



HAL
open science

Étude expérimentale de la propagation d'un train d'ondes périodiques à la surface de l'eau

Jean Baurand

► **To cite this version:**

Jean Baurand. Étude expérimentale de la propagation d'un train d'ondes périodiques à la surface de l'eau. *Journal de Physique et le Radium*, 1936, 7 (5), pp.215-222. 10.1051/jphys-rad:0193600705021500 . jpa-00233416

HAL Id: jpa-00233416

<https://hal.science/jpa-00233416>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE LA PROPAGATION D'UN TRAIN D'ONDES PÉRIODIQUES A LA SURFACE DE L'EAU

Par JEAN BAURAND.

Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure.

Sommaire. — On étudie les méthodes de production d'ondes périodiques à la surface de l'eau, puis de production d'un train d'ondes. Conditions dans lesquelles ces ondes se rapprochent le plus possible de la forme sinusoïdale.

Les vitesses de phase mesurées sont comparées à celles que donne la formule de Lord Kelvin, en fonction de la longueur d'onde. On mesure une certaine « vitesse de signal » et on la compare à la vitesse de groupe de Lord Rayleigh-Gouy.

I. Théorie de Lord Kelvin. Les différentes vitesses.

1. Propagation d'ondes périodiques à la surface d'un liquide. — La propagation d'une onde sinusoïdale à la surface d'un liquide a été étudiée théoriquement par lord Kelvin. Je rappelle les hypothèses de cette étude :

Les ondes sont supposées rectilignes, — ce qui suppose une variable — et non amorties, aussi bien dans la production, que dans la propagation. Le mouvement du liquide est supposé irrotationnel, admettant un potentiel des vitesses. Le liquide est incompressible; les vitesses verticales sont nulles sur le fond du récipient.

Si cette dernière condition est évidemment réalisée, les autres, en particulier l'absence de viscosité et l'incompressibilité du liquide sont plus sujettes à caution; mais il semble qu'on peut les admettre en première approximation en ce qui concerne l'eau.

Le calcul conduit aux résultats suivants :

$$V^2 = \left(g \frac{\lambda}{2\pi} + \frac{A}{\rho} \frac{2\pi}{\lambda} \right) \operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{\lambda}$$
$$\frac{1}{T^2} = \frac{2\pi}{\lambda^3} \left(\frac{A}{\rho} + g \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \right) \operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{\lambda}$$

λ et la longueur d'onde, ρ la masse spécifique du liquide, A la constante capillaire.

La vérification de ces formules a été faite par plusieurs auteurs, en particulier par Mathiessen ⁽¹⁾. Pour des fréquences de 8,4 à 2 048 par seconde, soit en produisant des interférences et mesurant la distance des franges, soit en observant la surface du liquide par réflexion dans le miroir formé par l'extrémité polie d'une branche du diapason. Sans qu'il discute les erreurs de ses mesures, Mathiessen trouve que les formules de Kelvin sont vérifiées, les différences entre les valeurs calculées et mesurées de la longueur d'onde,

⁽¹⁾ MATHIESSEN, *Ann. der Physik*, 1889, 38, 118.

varient entre 0 et 5 1/2 pour 100 dans le domaine de fréquences utilisées.

Dans des expériences précédentes ⁽¹⁾, j'ai vérifié approximativement cette formule sur des ondes de fréquence variant entre 30 et 5 par seconde; toutefois pour ces dernières ondes en particulier (ondes de gravité), les vitesses mesurées sont toutes supérieures aux vitesses calculées, la différence étant supérieure aux erreurs de mesures.

Dans les expériences décrites plus loin, réalisées dans un autre but, j'ai cherché à vérifier cette formule pour des ondes capillaires de courte longueur d'onde.

2. Propagation d'un train limité d'ondes périodiques à la surface d'un liquide. — La vitesse de phase d'une onde sinusoïdale se propageant à la surface d'un liquide est fonction de la fréquence: il y a dispersion, le train d'ondes se propage en se déformant.

Dans ces conditions, outre la vitesse de phase, il y a lieu de considérer :

1° La vitesse de groupe: celle-ci ne peut être définie de façon précise et exprimée simplement que dans quelques cas particuliers :

a) Le groupe est formé de deux ondes se propageant dans la même direction: la vitesse de groupe peut s'exprimer en fonction des fréquences et longueur d'onde de chacune des deux ondes ⁽²⁾.

b) Le groupe est formé par la superposition de deux ondes élémentaires, de fréquences très voisines: la courbe représentant les oscillations est à l'intérieur d'une double sinusoïde. La vitesse de groupe Φ (vitesse du maximum d'amplitude) est donnée par la formule de Lord Rayleigh-Gouy, en fonction de V vitesse de phase :

$$\Phi = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda}$$

⁽¹⁾ BAURAND, *Ann. de Physique*, 10^e série, 1932, 18, 107

⁽²⁾ LÉON BRILLOUIN, *Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux matériels*. Congrès international d'électricité, Paris, 1932, p. 12.

c) Cette formule est encore valable si le groupe est formé d'un ensemble d'ondes élémentaires de longueurs d'onde comprises entre λ et $\lambda + d\lambda$.

Ces résultats ne sont d'ailleurs valables que si l'amplitude de chaque onde élémentaire reste constante : il n'y a pas absorption.

2° La vitesse de signal qui, elle, en aucun cas ne peut être définie de façon précise. La vitesse de signal mesurée dépendra de la sensibilité du récepteur (1).

Ces trois vitesses : de phase, de groupe, de signal ne seront nettement différentes que si la vitesse de phase varie beaucoup avec la fréquence, c'est-à-dire si la dispersion est notable.

Les ondes périodiques de petite longueur à la surface des liquides possédant cette propriété, je me suis proposé de chercher si l'on pourrait atteindre les vitesses de signal et de groupe.

II. Production d'un train limité d'ondes périodiques.

Il faut d'abord produire des ondes périodiques ; ensuite, en limiter le nombre.

3. **Production d'ondes périodiques.** — a) **Choix de la source.** — Des ondes de petite longueur à la surface de l'eau ont été produites par de nombreux auteurs et par des procédés très variables : je citerai seulement : oscillations mécaniques transmises au liquide par un *piston* ; entretien par un courant d'air soit continu (effet d'anche), soit interrompu ; entretien par attraction électrostatique, par gouttes tombant périodiquement dans le liquide.

Je ne me suis servi que de la première méthode, qui, a priori, semble extrêmement simple. On fait habituellement l'expérience en fixant une pointe métallique à l'extrémité d'un diapason ou d'une lame vibrante. Il semble que la source est ainsi rendue aussi ponctuelle que possible et en conséquence que les ondes liquides sont aussi le mieux définies. Je crois que, pour produire des ondes superficielles à la surface de l'eau, le procédé doit être légèrement modifié ; en effet si l'on veut obtenir des ondes d'amplitude suffisantes pour pouvoir les photographier, il faut donner au système vibrant terminé par une pointe, une amplitude beaucoup plus grande que celle des ondes produites (amplitude du diapason de l'ordre du millimètre au moins pour une amplitude des ondes d'une vingtaine de microns). Dans ces conditions, l'extrémité de la pointe ne se déplace plus verticalement (la source n'est plus ponctuelle). D'autre part l'expérience montre que pour ces grandes amplitudes de la pointe, le liquide est soulevé à côté de la pointe et qu'il y a même quelquefois projection de gouttelettes : les ondes sont mal définies au voisinage de la source ; elles se purifient en se propageant : à quelques centimètres de la source, les ondes sont circulaires.

Afin de communiquer au liquide assez d'énergie,

(1) LÉON BRILLOUIN. Article ci-dessus, p. 15.

tout en ne donnant au système vibrant qu'une faible amplitude, il faut fixer à ce système non pas une pointe, mais un disque ou un cylindre. L'expérience montre qu'avec des cylindres de 10 à 20 mm de diamètre on obtient des oscillations liquides de faible amplitude, qui semblent sinusoidales très près du cylindre, malgré leur très faible longueur d'onde (de 0,37 à 1,6 cm). Il semble que, par l'emploi de cylindres dont le diamètre égale plusieurs longueurs d'onde, on élimine les phénomènes qui se produisent au voisinage d'une source ponctuelle.

b) **Etat de la surface du cylindre.** — Il est évident que, les ondes capillaires produites ayant une amplitude très petite, l'état de la surface du cylindre influe sur la forme des ondes. On peut à volonté utiliser une surface à laquelle l'eau se raccorde par ménisque vers le haut ou vers le bas. Il suffit de chauffer le cylindre (d'aluminium) pendant quelques minutes pour obtenir le premier cas, de plonger le cylindre chaud dans la paraffine fondue pour obtenir le deuxième. Comme on pourrait s'y attendre a priori, aucun de ces deux états ne réalise des ondes sinusoidales au voisinage du cylindre : elles sont dissymétriques (hauteur des crêtes plus grande que la profondeur des creux ou inversement). Elles deviennent symétriques après quelques centimètres de propagation, mais perdent leur symétrie en s'amortissant.

Pour obtenir des ondes symétriques dès leur naissance, il faut que le raccordement de l'eau à la surface du cylindre, soit normal. On obtient facilement ces conditions *statiques* (système au repos) en utilisant un cylindre paraffiné, on remplit le bassin et on fait monter l'eau le long du cylindre : le raccordement se fait vers le bas, puis on abaisse le niveau de l'eau ; on arrive au raccordement normal ; on s'en assure soit par la forme du faisceau lumineux au voisinage du diaphragme récepteur, soit en regardant l'image d'une verticale par réflexion dans l'eau, au voisinage du cylindre. Mais, dès que le système vibre, le raccordement de l'eau sur le cylindre n'est plus normal, mais est au-dessous de la surface libre.

Il existe peut-être des substances (ou un ensemble) qui donneraient un raccordement normal. Je n'en connais pas et tous les corps que j'ai essayés ne m'ont rien donné ; le hasard m'a conduit au résultat (avec trop d'imprécision) : ayant touché le cylindre avec les doigts pour le réparer, j'ai constaté que le raccordement de l'eau était normal et subsistait après vibration du cylindre, et même après plusieurs heures de fonctionnement.

Le procédé suivant, que je dois à l'obligeance de M. Devaux, donne de bons résultats : le cylindre producteur d'ondes est formé de deux parties : la partie supérieure est paraffinée, la partie inférieure, dont la hauteur égale la profondeur d'immersion, est chauffé fortement avant de le fixer au dessous du cylindre supérieur. Le niveau de l'eau coïncide avec la circonférence limitant les zones de mouillabilités inverses : les rides obtenues sont symétriques dès leur naissance.

c) **Immersion du cylindre.** — Pour que les conditions précédentes soient réalisées il ne faut pas que le cylindre touche l'eau (adhérence par capillarité) mais que sa face inférieure soit dans le plan de la surface libre ou mieux au dessous. Pour des ondes de 7 mm de longueur, on peut immerger le cylindre de 1 à 4 mm dans l'eau, les ondes sont toujours symétriques; mais leur amplitude diminue légèrement quand l'immersion augmente.

d) **Etat de la surface du liquide.** — Les ondes superficielles de petite longueur d'onde, ou capillaires, dépendent essentiellement de la valeur de la tension superficielle du liquide. Afin que cette tension soit connue avec assez de précision, et soit constante, il faut utiliser une surface d'eau aussi propre que possible. La surface du bassin (un mètre carré environ) ne permet pas d'employer le procédé de Marangoni pour la nettoyer (on remplit le bassin jusqu'au bord, puis on envoie un léger courant d'eau qui s'écoule par les bords et emmène les poussières). J'ai simplement lavé les parois et le fond du bassin et j'ai envoyé pendant plusieurs heures un faible courant d'eau sur le fond du bassin. Après remplissage on aperçoit très peu de poussières à la surface et les expériences faites après différents remplissages donnent des ondes de même longueur (aux erreurs de mesure près) pour la même fréquence.

J'ai laissé la même eau dans le bassin, pendant sept jours; la surface semble alors recouverte d'une pellicule de poussière. Au fur et à mesure que la surface devient moins propre, il est de plus en plus difficile de produire des ondes symétriques mais on les obtient encore après plusieurs jours: pour une même fréquence, la longueur d'onde diminue, ce qui est d'accord avec la formule de Lord Kelvin donnant λ en fonction de A (la fréquence est imposée; A , constante capillaire, diminue quand la surface est contaminée).

D'autre part, l'amplitude des ondes liquides diminue, celle de la source restant constante: or la constante capillaire ayant diminué par suite de la contamination de la surface, et l'amplitude des ondes ayant également diminué, les énergies potentielles de gravité et de capillarité ont diminué, alors que l'amplitude du cylindre oscillant étant restée constante, il fournit la même énergie; la différence s'explique par ce fait: au moins au voisinage du cylindre, les poussières forment une couche solide, rigide, dont la déformation nécessite la dépense d'une certaine énergie.

e) **Amplitude d'oscillation du cylindre.** — Toutes les conditions précédentes étant réalisées, on obtient des ondes symétriques, qui semblent être sinusoïdales, en donnant à la lame vibrante et au cylindre une amplitude de vibration très faible; un miroir de 1 m de rayon étant fixé à l'extrémité de la lame, l'amplitude du spot lumineux vibrant au voisinage du centre du miroir ne doit pas dépasser 2 mm et il vaut mieux ne lui donner que 1/2 ou 1 mm.

f) **Amplitude des ondes liquides obtenues.** — Il n'est

pas question ici d'une mesure précise, mais d'un ordre de grandeur. On peut l'obtenir par la largeur du trait noir qui représente une crête ou un creux sur le papier photographique; connaissant l'angle que doit faire le plan tangent à la surface de l'eau avec le plan horizontal pour que la lumière issue d'un bord du diaphragme projecteur tombe au bord du diaphragme récepteur, on peut calculer l'amplitude de l'onde. On trouve ainsi des hauteurs de quelques dizaines de microns. En inscrivant les inclinaisons du plan tangent en fonction du temps, je me suis assuré que les résultats obtenus sont bien d'accord avec ceux que donne la première méthode.

g) **Oscillations de la lame vibrante.** — S'il s'agit de produire des oscillations permanentes de la lame, on a le choix entre de nombreux procédés:

Entretien électromagnétique par contact élastique ou par lampes triodes, la lame imposant sa fréquence;

Entretien par courant alternatif ou par impulsions, la lame d'acier aimantée étant mise en résonance sur une fréquence donnée.

Le problème étant de produire des trains d'ondes, j'ai utilisé les deux procédés suivants:

1° Un alternateur est entraîné en bout d'arbre par un moteur à courant continu à excitation indépendante: la vitesse de rotation de l'alternateur est constante à 1 pour 100 près (ou mieux), la fréquence du courant produit également. La lame vibrante est en acier au cobalt, elle est fortement aimantée et vibre entre les pôles d'un électroaimant alimenté par le courant de l'alternateur. Naturellement, pour les oscillations de fréquence 50, on envoie dans l'électro le courant du secteur dont la fréquence est constante à mieux que 1 pour 100.

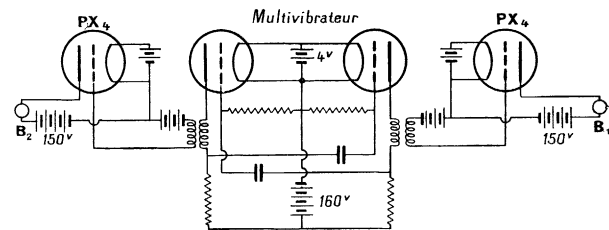


Fig. 1.

B₁, bobine d'excitation supérieure } de la lame aimantée.
B₂, — — — inférieure }

2° La lame vibrante, réglée de façon que sa fréquence propre soit une fréquence N donnée, est mise en vibrations par impulsions.

On obtient celles-ci par les oscillations de relaxation d'un multivibrateur symétrique. Les courants de chacune des deux plaques passent dans les primaires de deux transformateurs; les secondaires sont sur les grilles (de polarisation négative convenable) de deux lampes amplificatrices à forte pente (P.V. 4 Gécovalve) (fig. 1). Un sens convenable des connections des primaires permet de conserver seulement les impulsions correspondant aux ruptures des courants de plaque

(ruptures et impulsions très brèves). Les impulsions des plaques des *PX 4* sont envoyées l'une dans une bobine d'excitation située au-dessus, l'autre dans une bobine située au-dessous de la lame vibrante aimantée.

On réalise d'abord l'égalité des actions sur la lame des impulsions produites à chaque demi-période du multivibrateur. Pour ceci on règle la fréquence des impulsions égale à celle de la lame non amortie en agissant sur les résistances de fuite des grilles du multivibrateur (une impulsion sur deux est envoyée dans les bobines). La résonance obtenue, on envoie successivement les impulsions paires, puis les impulsions impaires dans les bobines qui leur correspondent, et on agit sur les tensions de plaque des lampes de sortie, pour que les amplitudes des oscillations de la lame soient les mêmes.

On règle ensuite le multivibrateur pour que les deux demi-périodes soient égales : on peut effectuer ce contrôle en envoyant les impulsions dans deux oscillographes et en enregistrant les déplacements de leurs spots : il faut toutefois craindre que l'introduction de deux oscillographes à fer modifie la fréquence du multivibrateur.

On peut aussi réaliser cette symétrie en réglant les résistances de fuite de façon que l'amplitude des vibrations de la lame soit maximum.

D'ailleurs on vérifie toujours que les oscillations de la lame sont symétriques en les enregistrant optiquement sur cylindre tournant.

Il serait préférable d'opérer sur la lame amortie, comme elle l'est en fonctionnement normal, mais les réglages risquent d'être moins précis, l'amplitude de la lame étant beaucoup trop faible (ordre du millimètre). D'ailleurs, par suite de cet amortissement, le champ de résonance est assez large.

J'ai systématiquement employé la première méthode pour les fréquences élevées ($N > 17$) et la deuxième pour les fréquences basses, en particulier pour obtenir des ondes de fréquences $N = 13,5$ qui doivent se propager avec la vitesse minimum $V = 23,4$ cm/sec et sans distorsion.

h) Production d'ondes de fréquence faible. — La détermination d'une vitesse de front d'un train d'ondes m'a amené à étudier des ondes de longueur d'onde $\lambda = 1,71$ cm, $N = 13,5$ périodes par seconde. J'ai d'abord utilisé des lames assez longues uniquement surchargées du piston plongeur à leur extrémité; ces lames longues possèdent un avantage : leur rapide mise en mouvement ne nécessite qu'une faible puissance. Mais je n'ai pas pu m'en servir : mises en vibration par impulsions, elles vibrent avec un harmonique (de rang 8 ou 9) que je n'ai pas pu éliminer quel que soit le mode d'attaque de la lame (positions des électros et positions des surcharges). On peut réduire beaucoup l'amplitude de ces harmoniques par rapport à celle du fondamental, à tel point qu'on ne peut pas les discerner dans les oscillations de la lame, mais on les retrouve dans les ondes liquides produites par le piston à la surface de l'eau.

Pour obtenir des ondes exemptes d'harmoniques il faut utiliser des lames vibrantes courtes et très surchargées; par exemple pour $N = 13,5$ j'utilise une lame d'acier de 12 mm de largeur, 4 mm d'épaisseur, 220 mm de longueur vibrante, surchargée en bout de 275 grammes.

La lame étant amortie, sa mise en vibration rapide demande une puissance assez grande; d'autre part les lames surchargées ont un zéro peu stable, inconvénient pas très grave dans ces expériences, par suite de l'amortissement.

4. Production d'un train d'ondes périodiques.

— Le problème général est celui de la production d'un train d'ondes périodiques, train limité de forme déterminée : à une distance donnée de la source, par exemple au bord du cylindre générateur, on veut que l'amplitude des ondes satisfasse à une loi donnée $A = f(t)$. Le problème a une solution théorique rigoureuse, peut-être assez compliquée à mettre en pratique; je ne me suis pas astreint à une forme donnée et j'ai simplifié le problème : les ondes, partant de zéro croissent jusqu'à une valeur maximum, qu'elles conservent pendant un certain temps, puis elles décroissent pour devenir nulles. Pour qu'il en soit ainsi, j'ai amorti la lame vibrante. La forme de train d'ondes la plus simple serait réalisée par un amortissement dû à un frottement solide; la méthode montre deux inconvénients : d'une part le retour de la lame, après oscillation, n'a pas lieu exactement au zéro. D'autre part il est difficile de réaliser un frottement solide qui reste identique à lui-même (modifications des surfaces qui frottent, déplacement de ces surfaces l'une par rapport à l'autre après de nombreuses oscillations).

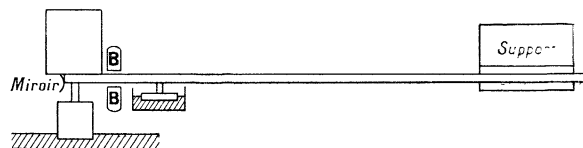


Fig. 2.

B, pièces polaires de l'électro portant les bobines d'excitation, à circuits séparés.

J'ai alors utilisé un frottement visqueux (fig. 2) : un disque d'aluminium fixé à la lame vers son extrémité plonge plus ou moins dans un godet d'huile : l'amortissement, positif à la queue du train, négatif à l'avant, est exponentiel : c'est évidemment un inconvénient en ce qui concerne le calcul d'une vitesse de groupe (voir plus loin).

En modifiant l'immersion du disque, on modifie l'amortissement.

Mise en vibration de la lame. — 1° Si la lame est mise en vibration par impulsions, il suffit d'envoyer les impulsions des plaques des lampes de sortie dans les bobines d'excitation par fermeture d'un interrupteur. On peut craindre toutefois que cette fermeture ne se produise exactement à l'instant d'une impulsion,

malgré sa brièveté. Il en sera de même lors de l'arrêt de la lame. Il est très facile d'opérer sans crainte de cet inconvénient : pour cela on envoie les impulsions d'un des circuits sur la grille d'une lampe d'un multivibrateur à très basse fréquence.

Les oscillations de celui-ci ont une fréquence sous-multiple de la fréquence des impulsions. L'une des lampes du multivibrateur à basse fréquence commande un relais (Baudot par exemple) qui envoie les impulsions dans les bobines d'excitation ; l'inertie de ces relais est suffisante pour qu'il soit certain que la fermeture des circuits d'excitation s'effectue entre deux impulsions. Il en sera de même à l'arrêt des vibrations de la lame. En modifiant les caractéristiques du multivibrateur basse fréquence (capacités de liaison grilles-plaques et résistances de fuite des grilles) on s'arrange par exemple pour que le train d'ondes dure une seconde et que la lame soit au repos pendant deux secondes (temps suffisant pour l'amortissement des oscillations liquides). On pourrait obtenir les mêmes résultats par un système tournant entraîné par un moteur synchrone recevant les impulsions : il serait sans doute nécessaire d'amplifier les impulsions pour leur permettre d'actionner le moteur et je crois que le multivibrateur est plus souple comme réglage et sans doute plus précis comme moyen de mise en route et d'arrêt de la lame vibrante.

2° Si les bobines d'excitation reçoivent le courant alternatif du secteur, le train d'ondes obtenu (début et fin) ne sera pas le même suivant la phase à la fermeture et à l'ouverture du circuit d'excitation. Là encore on pourra utiliser un multivibrateur pour commander l'excitation des bobines actionnant la lame. Le courant du secteur est envoyé, par l'intermédiaire d'un transformateur, sur la grille d'une des lampes d'un multivibrateur à basse fréquence (1). En réglant les caractéristiques de celui-ci on peut s'arranger, en tenant compte de l'inertie du relais, pour que le courant soit envoyé dans les bobines lorsqu'il est nul : on évite de ce fait l'impulsion initiale qui se produirait si l'on envoyait le courant lorsqu'il passe par son maximum d'intensité : cette impulsion initiale produit en effet une perturbation dans le train d'ondes liquides, perturbation qui peut changer complètement les résultats.

Ce procédé a l'avantage de permettre la production de trains d'ondes identiques, si la fréquence du secteur est bien constante ; le multivibrateur, étant « remis à la heure » par le secteur, possède une fréquence également constante. C'est ainsi que j'ai opéré avec le secteur à 50 périodes, dont la fréquence varie actuellement de moins de 1/2 pour 100.

Je n'ai pu en faire autant pour les autres fréquences obtenues par alternateur, la fréquence pouvant varier de 1 pour 100 ; et même plus, exceptionnellement.

(1) C'est le courant de plaque d'une des deux lampes, qui, par l'intermédiaire d'un relais Baudot, envoie le courant du secteur dans les bobines d'excitation.

III. Résultats expérimentaux.

En ce qui concerne la méthode optique d'étude du train d'ondes et la mesure des vitesses de propagation, je renverrai au mémoire déjà cité (p. 120 et 162).

Je rappelle que les clichés obtenus permettent la mesure :

- a) Des vitesses de propagation, avec une erreur qui n'atteint pas 2 pour 100.
- b) De la longueur d'onde (1,5 pour 100).
- c) De la fréquence des oscillations liquides (1 pour 100 en moyenne).

5. **Trains d'ondes liquides obtenus.** — 1° Les trains sont formés d'un nombre d'ondes variables avec la fréquence ; en général la durée du train a varié de 1/2 à une seconde environ ; j'ai d'ailleurs vérifié que les résultats relatifs aux vitesses ne dépendaient pas, aux erreurs de mesure près, du nombre d'ondes contenues dans le train.

Pendant la propagation du train, des ondes (alternativement creux et crêtes) naissent à l'avant du train et se propagent dans le train, vers l'arrière (vitesse de phase plus petite que la vitesse de groupe pour ces ondes capillaires).

Si l'amortissement est faible, ces ondes se perdent dans les nombreuses ondes de faible amplitude qui terminent le train. Si, au contraire l'amortissement est fort, on voit les ondes s'éteindre successivement à l'arrière du train d'ondes qui semble les rattraper.

2° L'enregistrement des plans tangents horizontaux à la surface du liquide, sur un rayon de propagation des ondes, montre que les ondes s'amortissent rapidement en devenant dissymétriques. Cette dissymétrie se présente sous deux aspects :

a) Les lignes noires du cliché, données par les plans tangents horizontaux, qui représentent les creux et les crêtes du train d'ondes, sont parallèles au début de la propagation ; après un parcours dont la longueur dépend de leur amplitude, les traits noirs consécutifs se rapprochent par paires et finissent par se souder. Il ne faut pas conclure à une modification de la longueur d'onde, qui reste parfaitement constante ; on pourrait rapprocher cette modification d'un déferlement d'une crête sur le creux qui la précède. Analogie d'ailleurs grossière car : d'une part on peut s'assurer par inscription de l'inclinaison du plan tangent en un point, et par d'autres remarques optiques, que la surface comprise entre le creux et la crête n'est jamais concave vers l'avant et qu'il n'y a jamais de point anguleux dans le profil de l'onde ; d'autre part, lorsqu'une vague déferle, c'est qu'elle rencontre soit un obstacle, soit un fond incliné, ce qui n'est pas le cas dans ces expériences.

b) Sur certains clichés, relatifs surtout aux ondes de faible amplitude et de grande fréquence, on constate que les traits noirs représentant les plans tangents horizontaux s'élargissent : à l'élargissement de tous les traits (dû à l'amortissement des creux et des crêtes, par propagation) s'ajoute un élargissement qui atteint

tous les traits non consécutifs : le rayon de courbure des crêtes (ou des creux) augmente beaucoup plus que celui des creux (ou des crêtes). Cette modification se produit surtout quand les ondes présentent, dès la source, une légère dissymétrie : c'est l'élément (crête ou creux) de plus faible rayon de courbure à la source, qui a le plus grand rayon de courbure loin de la source.

Pour effectuer les mesures des vitesses, j'ai utilisé les clichés qui présentent le moins ces modifications.

TABLEAU I.

λ_m cm	N_m sec ⁻¹	V_m cm/sec	V_c cm/sec	$\frac{V_c - V_m}{V}$
0,33 ₆	102	34,9	37,2	+0,06
0,35 ₄	97	34,2	36,6	+0,06
37 ₂	92,5	34,3	35,6	+0,04
42 ₃	78,2	33,2	33,6	+0,01
46 ₃	69	31,9	32,4	+0,015
48 ₃	66	31,6	31,8	+0,01
53	55	29	30,6	+0,05
54 ₂	54,8	29,6	30,4	+0,03
58		29,3	29,6	+0,01
60		30,6	29,3	-0,04
61	47,2	28,6	29	+0,01
66	42	27,8	28,2	+0,01
69	41,7	28,6	27,6	-0,04
76 ₃	35,8	27,3	26,8	-0,02
91	28,2	25,9	25,4	-0,02
1,16	20,8	24,5	24,8	-0,02
1,40	17	24	23,35	-0,03
1,60	14,5	23,6	23,15	-0,02
1,71	13,5	23,2	: 3,13	

V_c calculée avec $A = 73$ dynes/cm :
Valeur donnée par Moser : *Ann. der Phys.* 1927-82-9 3.
(Ascension de l'eau le long d'une paroi verticale.)

6. Mesures des vitesses; vitesse de phase. — La vitesse mesurée dans ces expériences est la vitesse de déplacement d'un plan tangent horizontal (creux ou crête). Si les ondes sont rigoureusement sinusoïdales, la vitesse mesurée est bien la vitesse de phase. Sinon, c'est une vitesse de maximum d'amplitude.

En quoi l'onde élémentaire diffère-t-elle d'une sinusoïde? Si l'on admet qu'elle est formée d'un groupe d'ondes de fréquences voisines (ayant chacune une plus faible longueur d'onde que la longueur apparente du groupe) et que la formule qui donne la vitesse du groupe est la formule de Rayleigh-Gouy, il y a impossibilité, puisque, $\frac{dV}{d\lambda}$ étant négatif, la vitesse de groupe est notablement plus grande que la vitesse de phase. Or, comme le tableau suivant le montre, la vitesse mesurée est du même ordre de grandeur que la vitesse de phase calculée à partir de la formule de Lord Kelvin.

Une deuxième interprétation n'est pas meilleure : l'onde résulterait de la superposition d'un fondamental

et d'harmoniques de faible amplitude par rapport à celle du fondamental. Mais ces petites ondes ayant une vitesse beaucoup plus grande que celle du fondamental, on les verrait passer aux creux et aux crêtes (vérification à propos des ondes de faible fréquence produites par de longues lames peu surchargées).

La mesure de la vitesse de déplacement d'un plan tangent horizontal est faite avec précision pour ces ondes de petite longueur d'onde, qui n'ont pas un trop grand rayon de courbure aux creux et crêtes : l'erreur commise ne dépasse pas 2 pour 100. Si l'on considère plusieurs ondes d'un même train, pour lesquelles la fréquence est constante, ainsi que la longueur d'onde, on trouve que leur vitesse de propagation est la même aux erreurs de mesure près (2 pour 100); dans certains cas, les nombres obtenus peuvent différer d'un peu plus de 2 pour 100 sans jamais atteindre 3 pour 100.

Le tableau I donne les résultats des mesures; si l'on tient compte du fait que la longueur d'onde est mesurée sur le cliché avec une erreur de 1 pour 100 et que le grandissement du système optique est connu à 1/2 pour 100 près, la longueur d'onde est déterminée à 1,5 pour 100; il en résulte que la vitesse calculée pour une longueur d'onde, par la formule de Kelvin ne doit être considérée comme connue qu'à environ 1/150 près, dans le domaine des longueurs d'onde considérées.

On peut donc conclure que, aux erreurs de mesure près, les ondes superficielles étudiées vérifient la formule de Kelvin; la différence relative des vitesses mesurées et calculées n'est supérieure aux erreurs de mesure que pour les fréquences élevées. Cette différence peut d'ailleurs tenir à la forme des ondes, ou bien à la valeur de la tension superficielle de l'eau qui n'est pas absolument propre : de ce fait, la constante capillaire de l'eau est diminuée ainsi que la vitesse de phase donnée par la formule de Kelvin.

Remarque. — Connaissant d'une part la longueur d'onde, et d'autre part soit la fréquence, soit la vitesse de phase, on peut calculer la constante capillaire en admettant que la formule de Kelvin est vérifiée; pour de l'eau ayant séjourné 7 jours dans le bassin, eau qui semble recouverte d'une couche de poussière, le calcul donne $A = 50,6$ dynes/cm avec $\lambda = 0,59$ cm et $N = 42,8$ et $A = 51$ dynes/cm avec $\lambda = 0,59$ cm et $V = 25,2$ cm/sec.

7. Vitesses du train d'ondes. — L'enregistrement sur papier des plans tangents horizontaux à la surface de l'eau permet de déterminer les points du rayon de propagation photographié, où les plans tangents à la surface cessent d'être horizontaux, lorsqu'ils sont atteints par la première onde du train. Plus exactement les diaphragmes n'étant pas ponctuels, le blanc du cliché apparaît lorsque le plan tangent à la surface est incliné sur le plan horizontal d'au moins 4/1 000 de radian, dans un sens ou dans l'autre, suivant que cette première onde est une crête ou un creux.

La discontinuité de cette apparition du blanc dans

le noir du cliché est une première difficulté de la mesure.

La même mesure peut se faire à l'arrière du train d'ondes, mais dans certains cas seulement

La difficulté de la mesure dépend de l'amortissement des oscillations de la lame vibrante : s'il est très faible les oscillations du début sont de faible amplitude pendant assez longtemps : les blancs du cliché sont mal marqués. A l'arrière du train, les petites ondes qui durent longtemps ne permettent pas de mesurer une vitesse de l'arrière du train.

Si l'amortissement est fort, la mesure de la vitesse du front est plus aisée et celle de la vitesse de l'arrière devient possible.

L'expérience montre que, dans ces conditions, la vitesse de l'arrière du train est bien déterminée. On n'en peut pas dire autant de la vitesse du front ; on peut tracer deux traits à l'avant du train, traits qui donnent les valeurs maximum et minimum de la vitesse du front ; suivant l'amortissement de la source, ces deux traits font un angle plus ou moins grand (quoique restant petit), ce qui ne permet la mesure de la vitesse du front d'onde qu'avec une précision restant faible.

TABLEAU II.

λ_m cm	Ψ_m cm/sec	U_m cm/sec.	Φ_c cm/sec.
0,33 ₆	45,4	45,2	55,6
35 ₄	48,3		54
37 ₂	45,1		52,6
42 ₅	48,2		49
46 ₃	46	42,8	46,8
48 ₅	45,8		45,8
53	44,7	36,1	43,6
54 ₂	44,2	43,2	43,1
57	42	36,7	41,8
58	44,4	39,3	41,4
	41,8	37,2	
59	42,2	37,9	41
	39,2	40	
61	44	36	40,4
66	43	34,8	38,6
69	44,1	36	37,7
75 ₅	38	34	36
76 ₅	47	32,7	35,8
91 ₅	43	32,3	32,4
1,16	48,2		28,4
	36,9		
1,42	32,6		25,4
1,60	31,8		23,8 ₅
1,71	23		23,13

Ψ_m vitesse du front mesurée.
 U_m vitesse de l'arrière mesurée.
 Φ_c vitesse de groupe calculée par la formule de Lord Rayleigh-Gouy, à partir de la formule de Lord Kelvin.

8. Résultats relatifs à une fréquence donnée.

— La fréquence est $N = 50$ périodes par seconde. Les

vitesse du front et de l'arrière du train dépendent de l'amplitude des oscillations et de leur amortissement. La vitesse de l'arrière du train reste d'ailleurs voisine de 37 cm/sec. A amplitude constante, elle augmente très légèrement quand l'amortissement augmente.

A amplitude à peu près constante, la vitesse du front d'onde est comprise entre 40 et 38 cm/sec pour un amortissement faible ; elle est comprise entre 44,1 et 42 cm/sec pour un amortissement fort. Si l'amplitude augmente, les limites passent à 46 et 44 cm/sec.

La vitesse de groupe calculée pour cette fréquence, par la formule de Rayleigh-Gouy, à partir de la formule de Kelvin est $\Phi = 41,3$ cm/sec.

Cette variation de la vitesse du front avec l'amortissement et l'amplitude des oscillations, montre a priori qu'il sera illusoire de la comparer à la vitesse de groupe calculée. J'ai néanmoins poursuivi cette étude pour voir s'il existait ou non des différences systématiques.

9. Vitesses du train d'ondes en fonction de la fréquence. — Le tableau II donne les résultats :

1° On y retrouve d'abord ceux qui sont indiqués au paragraphe précédent : à part deux seules exceptions, la vitesse de l'arrière du train est inférieure à la vitesse de l'avant. Je crois que cette différence peut s'expliquer de la façon suivante : les oscillations en un point situé à une certaine distance de la source sont contenues à l'intérieur de la courbe de la figure 3. Si l'on admet le

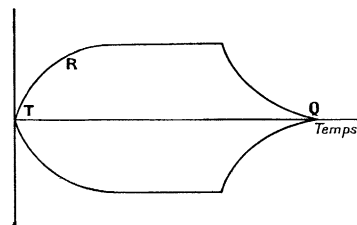


Fig. 3.

résultat du paragraphe précédent, toutes choses égales d'ailleurs, la modification rapide d'amplitude (amortissement fort) se propage plus vite que la modification lente de la même amplitude. Quoique les amplitudes ne soient pas les mêmes, je conserve ce résultat ; par conséquent c'est la partie R du train qui se propage avec la vitesse de Q, et moins vite que T. Si l'on pouvait mesurer la vitesse des ondes qui ont atteint leur amplitude maximum, on verrait ce que vaut l'hypothèse : la méthode employée ne le permet pas.

2° Les écarts entre la vitesse du front et la vitesse de groupe calculée sont la plupart du temps très nettement supérieurs aux erreurs de mesure ; il en est de même pour la vitesse de l'arrière du train. Dans l'ensemble, les vitesses de front sont supérieures aux vitesses de groupes calculées et les vitesses d'arrière leur sont inférieures. Mais je rappelle encore que la formule adoptée pour le calcul de la vitesse de groupe n'est peut-être pas celle qui vaut pour la forme des trains d'ondes étudiés (fig. 4).

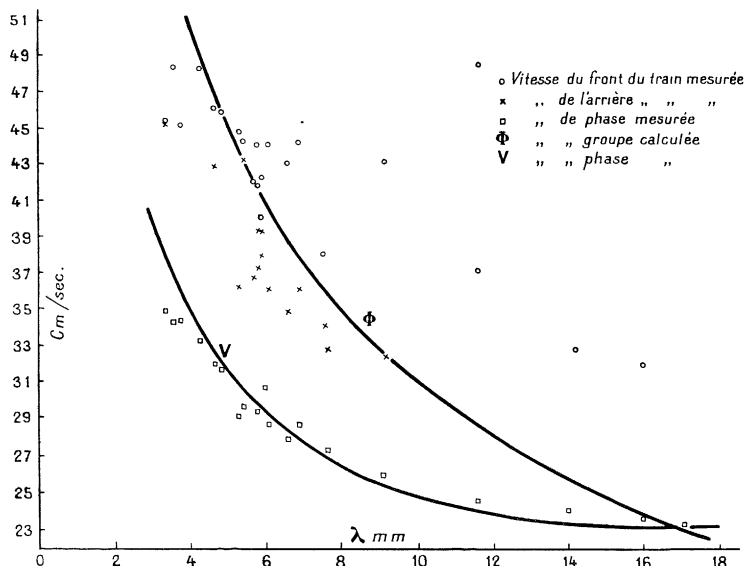


Fig. 4.

J'ai aussi utilisé la méthode suivante pour mesurer la vitesse du front du train : on relève, au microphotomètre enregistreur, les noirs du cliché à deux instants connus ; on détermine ainsi la distance à laquelle, à un instant donné est apparu le plan tangent incliné et par suite on mesure la vitesse de front du train (méthode peu précise par suite de l'erreur sur le temps). Un cliché donne ainsi des vitesses de 38 et 41 cm/sec alors que la mesure faite par la méthode indiquée plus haut donne 41,6 cm/sec. Les résultats sont bien du même ordre de grandeur.

10. Essai de détermination des vitesses du train par une autre méthode. — La méthode que j'ai indiquée ailleurs ⁽¹⁾ permet d'enregistrer, en fonction du temps, les variations d'inclinaison des plans tangents, en deux points situés à une distance connue sur un rayon de propagation des ondes.

Mais ces ondes de faible longueur nécessitent une fente très fine pour définir le faisceau lumineux ; si l'on veut mesurer les déplacements avec précision l'enregistrement devient difficile, sinon impossible, par manque de lumière ; les inscriptions à faible grandissement ne permettent pas de déterminer avec précision les instants de début et de fin de l'inclinaison du plan tangent. On peut seulement vérifier que les vitesses mesurées sont du même ordre de grandeur que celles données par l'autre méthode.

Quant à la mesure des vitesses de phase par cette méthode, elle est impossible par suite des modifications du train pendant sa propagation ; on ne peut pas

⁽¹⁾ *Loc. cit.*, p. 132.

reconnaitre le numéro de l'onde dans le train.

11. Conclusions. — Il résulte de ces expériences :

1° Que la formule de Kelvin exprimant la vitesse de phase d'une onde superficielle liquide est bien vérifiée.

2° Que les vitesses d'avant et d'arrière du train d'ondes sont voisines de la vitesse de groupe calculée (sans oublier qu'elles peuvent s'en écarter très notablement).

Il faut d'ailleurs remarquer que les expériences faites ne le sont pas dans les meilleures conditions :

1° La formule donnant la vitesse de groupe suppose que l'amplitude des ondes est constante ; or les ondes étudiées s'amortissent en se propageant : l'amortissement est notable : des ondes de fréquence 50, longueur d'onde $\lambda = 0,58$ cm d'amplitude 15 microns environ à 2 cm du centre de production, semblent éteintes à 10 cm du centre ; la méthode d'étude, très sensible, montre qu'elles existent encore à 12 cm du centre, mais d'amplitude très faible.

L'amortissement étant dû, à priori, à la viscosité du liquide d'une part, à la forme circulaire des ondes, d'autre part, on aurait pu espérer le diminuer par l'emploi d'ondes rectilignes. J'ai essayé, mais j'ai constaté, ce qui n'est pas nouveau, que le terme prépondérant dans l'amortissement, est celui dû à la viscosité : comme il est plus facile de produire des ondes circulaires que des rectilignes, ce sont les premières que j'ai utilisées. Le tableau I montre que la formule de Kelvin établie pour des ondes rectilignes et d'amplitude invariable, convient encore en première approximation, aux ondes étudiées, circulaires (quoique déjà distantes du centre de production d'un grand nombre de longueurs d'onde) et amorties.

2° Pour pouvoir comparer les vitesses calculées il faudrait que le récepteur fût toujours sensible à une élancement même fraction de l'amplitude de régime du train d'ondes. Ce qui permettrait de mesurer différentes vitesses de signal et de chercher comment elles varient suivant la sensibilité du récepteur. La méthode utilisée ne permet pas de faire varier cette sensibilité. Il faudrait déterminer le déplacement de deux ou plusieurs points d'un rayon de propagation, à des distances connues, en fonction du temps, en inscrivant une origine fixe pour les temps. J'ai pu le faire ⁽¹⁾ pour des ondes de grande longueur d'onde, mais la méthode n'est pas applicable ici.

⁽¹⁾ *Loc. cit.*, p. 124.