



HAL
open science

Formules d'interpolation pour déterminer les valeurs numériques de quelques constantes atomiques

H. Tellez-Plasencia

► **To cite this version:**

H. Tellez-Plasencia. Formules d'interpolation pour déterminer les valeurs numériques de quelques constantes atomiques. *Journal de Physique et le Radium*, 1949, 10 (1), pp.14-19. 10.1051/jphys-rad:0194900100101400 . jpa-00234139

HAL Id: jpa-00234139

<https://hal.science/jpa-00234139>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

FORMULES D'INTERPOLATION POUR DÉTERMINER LES VALEURS NUMÉRIQUES DE QUELQUES CONSTANTES ATOMIQUES

Par H. TELLEZ-PLASENCIA.

Chargé de Recherches au C. N. R. S.
(Laboratoire Central des Services Chimiques de l'État).

Sommaire. — La théorie des mesures des rayons X, établie par l'auteur en vue d'interpréter les lectures des instruments généralement utilisés, fait intervenir quelques constantes atomiques : amplitude des discontinuités d'absorption, longueurs d'onde caractéristiques, rendement en fluorescence, fonctions, toutes, du nombre atomique.

Pour suppléer à l'absence ou à la dispersion des données expérimentales, et pour obtenir des valeurs probables de ces constantes, des formules d'interpolation sont généralement nécessaires. Quelques formules inédites de ce type font l'objet du présent travail.

Dans un travail précédent [1] nous avons proposé quelques formules permettant d'établir un rapport entre l'énergie (ou le nombre de quanta) d'un rayonnement de Röntgen monochromatique, incidant sur un instrument de mesure (émulsion photographique, chambre d'ionisation, compteur), et les lectures de cet instrument. C'est précisément ce rapport qui doit permettre le passage des unités arbitraires, déterminées par le choix de l'instrument, aux unités absolues d'énergie.

Les formules en question font intervenir un certain nombre de constantes atomiques : coefficients d'absorption, discontinuités d'absorption, rendement en rayonnement de fluorescence, longueurs d'onde moyennes d'absorption et d'émission. Or, ces grandeurs n'ont fait l'objet de mesures expérimentales que pour un certain nombre de corps; et même pour ceux-ci les données des différents chercheurs accusent une dispersion assez grande. Il était intéressant de trouver des formules permettant d'obtenir à la fois, des moyennes acceptables des mesures expérimentales connues, et des valeurs interpolées pour les corps qui n'ont pas fait l'objet de mesures directes. Tel est l'objet de ce travail, dans lequel nous nous bornerons à étudier les grandeurs qui sont uniquement fonction du nombre atomique des corps absorbants, et qui ne dépendent pas de la longueur d'onde incidente. Nous laisserons pour un travail ultérieur celles qui dépendent à la fois des deux variables.

I. — Discontinuités d'absorption δ .

On entend pour discontinuité d'absorption, en général, le rapport δ des coefficients d'absorption mesurés des deux côtés d'une discontinuité totale ou partielle. Nous avons montré, dans notre article déjà cité, que ce rapport est égal à celui du nombre

de photoélectrons de premier ordre émis par tous les niveaux électroniques, y compris celui qui apparaît au niveau de la discontinuité, au même nombre, déduction faite de ce dernier niveau. Nous avons montré également que la grandeur Q , complémentaire de l'inverse de δ , exprime le nombre relatif des photoélectrons émis par le seul niveau critique.

Une formule d'interpolation pour toutes les discontinuités d'absorption, découle d'une loi exprimée d'abord par Richtmyer [2] et confirmée et développée ensuite par Jonsson [3]; l'amplitude d'un saut d'absorption est égale au rapport des énergies des deux niveaux entre lesquels se fait le saut. Par exemple, pour le niveau K on aura

$$\delta_K = \frac{h\nu_K}{h\nu_{L_1}} = \frac{\lambda_{L_1}}{\lambda_K}. \quad (1)$$

(Les fréquences et les longueurs d'onde sont celles des discontinuités respectives.)

Les mesures expérimentales faites par un certain nombre d'auteurs, montrent que cette loi n'est qu'approximative : les discordances — généralement par excès — avec l'expérience sont d'autant plus grandes que les niveaux intéressés ont une plus grande énergie (niveaux internes, corps moyens et lourds). Ainsi, on a été amené à chercher des formules d'interpolation plus précises.

1. **Discontinuité K , δ_K .** — Rindfleisch [4] a montré que, sur des coordonnées logarithmiques, les valeurs de δ_K s'alignent, en fonction du nombre atomique Z , suivant une droite qui, d'après les données de l'auteur, obéit à la formule

$$\log_{10} \delta_K = 1,805283 - 0,6207 \log_{10} Z. \quad (2)$$

Laubert [5], un peu plus tard, a proposé une formule analogue, en prenant comme variable la

longueur d'onde de la discontinuité K (en Angströms)

$$\log_{10} \delta_K = 0,857652 + 0,2843 \log_{10} \lambda_K. \quad (3)$$

La comparaison des deux formules ci-dessus montre, comme l'a souligné Rindfleisch, que λ_K n'obéit pas exactement à la loi de Moseley. (Nous reviendrons plus loin sur cette question).

Nous-même, après avoir constaté que la grandeur Q_K est, presque exactement, une fonction linéaire du nombre atomique, avons établi la formule suivante :

$$Q_K = 1 - \frac{1}{\delta_K} = 0,948833 - 0,002482 Z. \quad (4)$$

La figure 1 montre les résultats des formules (1)

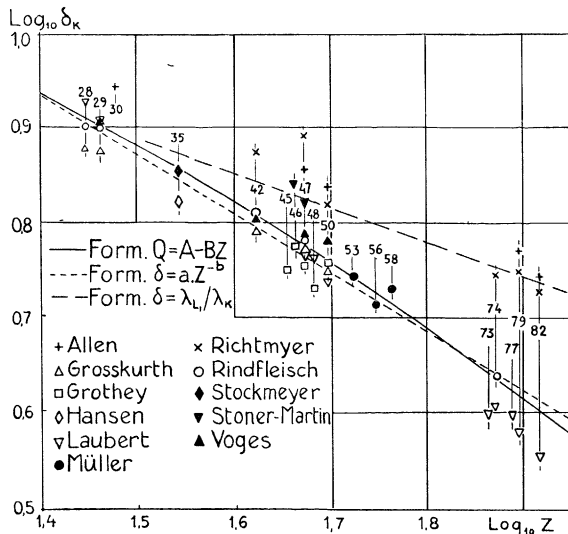


Fig. 1.

à (4) comparées aux résultats expérimentaux de différents auteurs [2] et [4] à [15]. On doit remarquer la grande dispersion de ces derniers due, outre les différences de technique, à la façon imparfaite dont on a tenu compte, dans les travaux les plus anciens, du taux de diffusion. On constatera aussi que notre formule (4) donne la meilleure coïncidence avec les moyennes des valeurs expérimentales les plus récentes et sûres.

2. Discontinuités L , δ_L . — Dans ce cas, la présence des trois sauts partiels L_I , L_{II} et L_{III} complique le problème. La discontinuité totale δ_L est égale au produit des trois discontinuités partielles

$$\delta_L = \delta_{L_I} \times \delta_{L_{II}} \times \delta_{L_{III}}.$$

Il va de soi que c'est δ_L qui nous intéresse, car elle exprime le nombre relatif de photoélectrons émis par l'ensemble du niveau.

Mais les discontinuités δ_{L_I} et $\delta_{L_{II}}$ ont des valeurs constantes, indépendantes du nombre atomique,

ainsi que l'ont établi expérimentalement Küstner [16], Biermann [17] et Schulz [18]; sont rares, parmi les auteurs récents, ceux qui, comme Wolf [19] admettent une variation de ces deux discontinuités avec Z . La première hypothèse, établie théoriquement par Küstner et Arends [20], s'appuie sur la constance des énergies relatives des sous-niveaux $L_I - L_{II}$, mise en évidence par Van Dycke et Lindsay [21].

Dans ces conditions, en nous basant sur les valeurs admises pour δ_{L_I} et $\delta_{L_{II}}$ par Küstner et ses collaborateurs, et sur les mesures directes de δ_L d'un certain nombre d'auteurs, nous avons calculé les formules d'interpolation suivantes, de forme analogue aux formules (2, 4) pour la discontinuité K :

$$\left. \begin{aligned} \log_{10} \delta_{L_I} &= 0,06220; \\ \log_{10} \delta_{L_{II}} &= 0,13767; \\ \log_{10} \delta_{L_{III}} &= 1,58230 - 0,6332 \log_{10} Z; \\ \log_{10} \delta_L &= 1,78217 - 0,6332 \log_{10} Z; \end{aligned} \right\} (5)$$

et

$$\left. \begin{aligned} Q_{L_I} &= 0,132; \\ Q_{L_{II}} &= 0,271; \\ Q_{L_{III}} &= 0,8946 - 0,004002 Z; \\ Q_L &= 0,9331 - 0,002511 Z; \end{aligned} \right\} (6)$$

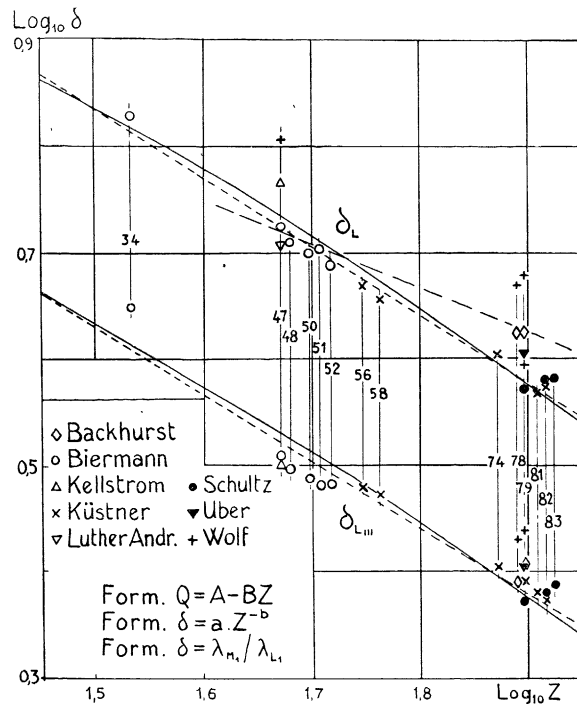


Fig. 2.

Les résultats de ces deux groupes de formules rendent bien compte de l'ensemble des données expérimentales; la figure 2 montre ces résultats, comparés aux mesures expérimentales de plusieurs auteurs [16, 17, 18, 19, 22, 23, 24]. On voit que les

écarts par rapport à ces mesures ne sont pas supérieurs à ceux qui existent d'un auteur à un autre; quant au « poids » de ces mesures, nous renvoyons à la remarque faite pour la discontinuité K .

II. — Rendement en fluorescence, U_S .

Un atome excité, après absorption d'un photon de rayons X, peut revenir à son état d'équilibre en émettant soit un photon de fluorescence, soit un deuxième électron (effet Auger). Les probabilités respectives U_S et U_B , sont évidemment complémentaires. Les deux processus sont indépendants de la longueur d'onde du photon absorbé, puisqu'ils sont postérieurs à son absorption; mais leur énergie dépend étroitement des liaisons des électrons dans l'atome, donc, du nombre atomique.

La probabilité U_S d'émission d'un photon de fluorescence est d'autant plus grande que l'énergie du niveau intéressé l'est aussi : c'est-à-dire, que U_S prédomine pour les niveaux K et, en moindre échelle, L des corps moyens et lourds.

1. Rendement en fluorescence du niveau K , U_{SK} . — Les mesures expérimentales de U_{SK} donnent généralement des valeurs croissantes avec Z , qui forment une courbe en S; seuls Balderston [25] et Berkey [26, 27] ont trouvé que U_{SK} passe par un maximum pour $Z \sim 42$ et diminue pour les corps plus lourds. Le fait que ces deux auteurs ont utilisé la même technique (rayonnement primaire mesuré à travers le corps irradié); que Compton [28] l'employant lui-même, n'a rien trouvé de semblable; qu'aucun autre auteur n'a confirmé cette vue et que la théorie n'aboutit à aucune courbe de cette forme, nous fait considérer plus fondé le point de vue le plus général.

Une théorie quantitative de U_{SK} a été établie par Wentzel [29] qui, au moyen d'un développement de mécanique ondulatoire, aboutit à la formule

$$U_{SK} = \frac{Z^4}{a + Z^4} \quad (7)$$

avec $a = 10^6$. Haas [30], sur des bases empiriques, a remanié cette formule, en prenant comme variable $Z - 1$ et en faisant $a = 0,8 \cdot 10^6$. Burhop [31] et Massey et Burhop [32] ont établi des formules analogues qui aboutissent à l'équation non relativiste pour U_{EK} (après correction d'une erreur, relevée par Stephenson [33])

$$U_{EK} = \frac{1}{1 + bZ^4} \quad (8)$$

avec $b = 1,127 \cdot 10^{-6}$. En rappelant que

$$U_{SK} = 1 - U_{EK},$$

on obtient une formule identique à (7) avec

$$a = \frac{1}{b} = 0,878 \cdot 10^6.$$

Enfin, Arends [34] trouve empiriquement une formule peu différente des précédentes

$$U_{SK} = C \frac{Z^4}{a + Z^4} \quad (9)$$

avec $C = 0,957$ et $a = 0,984 \cdot 10^6$. C'est cette formule qui rend le mieux compte des faits, et que nous avons adoptée. La figure 3 montre les résultats de

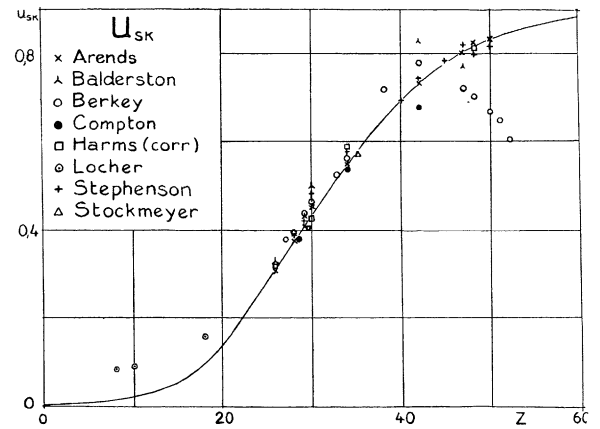


Fig. 3.

cette formule comparés avec ceux des mesures de quelques auteurs [9 et 25 à 40].

2. Rendement en fluorescence du niveau L , U_{SL} . — Le rendement en fluorescence du niveau L , U_{SL} , a fait l'objet de mesures systématiques de Lay [39] et de Küstner et Arends [20], à part des mesures pour des corps isolés faites par d'autres auteurs, dont nous citerons plus loin les résultats. Du point de vue théorique, Schwarz [41] a proposé pour U_{SL} , la formule

$$U_{SL} = \frac{\nu_L^2}{a + \nu_L^2} \quad (9)$$

dans laquelle ν_L^2 est le carré du nombre d'ondes moyen de la discontinuité L [qui, en vertu de la loi de Moseley, pourrait être remplacé par $(Z - 1)^4$], et a une constante qui, d'après les données numériques de l'auteur, aurait la valeur $a = 7,126 \cdot 10^{15}$.

Mais si cette formule rend bien compte des résultats expérimentaux de son auteur et de ceux de Hevesy et Alexander [42], elle se trouve en franche discordance avec ceux des autres auteurs [20, 39, 43, 44], qui, par contre, s'accordent assez bien entre eux.

Or, Lay [39] a fait observer que si l'on choisit comme échelle d'abscisses celle des longueurs d'onde caractéristiques d'absorption K ou L (en Angströms) et si l'on

inscrit U_{SK} et U_{SL} en fonction des λ_K et des λ_L respectives, les valeurs de U_{SL} sont constamment égales à 0,667 des valeurs de U_{SK} pour les corps dont la λ_L est égale à la λ_K des corps du deuxième groupe : autrement dit, un corps dont le niveau L a une énergie égale à celle du niveau K d'un deuxième corps, émettra un rayonnement de fluorescence L égal à $\frac{2}{3}$ du rayonnement K de ce deuxième corps.

Tel est (à peu près) le cas pour U (92) et Y (39); Pb (82) et Se (34); Hf (72) et Cu (29); Sm (62) et Mn (25); Sb (51) et Ca (20), etc.

D'après ces données de Lay nous avons déduit le rapport entre les nombres atomiques de ces paires de corps. En les désignant par Z_K et par Z_L , respectivement, nous obtenons

$$Z_K = (Z_L - 10) 0,477.$$

Bien entendu, ce rapport ne peut être qu'approximatif, puisque d'abord Z doit être un nombre entier et qu'ensuite la coïncidence entre deux paires de valeurs, $\lambda_K - \lambda_L$ et $U_{SK} - U_{SL}$, à la constante 0,667 près, est plutôt rare. Cependant ces résultats nous permettent d'établir une formule analogue à celle d'Arends [9]

$$U_{SL} = C \frac{(Z - 10)^b}{a + (Z - 10)^c} \quad (10)$$

avec $C = 0,4863$ et $a = 9,2326 \cdot 10^6$.

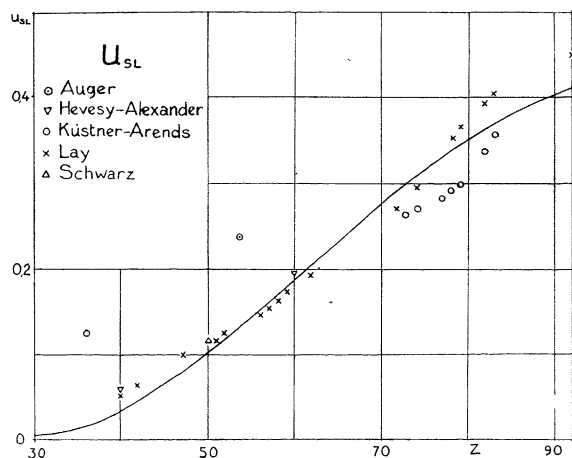


Fig. 4.

Cette formule rend compte de l'ensemble des observations bien mieux que la formule (9) de Schwarz; les écarts par rapport aux valeurs expérimentales sont moindres que celles de ces mêmes valeurs entre elles (fig. 4).

Le choix de $Z - 10$ comme variable n'est pas dû au hasard; c'est en effet pour $Z = 10$ que le niveau M apparaît et que L cesse d'être le niveau de valence chimique : les droites de Moseley subissent une

inflexion à ce point. Le retour au repos d'un atome excité à son niveau L , par émission d'un quantum de fluorescence, a peu de chances de se produire au-dessous de $Z = 10$.

III. — Longueurs d'onde d'absorption et d'émission.

1. **Discontinuité d'absorption K , λ_K .** — Les formules (3) et (4) fournissent les éléments nécessaires pour calculer la longueur d'onde de la discontinuité K , λ_K

$$\log_{10} \lambda_K = 3,333208 - 2,1831 \log_{10} Z. \quad (11)$$

Cette formule, analogue à celle proposée par Rindfleisch [4], reproduit la légère courbure pes droites de Moseley, que la formule de cet auteur $\frac{\nu}{R} \sim (Z - 1)^2$ ne traduit pas. Les résultats de la formule (11) se rapprochent de ceux que Lindh a réunis (*Handb. der Exp. Phys.*, Bd. 24, II).

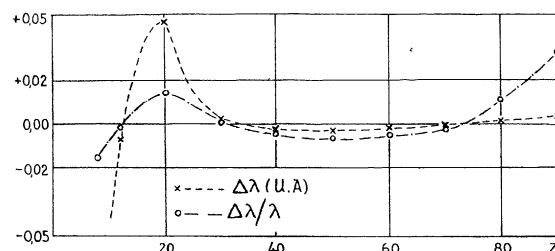


Fig. 5.

Comparés aux valeurs réunies par Y. Cauchois et H. Hulubei dans leurs « tables de constantes sélectionnées » l'écart moyen, entre $Z = 25$ et $Z = 80$ est de l'ordre de 0,2 pour 100; l'écart maximum, pour $Z = 20$ est de 1,5 pour 100 environ. La figure 5 montre les écarts absolus et relatifs de la formule (11) par rapport à l'expérience.

2. **Longueur d'onde moyenne de la discontinuité L , λ_L .** — Le calcul de la longueur d'onde moyenne d'une discontinuité d'absorption complexe (L, M, \dots) doit aboutir à une moyenne réelle de l'énergie du saut, et non pas à une simple moyenne arithmétique des longueurs d'onde. Nous l'obtenons comme suit : le nombre relatif des photoélectrons primaires arrachés à chacun des niveaux partiels qui forment la discontinuité, est donné par la grandeur Q , complémentaire de l'inverse de l'amplitude du saut partiel correspondant. Par exemple pour le sous-niveau L_{II} on aura

$$Q_{L_{II}} = 1 - \frac{1}{\delta_{L_{II}}} = \frac{n_{L_{II}}}{n_{L_{II}} + n_{L_{III}} + n_{M_I} + \dots} \quad (12)$$

n désignant le nombre de photoélectrons de chaque sorte. Ainsi, en tenant compte du travail d'arrachement de ces électrons, on aura, comme expression de l'énergie absorbée pour l'émission de tous les photoélectrons du niveau L

$$E_L = E_{L_1} + E_{L_2} + E_{L_3} = \frac{hc}{\lambda_{L_1}} Q_{L_1} + \frac{hc}{\lambda_{L_2}} Q_{L_2} + \frac{hc}{\lambda_{L_3}} Q_{L_3}. \quad (13)$$

L'énergie moyenne des électrons L sera le quotient de leurs énergies par leur nombre

$$E_L = \frac{hc}{\lambda_L} = \frac{hc \left(\frac{Q_{L_1}}{\lambda_{L_1}} + \frac{Q_{L_2}}{\lambda_{L_2}} + \frac{Q_{L_3}}{\lambda_{L_3}} \right)}{Q_{L_1} + Q_{L_2} + Q_{L_3}}. \quad (14)$$

D'où l'on déduit enfin λ_L , la longueur d'onde moyenne cherchée. La même règle s'applique aux autres niveaux M , N , etc.

3. Spectres d'émission. — La détermination de la longueur d'onde moyenne du spectre d'émission K — le seul qui nous intéresse — présuppose la connaissance des intensités relatives des raies qui le composent. Ensuite, on détermine la valeur moyenne, non pas des longueurs d'onde, mais des fonctions de la longueur d'onde (par exemple, coefficients d'absorption) dont nous aurons à faire usage, au moyen de la règle de Glocker

$$f(\lambda)_{\text{moy}} = \frac{\sum I_i f(\lambda_i)}{\sum I_i}. \quad (15)$$

I_i et λ_i étant l'intensité et la longueur d'onde de la raie i .

La plus grande fraction de l'énergie du spectre K est transportée par les doublets $\alpha_1 \alpha_2$ et $\beta_1 \beta_2$. Certains auteurs ajoutent à l'intensité de la raie α_2 celle d'une autre plus faible, α_3 , négligeable en principe, mais dont la présence modifie le rapport théorique des intensités du doublet α . Ce rapport a été fixé par presque tous les auteurs à la valeur $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = 0,5$, en accord avec la règle d'Ornstein-Burger-Dorgelo [45], d'après laquelle les intensités des raies d'un doublet sont proportionnelles aux valeurs $2j + 1$ des deux niveaux non communs; dans le cas actuel j a les valeurs $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2}$, respectivement. Par contre, les rapports $\frac{\beta_1}{\alpha_1}$, $\frac{\beta_2}{\alpha_1}$ et $\frac{\beta_2}{\beta_1}$ varient avec le nombre atomique Z .

Les valeurs relatives des intensités des raies isolées ont été étudiées expérimentalement par Meyer [46], par Duane et Stenström [47], par Williams [48]; le rapport des deux doublets, $\alpha_1 + \alpha_2$ et $\beta_1 + \beta_2$ par Grothey [12] et par Voth [49]; ce dernier auteur a repris, pour les corps lourds, les mesures du premier pour les corps moyens et légers; il obtient pour ce rapport, la formule générale

suivante :

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\beta_1 + \beta_2} = 1,859 e^{-12,78 Z^{-0,11}}. \quad (16)$$

Mais malheureusement on ne peut pas en déduire les intensités des différentes raies. Pour celles-ci, en nous basant sur les mesures de Williams, les plus récentes et précises, nous avons déduit les formules d'interpolation suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\beta_1}{\alpha_1} &= 0,1605 + 0,03074(Z - 27)^{0,1971}, \\ \frac{\beta_2}{\alpha_1} &= 0,00858(Z - 29)^{0,6955}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

La raie β_1 passe par un minimum pour $Z = 27$ (Co) pour Williams et pour $Z = 28$ (Ni) pour Meyer, dont les résultats sont plus douteux. β_2 passe par zéro pour $Z = 30$. Nous n'avons pas étudié les intensités au-dessous de ces limites, manque de données précises.

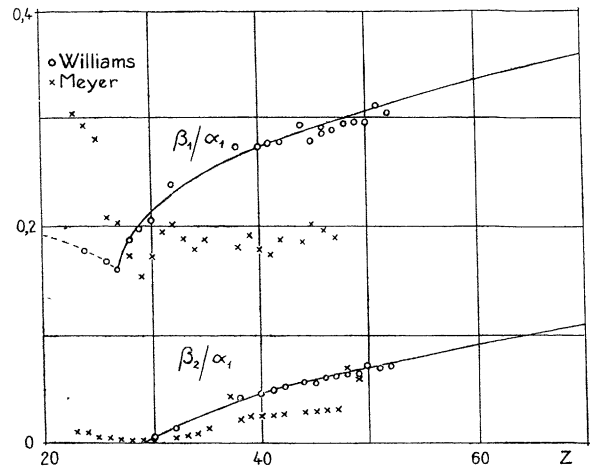


Fig. 6.

On peut comparer les formules (16) et (17) au moyen de la relation

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\beta_1 + \beta_2} = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{\frac{\alpha_1}{\left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{\alpha_1}\right)}}.$$

La comparaison montre une différence de pente entre les données de Grothey-Voth et celles de Williams, plus accentuée pour les corps lourds; la différence procède du fait que les premiers font entrer dans le doublet α la raie α_3 dont l'intensité peut varier en fonction du nombre atomique. Pour cette raison, on peut adopter les valeurs de Williams sur lesquelles nous avons établi les formules (17). La figure 6 montre leur allure en fonction de Z , à côté des données expérimentales des auteurs cités.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] H. TELLEZ-PLASENCIA, *J. Phys. Radium*, 1948, **9**, p. 230.
 [2] F. K. RICHTMYER, *Phys. Rev.*, 1926, **27**, p. 1; 1927, **30**, p. 755.
 [3] E. JONNSEN, *Thèse*, Upsala, 1928.
 [4] H. RINDFLEISCH, *Ann. der Phys.*, 1937, **28**, p. 409.
 [5] S. LAUBERT, *Ann. der Phys.*, 1941, **40**, p. 553.
 [6] K. GROSSKURTH, *Ann. der Phys.*, 1934, **20**, p. 197.
 [7] F. VOGES, *Z. Phys.*, 1933, **80**, p. 542.
 [8] H. HANSEN, *Ann. der Phys.*, 1939, **35**, p. 524.
 [9] W. STOCKMEYER, *Ann. der Phys.*, 1932, **12**, p. 71.
 [10] I. MÜLLER, *Ann. der Phys.*, 1938, **32**, p. 625.
 [11] J. A. GRAY, *Trans. Roy. Soc. Canada*, 1927, **21**, p. 179.
 [12] W. GROTHEY, *Ann. der Phys.*, 1936, **25**, p. 577.
 [13] E. C. STONER et L. H. MARTIN, *Proc. Roy. Soc.*, 1925, **A 107**, p. 312.
 [14] L. H. MARTIN et K. C. LANG, *Proc. Roy. Soc.*, 1932, **A 137**, p. 199.
 [15] J. M. ALLEN, *Phys. Rev.*, 1926, **28**, p. 907.
 [16] H. KÜSTNER, *Phys. Z.*, 1932, **33**, p. 46.
 [17] H. H. BIERMANN, *Ann. der Phys.*, 1936, **26**, p. 740.
 [18] K. SCHULZ, *Ann. der Phys.*, 1936, **27**, p. 1.
 [19] M. WOLF, *Ann. der Phys.*, 1933, **16**, p. 973.
 [20] H. KÜSTNER et E. ARENDS, *Ann. der Phys.*, 1936, **25**, p. 385.
 [21] G. D. VAN DYCKE et G. A. LINSAY, *Phys. Rev.*, 1927, **30**, p. 562.
 [22] O. KELLSTRÖM, *Z. Phys.*, 1927, **44**, p. 263.
 [23] C. LUTHER-ANDREWS, *Phys. Rev.*, 1938, **54**, p. 994.
 [24] F. M. ÜBER, *Phys. Rev.*, 1938, **38**, p. 217.
 [25] M. BALDERSTON, *Phys. Rev.*, 1926, **27**, p. 696.
 [26] D. K. BERKEY, *Phys. Rev.*, 1932, **41**, p. 39.
 [27] D. K. BERKEY, *Phys. Rev.*, 1934, **45**, p. 437.
 [28] A. H. COMPTON, *Philosoph. Mag.*, 1929, **8**, p. 961.
 [29] G. WENTZEL, *Z. Phys.*, 1927, **43**, p. 524.
 [30] M. HAAS, *Ann. der Phys.*, 1933, **16**, p. 473.
 [31] E. H. S. BURHOP, *Proc. Roy. Soc.*, 1935, **A 148**, p. 272.
 [32] H. S. W. MASSEY et E. H. S. BURHOP, *Proc. Roy. Soc.*, 1936, **A 153**, p. 661.
 [33] R. J. STEPHENSON, *Phys. Rev.*, 1937, **51**, p. 637.
 [34] E. ARENDS, *Ann. der Phys.*, 1935, **22**, p. 281.
 [35] KOSSEL, *Z. Phys.*, 1923, **19**, p. 333.
 [36] BOTHE, *Z. Phys.*, 1925, **34**, p. 819.
 [37] HARMS, *Ann. der Phys.*, 1927, **82**, p. 11.
 [38] L. H. MARTIN, *Proc. Roy. Soc.*, 1927, **A 115**, p. 420.
 [39] H. LAY, *Z. Phys.*, 1934, **91**, p. 533.
 [40] G. L. LOCHER, *Phys. Rev.*, 1932, **40**, p. 484.
 [41] H. SCHWARZ, *Ann. der Phys.*, 1935, **23**, p. 571.
 [42] G. V. HEVESY et E. ALEXANDER, *Naturwiss.*, 1931, **19**, p. 825.
 [43] P. AUGER, *Ann. de Phys.*, 1926, **6**, p. 183.
 [44] R. J. STEPHENSON, *Phys. Rev.*, 1933, **43**, p. 527.
 [45] BURGER et DORGELO, *Z. Phys.*, 1924, **23**, p. 258.
 [46] T. H. MEYER, *Wiss. Veröff aus d. Siemens-Kong*, 1928, **VII**, **2**, p. 108.
 [47] W. DUANE et W. STENSTRÖM, *Proc. Nat. Ac. of Sc.*, 1920, **6**, p. 477.
 [48] J. H. WILLIAMS, *Phys. Rev.*, 1933, **44**, p. 146.
 [49] G. VOTH, *Ann. der Phys.*, 1942, **41**, p. 375.