



**HAL**  
open science

## La théorie générale des couches minces

Florin Abelès

► **To cite this version:**

Florin Abelès. La théorie générale des couches minces. Journal de Physique et le Radium, 1950, 11 (7), pp.307-309. 10.1051/jphysrad:01950001107030700 . jpa-00234261

**HAL Id: jpa-00234261**

**<https://hal.science/jpa-00234261v1>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# I. — RECHERCHES THÉORIQUES SUR LES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES MINCES

## LA THÉORIE GÉNÉRALE DES COUCHES MINCES

Par FLORIN ABELÈS.

**Summary.** — On the utility of the concept of optical impedance for the oblique reflection of plane waves. The various ways of, developping the theory of thin films and of stratified media. Relation between the theory of thin films and that of stratified media. Remark on the theory of the layers with slowly varying parameters.

La nécessité d'une étude approfondie des systèmes de couches minces multiples n'est apparue qu'à une date relativement récente. Comme dans beaucoup d'autres domaines de la Physique, ce sont les progrès de la technique qui ont incité les théoriciens à se poser le problème et à essayer de le résoudre. Il est remarquable pourtant de constater l'existence d'un essai isolé qui date d'il y a presque 40 ans. Il est vrai que son auteur est l'un des plus grands noms de la Physique de la fin du siècle passé et du commencement de celui-ci : j'ai voulu nommer Lord Rayleigh. Si son Mémoire de 1912 est passé presque inaperçu des opticiens, c'est probablement parce qu'il posait le problème en termes d'Acoustique.

Je profiterai justement de cette occasion pour attirer votre attention sur l'importance des analogies particulièrement dans le cas qui nous intéresse. Il existe un grand nombre de problèmes qui se résolvent de la même façon que celui des couches minces : ils vont de la Mécanique et l'Optique géométrique jusqu'aux rayons X dans les cristaux. On en trouvera un bref exposé dans ma thèse. Ils ont tous ceci en commun d'être des problèmes de propagation d'onde à une dimension.

Dans tous les cas où l'on envisage une superposition de milieux homogènes, il est utile d'introduire la notion d'impédance, ainsi que l'a montré Schelkunoff dans un important Mémoire [1]. Les ingénieurs et les physiciens parlent déjà couramment d'impédances électriques, mécaniques et acoustiques. Il est à souhaiter que les opticiens qui s'occupent de réfraction et réflexion d'ondes planes adoptent aussi cette notion. M. Blaisse l'a déjà introduite dans l'étude des couches minces en incidence normale et il vous en parlera tout à l'heure. Quant à moi, je me bornerai à vous faire remarquer qu'elle peut

être très utile aussi dans le cas de l'incidence oblique. Voici un exemple très simple : la réfraction à la surface plane de séparation de deux milieux transparent, homogènes et isotropes. Les formules de Fresnel donnant le coefficient de réflexion s'écriront, en introduisant les impédances  $Z_0$  et  $Z_1$  des ondes dans les deux milieux

$$r = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0},$$

aussi bien pour une onde polarisée dans le plan d'incidence (onde 1) que pour une onde polarisée normalement à celui-ci (onde 2). Dans le cas d'une onde polarisée dans le plan d'incidence,  $Z_i = \frac{1}{n_i \cos \varphi_i}$  ; tandis que pour une onde polarisée perpendiculairement à celui-ci,  $Z_i = \frac{\cos \varphi_i}{n_i}$ ,  $n_i$  et  $\varphi_i$  étant respectivement l'indice de réfraction et l'angle d'incidence dans chaque milieu. En particulier, pour l'onde 2 et l'incidence brewstérienne,  $Z_0 = Z_1$ . Si l'on étudie une ou plusieurs couches minces transparentes ou absorbantes limitées par les milieux 0 et 1, et si l'onde incidente est une onde 2, l'incidence brewstérienne relative aux milieux extrêmes sera de nouveau une incidence intéressante justement parce que, si  $n_0 < n_1$ ,  $Z_0 > Z_1$  tant que  $\varphi_0 < \varphi_1$ , et  $Z_0 < Z_1$  dès que  $\varphi_0 > \varphi_B$  <sup>(1)</sup>. Supposons, pour préciser les idées, que le milieu 0 soit l'air et le milieu 1 du verre. On sait que les facteurs de réflexion des couches minces absorbantes ne sont pas les mêmes lorsqu'on envisage la réflexion côté air ou côté verre en incidence normale. La raison en est que  $Z_0 \neq Z_1$ . Pour l'onde 2 et pour une incidence  $\varphi_0 = \varphi_B$ ,  $Z_0 = Z_1$  et, dans ce cas, on

<sup>(1)</sup>  $\varphi_B$  est l'incidence brewstérienne, pour laquelle  $Z_0 = Z_1$ .

prévoit immédiatement que les deux facteurs de réflexion sont égaux.

Voici maintenant une autre conclusion que l'on peut tirer rapidement de la considération des impédances. Pour l'onde 2 et  $\varphi_0 > \varphi_B$ , tout se passera comme si l'air était plus réfringent que le verre, car  $Z_0 < Z_1$ . Or un phénomène caractéristique de certaines couches métalliques très minces consiste en ce qu'elles peuvent abaisser le facteur de réflexion du verre pour la réflexion côté verre sous incidence normale. Sous incidence oblique, pour  $\varphi_0 > \varphi_B$  et l'onde 2 les mêmes couches abaisseront le facteur de réflexion du verre pour la réflexion côté air.

On pourrait multiplier encore les exemples et remarquer, entre autres, que si, pour beaucoup de métaux en couches minces, le facteur de réflexion côté air en incidence normale est constamment supérieur à celui mesuré côté verre, pour ces mêmes métaux l'inégalité pourra être renversée dès que  $\varphi_0 > \varphi_B$ , tout au moins pour l'onde 2. Naturellement, il faudrait faire les calculs exacts pour savoir jusqu'à quel point ces résultats sont modifiés par le fait que l'onde traverse obliquement la ou les couches minces, mais dans beaucoup de cas ces résultats sont exacts.

Avant de terminer ces quelques observations relatives aux impédances, je me permettrai de vous faire remarquer encore un fait curieux. Dans le cas le plus général des milieux stratifiés isotropes absolument quelconque (c'est-à-dire dont les paramètres peuvent être des fonctions continues ou discontinues d'une coordonnée), le coefficient de réflexion  $r_s$  se présente encore sous la même forme que pour deux milieux homogènes au contact. D'une façon plus précise on a

$$r_s = \frac{A - B}{A + B},$$

où  $A$  et  $B$  sont des fonctions des diverses quantités qui caractérisent à la fois les ondes, les milieux stratifiés et les milieux extrêmes qui sont supposés être homogènes. On pourrait alors, semble-t-il, conclure qu'un empilement de couches minces homogènes est équivalent à une seule couche mince. Ceci n'est pas vrai en général, et l'on peut montrer que l'empilement est toujours équivalent à deux couches minces, et, exceptionnellement à une seule. La raison profonde de ceci est donnée par la théorie des groupes, ainsi que je l'ai montré ailleurs.

Il est certainement inutile d'exposer devant vous les différentes façons dont a été faite la théorie des couches minces, car vous les connaissez pour avoir eu à vous en servir. J'avais pensé en faire une sorte de classification, mais celle-ci m'est apparue par la suite assez artificielle. Toutes les études que je connais ont un point de départ commun : la théorie électromagnétique de la lumière. Cette affirmation est à la fois correcte et incomplète,

car ce que l'on fait intervenir le plus souvent ce sont non point les équations de Maxwell, mais les coefficients de réflexion et de transmission au passage de l'onde à travers un plan de discontinuité des paramètres des milieux. Or ces coefficients peuvent être déduits de différentes théories ondulatoires de la lumière. Fresnel les a trouvés le premier à partir de la théorie de l'éther élastique, et c'est pourquoi on leur donne encore souvent son nom. On les retrouve aussi à partir de la théorie électromagnétique et vous comprendrez maintenant pourquoi je vous disais tout à l'heure que mon affirmation était à la fois correcte et incomplète. Pour être complet, il faudrait dire que certaines peuvent être déduites aussi bien d'autres théories ondulatoires de la lumière.

Dans la classification que je pensais faire, j'aurais qualifié certaines théories de géométriques. Celles-ci auraient été caractérisées par un raisonnement récurrent, qui consiste à remplacer les  $n + 1$  premières couches par un plan fictif doué de certaines propriétés particulières pour les ondes qui s'y réfléchissent ou le traversent. C'est ce qu'on fait D. Caballero [2], P. Cotton [3], A. Vasicek [4] et moi-même [5]. Je dois dire d'ailleurs que ce que j'ai fait était l'analyse du phénomène, mon raisonnement étant en quelque sorte, par rapport à celui des auteurs que je viens de citer, ce qu'est la Géométrie analytique à la Géométrie ordinaire.

Mais ne nous arrêtons pas là-dessus. Je me permettrai simplement de vous dire quelles sont les façons de présenter les résultats qui me paraissent les plus utiles dans les divers cas. Si l'on veut faire des calculs numériques, les méthodes graphiques préconisées et mises au point par M. Perrot [6] et P. Cotton [3] sont les plus commodes, surtout s'il y a une couche absorbante. Pour obtenir des résultats théoriques, il m'a semblé que le plus commode était de caractériser une couche mince par une matrice  $[M]$ . Celle-ci s'écrit, quelle que soit la substance de la couche et l'incidence de l'onde

$$[M] = \begin{bmatrix} \cos \beta & iZ \sin \beta \\ \frac{i}{Z} \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix},$$

où  $Z$  est l'impédance de l'onde dans la couche et  $\beta$  le déphasage qu'elle subit lorsqu'elle traverse la couche. En d'autres termes, si celle-ci est caractérisée par les paramètres  $\varepsilon$  et  $\mu$  et par l'épaisseur  $d$  et si  $\varphi$  est l'angle d'incidence (qui peut être complexe) dans la couche, tandis que  $\lambda$  est la longueur de l'onde incidente mesurée dans le vide, on a

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon\mu} d \cos \varphi.$$

Le fait remarquable est que le déterminant de  $[M]$ ,  $|[M]|$  est égal à l'unité car

$$|[M]| = \cos^2 \beta + \sin^2 \beta.$$

Un empilement de couches minces sera encore caractérisé par une matrice carrée à quatre éléments, qui est le produit des matrices  $[M]$  de chaque couche, prises dans le même ordre que les couches, car un produit de matrices n'est pas commutatif. On voit maintenant que la matrice relative à un système de couches minces a encore un déterminant égal à l'unité. On peut démontrer [7] que ceci signifie que l'énergie de l'onde se conserve.

Dans le cas des milieux stratifiés quelconques, ceux-ci seront encore caractérisés par des matrices carrées à quatre éléments avec des déterminants unité, mais leurs éléments pourront être des fonctions assez compliquées de la coordonnée définissant les plans des stratifications. J'ai pu démontrer, en me servant de cette représentation d'un milieu stratifié, quelques théorèmes généraux [7].

On remarquera que la matrice  $[M]$  est celle qui caractérise un quadripôle électrique, celui-ci étant constitué par une ligne de transmission. Dans cette analogie, le champ électrique correspond à la différence de potentiel et le champ magnétique au courant. On pourrait donc songer à réaliser des circuits électriques en haute fréquence et au lieu de faire des calculs sur des couches minces faire uniquement des mesures de différences de potentiel et de phases. Ceci éviterait beaucoup de calculs sur les couches minces, mais je crois que la réalisation pratique de tels quadripôles électriques est un problème très difficile.

Je voudrais maintenant vous dire quelques mots sur le lien qui existe entre les milieux stratifiés quelconques et les empilements de couches minces homogènes. On peut envisager les premiers comme un passage à la limite des derniers. En langage physique, ceci revient à dire que l'on considère un milieu stratifié quelconque comme étant formé d'un très grand nombre de couches homogènes extrêmement minces. Mathématiquement, l'idée est très naturelle aussi, car ceci revient à considérer une intégrale comme limite d'une somme, ce qui est sa définition même. Le seul qui l'ait exprimée jusqu'à présent est, à ma connaissance, Lord Rayleigh, qui, dans le Mémoire déjà cité [8] l'emploie pour retrouver les formules de la couche de passage. Son travail est remarquable par l'habileté dont il fait preuve dans des calculs assez compliqués. J'ai repris cette idée dans ma thèse, en caractérisant

chaque couche par une matrice  $[M]$ . Les calculs sont alors assez simples et en remplaçant les lignes trigonométriques de  $\beta$  par leur développement en série, j'ai montré que le procédé était absolument identique à celui qui consiste à exprimer les champs sous forme d'un développement en série suivant les puissances croissantes de  $\frac{2\pi}{\lambda}$ . Et voici comment la théorie des systèmes de couches minces permet de retrouver celle de la couche de passage en première approximation et celle des milieux stratifiés quelconques lorsque l'on continue les calculs.

Une autre question, qui a déjà retenu l'attention de ceux qui ont étudié les couches minces, est celle des milieux stratifiés légèrement inhomogènes, c'est-à-dire des milieux dont les paramètres sont des fonctions lentement variables d'une coordonnée. J'ai montré dans ma thèse que, dans ce cas, on pouvait appliquer l'approximation Brillouin-Kramers-Wentzel, en définissant de façon précise, ce que j'entendais par fonction lentement variable. Je dirai simplement ici que, si l'on désigne par  $Z_i$  et  $Z_f$  les valeurs de l'impédance aux deux extrémités du milieu inhomogène, la matrice  $[M]$  s'écrit

$$[M] = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{Z_i}{Z_f}} \cos \beta & i \sqrt{Z_i Z_f} \sin \beta \\ \frac{i}{\sqrt{Z_i Z_f}} \sin \beta & \sqrt{\frac{Z_f}{Z_i}} \cos \beta \end{bmatrix},$$

où

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^d \sqrt{\varepsilon\mu} \cos \varphi \, dz,$$

$\varepsilon$ ,  $\mu$  et  $\varphi$  étant des fonctions de  $z$  et  $d$  étant l'épaisseur du milieu stratifié.

Il se pourrait que les couches minces ne soient pas isotropes, et, dans ce cas, il faudrait faire la théorie des systèmes stratifiés anisotropes, qui n'est pas encore élaborée. Dans le cas d'une couche mince les calculs relatifs à l'anisotropie ont déjà été faits, mais le cas général est plus compliqué. Pour l'instant, la théorie des couches minces isotropes et homogènes paraît satisfaisante, mais il est possible qu'une étude approfondie montre des difficultés qui ne seront écartées qu'en introduisant de nouveaux paramètres. Il y aura alors une théorie de première approximation et une autre de deuxième approximation. Ce temps n'est plus très éloigné, je crois.

#### BIBLIOGRAPHIE.

- [1] SCHELKUNOFF S. A. — *Bell Syst. Tech. J.*, 1938, **17**, 17.  
 [2] CABALLERO D. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 176.  
 [3] COTTON P. — *Ann. Physique*, 1947, **2**, 209.  
 [4] VASICEK A. — *J. Opt. Soc. Amer.*, 1947, **37**, 623.

- [5] ABELÈS F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, 891 et 1112.  
 [6] PERROT M. — *Rev. Opt.* 1943, **22**, 20 et 1944, **23**, 185.  
 [7] ABELÈS F. — *Thèse*.  
 [8] LORD RAYLEIGH. — *Proc. Roy. Soc.*, 1912, **86A**, 207.