



HAL
open science

Délimitation du domaine de Rayleigh dans les champs alternatifs à la lumière de récents travaux théoriques et expérimentaux

Israël Epelboin

► **To cite this version:**

Israël Epelboin. Délimitation du domaine de Rayleigh dans les champs alternatifs à la lumière de récents travaux théoriques et expérimentaux. *Journal de Physique et le Radium*, 1951, 12 (3), pp.361-371. 10.1051/jphysrad:01951001203036100 . jpa-00234395

HAL Id: jpa-00234395

<https://hal.science/jpa-00234395>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉLIMITATION DU DOMAINE DE RAYLEIGH DANS LES CHAMPS ALTERNATIFS A LA LUMIÈRE DE RÉCENTS TRAVAUX THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX

Par I. EPELBOIN,

Laboratoire de Physique (Enseignement) de la Faculté des Sciences de Paris.

Sommaire. — Les théories actuelles de l'aimantation dans les champs faibles confirment les anciennes lois empiriques de Rayleigh, à condition d'éliminer les perturbations dues à l'influence du temps et à la forme de l'échantillon. Ces lois sont très importantes car les études des ferromagnétiques soumis à un champ sinusoïdal ou à une induction sinusoïdale sont généralement basées sur elles. Des désaccords notables ont cependant été constatés pour les substances à haute perméabilité qui présentent des pertes magnétiques anormales dans les champs alternatifs et divers auteurs ont proposé des lois traduisant mieux les résultats expérimentaux.

Nous avons effectué des études par différentes méthodes accompagnées de polissage électrolytique et elles montrent que tous les rubans et fils de haute perméabilité sont hétérogènes dans le sens de l'épaisseur. Ceci est probablement dû à une diffusion irrégulière des atomes au cours des traitements thermiques et mécaniques et les champs alternatifs révèlent alors une texture magnétique qui est à l'origine de la majeure partie des pertes anormales et de certains désaccords avec les lois de Rayleigh.

Conformément à ces lois, les harmoniques ne sont appréciables que dans les champs pour lesquels la perméabilité d'amplitude atteint 10 à 20 pour 100 de la perméabilité initiale. Comme ce sont eux qui perturbent la texture magnétique, ils limitent le domaine d'application des lois de Rayleigh, non plus par rapport au champ coercitif, mais plutôt par rapport à l'accroissement de la perméabilité avec le champ alternatif et à condition de faire les mesures avant que l'aimantation stabilisée par le champ alternatif ait eu le temps de varier sous l'influence d'un traînage lent de diffusion. Tous les écarts et les limitations des lois de Rayleigh semblent s'expliquer par l'apparition dans le processus d'aimantation de facteurs perturbateurs bien définis, comme le temps, la structure ou la forme des ferromagnétiques, lesquels introduisent une variation non linéaire entre le champ magnétique appliqué et celui qui obéirait à ces lois si ces facteurs étaient éliminés.

Les lois de Lord Rayleigh [1], que celui-ci a établies expérimentalement à la fin du siècle dernier, ont été longtemps admises pour les ferromagnétiques dans le domaine des champs magnétiques faibles ne dépassant pas $1/5^{\circ}$ du champ coercitif et ce n'est que depuis la dernière guerre, avec l'utilisation de plus en plus fréquente des champs alternatifs et des traitements thermiques spéciaux que des désaccords importants se sont manifestés. C'est à cause d'eux que certains chercheurs ont alors proposé différentes lois théoriques et expérimentales destinées à les compléter ou même à les remplacer.

Cependant, ces lois ont été appliquées à des ferromagnétiques polycristallins présentant des pertes magnétiques élevées dont une étude, faite à l'aide de polissages électrolytiques successifs, a montré une répartition hétérogène des propriétés électromagnétiques dans leur épaisseur; cette hétérogénéité entraîne un traînage magnétique apparent qui peut se superposer au traînage réel causé par les divers phénomènes perturbant l'aimantation lorsque le facteur temps n'est pas négligeable.

Aussi, sans aborder ici les théories du traînage magnétique nous examinerons à la lumière des récents travaux le domaine réel de validité des lois de Rayleigh.

Les lois d'aimantation proposées pour les champs faibles. — Rayleigh indique que si le

champ magnétique H décroît jusqu'à une valeur H_1 correspondant à l'induction B_1 et qu'ensuite on le fait croître, la valeur correspondante de l'induction B s'exprime alors par

$$B - B_1 = a(H - H_1) + \frac{b}{2}(H - H_1)^2. \quad (1)$$

Pour les valeurs décroissantes de H , il suffit de mettre un signe — devant le terme du 2^e degré.

En d'autres termes, le cycle d'hystérésis de Rayleigh est formé de deux arcs de paraboles dont les points d'intersection sont sur la courbe de première aimantation :

$$B = aH + bH^2. \quad (2)$$

En reportant l'origine à l'un des sommets du cycle, on peut tirer de cette relation :

$$\mu_a = \frac{B_1}{H_1} = a + 2bH_1, \quad (3)$$

ce qui montre que la perméabilité d'amplitude μ_a définie sur ce cycle est une fonction linéaire de l'amplitude du champ. Le coefficient a représente la limite de μ_a pour un champ nul, c'est-à-dire la perméabilité initiale qui correspond à la partie réversible de l'aimantation, tandis que le coefficient b est dû à la partie irréversible qui détermine les pertes par hystérésis puisque l'aire d'un cycle de Rayleigh est

$$\frac{2b}{3\pi} H_1^3.$$

Les lois de Rayleigh étaient vérifiées depuis plusieurs années et généralement considérées comme des « lois de la nature » [2] alors que leur interprétation théorique se heurtait encore à la difficulté du calcul de l'interaction magnétique dans un ferromagnétique réel. Avant la dernière guerre, les théories proposées se bornaient à une représentation formelle du processus d'aimantation à l'aide de modèles fictifs dont le meilleur est celui utilisé par Preisach [3] et que Kondorsky [4] a d'ailleurs développé pour établir une théorie approximative d'aimantation applicable aux ferromagnétiques polycristallins possédant un axe de facile aimantation; cette théorie a été vérifiée sur le cobalt et étendue expérimentalement aux ferromagnétiques usuels à trois axes de facile aimantation [5]. Si la courbe de première aimantation est représentée par la fonction $B = f(H)$, la courbe d'hystérésis est alors représentée par

$$B = B_1 - 2f\left(\frac{H_1 - H}{2}\right), \quad (4)$$

relation conforme aux équations (1) et (2) de Rayleigh. Cette formule est plus générale, puisqu'elle reste valable jusqu'à une amplitude du champ bien définie par la théorie et qui se trouve pratiquement dans le domaine du champ coercitif.

C'est L. Néel [6] qui, en 1942, a donné une interprétation théorique générale des lois de Rayleigh basée sur le fait que dans les champs faibles par rapport au champ coercitif, les processus d'aimantation sont principalement dus aux déplacements, réversibles ou non, des parois séparant les domaines élémentaires. Pour établir une théorie de ces déplacements, il a exprimé l'énergie libre qui leur est liée par une fonction caractéristique d'une forme maniable en partant d'un contour polygonal dont les angles vifs sont remplacés par des arcs de paraboles tangents aux côtés du polygone; ceci permet de montrer que les déplacements élémentaires d'une paroi de séparation dans un milieu irrégulièrement perturbé obéissent à un mécanisme d'aimantation conforme aux lois de Rayleigh. Ces résultats peuvent être étendus au mécanisme d'aimantation des ferromagnétiques comprenant un grand nombre de domaines et être soumis alors à des vérifications expérimentales. En effet, on aboutit à une relation potentielle entre les coefficients a et b de Rayleigh de la forme

$$\frac{(a-1)^2}{b} = 1,8\pi\alpha I_s, \quad (5)$$

où I_s est l'aimantation à saturation et α une constante du matériau égale à l'inverse du nombre de minima de la fonction caractéristique contenus dans le parcours total moyen d'une paroi. De même, le champ coercitif est alors de la forme

$$H_c = \frac{a-1}{b} \frac{r}{0,54\pi}, \quad (6)$$

où r est un coefficient qui dépend de α . Malgré la forme très simple de la fonction caractéristique, l'équation (5) vérifie assez bien les anciens résultats de P. Weiss et de ses élèves [7], ainsi que les premiers résultats obtenus récemment dans notre laboratoire par C. Abgrall entre -160 et $+200$ sur des rubans en permalloy de 10μ d'épaisseur présentant des pertes par hystérésis excessivement élevées. Des mesures effectuées au laboratoire de L. Néel [8] sur des aciers modernes à aimants ont vérifié également la relation (6), qui a d'ailleurs été modifiée depuis [9] par un perfectionnement dans le calcul du libre parcours d'une paroi de Bloch dans un champ fort et vérifiée pour d'autres substances magnétiquement dures.

Ces dernières années, un certain nombre de chercheurs ont proposé des nouvelles lois empiriques destinées à remplacer celles de Rayleigh et souvent ils l'ont fait après avoir relevé des écarts dans les champs alternatifs au sujet desquels aucune théorie rigoureuse d'aimantation n'a été faite [10]. Il y a cependant des exceptions, car S. Procopiu [11] ne s'est pratiquement basé que sur des considérations théoriques pour aboutir à la relation

$$B = \alpha H^3 - bH^5. \quad (7)$$

De même, Akoulov [12] a proposé récemment la loi sous forme de série

$$B = \alpha H + bH^3 + cH^5, \quad (8)$$

qu'à notre connaissance il n'a vérifiée que sur des échantillons en fer-cobalt et uniquement en statique par la méthode magnétométrique. Elle a conduit alors à des cycles d'hystérésis vérifiant la formule (4) comme ceux de Rayleigh, mais valables dans un domaine de champs beaucoup plus large.

Pourtant, depuis 1924, Jordan [13] a montré expérimentalement que dans les champs alternatifs faibles, le cycle d'hystérésis est mieux représenté par les coefficients a et b de Rayleigh que par un développement en série. Il a, en effet, trouvé que pour des substances présentant en alternatif des pertes magnétiques suffisamment faibles (notamment un déphasage entre l'induction et le champ inférieur à 10^{-1}), la perméabilité et les pertes variaient linéairement avec l'amplitude du champ, ce qui est conforme aux lois de Rayleigh appliquées à un champ sinusoïdal; en extrapolant pour un champ nul, ceci permet de séparer les pertes par hystérésis des pertes par courants de Foucault. Mais les pertes ainsi mesurées sont, en général, supérieures à celles que l'on calcule en supposant la substance homogène et de conductivité σ en courant continu (autrement dit, σ_a étant la conductivité apparente calculée à partir des pertes mesurées, on a $\frac{\sigma_a}{\sigma} > 1$). De même, leur extrapolation pour une fréquence nulle fait apparaître des pertes résiduelles pratiquement indé-

pendantes de la température que l'on appelle la constante de Jordan ϵ et que L. Néel a interprété récemment par sa théorie du traînage des fluctuations thermiques [14, 15]. Ces deux anomalies sont restées inexpliquées pendant des années, mais la variation linéaire de la perméabilité et des pertes avec le champ ont permis avant la guerre de généraliser les lois de Rayleigh à l'ensemble des ferromagnétiques polycristallins usuels, à condition toutefois de prendre certaines précautions que Legg [16] a indiquées en détail. Il faut, par exemple, que l'échantillon ne présente pas d'entrefer et pour éviter une instabilité ainsi que l'influence de son histoire magnétique, il faut toujours effectuer une désaimantation préalable. Ne pas prendre ces précautions risque d'entraîner des erreurs. Ainsi, de nombreux désaccords avec les lois de Rayleigh étaient signalés pour des noyaux en poudre [17, 18] et c'est en 1943 que Kornetzki [19] a démontré que si la substance ferromagnétique suit les lois de Rayleigh, il est impossible que le noyau leur obéisse s'il présente un entrefer. En effet, il se superpose à la relation parabolique de Rayleigh une relation supplémentaire entre le champ H et le champ H_a appliqué en présence d'un entrefer. Comme cette relation est en général fonction de l'induction B , la loi d'aimantation accessible à nos mesures, c'est-à-dire la relation entre B et H_a s'écarte de la loi parabolique. Sur la figure 1, nous avons reproduit, d'après Kornetzki,

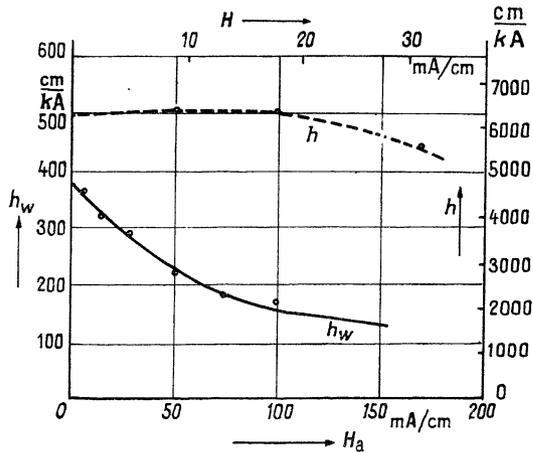


Fig. 1. — Coefficient d'hystérésis $h = \frac{8}{3\pi} \frac{b}{a}$ en fonction du champ d'un noyau en FeNi 40 pour 100 sans entrefer (trait pointillé) et avec entrefer (trait continu) [4].

les valeurs mesurées des quotients $\frac{8}{3\pi} \frac{b}{a}$ en fonction du champ pour un noyau en ferro-nickel Fe-Ni 40 pour 100. La courbe en trait pointillé correspond au noyau sans entrefer et elle est donnée en fonction du champ H , tandis que la courbe en trait continu correspond au même noyau avec un entrefer

et elle est valable pour le champ appliqué H_a . On voit donc bien que le noyau avec entrefer n'obéit pas aux lois de Rayleigh dans l'ensemble du domaine où la substance dont il est constitué les suit.

Des écarts analogues ont été signalés à la même époque pour des alliages sans entrefer à haute perméabilité. La figure 2 indique les courbes de la perméabilité d'amplitude en fonction du champ

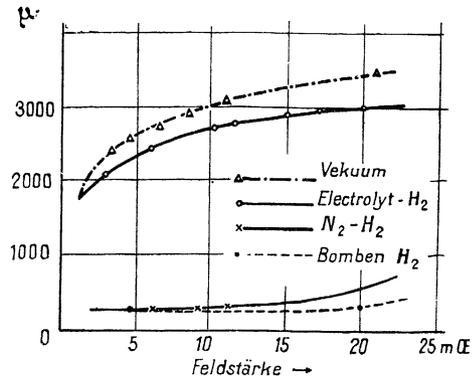


Fig. 2. — Perméabilité d'amplitude en fonction du champ de rubans en FeSi 3 pour 100 recuits dans quatre atmosphères différentes [20].

obtenues par Pawlek [20] par des mesures à 50 Hz sur des rubans en Fe-Si 3 pour 100 de 0,35 mm d'épaisseur recuits dans différentes atmosphères. On voit que lorsque les échantillons sont recuits dans le vide ou dans l'hydrogène électrolytique, les courbes ne sont linéaires qu'à partir d'un champ relativement élevé, contrairement à ce qui se passe lorsque le recuit a été fait dans un mélange azote-hydrogène ou dans l'hydrogène commercial. Cependant, Pawlek n'a pas interprété les écarts aux lois de Rayleigh par l'apparition d'un facteur perturbateur introduisant une variation non linéaire entre le champ magnétique appliqué et celui qui existerait en son absence.

K. Sixtus [21] a trouvé également que la tangente de l'angle de pertes (ϵ sur la figure 3) variait linéairement en fonction du champ à partir d'une certaine valeur de celui-ci et il l'a confirmé avec d'autres alliages, notamment avec des ferro-nickels; cependant, il s'agit d'angles de pertes bien supérieurs à ceux utilisés dans la méthode de Jordan. Pour expliquer ces résultats, il partage les ferromagnétiques en deux catégories selon l'importance plus ou moins grande des déplacements irréversibles des parois de séparation des domaines pendant le processus d'aimantation dans les champs faibles. Selon lui, les lois de Rayleigh ne s'appliquent alors qu'aux ferromagnétiques ayant des déplacements irréversibles des parois relativement faibles (faibles pertes par hystérésis), tandis que les ferromagnétiques de

la seconde catégorie obéissent à une loi de la forme

$$B = aHN \left(H + \frac{b}{a} H^2 \right), \quad (9)$$

où N est un coefficient caractéristique du matériau d'autant plus grand que l'énergie des tensions internes est plus petite par rapport à l'énergie cristalline. Il détermine alors la courbure de la perméabilité d'amplitude, car on a

$$\mu_a = 2 H_1^N a \left(1 + \frac{2b}{a} H_1 \right), \quad (10)$$

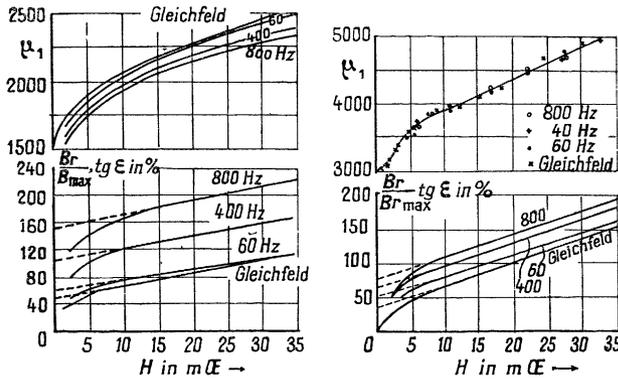


Fig. 3. — Perméabilité et angle de pertes en fonction du champ de rubans en ferro-silicium (à gauche) et en fer-nickel (à droite) recuits dans l'hydrogène [21].

ainsi que la constante de Jordan, car l'angle de pertes dans un champ sinusoïdal s'écrit approximativement

$$\text{tg } \alpha_H = \frac{4}{\pi} \frac{N}{2 + N} + \frac{8}{\pi} \frac{1 + N}{3 + N} \frac{b}{a} H_1. \quad (11)$$

Cette loi n'explique cependant pas les anomalies des pertes par courants de Foucault de tous les échantillons qu'il a étudiés en alternatif après un recuit dans l'hydrogène. Nos essais sur des fer-nickels présentant de fortes pertes par hystérésis [22], en particulier sur du permalloy ayant une énergie magnéto cristalline très faible (état désordonné), ne l'ont pas confirmé car elles ne font apparaître une courbure de la caractéristique de la perméabilité en fonction du champ que lorsque celui-ci laisse apparaître des phénomènes non négligeables de traînage magnétique. A titre d'exemple, nous indiquons (fig. 4) les caractéristiques de la perméabilité et de l'angle de pertes en fonction du champ obtenues à 1000 Hz avec deux fer-nickels ayant subi, soit une trempe dans l'eau à 750°, soit un recuit prolongé dans le vide. On peut voir que tous obéissent aux lois de Rayleigh, même les deux présentant de fortes pertes par hystérésis; après un certain accroissement $\left(\frac{\mu_a}{a} \right)$ de la perméabilité par rapport à la perméabilité initiale, les caractéristiques du mumétal recuit et du permalloy trempé s'incurvent respec-

tivement vers le haut et le bas et nous l'avons expliqué dans le cadre des lois de Rayleigh par l'influence des harmoniques qui mettent en évidence

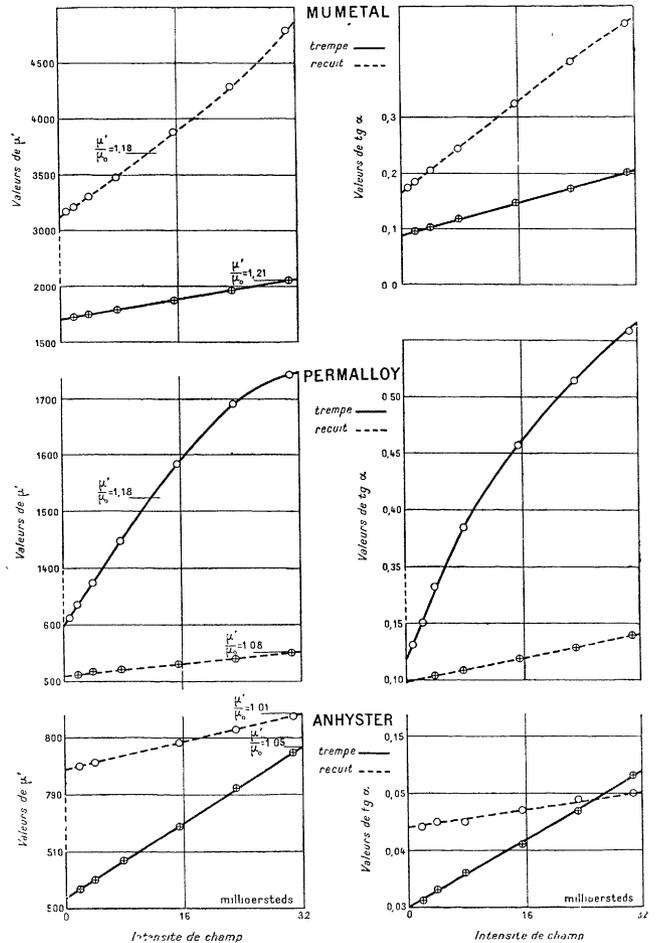


Fig. 4. — Perméabilité et angle de pertes mesurés à 1000 Hz en fonction du champ [22].

des variations différentes du traînage magnétique en fonction de la fréquence. Depuis, H. Wilde et G. Bosse [23] ont montré sur des tôles de fer au silicium recuit à 1350° dans l'hydrogène et présentant une courbure de la perméabilité pour des champs particulièrement faibles que celle-ci était bien liée au traînage qui apparaît à des fréquences déterminées. La figure 5 montre trois aspects différents des courbes de la perméabilité en fonction du champ obtenues par ces chercheurs. En mesurant à différentes fréquences la variation des pertes par traînage magnétique en fonction de la température, ils ont constaté que l'échantillon 1 dont la convexité est tournée vers le haut présente des pertes par traînage dépendant de la température, que celles du deuxième dont la convexité est tournée vers le bas en sont indépendantes et que le troisième dont

la convexité est tournée d'abord vers le haut, ensuite vers le bas, présente en très basse fréquence un traînage qui dépend de la température, alors qu'il n'en dépend plus aux fréquences plus élevées.

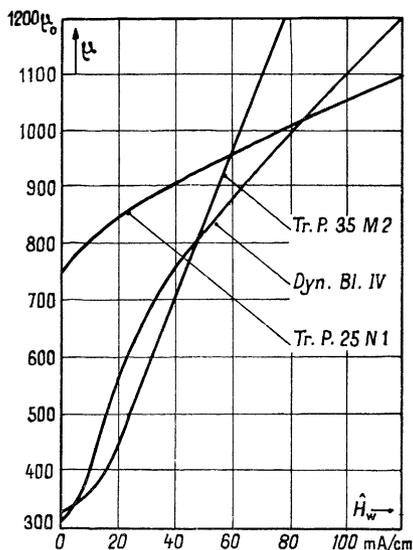


Fig. 5. — Perméabilité en fonction du champ des échantillons :

- 1, Tr. P. 35 M2 (FeSi 3,5 pour 100);
- 2, Tr. P. 25 N1 (FeSi 2,5 pour 100);
- 3, Dyn. B1. IV (FeSi 4 pour 100).

Pour ces matériaux, Feldtkeller [24] a proposé des formules empiriques destinées à remplacer les relations déduites des lois classiques de Rayleigh. Il donne pour équation du cycle, la formule

$$B = [a + 2f_L(H_1)]H \pm \frac{3\pi}{4} \chi [f_L(H_1)] \frac{1}{H_1} (H^2 - H_1^2), \quad (12)$$

où la fonction $f_L(H_1)$ se détermine d'après les courbes de la perméabilité en fonction de l'amplitude du champ et où le coefficient χ se déduit du comportement du matériau dans les champs alternatifs. Contrairement aux lois de Sixtus, les formules de Feldtkeller s'appliquent aux très faibles accroissements de perméabilité par rapport à la perméabilité initiale et aboutissent à un cycle d'hystérésis parabolique dont les coefficients varient avec l'amplitude du champ alternatif.

Les principaux désaccords avec les lois de Rayleigh sont donc liés au comportement des ferromagnétiques dans les champs alternatifs et il est nécessaire de préciser le domaine d'application de chacune des lois proposées, en particulier de celles de Rayleigh.

Etude des lois d'aimantation dans les champs alternatifs. — L'étude de l'aimantation dans les champs alternatifs faibles s'effectue en général à l'aide de ponts de grande sensibilité en mesurant

l'impédance de bobines toroïdales dont le noyau annulaire est constitué par le noyau ferromagnétique étudié. La précision de la mesure n'est alors pratiquement limitée que par la reproductibilité des caractéristiques de l'enroulement et, dans le cas des modèles démontables, à celle de la résistance de contact des demi-spires assemblées [25] (inférieure, pour certaines bobines, à $10^{-4}\Omega$ pour un enroulement de 40 spires). En utilisant un pont de Maxwell,

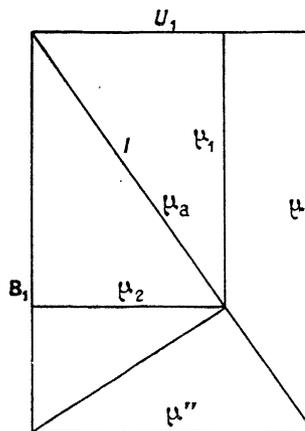


Fig. 6. — Diagramme scalaire relatif aux perméabilités effectives :

μ' , perméabilité dynamique; μ'' , perméabilité réactive; μ_a , perméabilité d'amplitude; μ_1 , perméabilité conservative; μ_2 , perméabilité consomptive.

on peut mesurer le champ magnétique à l'aide d'un thermocouple branché dans le circuit du pont et lire la perméabilité et les pertes sur la capacité et la résistance variables par comparaison des valeurs obtenues en réalisant deux équilibres successifs, l'un avec la bobine vide de son noyau, l'autre avec le noyau.

Par exemple, un montage ainsi réalisé dans notre laboratoire par J. Dieudonné permet la mesure des perméabilités effectives d'un noyau ferromagnétique en présence de l'ensemble des pertes magnétiques dans un domaine de fréquences de l'ordre de 8 MHz. Sur la figure 6, nous rappelons le diagramme scalaire qui donne les relations entre les diverses perméabilités en fonction du déphasage entre l'induction et le champ (angle de pertes magnétiques α).

L'étude des lois d'aimantation dans les champs alternatifs ne peut donc être précise que dans la mesure où l'on peut assimiler l'induction et le champ magnétique à des grandeurs sinusoïdales. Il est donc indispensable d'étudier les harmoniques provoqués par l'aimantation afin de déterminer le domaine où ils sont négligeables, c'est-à-dire où l'on peut assimiler le cycle réel à un cycle elliptique.

Pour un champ sinusoïdal $H = H_1 \cos \omega t$, un déve-

loppement en série de Fourier donne

$$B(t) = (a + 2bH_1)H_1 \cos \omega t - \frac{8}{3\pi} bH_1^2 \left[\sin \omega t - \frac{\sin 3\omega t}{5} - \frac{\sin 5\omega t}{5 \times 7} - \dots \right]. \quad (13)$$

En négligeant les harmoniques de l'induction, l'angle de pertes par hystérésis α_H est donné par

$$\operatorname{tg} \alpha_H = \frac{8}{3\pi} \frac{bH_1}{a + 2bH_1} \sim \frac{8}{3\pi} \frac{bH_1}{a} \quad (14)$$

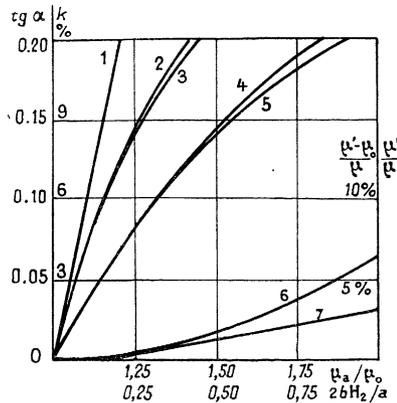


Fig. 7.

Courbe 1 : $\frac{3\pi}{8} \frac{bH_1}{a}$ en fonction de $\frac{b}{a} H_1$; courbes 2 et 3 : angle de pertes $\operatorname{tg} \alpha_H$ et facteur de distorsion harmonique K en fonction de $\frac{b}{a} H_1$ dans le cas d'un champ sinusoïdal et dans celui d'une induction sinusoïdale; courbes 4 et 5 : mêmes grandeurs en fonction de $\frac{\mu_a}{a}$; courbe 6 : $\frac{\mu_a - \mu_0}{\mu_0}$ en fonction de $\frac{bH_1}{a}$; courbe 7 : $\frac{\mu' - \mu_a}{\mu'}$ en fonction de $\frac{\mu_a}{a}$.

et l'on peut alors connaître les diverses perméabilités en se servant du diagramme de la figure 7 [on peut alors vérifier que la perméabilité d'amplitude satisfait bien à l'équation (3)]. Pour étudier l'influence du 3^e harmonique, on utilise le facteur de distorsion harmonique K défini comme le triple du rapport des amplitudes respectives du 3^e harmonique et du terme fondamental de l'induction; les équations (13) et (14) permettent alors d'arriver à

$$K = \frac{3}{5} \operatorname{tg} \alpha_H \quad (15)$$

et le taux d'harmoniques de l'induction est $K \frac{1,0103}{3}$.

Lorsque c'est l'induction que l'on rend sinusoïdale $B = B_1 \cos \omega t$, un développement en série de Fourier permet également d'exprimer $H(t)$ sous forme d'une série rapidement convergente dont les coefficients peuvent se calculer de proche en proche avec des formules de récurrence [22].

En comparant les fonctions $H(t)$ et $B(t)$, on constate que dans les deux cas, le facteur de distorsion harmonique et le taux d'harmoniques se confondent

pratiquement; mais dans le deuxième, les termes en $\cos n\omega t$ et en $\sin n\omega t$ pour n impair ne sont pas nuls et les valeurs de crête des harmoniques du champ se rapprochent de plus en plus. L'abaque de la figure 7 indique les variations des perméabilités, des angles de pertes et du facteur de distorsion harmonique dans le cas d'un champ sinusoïdal et dans celui d'une induction sinusoïdale; on voit que

pour toutes les valeurs de $\frac{\mu_a}{a}$, les valeurs des angles de pertes et du facteur K lorsque le champ est sinusoïdal se confondent pratiquement avec celles qu'elles prennent dans le cas de l'induction sinusoïdale. Les courbes 2 et 3 indiquent les variations de ces angles en fonction de $\frac{2bH_1}{a}$ et leur comparaison avec la droite 1 montre que la formule approximative (14), sur laquelle est basée la méthode de séparation des pertes de Jordan, n'est valable que pour de très petits angles : pour $\frac{\mu_a}{a} > 1,1$ par exemple, la valeur de $\operatorname{tg} \alpha_H$ est inférieure de 8 pour 100 à celle donnée par la droite. Les courbes 6 et 7 montrent que la perméabilité dynamique définie d'après la figure 6 comme le rapport entre l'amplitude de l'induction et la composante du champ en phase avec celle-ci se confond parfaitement avec la perméabilité d'amplitude lorsque le rapport $\frac{\mu_a}{a}$ est inférieur à 1,3, c'est-à-dire lorsque le facteur de distorsion harmonique est inférieur à 6 pour 100; d'ailleurs, celui-ci passe déjà de 1 à 3 pour 100 lorsque $\frac{\mu_a}{a}$ croît de 1,05 à 1,15 et c'est son influence qui limite l'étude du domaine de Rayleigh dans les champs alternatifs.

A notre connaissance, l'étude des harmoniques n'a pas été faite pour un cycle de Sixtus.

Par contre, les résultats trouvés pour le cycle de Rayleigh s'appliquent aux formules de Feldtkeller, puisqu'il s'agit encore d'un cycle parabolique. Pour les échantillons 2 et 3 de la figure 5, il a d'ailleurs fait la vérification expérimentale de la relation (15) jusqu'à des valeurs de K atteignant 5 à 6 pour 100; elle est d'ailleurs mieux vérifiée que le cycle de Rayleigh classique, car dans la formule (12), le coefficient χ est déterminé en présence de traînage magnétique. χ est en effet donné par la formule empirique $\chi = \frac{\mu_2}{\mu_1 - a}$, où μ_1 et μ_2 sont les perméabilités effectives conservative et consomptive calculées par extrapolation en basse fréquence afin d'éviter les courants de Foucault, mais pas corrigées des pertes par traînage ainsi que nous le verrons plus loin.

Pour étudier les lois de Rayleigh dans les champs alternatifs simultanément en présence des courants de Foucault et des pertes par traînage magnétique, on peut utiliser les équations de Maxwell et remplacer, suivant la méthode d'Arkadiev [26], la perméabilité réelle par une quantité complexe $\mu(1 - j\gamma)$,

où γ représente la tangente de l'angle de pertes débarrassé de l'influence des courants de Foucault. Ceci permet, dans le cas des fils ou des rubans, de calculer sans difficulté le coefficient reliant cette perméabilité complexe aux perméabilités effectives en adaptant la méthode de V. Arkadiev à une substance hétérogène [22]. Ainsi, μ' et $\text{tg } \alpha$ étant la perméabilité dynamique et l'angle de pertes effectives, on trouve, dans le cas des rubans,

$$\text{et } \left. \begin{aligned} \mu' &= \frac{\mu}{A_m} = \frac{M}{x} \frac{\text{ch } 2mx - \cos 2nx}{n \text{ sh } 2mx + m \sin 2nx} \\ \text{tg } \alpha &= \frac{m \text{ sh } 2mx - n \sin 2nx}{\text{ch } 2mx - \cos 2nx}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

où

$$M = \sqrt{1 + \gamma^2}; \quad m = \sqrt{M + \gamma}; \quad n = \sqrt{M - \gamma}$$

et où le paramètre caractéristique de l'effet pelliulaire est $x = \pi d \sqrt{\mu \sigma f}$ avec d , épaisseur du ruban, σ , conductivité et f , fréquence. Pour les faibles valeurs de x , les équations (17) deviennent

$$\mu' = \mu \frac{1 + \gamma^2}{1 + 4 \frac{x^2}{45}} \quad \text{et} \quad \text{tg } \alpha = \gamma + \frac{2}{3} (1 + \gamma^2) x^2. \quad (18)$$

On retrouve ainsi la méthode de séparation des pertes de Jordan valable seulement pour les faibles valeurs de x et de γ et pour le type de traînage caractérisé par $\gamma = \text{tg } \alpha_H + \varepsilon$. On peut alors déterminer les coefficients de Rayleigh en extrapolant les droites $\frac{1}{\mu}$ en fonction de f_2 pour $f \rightarrow 0$. On peut encore voir, d'après l'équation (18), que le coefficient χ de Feldtkeller est bien déterminé en présence de traînage, puisque même pour $x = 0$, on a

$$\chi = \frac{4}{3\pi} \frac{\gamma}{\text{tg } \alpha_H},$$

mais il semblerait que pour ces échantillons, le traînage n'est pas celui de Jordan, puisque l'on a $\gamma < \text{tg } \alpha_H$.

Lorsque les substances présentent des pertes élevées par traînage et par courants de Foucault, on peut tracer divers diagrammes, en particulier celui des variations de $\frac{\mu}{\mu'}$ en fonction de l'angle de pertes et les comparer avec les courbes obtenues à partir des équations (17).

Cependant, pour interpréter les résultats, il est nécessaire de faire des hypothèses sur les variations avec la fréquence du traînage magnétique réel; malheureusement, ces hypothèses sont délicates à faire et nous en donnerons un exemple, tiré des courbes $\frac{\mu}{\mu'}$ en fonction de $\text{tg } \alpha$ [22]. Supposons que le traînage reste constant avec la fréquence: la perméabilité réelle du permalloy trempé de la figure 4 diminue alors en fonction de celle-ci, donc elle croît vers l'intérieur du ruban (texture positive) et, par contre, celle du mumétal recuit diminue

vers l'intérieur (texture négative). Supposons maintenant que le traînage augmente avec la fréquence, on peut conclure que le mumétal a une texture nulle ou même positive. On ne peut donc se contenter d'hypothèses et pour étudier les lois d'aimantation dans les champs alternatifs, il est nécessaire de connaître expérimentalement la forme précise de la texture magnétique macroscopique.

Étude par le polissage électrolytique de la texture magnétique dans le domaine de Rayleigh. — Pour prouver une répartition hétérogène des propriétés magnétiques dans l'épaisseur du métal, il a été longtemps nécessaire de procéder par analogies et de comparer le comportement d'un ferromagnétique à texture magnétique macroscopique à celui d'un modèle fictif constitué par des couches de conductivité et de perméabilité différentes [28]. On craignait, en effet, que l'enlèvement des couches superficielles ne laisse des traces dans le corps du métal restant et ce n'est que depuis certains perfectionnements du polissage électrolytique que ces craintes ont été dissipées, tout au moins pour les ferromagnétiques obéissant aux lois de Rayleigh et dont l'aimantation ne varie pratiquement pas avec le temps [29]. Afin d'être bien certains que le polissage ne modifiait pas le métal restant, nous avons fait un contrôle magnétique en polissant deux échantillons identiques, l'un sur une face, l'autre sur deux faces et un contrôle aux rayons X à l'aide de diagrammes en retour en polissant successivement les deux faces: les résultats ont été concordants dans l'un et l'autre cas.

L'utilisation du polissage électrolytique étant ainsi autorisée, on peut écrire que la perméabilité μ_z en un point situé à la distance z du plan milieu du ruban est telle que

$$\mu_m = \frac{1}{z} \int_0^z \mu_z dz, \quad (19)$$

μ_m étant la perméabilité moyenne de l'échantillon. En amincissant progressivement le ruban et en mesurant μ_m et z on peut ainsi déterminer μ_z .

Cette valeur μ_z introduite dans les équations de Maxwell permet de connaître en fonction de la fréquence les variations de la perméabilité complexe $\mu(1 - j\gamma)$ provoquées uniquement par la texture magnétique. Par exemple, l'étude de certains rubans faite en collaboration avec A. Marais [30], a montré que l'expression μ_m peut se mettre sous la forme simple utilisée par Polivanov [31]:

$$\mu_m = \frac{\mu_0}{1 + Kz}, \quad (20)$$

d'où

$$\mu_z = \frac{\mu_0}{(1 + Kz)^2} \quad \text{pour } z > 0.$$

K est un coefficient caractéristique:

$$\begin{aligned} K > 0 & \text{ traduit une texture positive.} \\ K < 0 & \text{ " " " négative.} \end{aligned}$$

La figure 8 indique les valeurs expérimentales de la perméabilité moyenne d'un mumétal au chrome laminé à froid (Fe 17 pour 100, Ni 76 pour 100,

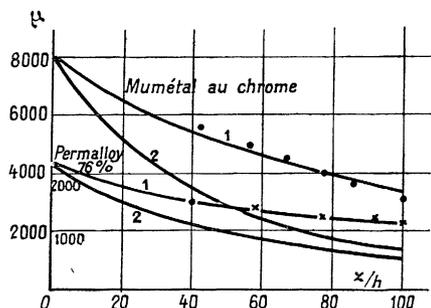


Fig. 8.

Courbe 1 : comparaison des valeurs expérimentales de la perméabilité moyenne $\frac{\mu_0}{1 + Kz}$; courbe 2 : $\mu_z = \frac{\mu_0}{(1 + Kz)^2}$ [30].

Cu 5 pour 100, Cr 1,5 pour 100) et d'un permalloy (Fe 22 pour 100, Ni 76 pour 100, Mn 1,5 pour 100) recuit à 950° dans l'hydrogène et trempé à 750° dans l'eau. Sur la figure 9, nous donnons les courbes

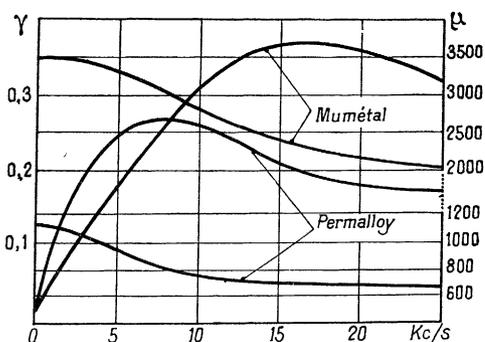


Fig. 9. — Courbes de μ et γ en fonction de la fréquence d'après les résultats de la figure 8 [30].

de la perméabilité complexe en fonction de la fréquence et l'on voit que les deux composantes ont respectivement le caractère des spectres magnétiques de dispersion de la perméabilité et d'absorption des pertes γ qui pourrait être causé par un phénomène réel de traînage dû à un retard sous l'influence du temps.

La même méthode permet de déceler des hétérogénéités de la conductivité électrique. Ainsi, les droites de Jordan donnent 2,3 comme valeur du rapport $\frac{\sigma_a}{\sigma}$ pour le mumétal et 1,8 pour le permalloy, alors que le calcul, d'après les spectres magnétiques, donne 1,57 et 1,35. Ce décalage peut s'expliquer, tout au moins partiellement, par une plus grande conductibilité de la couche superficielle puisque l'enlèvement de cette dernière par polissage électrolytique donne au

rapport $\frac{\sigma_a}{\sigma}$ les valeurs respectives de 1,9 pour le mumétal et 1,4 pour le permalloy, valeurs qui se rapprochent des valeurs calculées. Cette hétérogénéité a d'ailleurs été récemment confirmée dans notre laboratoire par D. Dautrepe qui a effectué des mesures directes des variations de conductivité de quelques rubans en Fe-Ni, en fonction de la quantité de métal dissous par polissage électrolytique [39].

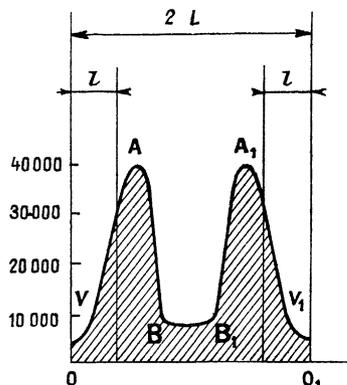


Fig. 10. — Répartition de la perméabilité μ_z dans l'épaisseur d'un ruban en permalloy de 0,5 mm d'épaisseur recuit dans l'hydrogène [35].

Il existe également une hétérogénéité de la forme et de l'épaisseur des grains. Ceci a été constaté par des examens successifs de l'état de surface effectués au microscope et aux rayons X après des polissages électrolytiques successifs et l'on a, en même temps, pu voir la répartition hétérogène des trous et fissures dans l'épaisseur du métal; de nombreuses microphotographies obtenues par D. Amine avec des ferromagnétiques montrent que les fissures atteignent des dimensions considérables, en particulier, les fissures du permalloy au molybdène brut de laminage sont beaucoup plus importantes que celles de l'alliage recuit (fig. 11) [32].

Des variations des paramètres cristallins ont été également constatées sur quelques rubans que nous avons étudiés avec M. le Professeur J. Wyart [33]. Tant que l'épaisseur enlevée à l'échantillon de permalloy trempé est inférieure à 10μ , on trouve comme paramètre $3,5446 \pm 0,0005 \text{ \AA}$. On observe ensuite un accroissement du paramètre, car pour 20μ de métal enlevé, il devient $3,5480 \text{ \AA}$ et reste constant par la suite. Si l'on recuit dans le vide cet échantillon pendant trois semaines, on ne constate plus aucune variation du paramètre, qui reste égal à $3,5460 \pm 0,0005 \text{ \AA}$, valeur pratiquement égale à la moyenne arithmétique des deux nombres mesurés avant le recuit. D'ailleurs, le rapport $\frac{\sigma_a}{\sigma}$ ne dépasse alors pas 1,2 et la texture magnétique macroscopique n'est pas bien prononcée : la perméabilité initiale,

qui est 370 augmente à peine de 8 pour 100 lorsque la section a déjà diminué de 25 pour 100.

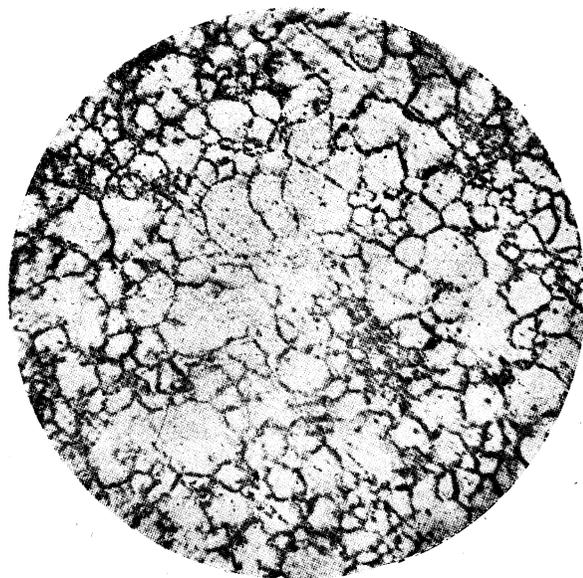
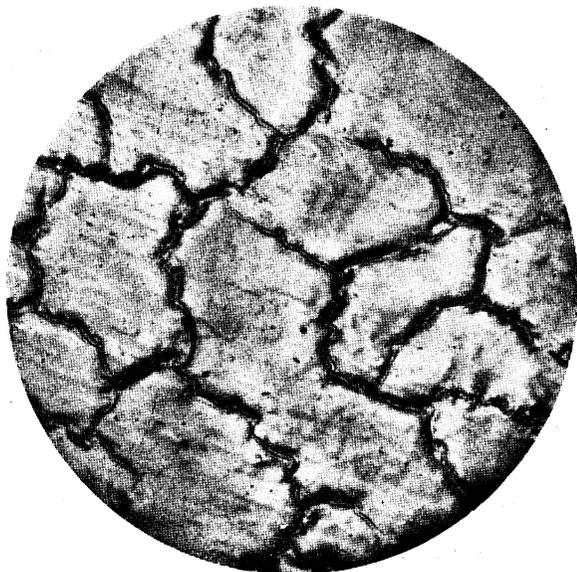


Fig. 11. — Deux micrographies ($\times 70$) d'un ruban de permalloy au molybdène de 0,35 mm d'épaisseur, poli électrolytiquement, brut de laminage et après un recuit à 1100° dans l'hydrogène.

Il est curieux de constater que les valeurs respectives des paramètres du permalloy trempé sont du même ordre de grandeur que celles trouvées par Leech et Sykes [34] sur de la poudre de permalloy à 75 pour 100 de nickel, à l'état désordonné (avec un paramètre de 3,5470 Å) et à l'état ordonné (avec un paramètre de 3,5441 Å et des lignes de

surstructure); ceci pose le problème du degré éventuel de transformation ordre-désordre dans l'épaisseur des rubans ayant subi divers traitements thermomécaniques. Des travaux effectués dans notre laboratoire par A. Marais montrent que dans le domaine de Rayleigh, il peut se présenter, dans les rubans ou dans les fils, des formes très variées de la répartition de la perméabilité et notamment des textures négatives et positives à plusieurs maxima ou minima. Il a cependant remarqué que lorsque les rubans sont pris dans une même coulée et traités de manière semblable à des épaisseurs différentes, il semble exister des relations bien définies entre la forme de la texture et l'épaisseur du métal [35]. La figure 10 montre la texture macroscopique d'un échantillon de permalloy usuel (Ni 77 pour 100, Cu 5 pour 100, Mo 4 pour 100) de 0,5 mm d'épaisseur et traités dans l'hydrogène à 1100°. Sa texture permet de prévoir celle des rubans plus minces car, si l'épaisseur diminue, c'est d'abord le palier BB' qui disparaît, puis les points A et A' qui se confondent et disparaissent. Autrement dit, la texture d'un ruban d'épaisseur $2l$ peut être déduite de celle d'un ruban plus épais, d'épaisseur $2L$ en supprimant, dans le milieu de la texture du deuxième ruban, une bande $2(L-l)$, à condition que ces deux rubans soient d'une même coulée et aient subi des traitements analogues.

Cette relation permet d'expliquer la faible perméabilité initiale des très minces laminés de permalloy. Des travaux effectués dans notre laboratoire à l'aide du dispositif de C. Chalin pour l'amincissement électrolytique des laminés, ont cependant fait ressortir des exceptions à cette règle. Par exemple, un ruban de permalloy de 8 μ d'épaisseur obtenu par polissage électrolytique à partir d'un laminé de 55 μ possède, après recuit à 1100° dans l'hydrogène purifié, une conductivité apparente σ_a plus faible et une perméabilité supérieure à celles que les considérations précédentes pourraient laisser prévoir en partant d'un ruban de 55 μ recuit de la même manière.

Nous pensons que les faits exposés peuvent être liés à des phénomènes de diffusion des atomes au cours des divers traitements thermomécaniques, lesquels sont susceptibles de créer une hétérogénéité dans la composition chimique des cristallites ou dans la répartition des tensions résiduelles. Nous citerons pour mémoire les hétérogénéités liées au laminage ou aux opérations de tréfilerie et les textures qu'elles déterminent, mais nous préciserons plus particulièrement le rôle du traitement thermique dans l'hydrogène, car celui-ci est très fréquemment utilisé.

Les traitements que nous effectuons se font, en général, en atmosphère d'hydrogène commercial; au cours du recuit, les impuretés associées à celui-ci forment, au voisinage de la surface, une couche

alimentée également par les impuretés diffusées de l'intérieur du métal qui expliquerait, partiellement au moins, les anomalies cristallines et électriques de la couche superficielle. Quant à l'hydrogène, il ne se limiterait pas, contrairement à ce qu'on pensait autrefois [20], à une action réductrice superficielle. Aux températures élevées du recuit, une fraction de l'hydrogène est sous forme atomique et, d'après E. Darmois [36], sa diffusion dans le métal se ferait par les protons. Ceux-ci dégageraient dans les trous et fissures de l'alliage, soit de l'hydrogène atomique qui entrerait en réaction chimique (dénituration, décarburation, etc.), soit, au cours du refroidissement, de l'hydrogène moléculaire qui serait susceptible de créer des variations de pressions locales très élevées. Comme la vitesse de diffusion des atomes vers l'extérieur (impuretés) et vers l'intérieur (hydrogène et ses impuretés) est principalement déterminée par la température, au passage par le point de Curie et au cours de la formation des domaines élémentaires, une telle diffusion créerait une relation bien définie entre la texture macroscopique d'un échantillon et son épaisseur. Ceci expliquerait d'ailleurs que la relation entre la texture et l'épaisseur se conserve lorsqu'un polissage électrolytique précède le traitement thermique.

L'accroissement de la perméabilité et la diminution des pertes magnétiques des rubans très minces de ferro-nickels polis électrolytiquement peut, de la même manière, être attribuée à l'amélioration de l'état de surface. En effet, Guntherschulze [37] a indiqué que les raies superficielles gênaient la diffusion de l'hydrogène car elles activent la formation d'hydrogène moléculaire; pour une épaisseur donnée, la quantité d'hydrogène diffusé serait donc plus grande lorsque le ruban est bien poli. Nous effectuons actuellement des expériences destinées à nous apporter plus de précision sur le rôle de l'hydrogène.

Tous les ferro-nickels à texture magnétique macroscopique que nous avons étudiés obéissent aux lois de Rayleigh, car la perméabilité d'amplitude commence par varier linéairement avec le champ magnétique. Cependant, on ne peut, en alternatif, limiter le domaine de Rayleigh par rapport au champ coercitif; on doit plutôt le limiter par rapport à l'accroissement de la perméabilité qui détermine les harmoniques dont l'influence ne se manifeste, en général, que dans les champs magnétiques où la perméabilité d'amplitude atteint 10 à 20 pour 100 de la perméabilité initiale. Nous avons constaté cependant que pour certains ferro-nickels à forte texture macroscopique ou ayant des fissures très prononcées comme le permalloy au molybdène brut de laminage, le domaine de Rayleigh est limité par le rapport $\frac{\mu_a}{\alpha}$ qui doit être inférieur à 1,05 et cette limitation n'est pas reliée à l'importance des déplacements irréversibles

des parois de séparation des domaines élémentaires.

Nos études de texture magnétique macroscopique dans le domaine de Rayleigh n'ont pu être étendues aux alliages de ferro-silicium, analogues à ceux de Pawleck [20] et Sixtus [21]. Cela vient de ce que les échantillons que nous avons eus à notre disposition, aussi bien d'hypersil que ceux laminés à chaud ou traités dans l'hydrogène, présentent une forte variation de l'aimantation avec le temps, accompagnée d'une nette courbure de la perméabilité d'amplitude en fonction du champ magnétique. Cependant, l'influence des impuretés, notamment de l'azote et du carbone, sur la perméabilité d'un ferro-silicium à 3 pour 100 de Si traité dans l'hydrogène à 1350° [20] et le rôle de la diffusion de l'hydrogène permettent de penser que ces ferro-magnétiques à haute perméabilité présentent également une texture liée à l'hétérogénéité de la répartition des atomes de carbone et d'azote. La courbure de la perméabilité qu'ils présentent en fonction du champ serait donc à la fois due à une hétérogénéité macroscopique et à un traînage réel de diffusion [38]; ce dernier peut cependant être éliminé en relevant la courbe perméabilité en fonction du champ avant que l'aimantation n'ait été influencée par le facteur temps et les résultats de A. Marais, décrits par ailleurs [39], montrent que les mesures aux points alternatifs permettent de se placer dans de telles conditions.

Après l'analyse de ces quelques travaux choisis parmi les nombreuses recherches effectuées depuis dix ans dans le domaine des champs très faibles, nous pouvons donc conclure que les lois de Rayleigh semblent toujours valables. Leur interprétation n'est plus basée uniquement sur des modèles fictifs, mais sur une théorie des déplacements des parois susceptible de vérifications expérimentales et de perfectionnements. Les écarts et les limitations des lois de Rayleigh dans les champs alternatifs semblent s'expliquer par l'apparition, dans le processus d'aimantation, de facteurs perturbateurs bien définis comme le temps, la structure ou la forme des ferro-magnétiques, lesquels introduisent une variation non linéaire entre le champ magnétique appliqué et celui qui, existant en leur absence obéirait aux lois de Rayleigh.

Les perfectionnements apportés aux mesures relatives aux ferromagnétiques dans les champs alternatifs, les nouvelles théories du traînage magnétique, la possibilité de séparer ce dernier du traînage apparent permettent de fixer quantitativement le domaine de Rayleigh.

Demande de M. Lliboutry. — M. Epelboin a-t-il des résultats sur le domaine de validité des lois de Rayleigh en fonction de l'amplitude des cycles et à une fréquence donnée? Les expériences initiales

de Rayleigh avaient trait à des champs inférieurs au $1/20^{\circ}$ du champ coercitif et il me semble que l'on a considérablement étendu le domaine d'application de ces lois.

Réponse de M. Epelboin. — Oui, un exemple est d'ailleurs donné dans la figure 4 de mon rapport où une division correspond à 16 mOe (cf. *R. G. E.*, 1946, 55, 271, fig. 10). L'emploi de rubans très minces et de ponts H. F. a permis d'étendre jusqu'à des fréquences de 3 MHz l'étude de la validité des lois de Rayleigh, dans le cas de certains ferromagnétiques. D'une manière générale, on retrouve, en haute fréquence, les mêmes considérations qu'en B. F. sur le domaine de validité des lois de Rayleigh, qui a été étendu, souvent à tort, jusqu'aux amplitudes de l'ordre de $1/5^{\circ}$ du champ coercitif.

Remarque de M. Goldschmidt. — Les essais de M. Epelboin sont très intéressants et doivent être poursuivis. J'attire ici l'attention sur une publication que j'ai faite en 1932 et qui donne des résultats semblables à ceux que mentionne M. Epelboin (*Z. f. techn. Physik*, 1932, 11). L'hétérogénéité des matériaux magnétiques explique certainement des bizarreries observées.

Remarque de M. Snoek. — Une longue expérience sur les ferrites a appris que les lois de Rayleigh sont suivies d'une manière satisfaisante par les ferrites homogènes, mais pas du tout par les ferrites inhomogènes.

Réponse de M. Epelboin. — En effet, M. Goldschmidt a été l'un des premiers à étudier la structure hétérogène des ferromagnétiques et le traînage magnétique. Cependant, nous avons pu prouver l'existence de la texture magnétique, grâce à l'utilisation du polissage électrolytique et à l'adaptation de la méthode de calcul de V. Arkadiev aux substances hétérogènes. Nos résultats ont d'ailleurs été appliqués à la réalisation de selfs travaillant en impulsion et les rubans de 10μ d'épaisseur amincis électrolytiquement donnent les mêmes ou même de meilleurs résultats que ceux de 3μ obtenus par laminage.

D'autre part, nous n'avons pas étudié les ferrites dans notre laboratoire, car les procédés applicables aux ferromagnétiques métalliques ne permettent pas d'étudier la répartition des propriétés magnétiques en chaque point de ces dernières. Le mécanisme de commutation en H. F. semble également différent de celui de nos rubans très minces car, jusqu'aux fréquences de 15 MHz, la perméabilité initiale réelle de ceux-ci ne présente pas de dispersion notable.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] LORD RAYLEIGH. — *Phil. Mag.*, 1887, **23**, 223.
 [2] BECKER R. et DÖRING W. — *Ferromagnetismus*, Berlin, 1939, 440 pages.
 [3] PREISACH F. — *Z. Physik*, 1935, **94**, 277.
 [4] KONDORSKY E. — *Problèmes de ferromagnétisme et de magnétodynamique*, Moscou 1946, p. 97.
 [5] POPZEV N. — *Bull. Acad. Sc. U. R. S. S.*, 1947, **11**, 562.
 [6] NÉEL L. — *Cahiers de Physique*, 1942, n° **12**, 1.
 [7] KAHAN T. — *Ann. Physique*, 1938, **9**, 105.
 [8] NÉEL L. et GLINSKI G. — *Cahiers de Physique*, 1942, **11**, 73.
 [9] NÉEL L. — *Cahiers de Physique*, 1943, n° **14**, 69.
 [10] VONSOVSKI S. et CHOUR Y. — *Ferromagnetisme*, Moscou, 1948, 816 pages.
 [11] PROCOPIU S. — *C. R. Acad. Sc.*, Roumanie, 1943-1945, **7**, 43.
 [12] AKOULOV N., GALKINA O. et IVANOVSKI V. — *C. R. Acad. Sc., U. R. S. S.*, 1949, **68**, 833.
 [13] JORDAN H. — *E. N. T.*, 1924, **1**, 7.
 [14] NÉEL L. — *Ann. Géophys.*, 1949, **5**, 99.
 [15] NÉEL L. — *J. Phys. Rad.*, 1950, **11**, 49.
 [16] LEGG W. — *Bell. Syst. tech. J.*, 1936, **15**, 39.
 [17] JORDAN H. — *Z. Tech. Physik*, 1930, **11**, 2.
 [18] KISSLING G. et LUDL O. — *E. T. Z.*, 1942, **63**, 413.
 [19] KORNETZKI E. — *E. N. T.*, 1943, **10**, 10.
 [20] PAWLEK F. — *Arch. f. Eisenhüttenwesen*, 1942-1943, **16**, 363.
 [21] SIXTUS K. — *Z. Physik*, 1943, **121**, 100.
 [22] EPELBOIN I. — *Rev. gén. Elec.*, 1946, **55**, 271 et 310.
 [23] WILDE A. et BOSSE G. — *Frequenz*, 1948, **2**, 214.
 [24] FELDTKELLER R. — *Z. Physik*, 1948, **124**, 528.
 [25] EPELBOIN I. — *Onde électrique*, 1948, **28**, 322 et 444.
 [26] ARKADIEV V. — *Phénomènes électromagnétiques dans les métaux*, Moscou 1936, **2**.
 [27] ARKADIEV V. — *Problèmes de ferromagnétisme et magnétodynamique*, Moscou, 1946.
 [28] PETERSON E. et WRATHALL L. — *Proc. Inst. Rad. Eng.*, 1936, **24**, 275.
 [29] ABADIE P. et EPELBOIN I. — *C. R. Acad. Sc.*, 1948, **226**, 1706.
 [30] EPELBOIN I. et MARAIS A. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **228**, 1110.
 [31] POLIVANOV K. — *C. R. Acad. Sc. U. R. S. S.*, **32**, p. 181.
 [32] DARMOIS E., EPELBOIN I., AMINE D. et CHALIN C. — *Rev. Métall.*, 1950, **47**, 183.
 [33] WYART J. et EPELBOIN I. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **229**, 301; *Rev. Métall.*, 1950, **47**.
 [34] LEECH P. et SYKES C. — *Phil. Mag.*, 1939, **27**, p. 742.
 [35] EPELBOIN I. et MARAIS A. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **229**, 1131.
 [36] DARMOIS E. — *Colloque int. Réactions dans l'état solide*, Paris, 1948.
 [37] GUNTHERSCHULZE A., BETZ H. et KLEINWACHTER H. — *Z. Physik*, 1939, **111**, 657.
 [38] SNOEK J. — *New developments in ferromagnetic materials*, Elsevier, 1947.
 [39] EPELBOIN I., MARAIS A. et DAUTREPPE D. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **231**, 222.