\text{Densité des neutrons en surface}}{\text{Densité des neutrons au centre}} \sim 1,2.$$

Soient :

$n_0$  le nombre de neutrons dans le cœur;  
 $n_s$  le nombre de neutrons dans la couronne;  
 $p_0, p_s$  les quantités analogues pour les protons.

La condition à remplir est

$$\rho \equiv \frac{n_s}{n_0} : \left( \frac{p_s}{p_0} \right) \sim \frac{1,2}{1,4} \sim 0,85.$$

Le cœur  $^{132}\text{Sn}$  est admissible dans  $^{238}\text{U}$  parce que

$$\rho = 0,90,$$

ainsi que dans  $^{209}\text{Bi}$  où l'on a :

$$\rho = 0,82,$$

mais non dans l'isotope  $^{199}\text{Bi}$  qui est celui qui se fissionne (après évaporation de 10 neutrons)

$$\rho = 0,63.$$

*Remarque.* — Cette condition rend de même douteux le cœur  $^{208}\text{Pb}$  dans l'uranium, recouvert d'une couronne à 10 protons et 18 neutrons, d'où  $\rho = 1,17$ , ainsi que le cœur  $^{40}\text{Ca}$  dans un noyau d'étain ( $\rho = 1,6$  à  $1,7$ ). Mais comme il s'agit là de noyaux doublement magiques stables, et auxquels il ne manque que quelques neutrons pour satisfaire à la condition sur  $\rho$ , nous croyons néanmoins à la possibilité de formation de ces cœurs conformément à l'image générale des couronnes concentriques. Notons d'ailleurs que seul le cœur Sn est d'intérêt en vue de la fission, le cœur Pb étant recouvert, s'il existe, de trop peu de nucléons pour qu'on puisse parler de membrane continue à forte énergie de liaison entre ses nucléons, et le cœur Ca étant trop interne pour intervenir.

Il semble d'ailleurs qu'une valeur trop grande de  $\rho$  serait moins défavorable à la formation d'un cœur qu'une valeur trop faible : la valeur trop faible correspond à une accumulation de protons dans la couronne superficielle, ces protons se repoussent et, si la couronne n'éclate pas, l'effet de cette répulsion serait de renvoyer les protons en excès vers l'intérieur du noyau, d'où destruction du cœur même si celui-ci est normalement un noyau stable.

**3. Image proposée pour le phénomène de fission.** — A. Admettons, d'après ce qui précède, qu'il y ait tendance, dans le noyau, à la formation d'un cœur doublement magique, même imparfaitement stable, recouvert d'une couronne mince (membrane) de nucléons peu liée au cœur.

*Je propose d'envisager la fission comme l'arrachement de cette membrane, qui, une fois déchirée en un point, est supposée se rassembler en un fragment léger, l'énergie d'interaction de ses nucléons étant supérieure à leur énergie d'interaction avec les nucléons du cœur. La membrane abandonnera toutefois en général quelques nucléons sur le cœur, celui-ci fournissant le fragment lourd.*

Il n'est pas nécessaire, pour ce mécanisme, de postuler l'existence constante d'un cœur à surface bien définie; il suffit d'admettre, entre cœur et couronne, une zone de moindre résistance pour que le noyau mis en vibration se coupe, du moins aux faibles énergies d'excitation, suivant cette zone. La déchirure pourrait même avoir lieu spontanément si

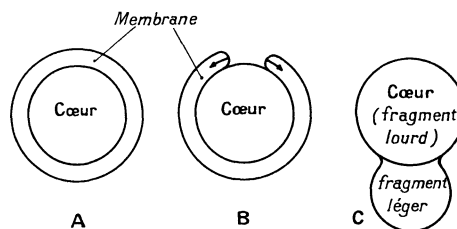


Fig. 3. — Image proposée pour la fission. A, noyau initial; B et C, déchirure et regroupement de la membrane extérieure au cœur.

quelques nucléons de la membrane s'écartent suffisamment du cœur pour ne plus être soumis, de sa part, qu'à la force de répulsion électrostatique.

Il est d'ailleurs possible que ce manque de résistance soit particulièrement sensible à l'instant où le cœur se forme, celui-ci pouvant subir alors une sorte de contraction tendant à faire un « vide » entre le cœur et la couronne le recouvrant. La fission serait favorisée à cet instant.

Il paraît actuellement bien difficile d'évaluer dans quelle mesure l'énergie d'interaction des nucléons de la couronne est supérieure à leur énergie d'interaction avec le cœur. On peut seulement remarquer que cette hypothèse n'est vraisemblable que si l'on fait appel à un cœur doublement magique; il est d'ailleurs clair que la tendance à formation d'un cœur est d'autant plus accentuée que celui-ci est magique.

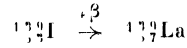
La description de la déformation subie par le noyau ne peut se faire par l'emploi d'une somme de quelques polynômes de Legendre, comme dans le modèle usuel de la goutte.

Aux énergies d'excitation élevées, il n'y a plus formation du cœur; on retombe sur la fission symétrique d'une goutte liquide homogène.

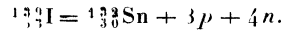
**B. RÉSULTATS.** — *Rapports de masse et de charge des deux fragments.* — Nous postulons le cœur  $^{132}_{50}\text{Sn}$ . L'abandon par la membrane de quelques nucléons sur le cœur expliquerait le maximum de la distri-

bution du fragment lourd vers  $A = 139$ . On trouve la densité en protons 0,39 pour le fragment lourd et 0,42 pour le fragment léger, en accord avec l'expérience [12].

*Longueurs de chaînes  $\beta$ .* — Considérons la fission de  $^{236}\text{U}$  par neutrons lents. L'une des fissions les plus probables :



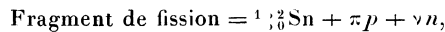
se décrirait comme l'abandon de trois protons et quatre neutrons sur le cœur :



Si deux neutrons sont évaporés, le fragment léger serait alors  $^{92}_{36}\text{Y}$ , qui doit émettre  $3\beta$  pour donner  $^{92}_{38}\text{Mo}$  (stable).

Lorsque le fragment lourd de fission est  $^{139}_{54}\text{Xe}$ , la membrane abandonnerait  $4p + 3n$ .

On voit que l'hypothèse de l'abandon de quelques nucléons sur le cœur fournit des rapports de masse et des longueurs de chaînes acceptables. Le fait que les nombres de protons et neutrons laissés par la membrane sont voisins — nombres auxquels on est conduit par l'expérience une fois posée l'hypothèse du cœur — paraît nécessaire à la validité de cette hypothèse; si le cœur n'existait pas, on pourrait toujours poser :



mais comme  $^{139}\text{Sn}$  renferme trop de neutrons par rapport aux isotopes stables, on s'attendrait pour compenser à trouver



S'il en était ainsi, cela indiquerait que l'hypothèse du cœur renferme une contradiction; mais au contraire on a  $\pi \simeq \nu$ , ce qui sans être un argument décisif est favorable à cette hypothèse.

*Condition pour la possibilité de la fission.* — Selon Bethe (fig. 4), la fission aurait lieu pour  $Z \geq 50$ , la fusion au-dessous. Cette condition empirique résulte de l'examen des énergies disponibles.

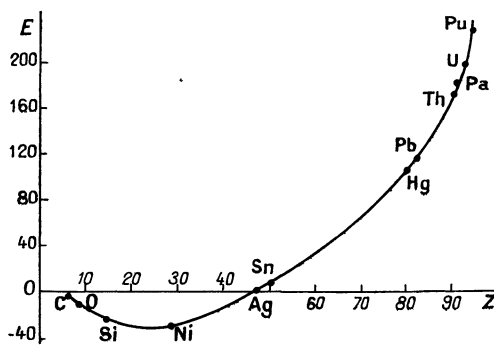


Fig. 4. — Énergie disponible  $E(\text{MeV})$  dans la fission (Bethe).

Or  $Z > 50$  est précisément la condition d'existence de la membrane dont l'arrachement constituerait la fission.

Ceci n'est d'ailleurs qu'un argument pour le cœur à 50 protons, sans qu'on lui associe les 82 neutrons sauf pour les noyaux très lourds.

Actuellement on ne peut rien conclure du fait que c'est plutôt pour  $Z = 47$  que pour  $Z = 50$  que l'énergie disponible semble s'annuler, car, d'une part les valeurs calculées ne sont probablement pas définitives, différant de parfois 20 MeV de celles plus anciennes de Bohr et Wheeler ([1], table II), et d'autre part le mode de fission envisagé (symétrique ou non) dans l'établissement de cette courbe n'est pas précisé, alors qu'il existe entre ces modes des différences de quelques mégaelectronvolts (2 MeV pour  $^{235}\text{U}$  [5]).

*Comparaison avec le modèle de M. Mayer et L. Meitner.* — Maria Mayer [13] et Lise Meitner [14] ont constaté qu'il y a rassemblement des nucléons en un fragment comprenant la couche complète 82 neutrons et un fragment comprenant 50 neutrons. Il est proposé ici de considérer le fragment lourd comme constitué par le cœur à 50 protons et 82 neutrons, le fragment léger par la couronne extérieure.

Cette conception diffère de la précédente par les points suivants :

a. Utilisation de l'image spatiale des couches, alors que M. Mayer et L. Meitner utilisent seulement la stabilité particulière des couches complètes;

b. Dans la seconde conception, le cœur est supposé préexister à la fission, alors que dans la première les 82 neutrons se rassemblent au moment où les fragments se séparent;

c. Dans le premier cas seulement, le fragment léger est associé à un nombre magique.

Dans le paragraphe 1, on a vu une objection *a priori* à la première façon de voir : il n'y aurait pas intervention de la structure en couches selon le mécanisme usuel de la fission; au contraire dans l'hypothèse du cœur la structure de celui-ci se conserverait.

L'excitation plus faible du cœur expliquerait qu'il émette moins de neutrons que le fragment léger; les neutrons émis par le fragment lourd proviendraient principalement de ceux laissés par la membrane.

A première vue, les deux façons de voir conduisent au même résultat : fragment lourd avec 82 neutrons. Mais une discussion plus fine de ces résultats semble favoriser l'hypothèse du cœur.

L'association des fragments à des nombres magiques semblerait devoir entraîner un maximum aigu de la courbe des rendements pour les noyaux à 50 et 82 neutrons, avec évaporation des neutrons restants, d'où peut-être 8 ou 10 neutrons évaporés par fission.

Or on sait que le nombre de neutrons évaporés réellement est beaucoup moindre :  $2,5 \pm 0,1$  pour  $^{235}\text{U} + n$  thermiques.

De plus, on n'observe pas de maximum aigu des rendements pour  $A = 132$ , mais au contraire une chute brusque pour cette valeur (fig. 5), alors que la baisse est plus douce du côté de  $A > 140$ .

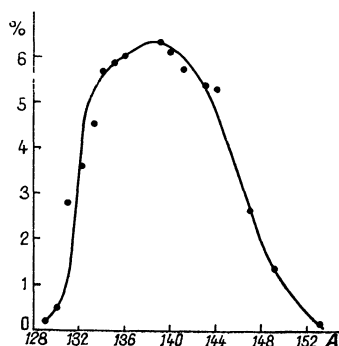


Fig. 5. — Rendements (radiochimiques) de la fission de  $^{235}\text{U}$  par neutrons thermiques [23] (\*).

Cette chute brusque est à prévoir dans l'hypothèse du cœur : si la tendance à formation de celui-ci est réelle, l'abandon par la membrane de quelques nucléons sur le cœur doit être plus probable que l'arrachement par celle-ci de quelques nucléons au cœur.

La courbe des rendements (par neutrons thermiques) pour différents nombres de masse du noyau fissionné montre les pics correspondant au fragment lourd superposés, alors que le pic léger se déplace (fig. 6), fournissant ainsi un argument *a posteriori* favorisant l'hypothèse du cœur.

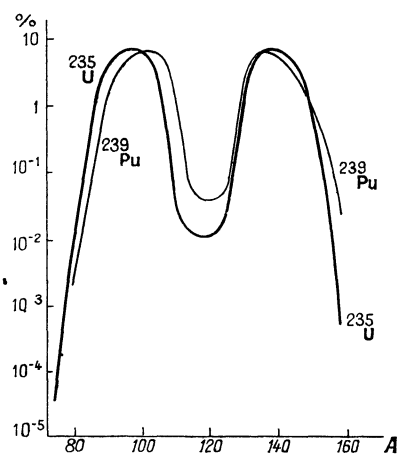


Fig. 6. — Rendements de fission par neutrons thermiques de  $^{235}\text{U}$  et  $^{239}\text{Pu}$  [23].

(\*) L'hypothèse du cœur n'interdit nullement les phénomènes de structure fine de la courbe des rendements [16], révélés par les mesures au spectrographe de masse, qui se superposent à cette baisse vers  $A = 133$  et  $134$ .

Ceci avait déjà été remarqué, ainsi que la chute brusque pour  $A = 132$ , et attribué à l'action des nombres magiques 50 et 82 [9]. Mais on n'en avait

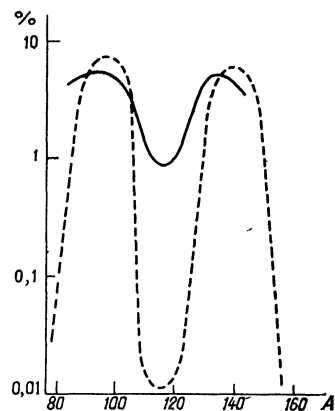


Fig. 7. — Rendements de fission de  $^{235}\text{U}$  par  $n$  thermiques (---) et  $n$  de 14 MeV (—) [24].

pas l'explication : l'hypothèse du cœur en propose une.

Au contraire, la variation de la courbe des rendements avec énergie croissante des neutrons montre la disparition du cœur dans  $^{235}\text{U}$  hautement excité. Au début le pic lourd se déplace, et finalement on tend vers la fission symétrique [9], [24].

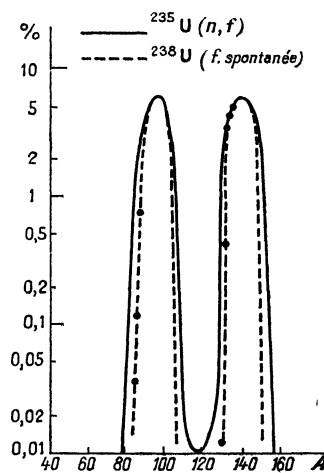


Fig. 8. — Comparaison des rendements de fission spontanée et par neutrons thermiques (d'après les résultats de Wetherill [25], en complétant par symétrie).

Dans la fission spontanée [25], il est à présumer un minimum encore plus profond si la structure en couches intervient. Mac Namara et Thode ont étudié la courbe des rendements (fig. 8) : ils considèrent qu'il y a décalage du maximum vers les grandes masses. Mais leurs résultats paraissent suggérer autant le minimum plus profond. L'étude récente



de Wetherill semble confirmer cette dernière interprétation.

*Fission du Bismuth.* — Lise Meitner [14] a montré la grande importance théorique de la fission du bismuth par neutrons : celle-ci a lieu avec un seuil de 50 MeV, et est symétrique même au voisinage du seuil. Elle est précédée de l'évaporation de 10 neutrons environ.

Cette fission n'est pas compatible avec l'hypothèse du cœur, qui entraînerait au contraire une fission très dissymétrique : fragment lourd  $A \sim 132$ , fragment léger  $A \sim 67$ . Elle s'explique, au contraire, aisément dans l'hypothèse de L. Meitner : comme on ne dispose pas de 132 neutrons, il ne peut pas y avoir formation d'un fragment à 82 + un fragment à 50 neutrons, mais seulement de deux fragments à 50 neutrons.

*Il n'y a donc pas intervention du cœur  $^{132}\text{Sn}$  dans la fission du bismuth.*

L'énergie d'excitation élevée (50 MeV) — même si elle est retombée à quelques mégaelectronvolts après évaporation des neutrons — entraîne déjà une destruction partielle de la structure en couches avant cette évaporation. Mais L. Meitner a montré que cet argument seul est insuffisant pour expliquer la fission symétrique, la fission de l'uranium par neutrons de 45 MeV montrant encore un minimum (20 pour 100 du maximum).

Comme on l'a vu dans le paragraphe 2, l'absence du cœur  $^{132}\text{Sn}$  dans le bismuth s'expliquerait *a priori*, une éventuelle coupure en surface du cœur introduisant une trop grande discontinuité de la répartition des protons et des neutrons ( $\rho \sim 0,6$  au lieu de 0,8); les protons en excès dans la membrane rentreraient à l'intérieur du cœur. Il y aurait absence du cœur dans le  $^{199}\text{Bi}$  qui est l'isotope qui se fissionne, mais probablement non dans le  $^{209}\text{Bi}$  qui est l'isotope stable (lorsque non excité).

**4. Appendice.** — LES COUCHES NUCLÉAIRES DANS LA CONCEPTION DU POTENTIEL EN OSCILLATEUR. — Nous utilisons le potentiel en oscillateur isotrope [26] parce qu'il rend compte simplement des nombres magiques [27]. Il s'introduit comme première approximation d'un potentiel nucléaire central développable en série entière :

$$V(r) = \sum a_n r^n,$$

en se limitant au premier terme dépendant de  $r$  :

$$V(r) = \frac{1}{2} k r^2 + \text{const.}$$

Nous négligerons la constante, qui n'influe pas sur les fonctions d'onde. Mais il ne faudra pas oublier que le potentiel d'oscillateur n'est qu'une approximation mathématique, aucune raison d'ordre physique n'en imposant le choix. Weisskopf fait observer

([20], p. 767) qu'un potentiel différent de celui d'oscillateur par des bords plus aigus conduirait aux mêmes nombres magiques.

La recherche des fonctions propres s'effectue en posant :

$$\psi(n, l, m) = R_{n,l}(r) Y_l^m(\theta, \varphi),$$

$Y_l^m$  harmoniques sphériques normalisés. La fonction  $f \equiv rR$  satisfait à

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} + V(r) \right] f = Ef.$$

L'on est amené à prendre pour variable

$$\rho = \frac{r}{a},$$

$$a = \sqrt{\frac{\hbar^2}{km}}, \quad \nu^{-1} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Le comportement asymptotique de  $f$  conduit à poser

$$f = e^{-\frac{\rho^2}{2}} L(\rho),$$

$L$  étant un polynome dont on détermine les coefficients par récurrence.

On trouve ainsi <sup>(6)</sup> la fonction radiale  $R_{n,l}$  correspondant à l'énergie

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) h\nu$$

et au nombre quantique orbital  $l$

$$R_{n,l} = e^{-\frac{\rho^2}{2}} \rho^l \left[ 1 - \frac{n-l-1}{2l+3} \rho^2 + \frac{1}{2!} \frac{(n-l-1)(n-l-3)}{(2l+3)(2l+5)} \rho^4 - \frac{1}{3!} \frac{(n-l-1)(n-l-3)(n-l-5)}{(2l+3)(2l+5)(2l+7)} \rho^6 + \dots \right].$$

Les polynomes  $L$  peuvent être ramenés [26] aux polynomes de Laguerre. Pour normaliser, il faut multiplier  $R_{n,l}$  par  $N_{n,l}$  :

$$N_{n,l}^2 = \frac{2^{(l+\frac{1}{2}-n)} \frac{1}{2} (l+n)!!}{\sqrt{\pi} \left( \frac{n-l-1}{2} \right)! [(2l+1)!!]^2}.$$

Pour  $n$  donné, on a dégénérescence par rapport à  $l$

$$l = n-1, \quad n-3, \quad \dots, \quad 0 \quad \text{ou} \quad 1.$$

La fonction  $l = n-1$  est particulièrement simple

$$R = e^{-\frac{\rho^2}{2}} \rho^l.$$

<sup>(6)</sup> Talmi utilise une signification différente du nombre  $n$  qui est alors le degré en  $\rho^2$  du polynome  $L : \left( \frac{n-l-1}{2} \right)$  l'énergie n'est plus  $\left( n + \frac{1}{2} \right) h\nu$ . Signalons, d'autre part, qu'un terme semble avoir été omis dans le facteur de normalisation donné par Shaffer.

La densité  $|\psi|^2$

$$|\psi|^2 \propto e^{-\rho^2 \rho^{2l}}$$

est alors maximum pour  $\rho = \sqrt{l}$ , et la densité radiale

$$\rho^2 |\psi|^2 \propto e^{-\rho^2 \rho^{2n}}$$

est maximum pour  $\rho = \sqrt{n}$ .

La partie de la couche  $E_n$  qui a le plus grand poids statistique  $2l + 1$  correspond donc à un maximum de probabilité de présence sur une sphère de rayon croissant comme  $\sqrt{n}$ .

De ce point de vue la structure en couches, au sens énergétique du mot, correspond aussi à une structure en couches, au sens géométrique de ce mot.

Mais pour les sous-couches de  $l$  différent de la valeur maximum, ce résultat ne se conserve plus. En particulier quand  $l = 0$  ( $n$  impair), le principal maximum de  $|\psi|^2$  est atteint pour  $\rho = 0$ .

On comparera ces résultats au cas des atomes hydrogénoïdes, où la sous-couche de  $l$  maximum ( $l = n - 1$ ) est décrite par :

$$R = e^{-\frac{\rho}{2} \rho^l}$$

et la densité radiale est maximum pour  $\rho = 2n$ , alors que la maximum est au centre ( $\rho = 0$ ) pour  $l = 0$ .

Les couches sont beaucoup moins séparées dans le cas des noyaux que dans celui des atomes.

L'évaluation de la densité  $d(r)$  dans le noyau n'a pas donné les minima séparant les diverses couches, que l'on aurait pu attendre par analogie avec le cas des atomes. On a calculé  $d(r)$ , négligeant les corrélations entre nucléons, par

$$d(r) = 4 \sum_{nlm} N_{nl}^2 R_{nl}^2 |Y_l^m|^2,$$

$$d(r) = \sum_{nl} \frac{2l+1}{\pi} N_{nl}^2 R_{nl}^2.$$

On a trouvé en s'arrêtant à  $n = 6$  (56 premiers états occupés, c'est-à-dire noyau à  $56 \times 4$  nucléons)

$$d(\rho) = \frac{1}{\pi} \frac{2}{\alpha \sqrt{\pi}} e^{-\rho^2} P(\rho),$$

$$P(\rho) = \frac{35}{4} + \frac{35}{2} \rho^2 - 14 \rho^4 + \frac{44}{3} \rho^6 - 4 \rho^8 + \frac{8}{15} \rho^{10}.$$

La figure 9 représente  $d(\rho)$  et  $\rho^2 d(\rho)$  : il n'y a pas séparation d'un cœur et d'une couronne superficielle par un minimum de densité.

Nous croyons que ce résultat ne prouve pas l'absence d'un cœur dans le noyau réel, mais simplement que les approximations faites ne permettent pas une discussion fine de la densité. On remarquera que la densité à l'origine croît avec  $n$ , puisque les couches  $l = 0$  ont leur maximum à l'origine : on ne retrouve pas la saturation de la densité.

Marty, Nataf et Prentki [28] ont montré que le potentiel d'oscillateur conduit aussi à des difficultés lors de la discussion quantitative des états excités des noyaux. On ne pouvait donc guère s'attendre à trouver le minimum de densité. Au contraire, le résultat : « couches de rayons proportionnels à  $\sqrt{n}$  » paraît susceptible d'être conservé approximativement pour le potentiel nucléaire réel.

J'ai essayé d'améliorer le modèle en introduisant quatre valeurs de  $k$ , correspondant aux potentiels agissant sur les protons et neutrons de chaque spin. Il est clair que pour des valeurs des quatre paramètres  $\alpha$  suffisamment différentes, on obtiendra des minima de densité dans le noyau. Mais le calcul montre qu'il

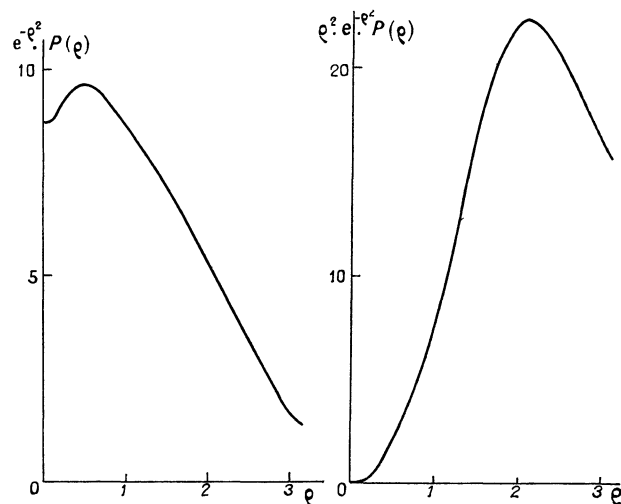


Fig. 9. — Densité des nucléons et densité radiale à l'intérieur du noyau, selon le modèle en oscillateur (sans corrélations et sans couplage spin-orbite).

faut pour cela utiliser des  $k$  trop différents pour être admissibles.

Notons qu'il n'a pas été tenu compte ici du couplage spin-orbite : les couches se terminent aux nombres de neutrons ou protons 8, 20, 40, 70 et 112, et non 8, 20, 50, 82 et 126. L'introduction de ce couplage compliquerait les calculs, et probablement vaut-il mieux d'abord rechercher un potentiel nucléaire plus élaboré que celui d'oscillateur. On a déjà tenté d'appliquer aux noyaux la méthode du champ self-consistent, et les calculs rigoureux semblent inextricables. Mais des calculs préliminaires me semblent montrer que si l'on consent à sacrifier de la rigueur on parvient à un potentiel constituant probablement une amélioration de l'oscillateur.

Signalons enfin que Flügge [29], utilisant le modèle de la goutte compressible, donc sans introduire de couches quantiques, arrive néanmoins à une sorte de « cœur » : les effets de répulsion électrostatique

entraîneraient l'existence dans la partie centrale du noyau d'une zone soumise à des efforts de tension. Ainsi des effets non quantiques peuvent favoriser la formation du « cœur ».

Manuscrit reçu le 22 mars 1954.

#### BIBLIOGRAPHIE.

- [1] BOHR N. et WHEELER J. A. — *Phys. Rev.*, 1939, **55**, 426.  
FRENKEL J. — *Phys. Rev.*, 1939, **55**, 987; *J. Phys. U.S.S.R.*, 1939, **1**, 125.
- [2] FRANKEL S. et METROPOLIS N. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 914.
- [3] JUNGEMAN J. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 285.
- [4] FOWLER J. L., JONES W. H. et PACHLER J. H. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 71.
- [5] FONG P. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 332.  
(Voir aussi l'article d'ensemble de TURNER L. A. — *Rev. Mod. Physics*, 1940, **12**, 1.
- [6] FRENKEL J. — *J. Phys. U.S.S.R.*, 1946, **10**, 533.
- [7] KRAMISH A. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 1201.
- [8] HILL D. L. et WHEELER J. A. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 1102.
- [9] FRISCH O. R. — *Progress Nuclear Physics*, Londres, 1952, **2**, 120.
- [10] DEMERS P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **235**, 1637.
- [11] SWIATECKI W. J. — *Phys. Rev.*, 1951, **83**, 179.
- [12] YASAKI T. et MIYATAKE O. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 740 et 1950, **80**, 754.
- [13] MAYER M. — *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 239.
- [14] MEITNER L. — *Nature*, 1950, **165**, 561; *Arkiv Fysik*, 1952, **4**, 383.
- [15] CURIE D. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **235**, 1286; 1953, **237**, 1401.
- [16] GLENDENIN L. E. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 337; 1951, **84**, 860.
- [17] DAUDEL R. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **235**, 886 et 1375.  
VROELANT C. — *C. R. Acad. Sc.*, 1953, **236**, 1666 et 1887.  
BRION H. et ODIOT S. — 1953, **237**, 616 et 1399.
- [18] HILDEBRAND R. H. et LEITH C. E. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 842.
- [19] CURIE D. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 941.
- [20] WEISSKOPF V. F. et BLATT J. M. — *Theoretical Nuclear Physics*, Wiley, 1952.
- [21] JOLIOU M<sup>me</sup> I. — *Les radioéléments naturels*, Hermann, Paris, 1946, p. 189.
- [22] FEENBERG E. — *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 593.
- [23] Plutonium Project. *Rev. Mod. Physics*, 1946, **18**, 513.  
CORYELL C. D. et SUGARMAN N. — *The fission products*, Mc Graw Hill, 1951, **3**, 2000.
- [24] SPENCE S. R. W. — *Proceedings Brookhaven*, 1949, BNL-C-9.
- [25] MAC NAMARA J. et THODE H. G. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 471.  
WETHERILL G. W. — *Phys. Rev.*, 1953, **92**, 907.
- [26] BETHE H. A. et BACHER R. F. — *Rev. Mod. Physics*, 1936, **8**, 172.  
SHAFFER W. H. — *Rev. Mod. Physics*, 1944, **16**, 245.  
TALMI I. — *Helv. Phys. Acta*, 1951, **25**, 185.
- [27] GÖPPERT-MAYER M. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 990.  
HAXEL O., JENSEN J. H. D. et SUESS H. E. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1766.
- [28] MARTY C., NATAF R. et PRENTKI J. — *J. Physique Rad.*, 1954, **15**, 141.
- [29] FLÜGGE S. et WOESTE K. — *Z. Physik*, 1952, **132**, 384.