



HAL
open science

Calcul général de la relation parcours-énergie des particules dans les émulsions ou un milieu ralentisseur quelconque. Application numérique à l'émulsion Ilford C2

Léopold Vigneron

► **To cite this version:**

Léopold Vigneron. Calcul général de la relation parcours-énergie des particules dans les émulsions ou un milieu ralentisseur quelconque. Application numérique à l'émulsion Ilford C2. *Journal de Physique et le Radium*, 1953, 14 (3), pp.145-159. 10.1051/jphysrad:01953001403014500 . jpa-00234709

HAL Id: jpa-00234709

<https://hal.science/jpa-00234709>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**CALCUL GÉNÉRAL DE LA RELATION PARCOURS-ÉNERGIE DES PARTICULES
DANS LES ÉMULSIONS OU UN MILIEU RALENTISSEUR QUELCONQUE.
APPLICATION NUMÉRIQUE A L'ÉMULSION ILFORD C₂**

Par LÉOPOLD VIGNERON,

Laboratoire de Chimie Nucléaire du Collège de France, Paris.

Sommaire. — Seule une formule à bases théoriques permet d'extrapoler la relation parcours-énergie au delà du domaine des déterminations expérimentales; des calculs antérieurs de l'auteur [3], [4], [6] sont ici repris et améliorés.

Pour $E < 1$ MeV, les mesures empiriques de Warshaw permettent d'obtenir la perte d'énergie. Pour des énergies supérieures, il est démontré qu'elle s'exprime théoriquement en fonction de deux paramètres α et α_1 , constants pour $E > 13$ MeV et dont la variation est calculable pour $13 \text{ MeV} > E > 1$ MeV. Des tables de fonctions auxiliaires sont calculées.

$R = f(E)$, pour un milieu ralentisseur quelconque s'obtient alors par intégration, trois points expérimentaux $R - E$ suffisent pour fournir les constantes nécessaires au calcul.

Une table $R = f(E)$ est calculée depuis $E = 0,1$ MeV jusque $E = 220$ MeV, dans le cas : émulsion Ilford C₂, protons. Des formules de transformation simples permettent de passer au cas des autres particules.

L'accord avec l'expérience est parfait.

1. Notations et constantes physiques utilisées au cours de l'article :

E , énergie cinétique de la particule rapide;

M , masse au repos de la particule rapide;

v , vitesse de la particule rapide;

c , vitesse de la lumière;

β , rapport $\frac{v}{c}$;

z , nombre de charges portées par la particule rapide;

e , charge u. e. s. de l'électron = $4,80217 \cdot 10^{-10}$ [14];

m , masse au repos de l'électron;

$\frac{M(\text{proton})}{m(\text{electron})} = 1836,093$ [14];

$mc^2 = 0,5109669$ MeV; $Mc^2(\text{proton}) = 938,187$ MeV [14];

$1 \text{ MeV} = 1,601844 \cdot 10^{-6}$ erg [14];

Nombre d'Avogadro, échelle chimique

$$\alpha = 6,02407 \cdot 10^{23} \text{ [14]},$$

On peut, dans l'émulsion ou tout autre mélange, considérer séparément les différents éléments chimiques.

On notera :

i , nom d'une espèce chimique;

Z_i , numéro atomique des atomes i ;

a_i , masse atomique (échelle chimique),

m_i , masse, en grammes, de l'élément i dans un centimètre cube de matière;

$n_i = \frac{m_i}{a_i}$, nombre d'atomes-grammes i dans un centimètre cube de matière,

$N_i = \alpha n_i$, nombre d'atomes individuels i dans un centimètre cube;

$n = \sum n_i$, nombre total d'atomes-grammes des divers éléments dans 1 cm^3 ;

$N = \sum N_i = \alpha n$, nombre total d'atomes des divers éléments dans 1 cm^3 ;

$N_i Z_i$, nombre total d'électrons des atomes i dans un centimètre cube;

$n_i Z_i$, nombre d'« électrons-grammes » des électrons des atomes i dans 1 cm^3 ;

$Z = \frac{\sum N_i Z_i}{N} = \frac{\sum n_i z_i}{n}$ = « Z moyen » de l'émulsion;

$NZ = \sum N_i Z_i$, nombre total des électrons, pour tous les éléments, dans 1 cm^3 de matière;

$nZ = \sum n_i Z_i$, nombre total d'« électrons-grammes », pour tous les éléments, dans 1 cm^3 de matière.

Les électrons des divers constituants de l'émulsion peuvent être classés en différentes catégories suivant l'atome chimique et la place dans cet atome (par exemple, une des catégories contiendra tous les électrons L_2 de tous les atomes de brome). On notera

1, 2, 3, , numéro des catégories;
A, B, C, , nombres vrais des électrons, dans chaque catégorie, par centimètre cube;

A', B', C', , nombres « efficaces » des électrons, dans chaque catégorie, par centimètre cube;

a, b, c, , nombres vrais, exprimés en « électrons-grammes » par centimètre cube, pour les catégories 1, 2, 3, ...;

$a, b', c,$, nombres « efficaces » correspondants, en « electrons-grammes » par centimetre cube, pour les categories 1, 2, 3, ,
 $I_1, I_2, I_3,$, potentiels d'ionisation moyens pour les categories 1, 2, 3, ,
 $\alpha, \beta, \gamma,$, logarithmes decimaux de $I_1, I_2, I_3,$ (les potentiels étant exprimes en electrons-volts)

Les numeros des categories sont supposes, ce qui n'est pas restrictif, choisis de telle façon que

$$I_1 > I_2 > I_3 >$$

ce qui entraîne

$$\alpha > \beta > \gamma >$$

2 Rappel de nos calculs précédents [3], [4], [6], intérêt d'un nouveau calcul

2 1. RESULTATS EMPIRIQUES ET PREMIER CALCUL DANS L'EMULSION, POUR LES ENERGIES BASSES ET MOYENNES — Différents auteurs [1], [8], [9], [10], [11], [13], [29], [30], [31], ont mesure experimentalement le parcours pour différentes energies connues d'une particule et, entre les points experimentaux $R-E$ ainsi obtenus, ils ont interpolé graphiquement une courbe parcours-energie $R = R(E)$

Pour qu'une telle interpolation empirique soit précise, de tres nombreux points experimentaux sont necessaires, il n'est pas legitime d'extrapoler hors du domaine d'energie ou ils sont situes

On a constate empiriquement, sans que cela soit justifie theoriquement, dans l'air [12], dans l'emulsion [13], et cela est sans doute valable dans un milieu quelconque, que la relation parcours-energie est approximativement de la forme

$$R = k E^h \tag{1}$$

En fait, k et h varient lentement avec l'energie (on le constatera par exemple, plus loin, sur la figure 2), la formule (1) ne permet d'interpoler avec précision que si les points experimentaux $R-E$ ne sont pas trop espacés, elle ne permet pas d'extrapoler bien loin hors du domaine ou ils se trouvent

Dans un premier travail, en collaboration avec M. Bogaardt [3], [4], j'ai montre qu'il est bien preferable d'employer une formule ayant des bases theoriques. Cela presente les avantages suivants

1° *Interpolations meilleures* — La forme de la courbe etant mieux representee, on peut « enjamber » des intervalles plus grands entre les points experimentaux dont le nombre peut être fortement reduit.

2° *Possibilite d'extrapoler valablement*

3° *En traitant le probleme directement dans le ralentisseur considere, on a plus de precision* que si on passe par l'intermediaire inutile de la relation $R=f(E)$ dans l'air, comme d'autres auteurs [15], [16] l'ont fait

4° *On peut se borner a faire le calcul dans le cas*

des protons en remarquant que a vitesses egales de deux particules, pour une même epaisseur de matiere traversee, les pertes d'energie sont proportionnelles aux carres des charges [18] Voici les formules de transformation [4]

$$R(1,9985 L)_{\text{electrons}} = 1,9985 R(E)_{\text{protons}}, \tag{2}$$

$$R(2,9827 E)_{\text{electrons}} = 2,9827 R(E)_{\text{protons}} \tag{2 bis}$$

$$R(3,971 E)_{\alpha} = 0,9928 R(E)_{\text{protons}} + \text{const} \tag{2 ter}$$

La formule (2 ter) ne convient plus pour $E_{\alpha} < 3$ MeV. La particule α capture et perd alternativement un electron, sa charge moyenne, inferieure à 2, est mal connue. Il faut alors etabliir empiriquement la relation parcours-energie des α qui ne peut plus être deduite de celle des protons. Incidemment, nous avons déjà signale [4], [5], une anomalie encore inexplicuee dans la forme des courbes, de nouvelles experiences seraient souhaitables, pour les energies α inferieures a 3 MeV (parcours α inferieurs a 10 μ)

La formule (2 ter) convient pour $E_{\alpha} > 3$ MeV, la charge de la particule α reste alors egale a 2. Possedant la relation parcours-energie des protons, un seul point experimental $E_{\alpha} - R_{\alpha}$ suffit, en principe a fixer le terme constant de la formule (2 ter) Dans l'emulsion Ilford C₂, avec M. Bogaardt [4], nous avons constate que ce terme est voisin de + 0,4 μ . Quand les parcours dépassent une centaine de microns, il peut être neglige.

Nous avons recemment constate [7] que la courbe calculee dans notre premier travail [4] s'est trouvee confirmee par des points experimentaux posterieurement determines, dans la zone $E < 0,6$ MeV [19] et dans la zone $8 \text{ MeV} > E > 5 \text{ MeV}$ [10], [11].

Il est legitime d'admettre que les contributions au ralentissement des differents constituants de l'emulsion sont additives, $p_i(E)$ etant une fonction caracteristique de l'element chimique i , pour un ralentisseur quelconque, on a

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_i = \sum_i \left(-\frac{dE}{dx}\right)_i = \sum_i N_i p_i(E) = f(E) \tag{3}$$

Bogaardt et moi avons utilise les potentiels de Mano pour les introduire dans la formule de Bethe [18]

$$p_i(E) = \frac{4\pi e^4 z^2 Z_i}{mv^2} [\text{Log } mv^2 - \text{Log } I_i - C_K(i)] \tag{3}$$

Mano [17] a determine ses potentiels avec des rayons α d'energie comprise entre 2 et 8,8 MeV, ce qui, pour des protons, correspond a

$$0,5 \text{ MeV} < E < 2,5 \text{ MeV}$$

Il suppose que tous les electrons participent au ralentissement, ce qui n'est pas tout a fait correct, puisque, dans cette region, la particule est plus lente que les electrons K et L de l'argent et du brome. Il commet donc une erreur difficile a chiffrer

sur I_i , cette erreur « compensant l'erreur sur la formule »

Il est tout a fait normal que cette compensation se retrouve dans le calcul sur l'emulsion en fait, notre calcul restait correct [4], [6] jusque 8 MeV, au dela de la zone des experiences de Mano En allant bien au delà, *tandis que les potentiels resteraient erronees, la formule devenant de plus en plus exacte, la compensation ne jouerait plus*

On pourrait alors penser a utiliser des potentiels d'ionisation obtenus a l'aide d'experiences de ralentissement effectuees dans la zone des grandes energies [29]. Malheureusement (*voir plus loin § 7 5*), ces valeurs ne semblent pas, ce qui serait normal, preferables a celles de Mano

2 2 CALCUL, DANS L'EMULSION, POUR LES GRANDES ENERGIES. — *Oblige ainsi de renoncer aux potentiels I_i , j'ai, dans un deuxieme calcul [6], montre qu'aux grandes energies — $\frac{dE^2}{dx}$ s'exprime en fonction de deux parametres constants α et β*

La table publiee [6] diverge tres legerement, pour $5 \text{ MeV} < E < 10 \text{ MeV}$ des resultats experimentaux publies ulterieurement [10], [11], elle reste correcte au dela de 10 MeV

2 3 CALCUL GENERAL PROPOSE — *Je me propose ici d'etendre ce calcul vers les basses energies en calculant les corrections [$\alpha - \alpha_s$], [($\alpha\beta$) — ($\alpha\beta_s$)] qu'il convient d'apporter au parametre α et au produit $\alpha\beta$ quand l'energie n'est pas suffisamment elevee et que j'avais negligees dans mon deuxieme calcul*

Neanmoins, on verra plus loin que le calcul de ces corrections repose sur des theories approchees et que l'imprecision sur les corrections croît avec celles-ci Je ne pense donc pas qu'il y ait lieu de determiner — $\frac{dE^2}{dx}$ par le calcul au-dessous de 1 MeV

Je reproduis (*voir plus loin, table V*) les $p_i(E)$ calcules avec Bogaardt [4], pour $E < 0,45 \text{ MeV}$, d'apres les resultats d'experimentateurs [20], [21], [18] Connaissant la composition du ralentisseur, la formule (3) donne alors — $\frac{dE}{dx}$, d'ou

$$-\frac{dE'}{dx} = -2E \frac{dE}{dx}.$$

Il reste un « trou » entre la partie empirique ($E < 0,45 \text{ MeV}$) et la partie calculee ($E > 1 \text{ MeV}$) de la fonction — $\frac{dE'}{dx}$. On verra plus loin qu'elle s'ecarte peu d'une fonction lineaire en $\log E^2$ en traçant son graphique sur papier semi-logarithmique, il n'y a pratiquement qu'une façon de franchir le « trou » par un « pont » au moyen d'une interpolation graphique. On sera ainsi en possession de la fonction — $\frac{dE^2}{dx}$ quelle que soit l'energie.

En principe, α_s est connu, puisqu'il ne dépend

que de la composition chimique de l'emulsion [6]. Neanmoins, il sera empiriquement ajuste, pour deux raisons

a On verra au paragraphe 7 4, qu'il semble bien que le fabricant ne donne pas avec toute la precision souhaitable la composition de l'emulsion Ilford C₂,

b Les corrections calculees plus loin sur α_s et ($\alpha\beta$)_s n'etant qu'approchees, ajuster le parametre α_s , et peut-être le fausser ainsi tres legerement, peut compenser l'imprecision sur les corrections et conduire a un meilleur accord des calculs et de l'experience

Le deuxieme parametre β_s est lie aux potentiels d'ionisation, par l'intermediaire d'une quantite que j'ai definie comme le potentiel moyen d'ionisation pour l'ensemble de l'emulsion [6]. Mais, puisqu'il y a lieu de renoncer aux potentiels I_i , le parametre β_s , ou le produit ($\alpha\beta$)_s doit être ajuste par des experiences R-E portant sur l'emulsion.

Compte tenu de la constante d'integration qui s'introduit dans les calculs et des deux parametres a ajuster, *il suffit maintenant, en principe, de trois points experimentaux R-E determinés avec soin dans un ralentisseur pour avoir toute la courbe parcours-energie*

Il y aurait lieu de choisir ces points espaces, l'un aux environs de 1 MeV, l'autre a energie aussi elevee que possible, le troisieme pour une energie qui pourrait être la moyenne geometrique des deux premieres. Deux ou trois points de contrôle ne seraient pas inutiles.

Il est absolument sans objet de determiner des dizaines de points experimentaux R-E, comme cela a ete fait dans le cas de l'emulsion Ilford C₂ *Dans le cas d'un nouveau ralentisseur, l'effort experimental, le temps mort pour faire ces experiences, peuvent désormais être épargnés d'une façon considerable*

3 Théorie simplifiée du ralentissement aux grandes energies et aux energies moyennes

On peut considerer que les contributions au ralentissement sont additives et ne sont pas perturbees par l'existence des liaisons chimiques entre les atomes

3 1 FORMULES DU RALENTISSEMENT AUX GRANDES ENERGIES — Quand une particule rapide traverse la matiere, un electron, qui se trouvait primitivement sur une orbite stable peut, soit être excite sans quitter l'atome d'origine et passer sur un niveau quantifie de l'atome (la transition n'est possible que si le nombre quantique l varie de ± 1 et si l'etat final est libre au sens du principe d'exclusion de Pauli), soit être projete hors de l'atome avec une vitesse initiale non nulle (dans ce cas, l'energie empruntée a la particule n'est pas quantifiee)

Pour chacune des catégories d'électrons, 1, 2, 3, ..., on peut définir un potentiel moyen d'ionisation. La contribution au ralentissement de l'ensemble des électrons de la catégorie 1 est donnée par une formule analogue à la formule relativiste de Bethe [18]

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_1 = \frac{4\pi e^4 z^2}{mv^2} A \times [\text{Log } 2mv^2 - \text{Log } I_1 - \text{Log}(1-\beta^2) - \beta^2] \quad (6)$$

Chaque atome i contient

$$2 \text{ électrons } K_i + 2 \text{ électrons } L_{1i} + 6 \text{ électrons } L_{2i} + \dots$$

au total Z_i électrons. Définissons le potentiel moyen d'ionisation I_i d'un atome i par l'équation

$$2 \text{ Log } I_{K_i} + 2 \text{ Log } I_{L_{1i}} + 6 \text{ Log } I_{L_{2i}} + \dots = (2 + 2 + 6 + \dots) \text{ Log } I_i = Z_i \text{ Log } I_i \quad (7)$$

Sommons les contributions partielles des couches électroniques appartenant aux atomes i ; la contribution de l'ensemble des atomes i au ralentissement s'écrit

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_i = \frac{4\pi e^4 z^2}{mv^2} N_i Z_i \times [\text{Log } 2mv^2 - \text{Log } I_i - \text{Log}(1-\beta^2) - \beta^2] \quad (8)$$

Définissons, pour l'ensemble de l'émulsion, un potentiel moyen d'ionisation I , par une des deux formules suivantes, dont l'identité est facile à vérifier :

$$A \text{ Log } I_1 + B \text{ Log } I_2 + C \text{ Log } I_3 + \dots = (A + B + C + \dots) \text{ Log } I, \quad (9)$$

$$\sum_i (N_i Z_i \text{ Log } I_i) = \left(\sum_i N_i Z_i\right) \text{ Log } I = NZ \text{ Log } I \quad (10)$$

Partant, soit des contributions classées par couches électroniques, soit des contributions déjà sommées par élément, le ralentissement total dans l'émulsion est donné par une des deux formules équivalentes suivantes :

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4 z^2}{mv^2} (A + B + C + \dots) \times [\text{Log } 2mv^2 - \text{Log } I - \text{Log}(1-\beta^2) - \beta^2], \quad (11)$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4 z^2}{mv^2} NZ \times [\text{Log } 2mv^2 - \text{Log } I - \text{Log}(1-\beta^2) - \beta^2] \quad (12)$$

Il y a identité de formulation entre la formule (12) qui exprime le ralentissement par un mélange quasi-homogène, tel que l'émulsion, ou un composé chimique, et la formule (8) qui s'applique à un élément pur. Cela n'indique pas que l'émulsion soit, au point de vue du ralentissement, identique à un des corps simples existants. Nous verrons ainsi au paragraphe 7.1 que, pour l'émulsion Ilford C₂, on aboutit à

$$Z_{\text{moy}} = 13,26 \quad \text{et} \quad I_{\text{moy}} \sim 330 \text{ eV},$$

tandis que Mano [17] indique, pour Al ($Z = 13$), $I \sim 155$ eV, et pour Si ($Z = 14$), $I \sim 165$ eV.

3.2. CAS DES ÉNERGIES MOYENNES. — Négligeant les corrections relativistes, la formule (6) n'assigne une valeur positive à la contribution des électrons de la catégorie 1 que si $2mv^2$ est supérieur à I_1 , c'est-à-dire si $E = \frac{1}{2}Mv^2$ est supérieur à $\frac{4mI_1}{M}$.

Une contribution négative est absurde.

En première approximation, nous supposons donc ce qui suit :

1° La formule (6) représente correctement le ralentissement tant que l'énergie des protons est supérieure au seuil

$$E_{P_1} = \frac{M}{4m} I_1 = 459 I_1. \quad (13)$$

2° Les électrons de la catégorie 1 « cessent brusquement de participer au ralentissement » si l'énergie de la particule qui traverse la matière tombe au-dessous de E_{P_1} .

Par exemple, si $E_{P_2} > E > E_{P_3}$, les électrons des catégories 1 et 2 ne participent plus au ralentissement, tandis que toutes les autres catégories continuent à y participer. Il faut donc remplacer A et B par zéro dans les formules du paragraphe précédent.

On peut définir, pour l'ensemble de l'émulsion, un potentiel moyen I' , relatif aux catégories qui restent en jeu, en faisant $A = 0$, $B = 0$ dans la formule (9). On a

$$C \text{ Log } I_3 + D \text{ Log } I_4 + \dots = (C + D + \dots) \text{ Log } I'. \quad (14)$$

Pour la contribution totale de l'émulsion, la formule (11) doit être remplacée par

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4 z^2}{mv^2} (C + D + \dots) \times [\text{Log } 2mv^2 - \text{Log } I' - \text{Log}(1-\beta^2) - \beta^2] \quad (15)$$

N. B. — Bien que nous ne nous en servions pas ultérieurement, signalons que l'additivité des contributions classées par élément est toujours vérifiée. Il y aurait lieu de remplacer Z_i par $Z'_i < Z_i$ et I'_i par $I'_i \neq I_i$, pour les éléments dont certaines couches électroniques ne participent plus au ralentissement.

4. Calcul par intégration de la relation parcours-énergie dans le cas de la théorie simplifiée du ralentissement.

4.1. INTRODUCTION DE FONCTIONS AUXILIAIRES $\varepsilon(E^2)$, $\varepsilon'(E^2)$, $\psi(E^2)$. — Rappelons que

$$\text{Log } y = 2,302585 \log y,$$

rappelons aussi l'expression relativiste de l'énergie cinétique

$$E = Mc^2 \left[(1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right]. \quad (16)$$

Les formules (17), (18), (19) définissent des fonctions de E , qui seront utiles dans le calcul ultérieur

$$\varepsilon = \frac{2E}{Mv^2} - 1, \tag{17}$$

$$\varepsilon = \log_{10}[(1 + \varepsilon)(1 - \beta^2)] + \frac{\beta^2}{2,302585}, \tag{18}$$

$$\psi = (1 + \varepsilon)(\log_{10} E - \varepsilon') \tag{19}$$

A l'aide de ces formules, dans le cas ou la particule rapide est un proton, j'ai calculé et je donne plus loin dans la table I, les valeurs numériques des fonctions ε , ε' , φ .

On peut remarquer que, jusqu'à 10 MeV, dans le cas des protons, on pourrait se contenter des approximations suivantes :

$$\varepsilon = 1,600 \cdot 10^{-3} E \text{ (en MeV)}, \tag{20}$$

$$\varepsilon' = 6,850 \cdot 10^{-4} E \text{ (en MeV)}. \tag{21}$$

On peut aussi indiquer que, la particule étant ou non un proton, voici les développements en série de ε et ε'

$$\varepsilon = \frac{3}{4}\beta^2 + \frac{5}{8}\beta^4 + \frac{35}{64}\beta^6 + \frac{63}{128}\beta^8 + \dots, \tag{22}$$

$$\varepsilon = 0,43429 \left[\frac{3}{4}\beta^2 - \frac{5}{32}\beta^4 - \frac{11}{96}\beta^6 - \frac{35}{1024}\beta^8 + \dots \right]. \tag{23}$$

4.2. INTRODUCTION DE NOTATIONS ABRÉGÉES. —

Pour aérer le calcul, nous noterons a et b les paramètres suivants :

$$a = 2,302585 \left(\frac{4\pi e^4 z^2}{m} \right) (A + B + C + D + \dots), \tag{24}$$

$$b = -\log_{10} \left(\frac{M}{4m} \right) - \log_{10} I. \tag{25}$$

En vue d'applications numériques, il est commode d'utiliser le système pratique suivant :

Énergie de la particule, en mégaelectrons-volts; potentiels d'ionisation, en électrons-volts; distances, en microns; logarithmes décimaux; nombres a , b , c , ... en électrons-grammes au lieu de A , B , C , ... nombres vrais des électrons des catégories 1, 2, 3, ...

Dans ces conditions, et la particule rapide étant supposée être un proton, il vient

$$a_{\text{prat}} = 6,6331 \cdot 10^{-2} (a + b + c + d + \dots), \tag{26}$$

$$b_{\text{prat}} = 3,33817 - \log I, \tag{27}$$

$$(ab)_{\text{prat}} = 6,6331 \cdot 10^{-2} \left[a(3,33817 - a) + b(3,33817 - \beta) + c(3,33817 - \gamma) + \dots \right] \tag{28}$$

4.3. TRANSFORMATION ET INTÉGRATION DE L'ÉQUATION (11). —

Compte tenu des notations abrégées introduites aux paragraphes 4.1 et 4.2, il est facile de vérifier que l'équation (11) est équivalente à l'une ou l'autre des équations suivantes :

$$-\frac{dE^2}{dx} = a(1 + \varepsilon)(\log_{10} E + b - \varepsilon) = g(E'), \tag{29}$$

$$-\frac{dE^2}{dx} = a\psi(E') + ab(1 + \varepsilon) = g(E^2). \tag{30}$$

Une intégration donne alors le parcours en fonction de E^2

$$R(E') = R(E_0^2) + \int_{E_0^2}^{E^2} \frac{1}{g(E')} dE^2. \tag{31}$$

4.4. CAS DES ÉNERGIES MOYENNES. — Quand on se trouve dans la zone des énergies moyennes, certaines catégories d'électrons, dans l'approximation admise au paragraphe 3.2, ne participent pas au ralentissement.

Les formules (29), (30), (31) restent alors valables, à condition de remplacer par zéro, dans les formules (9), (26), (27), (28), les nombres a , b , ... des électrons des catégories qui ne participent plus au ralentissement.

On voit ainsi qu'aux grandes énergies, les paramètres a , b et leur produit (ab) restent constants; l'énergie décroissant, chaque fois qu'on franchit un seuil, a diminue et b augmente et ces paramètres gardent une valeur fixe jusqu'à ce que, l'énergie décroissant encore, un nouveau seuil soit rencontré.

Par exemple, si l'énergie est comprise entre E_{P_1} et E_{P_2} , les catégories 1 et 2 se trouvant exclues du ralentissement, en se reportant aux formules (26) et (28), on voit que

$$a_{\infty} - a = 6,6331 \cdot 10^{-2} (a + b) \tag{32}$$

$$(ab)_{\infty} - (ab) = 6,6331 \cdot 10^{-2} \times [a(3,33817 - a) + b(3,33817 - \beta)]. \tag{33}$$

4.5. ALLURE DE LA FONCTION $\frac{dE^2}{dx}$. — Sur la

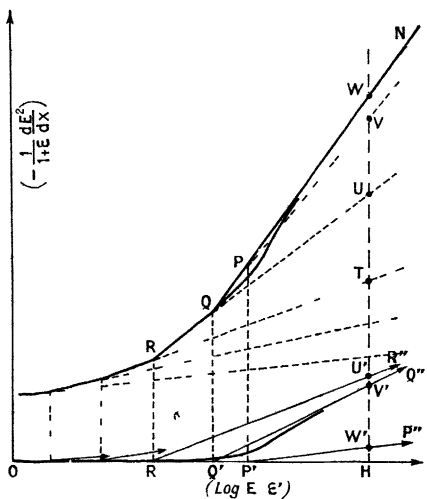


Fig. 1.

figure 1, j'ai schématiquement porté la fonction $-\frac{1}{1 + \varepsilon} \frac{dE^2}{dx}$ en fonction de $(\log E - \varepsilon')$.

La contribution des électrons K de l'ode est figurée par le segment OP' (contribution nulle

au-dessous du seuil), puis par le segment P'P', OQ'Q'', OR'R'' figurent les contributions des électrons Ag_k et Br_k.

L'additivité des différentes contributions s'exprime, sur la figure 1, par les égalités

$$\Gamma U = HU, \quad UV = HV, \quad VW = HW \quad (34)$$

Le graphique relatif à l'ensemble de l'émulsion est formé d'une suite de segments de droites RQ, QP, PN, ... ; sur chacun d'eux, α et β gardent des valeurs fixes. Le segment PN peut être prolongé indéfiniment du côté des grandes énergies, puisque toutes les catégories d'électrons participent alors au ralentissement.

5. Améliorations à la théorie du ralentissement

5.1. INTRODUCTION DES NOMBRES EFFICACES D'ÉLECTRONS — Pour chaque transition, à partir d'un niveau, on définit une force d'oscillateur f suivant l'état ou aboutit l'électron ($f =$ différence d'énergie \times probabilité de transition). À chaque couche électronique correspond un facteur $F =$ somme des f relatifs aux transitions partant de ce niveau.

Dans la théorie du ralentissement, un électron doit être compte pour $\frac{1+F}{2}$ [22]

Il s'ensuit que A, B, C, \dots étant les nombres vrais des électrons des catégories 1, 2, 3, ..., a, b, c, \dots , les nombres correspondants en électrons-grammes, il faut, dans les équations des paragraphes précédents, leur substituer des nombres efficaces A', B', C', \dots et a', b', c', \dots .

Étant donné que, pour un atome, la somme des Γ relatifs à ses différents électrons est égale à Z , on voit que

$$\left. \begin{aligned} A' + B' + C' + \dots &= \Sigma(N_i Z_i) = A + B + C + \dots \\ \text{ou} \\ a' + b' + c' + \dots &= \Sigma(N_i Z_i) = a + b + c + \dots \end{aligned} \right\} (35)$$

On pourrait donc se dispenser d'introduire les nombres efficaces quand toutes les catégories d'électrons participent au ralentissement (grandes énergies).

Mais aux énergies intermédiaires, certaines catégories étant exclues du ralentissement, on ne peut pas se passer d'introduire les nombres efficaces a', b', c', \dots dans les formules (32) et (33) qui donnent la variation des paramètres α et β .

5.2. VARIATION DE LA CONTRIBUTION DES ÉLECTRONS K EN FONCTION DE L'ÉNERGIE — Bethe [18] a traité ce problème, son calcul a été repris et amélioré par Brown [24] et Walske [23]. Brown a été obligé de conserver encore deux simplifications théoriques : emploi d'un modèle simplifié de l'atome, abandon des corrections relativistes.

On peut toujours écrire, d'après Bethe, [18]

$$\left(-\frac{dE^2}{dx}\right)_{\text{vraie}} = 4\pi e^2 z^2 \frac{M}{m} \sqrt{B_K(E)} \quad (36)$$

Brown [24] explicite comme suit la fonction $B_K(E)$

$$B_K(E) = p \text{Log} E + q - C_K \left(\frac{1}{E}\right) \quad (37)$$

Posons

$$-\frac{q}{p} = \text{Log} \frac{M}{4m} I_K = \text{Log} 4,75 I_K = \text{Log} I_p \quad (38)$$

et négligeons le terme C_K , nous obtenons

$$\left(-\frac{dE^2}{dx}\right)_{\text{app}} = 4\pi e^2 z^2 \frac{M}{m} \Lambda p \left(\text{Log} E - \text{Log} \frac{M}{4m} I_K\right) \quad (39)$$

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{pl}} = \frac{4\pi e^2 z^2}{m v^2} N p (\text{Log} 2 m v^2 - \text{Log} I_K) \quad (40)$$

Nous retrouvons la formule (6), aux termes relativistes près.

Voici le sens des coefficients p et q de Brown : p est le nombre efficace pour les deux électrons de la couche K (pour chacun d'eux, la force d'oscillateur est donc $p - 1$), la formule (38), à partir de $\frac{p}{q}$, nous donne la valeur numérique du potentiel d'ionisation I_K des électrons de la couche K , d'où le seuil E_p de « commencement d'efficacité au ralentissement ». J'utiliserai plus loin, tirés du travail de Brown les deux renseignements suivants : nombres efficaces d'électrons, potentiels (ou seuils). Ils permettent de fixer l'origine et la pente de la demi-droite représentant dans la figure 1 la contribution des électrons K d'un élément donné.

La fonction $C_K \left(\frac{1}{E}\right)$ est une correction correspondant à la différence entre la théorie approchée [form. (39) et (40)] et la réalité.

On a

$$\left(-\frac{dE^2}{dx}\right)_{\text{app}} - \left(-\frac{dE^2}{dx}\right)_{\text{vraie}} = 4\pi e^2 z^2 \frac{M}{m} N C_K \left(\frac{1}{E}\right). \quad (41)$$

Bethe [18], puis Brown [24] ont étudié la fonction $B(E)$ et la correction $C \left(\frac{1}{E}\right)$ dans le cas de la couche K .

L'introduction de la correction $C \left(\frac{1}{E}\right)$ signifie que la contribution au ralentissement des électrons K de l'argent n'est pas figurée, comme on l'a provisoirement admis jusqu'ici, par le segment OQ' suivi de la demi-droite Q'Q'' de la figure 1. Avant le seuil Q', il y a une contribution faible non nulle, après le seuil, la contribution croît lentement et tend asymptotiquement vers la demi-droite Q'Q''. La contribution vraie à l'allure de la courbe figurée au voisinage du point Q' dans la figure 1, il n'y a plus de discontinuité au voisinage du seuil. Cela se repercute, au voisinage du point Q, sur le graphique correspondant à l'émulsion dans son ensemble.

Mais le travail de Brown est basé sur un modèle simplifié de l'atome et ne tient pas compte de corrections relativistes. Je ne crois pas qu'il y ait grand intérêt à remplacer une demi-droite dont l'origine et la pente sont imprécises par une courbe. Je négligerai donc la correction $C\left(\frac{1}{E}\right)$.

6. Données sur les niveaux électroniques des constituants usuels des émulsions.

Pour mener à bien le calcul numérique de la variation des paramètres a et ab , j'ai besoin

a Du nombre efficace des électrons de chaque couche; je le donne plus loin dans la table II, ainsi que les sommes correspondantes des forces d'oscillateurs par électron,

b. Des potentiels moyens d'ionisation I de chaque couche, ainsi que des seuils $E_p = 459 I$ correspondants, je les donne dans la table III

Voici comment ces données ont été obtenues :

Siegbahn [25] donne les potentiels d'excitation expérimentaux J des raies X les plus dures des séries K, L, M des éléments. J est assimilable à l'énergie d'ionisation de ces couches, mais un peu inférieur à leur potentiel moyen d'ionisation I , puisque la particule peut expulser l'électron avec une vitesse non nulle. Je reproduis les J dans la première ligne de la table III.

Dans la deuxième ligne de la table III, je porte

$$J = mc^2 \frac{(Z_{\text{eff}})^2}{n \times 136} \tag{42}$$

appelée par Bethe [18] et Brown [24] « *potentiel idéal d'ionisation* ». Pour Z_{eff} , j'admets, d'après Slater [26], pour la couche K ($Z - 0,3$); pour la couche L ($Z - 4,15$), pour la couche M ($Z - 14,75$).

Dans la troisième ligne de la table III, je porte pour les niveaux K le paramètre θ de Bethe [18] et Brown [24]

$$\theta = \frac{J}{I} \tag{43}$$

Pour Ag et Br, θ est voisin de 0,8, valeur qu'on peut conserver aussi pour I et S, constituants mineurs des émulsions. Pour $\theta = 0,8$, Brown [24] explicite ainsi la formule (38)

$$B_K(E) = 1,64069 \text{ Log} \left(\frac{mE}{MJ} \right) + 2,40160 - C_K \left(\frac{1}{E} \right). \tag{44}$$

On a vu, au paragraphe 5, comment on entre, pour la couche K , les forces d'oscillateurs, nombres efficaces d'électrons, ainsi que E_p et I

En ce qui concerne les couches L, M , la théorie est moins perfectionnée que dans le cas de la couche K , les potentiels moyens d'ionisation sont certainement voisins de J' , et je les considérerai comme égaux à J' . Quant aux forces d'oscillateurs

(d'où les nombres efficaces), je les ai relevés dans un article de Bethe [23].

Aucun calcul théorique d'une correction C_L ou C_M , analogue à C_K n'a encore été fait. On continuera donc à admettre un commencement brusque de la participation au ralentissement, d'autant que les nombres efficaces et les potentiels d'ionisation ne sont pas connus avec précision.

L'imprécision qui subsiste dans le calcul que je fais ne me paraît pas grave. Les variations de a et de ab sont des termes correctifs peu importants devant a_z et ab_z , et ce qui échappe est en somme le terme correctif d'un terme correctif, c'est-à-dire une correction du second ordre.

Quand l'énergie tombe au-dessous de 1 MeV, les corrections sur a et ab devenant plus importantes, il ne paraît pas prudent de conserver cette méthode de calcul, c'est pourquoi, au paragraphe 2-3 j'ai indiqué, pour calculer $\frac{dE^2}{dx}$, une méthode empirique qui donne entièrement satisfaction

7 Application pratique à l'émulsion photographique Ilford C₂.

7-1. COMPOSITION CHIMIQUE ET DONNÉES NUMÉRIQUES. — Dans la table IV, les m_i (masse de i par centimètre cube) sont données d'après le fabricant [27]; les I_i , d'après Mano [17]; les I_i^* , d'après Bakker et Segre [28], les valeurs de ces auteurs diffèrent de celles de Mano, surtout pour les éléments lourds. Les totaux

$$\sum n_i = 0,1342 \quad \sum (n_i Z_i) = 1,779 \quad \sum (n_i Z_i \log I_i) = 4,4070$$

sont effectués dans la table

Z moyen de l'émulsion (cf notations et constantes physiques) est donc

$$Z = \frac{1,779}{0,1342} = 13,26 \tag{45}$$

La formule (10) nous donne une première valeur approchée (d'après Mano) du potentiel d'ionisation I , pour l'ensemble de l'émulsion

$$\log I \sim \frac{4,4070}{1,779} = 2,4772, \quad \text{d'où } I \sim 300 \text{ eV} \tag{46}$$

7-2. VALEURS APPROCHÉES DE $a_z, a_z, (ab)_z$. L'application des formules (26) et (27) donne alors des valeurs approchées des paramètres

$$a_z \sim 0,1180, \quad b_z \sim 0,8610, \quad (ab)_z \sim 0,1016 \tag{47}$$

Le même calcul, d'après les potentiels de Bakker et Segre, donne

$$a_z = 0,1180, \quad b_z = 0,907, \quad (ab)_z = 0,1070 \tag{48}$$

7-3. VARIATION DES COEFFICIENTS a ET (ab) AUX ÉNERGIES MOYENNES — Les seuils et les potentiels de la table III sont reproduits dans la table VI,

les logarithmes decimaux α , β , γ , des potentiels sont donnees dans la table VI.

Les nombres efficaces a' , b' , c' , ont ete calcules compte tenu de la composition chimique (table IV) et des nombres efficaces pour un atome (table II).

Dans les deux dernieres colonnes de la table VI, je donne, calcules alors conformement aux formules (32) et (33), les corrections sur les parametres a_∞ et $(ab)_\infty$.

7 4. AJUSTEMENT EMPIRIQUE DES COEFFICIENTS a ET (ab) . — Deux valeurs numeriques, a_∞ et $(ab)_\infty$ etant choisies, compte etant tenu de leurs variations calculees et portees dans la table VI, le calcul peut être mene a bien et confronte avec l'experience. Cette confrontation a ete faite avec l'ensemble des nombreux points experimentaux $E-R$ disponibles dans l'emulsion Ilford C₂ et non pas seulement avec trois d'entre eux, ce qui serait theoriquement suffisant, comme on l'a vu au paragraphe 2 3.

Comme a ne depend pas des potentiels d'ionisation, il etait logique que j'essaye $a_\infty = 0,118$, valeur calculee en fonction de la composition chimique. Il a ete impossible d'ajuster une valeur b_∞ donnant un bon accord quel que soit l'energie. J'ai pu en envisager deux explications :

1° *Le coefficient a_∞ serait, en realite, inferieur a 0,118* — Ce n'est pas à eliminer. Le fabricant [27] donne les m_i avec deux decimales seulement (cf. table IV), il ne precise pas s'il s'agit de l'emulsion seche ou en equilibre avec l'humidite atmosferique. Une erreur de 3 pour 100 sur la composition annoncee n'est donc pas exclue.

Un argument en faveur de cette explication est le suivant. Dans le calcul que j'ai precedemment publie, pour les grandes energies [6], c'est-à-dire au-dessus de 13 MeV dans la zone ou a et b gardent des valeurs constantes, l'ajustement avait ete possible avec $a_\infty = 0,118$, $b_\infty = 0,74$, valeur nettement inferieure a $b_\infty = 0,861$, prevue d'apres Mano, et encore plus a $b = 0,907$, prevue d'apres Bakker et Segre. Si $a_\infty = 0,118$, on est donc ainsi amene à considerer les potentiels experimentaux comme tres grossierement erronees. Si, par contre, on admet une valeur plus petite de a_∞ , l'ajustement de b_∞ , dans cette zone d'energie, conduit à une valeur superieure a 0,74 et nous rapproche des resultats de ces auteurs.

2° *Les variations $a_\infty - a$ et $(ab)_\infty - (ab)$ portees dans la table VI seraient trop faibles et devraient être sensiblement augmentees.* Cela signifierait que les nombres efficaces d'electrons auraient ete sous-estimes pour les couches K et L .

Un argument contre cette explication est le suivant : les theories donnant les forces d'oscillateurs ne sont certes qu'approchees, mais il semble peu vraisemblable qu'elles conduisent à une telle imprecision.

Je considere donc comme vraisemblable que le fabricant n'a pas donne la composition chimique avec toute la precision souhaitable, ce qui fausse le calcul de a_∞ et *j'ajusterai aussi ce coefficient*

Cela ne veut pas dire que la deuxieme explication ne joue pas pour une faible part. Il n'y a pas à s'en soucier pratiquement si on est en possession d'une theorie qui approche de tres pres la realite, fausser tres legerement les coefficients theoriques, dans une application numerique, permet de combler le faible écart entre la theorie et la realite.

Les valeurs numeriques suivantes

$$a_\infty = 0,115 \quad (ab)_\infty = 0,094 \quad (49)$$

m'ont permis de calculer, depuis 1 MeV jusqu'à 220 MeV, une relation parcours-energie (table VII pour $E > 1$ MeV) en accord complet avec tous les points experimentaux connus.

Des valeurs numeriques legerement differentes, peuvent aussi assurer cet accord, cela tient à la marge d'imprecision existant sur les points experimentaux. Je ne reproduis pas les essais d'ajustement des coefficients, *j'en ai toutefois conclu avec certitude* que

$$0,113 < a_\infty < 0,115 \quad \text{et} \quad 0,097 < (ab)_\infty < 0,096$$

d'où l'on tire

$$b_\infty = 0,817 \pm 0,030 \quad (50)$$

7 5. CONSIDERATIONS SUR LES POTENTIELS D'IONISATION — En nous reportant aux valeurs approchees de b_∞ calculees d'apres Mano [cf. form. (47)] ou d'apres Bakker et Segre [cf. form. (48)] et aux formules (25) et (10), on voit que les potentiels donnees par ces auteurs sont trop faibles *et doivent, en moyenne, être multiplies par les coefficients suivants* :

$$10^{(0,561-0,81-0,00)} = 1,11 \pm 0,07 \quad (\text{Mano}), \quad (51)$$

$$10^{(0,907-0,817 \pm 0,03)} = 1,73 \pm 0,07 \quad (\text{Bakker et Segre}). \quad (52)$$

Si l'y a presque compatibilite avec les potentiels de Mano, j'arrive a la conclusion que *les potentiels de Bakker et Segre sont certainement erronees* bien que, pourtant, ces auteurs (28) aient fait leurs experiences avec des particules de grande energie.

Mon calcul porte sur l'emulsion globale et non sur les elements. On voit dans la table IV que Ag et Br contribuent ensemble pour 80 pour 100 au facteur $\Sigma_i(n, Z, \text{Log } I_i)$ de l'emulsion. Rien de sûr ne peut être conclu pour les elements legers et c'est certainement dans les potentiels des elements lourds, Ag et Br, que siege la discordance que je viens de signaler.

D'après les formules (50) et (25), j'obtiens comme potentiel moyen d'ionisation de l'ensemble de l'emulsion la valeur suivante

$$I = 332 \pm 25 \text{ eV} \quad (\text{Ilford C}_2) \quad (33)$$

A condition d'admettre que les nombres efficaces

d'électrons indiqués dans la table II sont surestimés ou sous-estimés, les corrections à apporter aux énergies moyennes sur les paramètres α et (αb) changeraient; finalement, les marges d'erreur dans la détermination de α et (αb) seraient un peu plus fortes que je ne l'ai indiquée à la fin du paragraphe 7.4.

On pourrait penser qu'alors la compatibilité avec les potentiels de Bakker et Segre deviendrait possible. Je vais montrer qu'il n'en est rien.

Dans la région autour de 5 MeV, il y a suffisamment de points expérimentaux pour qu'on puisse tracer avec assez de certitude une courbe empirique et relever sur elle

$$0,173 < \left(-\frac{dE}{dx} \right)_{\text{MeV}} < 0,180. \quad (54)$$

Remplaçons, dans l'équation (30), ε et ψ par leurs valeurs numériques pour $E = 5$ MeV, prises dans la table I, il vient

$$0,173 < \left[-\frac{dE'}{dx} \right]_{\text{MeV}} = 0,7011\alpha_{\text{MeV}} + 1,008(\alpha b)_{\text{MeV}} < 0,180 \quad (55)$$

Admettons qu'il faille tripler les corrections sur α et αb relevées dans la table III, nous aurons

$$\alpha_{\text{MeV}} - \alpha_{\text{MeV}} = 3 \times 0,00374 = 0,01122, \quad (56)$$

$$(\alpha b)_{\text{MeV}} - (\alpha b)_{\text{MeV}} = 3 \times (-0,00365) = -0,01095 \quad (57)$$

Combinant (55), (56) et (57), il vient

$$0,173 - 0,0038 < 0,7011\alpha_{\text{MeV}} - 1,008(\alpha b)_{\text{MeV}} < 0,180 - 0,0038 \quad (58)$$

Il est exclu que l'efficacité des électrons K sorte des limites suivantes: zéro à trois fois ce que, d'après les calculs de Bethe (23) et Brown (24), j'ai porté dans la table II. Comparant alors (55) et (58), ces inégalités entraînent

$$0,169 < 0,7011\alpha_{\text{MeV}} + 1,008(\alpha b)_{\text{MeV}} < 0,180 \quad (59)$$

Si, conformément aux potentiels de Segre, on porte [cf. form (48)] $b = 0,907$, l'inégalité (59) devient

$$0,1045 < \alpha_{\text{MeV}} < 0,1115 \quad (60)$$

On a vu plus haut que, d'après la composition annoncée par le fabricant, $\alpha_{\text{MeV}} = 0,118$ et que l'erreur relative ne peut dépasser 3 pour 100. A moins que le fabricant n'ait sciemment induit les physiciens en erreur en publiant une composition fautive, les potentiels de Bakker et Segre [28] doivent être considérés comme erronés.

La comparaison avec la courbe empirique au voisinage de 3 MeV et au voisinage de 10 MeV amène à des inégalités tout aussi impossibles à satisfaire que l'inégalité (60).

7.6. PROCÉDES DE CALCUL, RESULTATS NUMÉRIQUES, COURBES PARCOURS-ÉNERGIE. — J'ai indi-

qué au paragraphe 2.3 comment obtenir $\frac{dE^2}{dx}$ pour $E < 0,45$ MeV et pour $0,45$ MeV $< E < 1$ MeV. Pour 1 MeV $< E < 220$ MeV, j'ai porté

$$\alpha_{\infty} = 0,115, \quad \alpha b_{\infty} = 0,094$$

dans la formule (30) en tenant compte, au-dessous du plus élevé des seuils ($I_K = 16,3$ MeV), des corrections sur α et αb calculées dans la table VI.

Je donne, dans la table VII, la fonction inverse

$$R = \frac{dR}{dE^2} = \frac{1}{g(E^2)},$$

qu'il s'agit d'intégrer. La constante d'intégration $R(E_0^2)$ de la formule (31) a été choisie de façon à donner le meilleur accord du calcul et de l'ensemble des points expérimentaux $E-R$.

L'intégration a été faite, à l'aide d'une machine à calculer, par des méthodes numériques approchées, les valeurs discontinues de E^2 sont choisies assez rapprochées. 1° pour que le calcul ne soit pas en lui-même une source d'imprécision supérieure à $\frac{R}{4000}$ 2° pour que l'emploi entre les valeurs figurant dans la table VII d'une série de Taylor limitée à ses trois premiers termes n'introduise jamais une erreur supérieure à $\frac{R}{2000}$.

Je donne dans la table VII les coefficients R' et $\frac{R}{2}$ de ce développement. Pour toute énergie E , on aura le parcours

$$R(E) = R(E_0^2) + R'(E - E_0^2) + \frac{R''}{2}(E^2 - E_0^2)^2 \quad (61)$$

Dans la table VII, à titre indicatif, j'ai porté aussi les valeurs de E (bien noter cependant que les dérivées R' et R'' sont prises par rapport à E^2 , variable d'intégration).

Sur la figure 2, j'ai représenté, en coordonnées bilogarithmiques les courbes parcours énergie que j'ai calculées pour les protons (P_1, P_2, P_3), les deutons (D_1, D_2, D_3), les tritons (T_1, T_2, T_3), les particules α ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$).

La petite échelle du graphique limite pratiquement la précision des lectures sur les courbes à 2 pour 100 environ. Pour obtenir une précision meilleure, il convient :

1° Pour les protons, de se reporter à la table VII et à la formule d'interpolation (61).

2° Pour les deutons, tritons, particules α , de transformer les résultats relatifs aux protons [table VII et formule (61)] en leur appliquant respectivement les formules (2), (2 bis), (2 ter).

Il faut aussi rappeler que, pour $E_x < 3$ MeV, la courbe déduite par application de la formule (2 ter) et que j'ai figurée par quelques points très espacés est incorrecte. Dans cette région d'énergie, la courbe α_1

correcte que j'ai figurée est basée sur des déterminations expérimentales directes de parcours.

expérimentateurs donnent ainsi leurs points parcours-énergie $R \pm \Delta_1 R$, $E \pm \Delta E$. Je transforme l'imprecision-énergie en imprecision-parcours équivalente $\Delta_2 R = \frac{2}{E} R' \Delta E$, R' , dérivée par rapport à E^2 , étant pris dans la table VII

77 ACCORD DE LA RELATION CALCULÉE ET DES DÉTERMINATIONS EXPÉRIMENTALES — Souvent, les

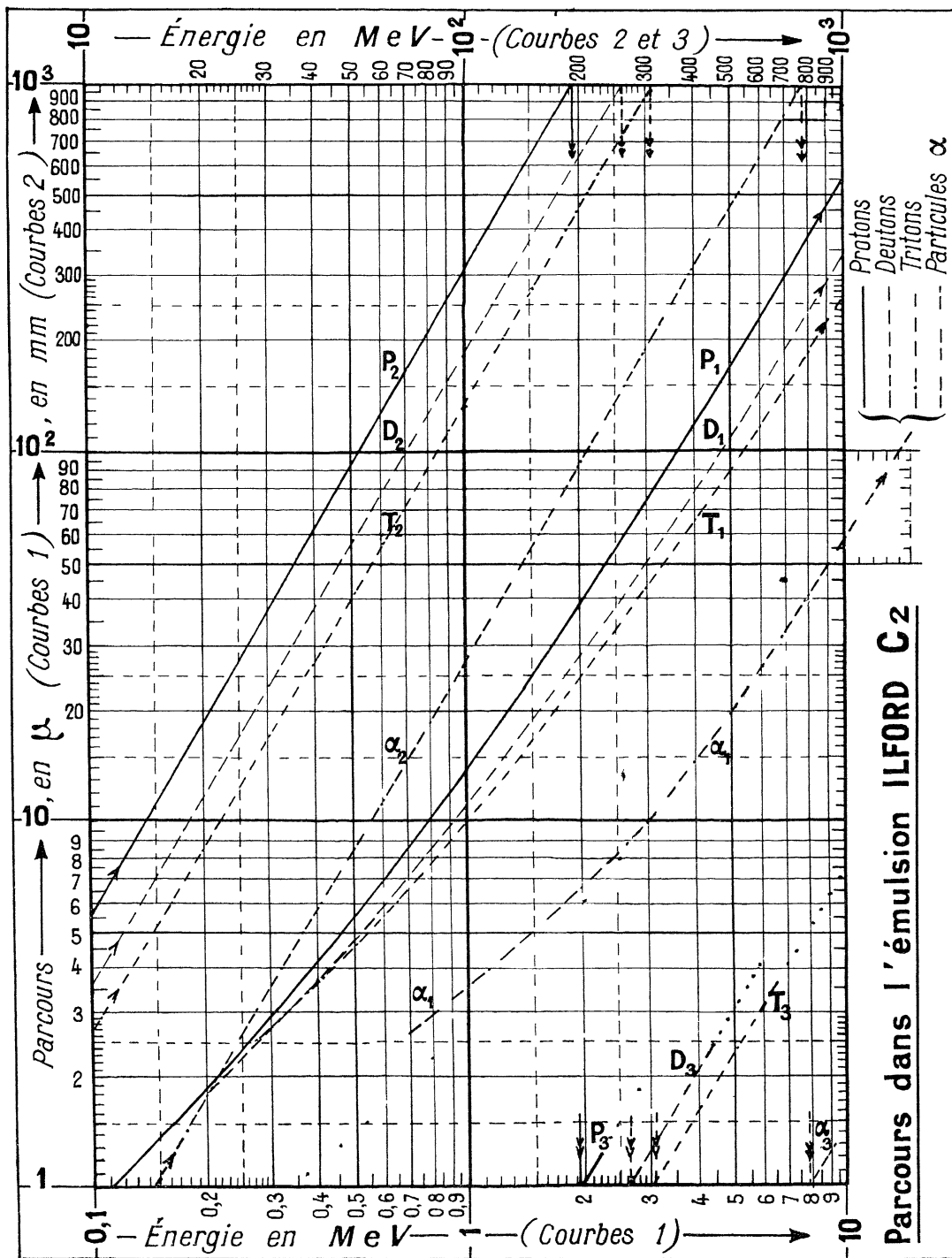


Fig. 2.

En général, deux autres causes d'imprecision passent inaperçues ou ne sont pas signalees

1° La diffraction limite le pouvoir separateur des microscopes. J'ai précédemment montre [2] que, sur le même lot de traces, mesures par deux experimentateurs differents, il peut exister des differences systematiques voisines de $\Delta, R = 0,15\mu$. Cette erreur, pour des parcours inferieurs a 200μ , n'est souvent pas negligeable devant les autres

2° J'ai aussi précédemment signale [2] qu'il existe des differences sensibles entre differents micrometres-objectifs utilisés comme etalons de longueur et même entre les deux moitiés d'un même micrometre. Je ne pense pas [2] surestimer cette imprecision en la considerant comme egale a $\Delta, R = \frac{R}{300}$.

Le resultat de mon calcul doit être compare a l'experience, compte tenu de l'imprecision totale de celle-ci, soit

$$\Delta R = \Delta_1 R + \Delta_2 R + \Delta_3 R + \Delta_4 R \quad (62)$$

La table VIII resume cette comparaison.

L'accord est parfait avec les resultats de Nereson et Remes [19], Faraggi [29], Rotblat [9], [10], Catala et Gibson [11], Panofsky et Fillmore [30], Cuer et Jung [31]. L'accord est parfait aussi avec les resultats de Lattes, Fowler et Cuer pour $E < 5\text{MeV}$, et il faut signaler qu'au-dessus de 5 MeV ces auteurs sont en desaccord avec toutes les mesures ultérieures. Bradner, Smith, Barkas et Bishop [13] signalent eux-mêmes comme errone leur point à 16,4 MeV et pensent que cela peut être dû à une erreur dans le repérage de la position de leur plaque. Bien qu'ils ne le signalent pas, leur point a 7,8 MeV est erroné (parcours excessif par rapport aux autres experimentateurs). L'erreur sur ces deux points diminue un peu le crédit qu'on attribue a la precision annoncee par Bradner et al. pour leurs autres mesures. Malheureusement, personne d'autre n'a encore determiné de parcours pour $E > 16\text{ MeV}$. L'accord de mon calcul avec les points qu'ils donnent jusqu'à 40 MeV est bon.

Puisque, depuis $E = 0,1\text{ MeV}$ jusqu'à $E = 40\text{ MeV}$ la table VII calculee donne des parcours indiscernables des parcours experimentaux, je me suis cru autorisé à extrapoler le calcul jusqu'a $E = 220\text{ MeV}$. On peut escompter que la divergence calcul-experience ne dépasse pas 2 pour 100 pour les energies les plus élevees.

7 8. COMPARAISON AVEC LES TABLES PRECEDEMMENT CALCULÉES. — Par un procede moins rigoureux, j'avais precedemment calcule, avec M. Bogaardt [4], une table des parcours jusqu'a $E = 8\text{ MeV}$. Cette table est pratiquement identique à la partie correspondante de la table VII

Sans tenu compte des variations de α et ab , j'avais, par la suite, calcule une table valable aux energies elevees [6]. Il ne faut donc pas s'etonner que, dans la zone des energies moyennes $5\text{ MeV} < E < 13\text{ MeV}$, des experiences ultérieures [10], [11] aient montre une legere erreur de ce calcul. Toutefois, pour $E > 10\text{ MeV}$, les parcours ne différaient pas de plus de 1 pour 100 de ceux de la table VII.

La methode actuellement suivie résoud pour la premiere fois le calcul de la relation parcours-energie d'un melange, quelle que soit l'énergie. Elle doit être preferee aux méthodes anterieurement developpees

Pour toute autre composition d'emulsion, les tables de fonctions auxiliaires, d'efficacite des couches, de seuls et de potentiels d'ionisation que je donne plus loin ne seraient pas à recalculer. Le calcul d'une table analogue à la table VII serait considerablement allege. Rappelons (cf. § 2.3) que trois points experimentaux $E - R$ suffiraient a fixer toutes les constantes intervenant dans le calcul

8. Suggestion pour une meilleure coherence des résultats experimentaux.

Les principales causes de divergence entre les resultats des differents experimentateurs sont dues :

1° à l'imprecision Δ, R provenant de la non identite des micrometres objectifs utilisés par eux [2];

2° à de petites differences dans le pouvoir de ralentissement des emulsions utilisées, dues à d'éventuelles variations faibles de la composition chimique entre les lots differents d'emulsions fournies par le fabricant, et surtout a la plus ou moins grande humidite des plaques en equilibre avec un air ambiant de degre hygrometrique mal connu.

On pourrait renoncer au micron comme unité de longueur et le remplacer par la longueur moyenne des α de Th C' voisine de 47μ et qu'on conviendrait egale à 47μ pour la commodite.

Chaque physicien determinerait dans l'emulsion qu'il emploie en vue d'une experience, dans le même lot de fabrication d'emulsion, dans les mêmes conditions d'humidite, le parcours moyen des α de ThC', par reference auquel seraient mesures les autres parcours.

Je pense qu'on arriverait ainsi à faire concorder a $1/400^e$ pres les parcours mesurés par deux auteurs differents pour une même energie, tandis qu'actuellement cette concordance n'est realisée qu'à $1/100^e$ ou $1/200^e$ pres

La relation parcours-energie dans les emulsions serait ainsi mieux determinee, la precision de l'emulsion comme materiel d'experience serait améliorée.

9. Tables numériques.

TABLE I

Fonctions auxiliaires β^2 , ε , ε' , $\psi(E^2)$ en fonction de E^2 , pour les protons

E^2 (MeV) ²	$10^6 \beta^2$	$10^6 \varepsilon$	$10^6 \varepsilon'$	$\psi(E^2)$
I..	—	1 600	685	—0,00069
1,2..	—	1 752	750	+0,03891
1,4.	—	1 893	810	+0,07239
1,6.	—	2 024	866	0,10140
1,8.	—	2 147	919	0,12697
2	—	2 263	969	0,14988
2,5.	—	2 530	1 083	0,19839
3.	—	2 771	1 186	0,23803
3,5.	—	2 993	1 282	0,27156
4	—	3 200	1 370	0,30062
5	—	3 578	1 532	0,34920
6	—	3 919	1 678	0,38891
7	—	4 233	1 812	0,42252
8..	—	4 525	1 937	0,45164
9	—	4 800	2 055	0,47735
10	—	5 060	2 166	0,50035
12.	—	5 307	2 272	0,54017
14.	—	5 987	2 563	0,57392
16.	—	6 400	2 740	0,60316
18	—	6 788	2 906	0,62897
20.	—	7 155	3 063	0,65208
25	10 576	8 002	3 437	0,70110
30	11 574	8 764	3 760	0,74124
35.	12 495	9 468	4 059	0,77525
40..	13 339	10 116	4 330	0,80476
45.	14 150	10 837	4 595	0,83092
50.	14 906	11 320	4 840	0,85421
60	16 331	12 401	5 294	0,89474
70.	17 602	13 397	5 712	0,92912
80	18 799	14 324	6 099	0,95899
90	19 922	15 194	6 462	0,98541
100	20 983	16 018	6 804	1,00911
120.	22 949	17 548	7 439	1,05027
140.	24 755	18 957	8 020	1,08523
160.	26 431	20 269	8 561	1,11566
180	27 999	21 501	9 065	1,14262
200	29 479	22 666	9 541	1,16684
250.	32 873	25 350	10 633	1,21846
300	35 927	27 778	11 612	1,26098
350.	38 720	30 010	12 507	1,29733
400.	41 310	32 088	13 336	1,32901
450.	43 733	34 043	14 111	1,35717
500.	46 018	35 893	14 840	1,38255
600.	50 243	39 331	16 187	1,42689

E^2 (MeV) ²	$10^6 \beta^2$	$10^6 \varepsilon$	$10^6 \varepsilon'$	$\psi(E^2)$
700..	54 104	42 497	17 416	1,46484
800.	57 676	45 441	18 551	1,49811
900	61 012	48 216	19 609	1,52779
1 000	64 153	50 840	20 603	1,55461
1 100	67 124	53 334	21 542	1,57911
1 200..	69 950	55 720	22 436	1,60172
1 300	72 650	58 009	23 286	1,62265
1 400	75 235	60 212	24 100	1,64225
1 500.	77 720	62 339	24 881	1,66061
1 600	80 112	64 396	25 632	1,67795
1 800.	84 658	68 330	27 055	1,70995
2 000	88 928	72 050	28 389	1,73900
2 500.	98 636	80 620	31 410	1,80200
3 000	107 279	88 390	34 091	1,85513
3 500	115 119	95 530	36 504	1,90133
4 000	122 318	102 250	38 739	1,94248
4 500	129 026	108 330	40 709	1,97937
5 000	135 264	114 400	42 669	2,01352
6 000	146 717	125 470	46 145	2,07416
7 000.	157 050	135 660	49 256	2,12742
8 000	166 502	145 160	52 082	2,17519
9 000	175 240	154 060	54 662	2,21863
10 000	183 366	162 570	57 081	2,25878
12 000	198 175	178 360	61 424	2,33100
15 000	217 607	199 800	67 039	2,42481
20 000	244 827	231 390	74 769	2,55606
25 000	267 649	259 350	81 104	2,66714
30 000.	287 404	284 720	86 470	2,76183
40 000	320 561	330 030	95 230	2,93378
50 000	347 891	370 200	102 191	3,07924

TABLE II

Somme F des forces d'oscillateurs et nombre d'électrons efficaces pour différentes couches des atomes de l'emulsion

Couche électronique	F	Electrons efficaces
K (2 électrons)	I, Ag, Br, S	0,645
L_1 (2 électrons)	I	0,42
	Ag, Br	0,46
	S	0,56
L_2 (6 électrons)	I, Ag	0,30
	Br	0,42
	S	1,12
$L_{\text{tot}} = L_1 + L_2$ (8 électrons)	I	—
	Ag	—
	Br	—
S	—	7,92

TABLE III.

Classement des niveaux et « seuils » E_P du ralentissement, pour les protons

Couche	I_K	Ag_K	Br_K	I_L	Ag_L	S_K	Br_L	I_M	Ag_M	O_K	Br_M	S_L
J_{exp} (KeV)	33,2	25,5	13,5	5,18	3,79	2,46	1,77	1,08	0,71	0,53	—	—
$J_{\text{idéal}}$ (KeV)	38,0	29,8	16,4	8,1	6,2	3,35	3,2	2,21	1,58	0,81	0,62	0,55
$\theta = \left(\frac{J}{J'}\right)_K$	0,87	0,83	0,82	—	—	0,75	—	—	—	0,65	—	—
E_P (MeV)	16,3	12,7	7,0	3,7	2,85	1,45	1,45	1,02	0,73	0,37	0,28	0,25
I (KeV)	35,2	27,5	15,2	8,1	6,2	3,15	3,2	2,21	1,58	0,81	0,62	0,55

TABLE IV.
Données concernant l'émulsion Ilford C₂.

Elément	Z _i	a _i	m _i	n _i	n _i Z _i	I _i	log I _i	n _i z _i log I _i	I _i ²
H.	1	1,008	0,056	0,0555	0,0555	16	1,2041	0,0668	(15,6)
C	6	12,010	0,27	0,0225	0,135	75	1,8751	0,2531	(76,4)
N.	7	14,008	0,067	0,0048	0,0335	81	1,9085	0,0639	(86)
O	8	16,000	0,27	0,0168	0,135	99	1,9956	0,2694	(96)
S	16	32,066	0,010	0,0003	0,005	180	2,2553	0,0113	(170)
Br.	35	79,916	1,34	0,0168	0,587	380	2,5798	1,5143	(333)
Ag .	47	107,88	1,85	0,0171	0,806	490	2,6902	2,1683	(428)
I	53	126,92	0,052	0,0004	0,022	530	2,7243	0,0599	(502)
Totaux pour l'émulsion				0,1342	1,779			4,4070	

TABLE V.

1° Fonctions empiriques de ralentissement, p_i(E), pour divers éléments (l'unité est 10⁻¹⁰ eV, pour 1 atome/cm³ de matière ralentissante, et 1 cm de parcours), pour E < 0,5 MeV

2° Fonction — $\frac{dE^2}{dx}$, déduite des précédentes, pour l'émulsion Ilford C₂ (énergies en megaelectrons-volts, parcours en microns)

E (MeV)	p _i (E), d après Warsaw						— $\frac{dE^2}{dx}$ Ilford C ₂	E (MeV)	p _i (E), d après Warsaw						— $\frac{dE^2}{dx}$ Ilford C ₂
	Ag	Br	O	N	C	H			Ag	Br	O	N	C	H	
0,050	20,0	19,6	14,0	12,9	11,7	—	—	0,300	23,0	21,5	9,5	8,6	7,7	4,5	4,98.10 ⁻²
0,100	25,0	24,3	14,6	13,5	12,4	9,4	2,36 10 ⁻⁷	0,350	22,0	20,4	8,9	8,0	7,3	3,7	5,39.10 ⁻²
0,150	25,6	24,8	12,7	11,9	10,6	7,8	3,27 10 ⁻²	0,400	21,0	19,6	8,4	7,6	6,9	3,1	5,76.10 ⁻²
0,200	25,6	24,2	11,3	10,5	9,4	6,6	4,04 10 ⁻²	0,450.	20,1	18,8	8,0	7,2	6,6	2,6	6,12 10 ⁻²
0,250	24,2	22,8	10,2	9,4	8,5	5,5	4,55 10 ⁻²								

TABLE VI

Variation calculée, suivant l'énergie, des paramètres α et (ab) (Ilford C₂, protons)

N°	Couche éliminée	E _p (MeV)	I ₁ , I ₂ (eV)	α, β, γ	a, b'	10 ⁵ (a _∞ - a)	[10 ⁵ (ab) - (ab) _∞]
1	neant I _K	16,3	35 200	4,5465	0,00066	0	0
2	Ag _K	17,7	27 500	4,4393	0,02813	4	5
3	Br _K	7,0	15 200	4,1818	0,02764	191	210
4	I _L	3,7	8 100	3,9085	0,00213	374	365
5	Ag _K	2,85	6 200	3,7924	0,09166	388	371
6	S _K + Br _L	1,45	3 150	3,4983	0,09659	996	649
7	I _M	1,02	2 210	3,3384	—	1 634	752
8	Ag _M	0,73	1 580	3,2014	—	—	—
9	O _K	0,37	810	2,9069	—	—	—

TABLE VII

Parcours des protons dans l'émulsion Ilford C₂ calculé en fonction du carré de l'énergie.

E ² (MeV) ²	R (μ)	R' = $\frac{dx}{dE^2}$	— $\frac{R}{2}$	E (MeV)	E ² (MeV)	R (μ)	R' = $\frac{dx}{dE^2}$	— $\frac{R}{2}$	E (MeV)
0,01	0,92	42,55	820	0,1	0,04	1,842	5,00	120	0,2
0,015	1,12	37,04	460	0,1225	0,06	2,322	2,32	69	0,2450
0,02	1,29	31,65	313	0,1414	0,08	2,75	20,49	56	0,2828
0,03	1,58	27,47	177	0,1732	0,1	3,14	19,05	34,3	0,3162

TABLE VII (suite)

E^2 (MeV) ²	R (μ)	$R' = \frac{dv}{dR^2}$	$-\frac{R}{2}$	E (MeV)	E^2 (MeV)	R (μ)	$R' = \frac{dv}{dE^2}$	$-\frac{R}{2}$	E (MeV)
0,15.....	4,04	17,09	17,6	0,3873	120	644,2	4,61765	2,32	10,954
0,2 .	4,85	15,50	12,1	0,4472	140	735,7	4,53204	1,94	11,832
0,25 .	5,60	14,49	8,65	0,5	160	825,6	4,45994	1,66	12,649
0,3 .	6,30	13,66	6,60	0,5477	180	914,1	4,39699	1,44	13,416
0,4 .	7,61	12,50	4,35	0,6324	200	1 001,5	4,34176	1,28 10 ⁻³	14,142
0,5 .	8,82	11,76	3,12	0,7071	250	1 215,6	4,22818	9,9 10 ⁻⁴	15,811
0,6 .	9,96	11,17	2,36	0,7746	300	1 424,7	4,13866	7,95	17,321
0,7 .	11,06	10,75	1,90	0,8366	350	1 629,7	4,06480	6,70	18,708
0,8 .	12,12	10,42	1,57	0,8944	400	1 831,4	4,00236	5,70	20
0,9 .	13,14	10,15	1,30	0,9487	450	2 030	3,94827	4,95	21,21
					500	2 226	3,90065	4,42	22,36
1..	14,14	9,84116	1,09	1	600	2 612	3,81987	3,65	24,49
1,2	16,07	9,47535	0,83	1,095	700	2 991	3,75302	3,05	26,46
1,4	17,94	9,18667	0,67	1,183	800	3 363	3,69611	2,62	28,28
1,6	19,75	8,95023	0,555	1,265	900	3 730	3,64660	2,32	30
1,8	21,52	8,75159	0,472	1,342	1 000	4 093	3,60283	2,06	31,62
2 .	23,25	8,56626	0,410	1,414	1 100	4 451	3,56365	1,84	33,17
2,5	27,45	8,22483	0,300	1,584	1 200	4 806	3,52813	1,67	34,64
3 ..	31,49	7,95102	0,238	1,732	1 300	5 156	3,49578	1,54	36,06
3,5..	35,40	7,73299	0,194	1,871	1 400	5 505	3,46597	1,42	37,43
4..	39,23	7,55350	0,164	2	1 500	5 850	3,43843	1,32	38,73
5 .	46,53	7,27114	0,123	2,36	1 600	6 192	3,41277	1,23	40
6 .	53,79	7,05542	9,7 10 ⁻²	2,450					
7	60,76	6,88250	7,9	2,646	1 800	6 870	3,36624	1,09 10 ⁻⁴	42,43
8.	67,56	6,73923	6,65	2,828	2 000	7 539	3,32493	9,7 10 ⁻⁵	44,72
9	74,24	6,61279	5,8	3	2 500	9 179	3,23824	7,7	50
10	80,79	6,50182	5,05	3,162	3 000	10 780	3,16807	6,4	54,77
12	93,61	6,31904	4,05	3,464	3 500	12 356	3,10913	5,35	59,16
14	106,09	6,16945	3,28	3,742	4 000	13 891	3,05813	4,80	63,24
16	118,30	6,04661	2,84	4	4 500	15 408	3,01376	4,25	67,08
18	130,29	5,94205	2,44	4,243	5 000	16 905	2,97345	3,80	70,71
20	142,08	5,85138	2,15	4,472	6 000	19 843	2,90425	3,15	77,46
25	170,86	5,66780	1,62	5	7 000	22 720	2,84571	2,72	83,67
30	198,83	5,52559	1,29	5,477	8 000	25 540	2,79491	2,38	89,44
35	226,2	5,41040	1,08 10 ⁻⁹	5,916	9 000	28 310	2,75009	2,12	94,86
40	253,0	5,31417	9,05 10 ⁻³	6,325	10 000	31 040	2,70971	1,92	100
45	279,3	5,23132	7,75	6,708	12 000	36 390	2,63969	1,60	109,54
50	305,3	5,16019	6,85	7,071	15 000	44 170	2,55340	1,29 10 ⁻⁸	122,47
60	356,3	5,03834	5,47 10 ⁻³	7,746	20 000	56 650	2,44082	9,90 10 ⁻⁶	141,42
70	406,1	4,93922	4,55	8,367	25 000	68 620	2,35239	7,95	158,11
80	455,1	4,85604	3,85	8,944	30 000	80 200	2,27936	6,70	173,20
90	503,3	4,78468	3,35	9,487	40 000	102 380	2,16259	5,05	200
100	550,8	4,72232	2,92	10	50 000	123 530	2,07077	4,15	223,60

N B. — Jusqu'à 0,1 (MeV)² la table est deduite des mesures empiriques de Wachaw Entre 0,1 (MeV)² et 1 (MeV)² la fonction dE²/dx a été interpolée Au dessus de 1 (MeV)² jusqu'à 50 000 (MeV)², la fonction dF²/dx a été calculée, au dessus de 1 600 (MeV)² il n'y a plus de points expérimentaux E — R

TABLE VIII

Comparaison des parcours experimentaux et calculés (protons dans l'emulsion Ilford C2)

Auteur	E (MeV)	R _{exp} (μ)	ΔR = ΣΔ _i	R _{calc} (μ)	Imprecisions experimentales			
					Δ ₁ R	Δ ₂ R	Δ ₃ R	Δ ₄ R
N. et R. .	0,2	1,7	0,3	1,84	0,15	—	0,15	—
N. et R. .	0,3	2,85	0,3	2,95	0,15	—	0,15	0,01
N. et R.	0,5	5,5	0,35	5,60	0,20	—	0,15	0,02
Cuer, J	0,5	5,4	0,25	5,60	0,1	—	0,15	0,02

TABLE VIII (suite)

Auteurs (MeV)	E (MeV)	R _{exp} (μ)	ΔR = ΣΔ	R _{calc} (μ)	Imprecisions expérimentales			
					Δ _{1R}	Δ _{2R}	Δ _{3R}	Δ _{4R}
Faraggi	0,58	6,1	0,6	6 80	0,15	0,31	0,15	0,02
Faraggi	0,91	12,1	0,6	12,40	0,06	0,38	0,15	0,04
Rotblat	1	14,1	0,3	14,14	0,07	-	0,15	0,05
Cuer, J.	1	14,2	0,3	14,14	0,1	-	0,15	0,05
L. F C	1,20	19,3	0,7	18,31	0,04	0,44	0,15	0,06
Rotblat	2	39,7	0,5	39,23	0,20	-	0,15	0,13
Cuer, J	2	39,1	0,5	39,23	0,20	-	0,15	0,13
Cuer, J	3	73,6	0,8	74,24	0,37	-	0,15	0,25
L F C	3,2	82,7	1,4	82,35	0,20	0,76	0,15	0,27
Cuer, J	4	118,0	1,15	118,3	0,6	-	0,15	0,39
Rotblat	4	119,3	1,1	118,3	0,55	-	0,15	0,39
L F C	4,99	171,0	3,2	170,3	2,5	-	0,15	0,57
Cuer, J	5	171,9	1,6	170,9	0,85	-	0,15	0,57
Cat Gib	6	232,5	1 9	231 6	1,15	-	-	0,77
Rotblat	7	299,9	2,5	300,1	1,5	-	-	1,0
*B S B. B	7,8	389	4,1	360,5	2,7	1,2	-	1,2
Rotblat	9	457,8	3,1	460,0	2,6	-	-	1,5
*L F C	9,09	482,0	2,6	467,8	1,0	-	-	1,6
Rotblat	10	547,5	4,0	550,8	2,2	-	-	1,8
Cat Gib	10	546	4,0	550,8	2,2	-	-	1,8
Pan Fil	11,25	673	3,8	674,6	1,6	-	-	2,2
Rotblat	14	981,2	8,3	993,9	5,0	-	-	3,3
Cat Gib	14	993	13	993,9	9,9	-	-	3,3
Cat Gib.	16	1 254	16	1 241	12,4	-	-	4,1
*B S. B B	16,4	1 358	17	1 296	8,1	4,4	-	4,3
B S B. B	17,6	1 466	15	1 465	4,5	5,2	-	4,9
B S B. B	22,3	2 244	24	2 216	8,9	8,0	-	7,2
B S B B	25,6	2 849	27	2 813	7,1	10,0	-	9,5
B S B. B	28,2	3 369	33	3 346	10,0	12,0	-	11,2
B S. B B	33,5	4 597	45	4 530	13,8	16,0	-	15,3
B S B B	39,5	6 123	59	6 056	18,0	21,0	-	20,4

Les trois points expérimentaux marqués d'un asterisque sont certainement entachés d'erreurs ils ne sont pas situés sur la courbe. Pour les références des travaux expérimentaux, voir la bibliographie

Manuscrit reçu le 4 octobre 1952.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] TSIEN S. T., FARAGGI H., CHASTEL R. et VIGNERON L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, 571
- [2] VIGNERON L. — *Rev. Microscopie*, 1950, **2**, 26
- [3] BOGAARDT M. et VIGNERON L. — *Fundamental mechanisms of photographic sensitivity. Proceedings of a symposium held at the University of Bristol in March 1950*, Butterworths scientific publications, London, 1951, p. 388
- [4] BOGAARDT M. et VIGNERON L. — *J. Physique Rad.*, 1950, **11**, 652.
- [5] VIGNERON L. et BOGAARDT M. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 2176
- [6] VIGNERON L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 1199
- [7] VIGNERON L. et BOGAARDT M. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 941
- [8] LATTES C. M. G., FOWLER P. H. et CUER P. — *Proc. Phys. Soc.*, 1947, **59**, 883
- [9] ROTBLAT J. — *Nature*, 1950, **165**, 387
- [10] ROTBLAT J. — *Nature*, 1951, **167**, 550
- [11] CATALA J. et GIBSON W. M. — *Nature*, 1951, **167**, 551
- [12] GEIGER — *Proc. Roy. Soc.*, 1910, **83**, 492 et 505
- [13] BRADNER H., SMITH F. M., BARKAS W. H. et BISHOP A. S. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 462
- [14] BEARDEN J. A. et WATTS H. M. — *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 73
- [15] WEBB J. H. — *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 511
- [16] CUER P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, 1121
- [17] MANO M. G. — *C. R. Acad. Sc.*, 1933, **197**, 319, *Ann de Physique*, 1934, **11**, 407
- [18] LIVINGSTON M. S. et BETHE H. A. — *Rev. Mod. Physics*, 1937, **9**, 245
- [19] NERESON N. et REINES F. — *Rev. Sc. Instr.*, 1950, **21**, 1934
- [20] WARSHAW S. D. — *Phys. Rev.*, 1949, **74**, 511
- [21] BLACKETT P. M. S. et LEES D. S. — *Proc. Roy. Soc.*, 1932, A **134**, 658.
- [22] BETHE H. A., BROWN L. M. et WALSKE M. C. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 413.
- [23] BETHE H. A. — *Ann. Physik*, 1930, **5**, 325
- [24] BROWN L. M. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 297.
- [25] SIEGBAHN — *Spektroskopie der Roentgenstrahlen*
- [26] SLATER J. C. — *Phys. Rev.*, 1930, **36**, 57
- [27] Notice du fabricant Ilford Ltd, août 1948.
- [28] BAKKER C. J. et SEGRÈ E. — *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 489.
- [29] FARAGGI H. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **230**, 1398
- [30] PANOFKY W. K. H. et FILLMORE F. L. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 57 (point moyen de leur série de mesures).
- [31] CUER P. et JUNG J. J. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 52 S, *Science et Ind. Phot.*, 1951, **22**, 401 (lectures sur la courbe publiée).