



**HAL**  
open science

# Le pouvoir rotatoire du quartz pour des rayons perpendiculaires à l'axe optique et sa dispersion dans l'ultra-violet

G. Bruhat, P. Grivet

► **To cite this version:**

G. Bruhat, P. Grivet. Le pouvoir rotatoire du quartz pour des rayons perpendiculaires à l'axe optique et sa dispersion dans l'ultra-violet. *Journal de Physique et le Radium*, 1935, 6 (1), pp.12-26. 10.1051/jphysrad:019350060101200 . jpa-00233290

**HAL Id: jpa-00233290**

**<https://hal.science/jpa-00233290>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# LE POUVOIR ROTATOIRE DU QUARTZ POUR DES RAYONS PERPENDICULAIRES A L'AXE OPTIQUE ET SA DISPERSION DANS L'ULTRA-VIOLET.

Par MM. G. BRUHAT et P. GRIVET.

(Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure).

**Sommaire.** — Nous avons étudié, par analyse photo-électrique, les vibrations transmises par une lame de quartz parallèle à l'axe pour des vibrations incidentes rectilignes voisines de l'axe optique ou de la direction perpendiculaire. L'analyse complète des vibrations elliptiques transmises a été faite pour les diverses radiations de l'arc au mercure comprises entre 4 358 et 3 021 Å, et les mesures ont été poursuivies jusqu'à 2 537 Å en se bornant à la détermination des orientations des axes. On a étudié sept lames de quartz dont les épaisseurs vont de 169  $\mu$  à 2 mm.

L'ensemble des mesures montre que les phénomènes sont bien représentés par l'hypothèse que les vibrations privilégiées dans le quartz pour des rayons perpendiculaires à l'axe sont deux vibrations elliptiques inverses. Les différentes lames donnent toutes les mêmes valeurs absolues pour les ellipticités de ces vibrations, à condition de tenir compte pour les lames épaisses, par l'emploi d'une méthode de mesures spéciale, du fait que les radiations isolées par le monochromateur ne sont pas parfaitement monochromatiques. Nous donnons les valeurs du rapport B/A des vibrations privilégiées par l'angle  $\varepsilon$  défini par la relation  $\operatorname{tg} \varepsilon / \lambda = B/A$ ; l'angle  $\varepsilon$  varie à peu près en raison inverse de la longueur d'onde, et va de 19 minutes pour  $\lambda = 4\,358$  Å à 38 minutes pour  $\lambda = 2\,537$  angströms.

Le quartz présente, pour les rayons perpendiculaires à l'axe, une rotation  $\rho$  définie par  $2\rho = \varphi \operatorname{tg} \varepsilon$ . Nous l'avons comparée, pour quatre lames de quartz droit et gauche, à la rotation  $\rho_0$  pour des rayons parallèles à l'axe, et nous l'avons toujours trouvée de sens opposé à cette dernière. Pour toutes les radiations, le rapport  $\rho/\rho_0$  est approximativement égal à  $-0,53$ ; il ne diffère de cette valeur moyenne que de quantités inférieures aux erreurs des mesures, erreurs qui décroissent de 5 à 3 pour 100 lorsqu'on passe de 4 358 à 3 021 Å et sont de l'ordre de 10 à 15 pour 100 pour les radiations de longueur d'onde inférieure à 3 000 angströms.

**1. Introduction.** — Les théories de la propagation de la lumière dans un milieu anisotrope actif indiquent que le pouvoir rotatoire de ce milieu doit dépendre de la direction de propagation : c'est un résultat qui est confirmé par le fait qu'un cristal biaxe possède, en général, des pouvoirs rotatoires différents suivant les deux axes optiques. Dans le cas d'un cristal uniaxe comme le quartz, la détermination du pouvoir rotatoire n'est facile que pour les rayons qui se propagent suivant l'axe; pour les rayons normaux à l'axe, on n'observe que l'effet résultant de la superposition du pouvoir rotatoire et de la biréfringence, l'effet de la biréfringence étant largement prépondérant. Le pouvoir rotatoire d'une lame de quartz parallèle à l'axe peut pourtant être caractérisé par le fait qu'une vibration rectiligne, parallèle ou perpendiculaire à l'axe, donne, après traversée de cette lame, une vibration légèrement elliptique; en désignant par  $\beta$  l'ellipticité de cette vibration, définie à partir du rapport B/A de ses axes par la relation  $\operatorname{tg} \beta = B/A$ , la théorie indique que  $\beta$  est maximum pour une lame demi-onde. Cette ellipticité a été mesurée pour la première fois par Voigt<sup>(1)</sup>, qui a donné pour l'ellipticité maximum correspondant, pour la raie D, à la lame demi-onde, la valeur  $\beta_m = 13'$ .

On peut aussi traduire l'effet de l'activité optique en disant que les vibrations privilégiées que peut transporter sans déformation un plan d'onde parallèle à l'axe optique sont des vibrations légèrement elliptiques, et non pas des vibrations rectilignes. En analysant les faisceaux ordinaire et extraordinaire séparés par un prisme de quartz d'angle égal à 60° et d'arête

parallèle à l'axe optique, Wever<sup>(1)</sup> a montré qu'il en était bien ainsi et a confirmé les nombres de Voigt. Ajoutons d'ailleurs qu'il résulte des mesures de Voigt et de Wever que le pouvoir rotatoire pour les rayons perpendiculaires à l'axe est de signe contraire à celui qui correspond aux rayons parallèles à l'axe.

Les résultats de Voigt et de Wever ont été complètement remis en question par un travail récent de Szivessy et Schweers<sup>(2)</sup>. Ces auteurs ont d'abord rétabli, en corrigeant certaines erreurs, la théorie donnée par Voigt de l'action d'une lame à faces parallèles à la fois active et biréfringente sur une vibration rectiligne. Leurs calculs étant assez longs, nous indiquerons ici comment on peut en retrouver rapidement les principaux résultats en utilisant la représentation géométrique de Poincaré.

On sait que, sur la sphère de Poincaré, une vibration elliptique d'ellipticité  $\beta$  dont le grand axe fait l'angle  $\alpha$  avec l'azimut choisi pour origine est représentée par un point de longitude  $2\alpha$  et de latitude  $2\beta$ . L'action sur une vibration quelconque d'une lame biréfringente de biréfringence  $\varphi$ , dont une des lignes neutres se trouve dans l'azimut représenté par un point O de l'équateur (fig. 1), est représentée par une rotation  $\varphi$  autour du diamètre équatorial O $\Omega$  de la sphère; l'action d'une lame active de rotation  $\rho$  est représentée par une rotation  $2\rho$  autour de l'axe polaire  $\Omega N$ . L'action d'une lame à la fois biréfringente et active est représentée<sup>(3)</sup> par une rotation autour de l'axe  $\Omega O'$  dont la direction est celle de la

<sup>(1)</sup> F. WEVER. *Jahrbuch der phil. Fakultät der Universität Göttingen*. 1920, 2, p. 206.

<sup>(2)</sup> G. SZIVESSY et C. SCHWEERS. *Ann. der Phys.* 1929, 1, p. 891.

<sup>(3)</sup> R. DE MALLEMANN. *Annales de Physique*, 1924, 2, p. 5.

<sup>(1)</sup> W. VOIGT, *Göttinger Nachrichten*. 1903, p. 153; *Ann. der Phys.*, 1905, 18, p. 645.



Wever nous a fait penser qu'il pourrait être intéressant de reprendre ces mesures en profitant de la possibilité qu'apportent les montages photoélectriques que nous avons réalisés de pousser les mesures dans l'ultraviolet jusqu'à 3 000 Å avec la même précision que dans le spectre visible. La biréfringence varie en effet en première approximation comme  $1/\lambda$  tandis que le pouvoir rotatoire varie au moins comme  $1/\lambda^2$  et le rapport  $2\rho/\varphi$  doit croître approximativement comme  $1/\lambda$  quand la longueur d'onde diminue; on peut donc s'attendre à observer dans l'ultraviolet des ellipticités deux fois plus grandes que dans le jaune ou le vert, et à se trouver dans de meilleures conditions pour que les résultats ne soient pas faussés par les erreurs d'ordre géométrique tenant à l'inexactitude des graduations des cercles ou aux défauts de réglage des faisceaux.

Nos mesures nous ont montré de façon certaine l'existence du pouvoir rotatoire du quartz pour les rayons perpendiculaires à l'axe, et nous ont fourni pour  $\varepsilon$  une courbe de dispersion sur laquelle se placent bien les résultats de Voigt et Wever. Elles étaient complètement achevées, et la rédaction de ce mémoire presque terminée lorsqu'a paru un nouveau travail de Szivessy et Münster<sup>(1)</sup>. Ces auteurs reconnaissent eux-mêmes l'inexactitude des conclusions de Szivessy et Schweers, et donnent pour la valeur de  $\varepsilon$ , dans le spectre visible, des résultats qui sont à peu près en accord avec les nôtres. M. Szivessy a d'ailleurs bien voulu depuis nous faire connaître, par une lettre personnelle dont nous sommes heureux de le remercier ici, qu'il est entièrement d'accord avec nous sur l'interprétation que nous proposons plus loin (§ 11) des mesures de Szivessy et Schweers.

### Méthodes de mesure.

**2. Méthode et montage polarimétrique.** — Toutes nos mesures ont été faites en employant l'analyseur photoélectrique décrit par Bruhat et Guinier<sup>(2)</sup>.

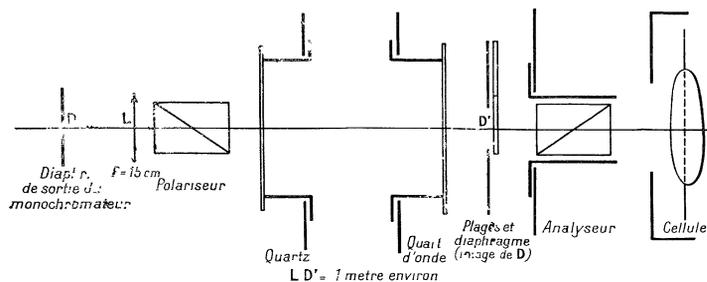


Fig. 3.

Cet appareil permet de déterminer l'azimut des vibrations dans tout le domaine 4 358 Å-2 537 Å avec une erreur qui ne dépasse pas la demi-minute pour les vibrations rectilignes ou très aplaties et qui n'augmente pas au-dessus de 2' à 3' quand l'ellipticité atteint 30°.

(1) G. SZIVESSY et C. MÜNSTER. *Ann. der Phys.*, 1934, 20, p. 703.

(2) G. BRUHAT et A. GUINIER. *Rev. d'Optique*, 1933, 12, p. 396.

Employé avec un compensateur quart d'onde en mica nu, selon une méthode que nous avons décrite d'autre part<sup>(1)</sup>, cet analyseur permet aussi de déterminer les ellipticités avec une très bonne précision, mais dans l'intervalle 4 358 Å-3 000 Å seulement; il n'est pas possible de descendre à des longueurs d'onde plus faibles à cause de l'absorption du mica. Le montage de nos expériences est indiqué par la figure 3.

**3. Mesure de la biréfringence  $\theta$  des lames.** — On détermine d'abord l'azimut d'égalité de la lame, puis on la tourne de  $+45^\circ$ ; dans cette position, on mesure l'ellipticité de la vibration sortante M (fig. 4), dont l'axe est connu puisqu'il est parallèle à la vibration incidente; on oriente dans cette direction une des lignes neutres du quart d'onde, puis l'autre, le pointé des vibrations émergentes  $M_1$  et  $M'_1$  donne  $\delta_1$  et  $\delta'_1$  (fig. 4);

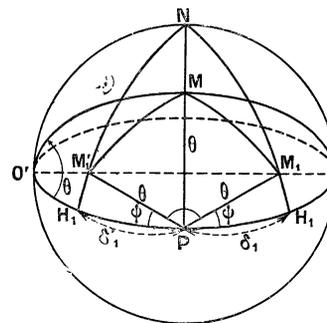


Fig. 4.

pour faire la correction de lumière réfléchie dans les lames de quartz, qui sont nues, on recommence pour la position à  $-45^\circ$ , on a  $\delta_2$  et  $\delta'_2$ ; on a, en désignant par  $\pi/2 - \psi$  le retard du compensateur :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\delta_1 + \delta'_1 + \delta_2 + \delta'_2}{2 \cos \psi} \quad (5)$$

Il n'est pas nécessaire de tenir compte de l'existence de  $\varepsilon$ , dont l'effet est du second ordre quand on oriente la lame à  $45^\circ$  du polariseur et qui est éliminé dans les moyennes. Ces données permettent aussi de calculer la constante  $h$  de réflexion multiple; pour les lames taillées que nous avons employées, sa valeur s'est montrée toujours assez voisine de l'unité pour qu'il n'y ait pas lieu de faire les corrections correspondantes dans la suite.

Cette méthode n'est utilisable que jusqu'à 3 000 Å, à cause de l'absorption du compensateur; nous verrons au paragraphe 4d le procédé employé dans la région 3 000-2 500 Å.

Même pour les lames les plus minces que nous avons employées, le retard atteint plusieurs circonférences; il faut ajouter à l'angle mesuré précédemment un multiple de  $2\pi$  donnant une dispersion acceptable. On s'aide, dans cette recherche, de la connaissance de l'épaisseur mesurée au palmer.

(1) G. BRUHAT et P. GRIVET. *Comptes Rendus*, 1934, 199, p. 852.

4. Mesure de l'ellipticité  $\varepsilon/2$  des vibrations privilégiées. — *a) Remarques générales* — La biréfringence  $\theta$  étant connue, la recherche de  $\varepsilon$  peut se faire, soit en déterminant les éléments de la vibration elliptique transmise par la lame pour une orientation qu'il est inutile de déterminer avec précision, soit en déterminant seulement l'azimut de la vibration transmise pour une orientation connue de la lame. Discutons ces deux méthodes, en nous plaçant dans le cas où la figure représentative sur la sphère de Poincaré peut être remplacée par une figure plane (fig. 2).

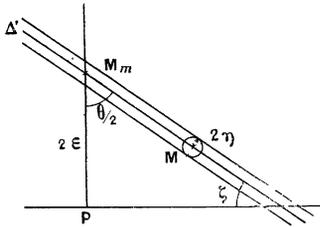


Fig. 5.

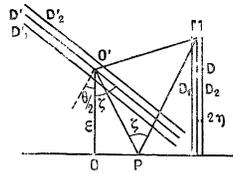


Fig. 6.

Dans le premier cas, on sait que la vibration émergente est représentée par un point M, ou plus exactement, si  $\gamma$  est l'erreur de pointé, par un point situé dans un petit cercle de centre M et de rayon  $2\gamma$ . Le point  $M_m$  d'ordonnée  $2\varepsilon$  est défini par l'intersection avec le méridien de P de la droite  $\Delta'$  faisant avec l'équateur l'angle  $\zeta = \pi/2 - \theta/2$  (fig. 5) : l'erreur possible sur son ordonnée est  $2\gamma/\sin(\theta/2)$ , et l'erreur sur  $\varepsilon$  est

$$\Delta\varepsilon_1 = \frac{\gamma}{\sin \theta/2}. \quad (6)$$

Dans le second cas, on sait que le point M est situé sur un certain méridien D, ou plus exactement entre deux méridiens  $D_1$  et  $D_2$  distants du premier de  $2\gamma$ . La rotation  $\zeta$  et l'homothétie  $PO'/PM = 1/2 \sin(\theta/2)$  transforment D en une droite  $D'$  faisant l'angle  $\zeta$  avec les méridiens, et  $\varepsilon$  est l'ordonnée du point  $O'$  d'intersection avec le méridien O connu; les droites  $D_1$  et  $D_2$  sont transformées en deux droites  $D'_1$ ,  $D'_2$  distantes de D de  $\gamma/\sin(\theta/2)$  (fig. 6) et l'erreur possible sur l'ordonnée de O est :

$$\Delta\varepsilon_2 = \frac{\gamma}{\sin \theta/2 \cos \theta/2}. \quad (7)$$

On voit que le rapport  $\Delta\varepsilon_1/\Delta\varepsilon_2$  est égal à  $\cos \theta/2$ . Comme, dans l'un et l'autre cas, on ne peut obtenir une précision acceptable que si  $\sin \theta/2$  n'est pas petit, on voit que la première méthode est toujours supérieure à la seconde. Pour une valeur de l'erreur de pointé  $\gamma = 1'$ , qu'on ne dépasse pas avec l'analyseur photoélectrique, les erreurs  $\Delta\varepsilon_1$  et  $\Delta\varepsilon_2$  sont données par le tableau suivant

TABLEAU I.

$\theta$ . . . . .	$0^\circ$	$45^\circ$	$90^\circ$	$135^\circ$	$180^\circ$
$\Delta\varepsilon_1$ . . . . .	$\infty$	$2',6$	$1',4$	$1',1$	$1'$
$\Delta\varepsilon_2$ . . . . .	$\infty$	$2',8$	$2'$	$2',8$	$\infty$

*b) Mesure directe.* — La méthode est très simple. Le polariseur et l'analyseur étant croisés, on tourne la lame active jusqu'à rétablir l'égalité (fig. 7a). On mesure dans cette position, avec le quart d'onde, la faible ellipticité  $\beta_m$  de la vibration émergente et on a  $\varepsilon = \beta_m$  (relation 3). La méthode appartient au premier groupe, la précision est de 1 à 2 minutes, pourvu que le retard soit supérieur à  $60^\circ$ . Elle présente en outre l'avantage de ne pas faire intervenir dans le calcul la valeur de  $\theta$ , et de donner un résultat indépendant des erreurs de mesures de  $\theta$ .

*c) Détermination des azimuts d'égalité.* — C'est une méthode du second groupe; on détermine l'azimut de la lame pour lequel la vibration rétablie est sur le méridien de P (fig. 7a). Elle nous a servi seulement à vérifier les résultats de la première méthode dans le domaine  $4358-3000 \text{ \AA}$ . Mais, de plus, elle permet en utilisant les mesures de  $\theta$  faites par la méthode d'étendre les mesures jusqu'à  $2337 \text{ \AA}$  puisque les déterminations portent sur les azimuts seulement; dans ce dernier domaine, d'ailleurs, la précision s'améliore parce que les angles à mesurer deviennent plus grands.

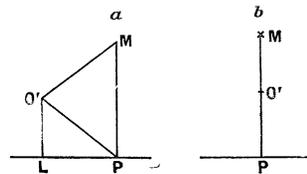


Fig. 7 a et b.

Nos lames ont toutes une dispersion suffisante pour qu'il y ait toujours pour chacune une raie du mercure pour laquelle elle est approximativement demi-onde, ce qu'on sait d'après les mesures de  $\theta$ . Dans ce cas, lorsqu'on est à l'azimut d'égalité, l'axe de la vibration privilégiée de la lame est parallèle à la vibration donnée par le polariseur (fig. 7b); en passant à une autre longueur d'onde, l'axe de la vibration privilégiée ne change pas; on détermine alors le nouvel azimut d'égalité (fig. 7a), et sa différence  $\alpha_m = PL/2$  avec le précédent; comme on connaît  $\theta$  par l'étalonnage préliminaire (voir ci-dessous, d), on a :  $\varepsilon = 2\alpha_m \operatorname{tg} \theta/2$  (relation 4).

La seule difficulté expérimentale vient de ce que le zéro de l'analyseur varie avec la longueur d'onde, par suite d'une légère inégalité d'épaisseur des plages, et à cause des réflexions multiples à leur intérieur. Ces variations qui sont très faibles ( $2'$  à  $3'$  d'un bout à l'autre du spectre) peuvent prendre de l'importance, à cause de la petitesse des angles à mesurer. On élimine ces erreurs en déterminant à l'avance le zéro de l'analyseur pour chaque longueur d'onde.

*d) Mesure simultanée de  $\theta$  et de  $\varepsilon$  par des mesures d'azimuts.* — On commence par déterminer la position de la lame dans laquelle la vibration privilégiée est parallèle à la vibration du polariseur; on opère pour cela sur une longueur d'onde auxiliaire, comme nous l'avons dit au paragraphe précédent. Cette orientation

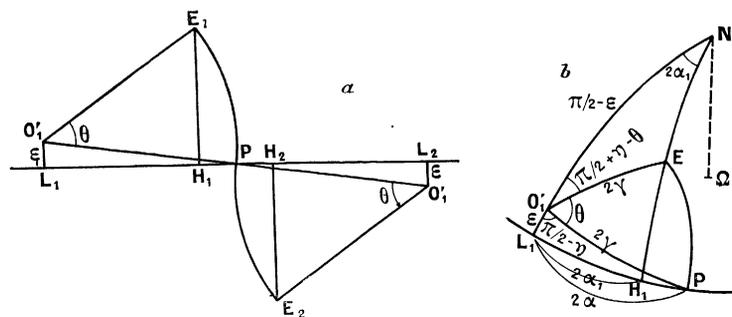


Fig. 8 a et b.

étant connue, on revient à la radiation considérée, on tourne la lame de  $+\alpha$  puis de  $-\alpha$  (points  $L_1$  et  $L_2$  sur la sphère, fig. 8 a). On pointe la vibration sortante dans chacune de ces positions; on connaît ainsi  $PH_1$  et  $PH_2$ , d'où :  $L_1H_1 = 2\alpha_1$  et  $L_2H_2 = 2\alpha_2$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  désignant les valeurs algébriques des arcs sur l'équateur. Ces données permettent de calculer simultanément  $\theta$  et  $\varepsilon$  (fig. 8 b). En effet, dans le triangle rectangle  $L_1O'P$ , en posant  $L_1O'P = \pi/2 - \eta$  et  $O'P = 2\gamma$ , on a les relations  $\cos 2\gamma = \cos 2\alpha \cos \varepsilon$ ;  $\operatorname{tg} \eta = \sin \varepsilon \cot 2\alpha$ ; dans le triangle  $O'NE$ , on a :

$$\begin{aligned} O'N &= \pi/2 - \varepsilon; & O'E &= 2\gamma; & O'NH_1 &= 2\alpha_1; \\ NO'E &= \pi/2 + \eta - \theta, \end{aligned}$$

et la formule des quatre éléments consécutifs donne :

$$\cot 2\gamma \cos \varepsilon = \sin \varepsilon \sin (\theta - \eta) + \cos (\theta - \eta) \cot 2\alpha_1 \quad (8)$$

En négligeant les termes en  $\varepsilon^2$ , les relations relatives au triangle  $L_1O'P$  deviennent  $\gamma = \alpha$  et  $\eta = \varepsilon \cot 2\alpha$ , ce qui permet de mettre l'équation (8) sous la forme :

$$\cot 2\alpha = \varepsilon \sin \theta + \cot 2\alpha_1 (\cos \theta + \varepsilon \sin \theta \cot 2\alpha), \quad (9)$$

la mesure dans la position  $-\alpha$  donne de façon analogue :

$$\cot 2\alpha = -\varepsilon \sin \theta - \cot 2\alpha_2 (\cos \theta - \varepsilon \sin \theta \cot 2\alpha), \quad (10)$$

d'où par somme et par différence :

$$\left. \begin{aligned} 2 \cot 2\alpha &= (\cot 2\alpha_1 - \cot 2\alpha_2) \cos \theta \\ &\quad + \varepsilon \sin \theta \cot 2\alpha (\cot 2\alpha_1 + \cot 2\alpha_2) \\ 0 &= 2\varepsilon \sin \theta + (\cot 2\alpha_1 + \cot 2\alpha_2) \cos \theta \\ &\quad + \varepsilon \sin \theta \cot 2\alpha (\cot 2\alpha_1 - \cot 2\alpha_2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

La seconde relation montre que  $(\cot 2\alpha_1 + \cot 2\alpha_2)$  est un infiniment petit de l'ordre de  $\varepsilon$ ; on a alors au premier ordre :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\cos \theta} &= \frac{\cot 2\alpha_1 - \cot 2\alpha_2}{2 \cot 2\alpha} \\ -2\varepsilon \operatorname{tg} \theta \left( 1 + \frac{\cot^2 2\alpha}{\cos \theta} \right) &= \cot 2\alpha_1 + \cot 2\alpha_2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

On tire  $\cos \theta$  de la première formule, puis  $\varepsilon$  de la seconde; la comparaison aux mesures faites par la première méthode permet de préciser le signe de  $\theta$ .

Nous n'avons utilisé cette méthode, qui est moins précise que la méthode directe, que dans le domaine 3 000-2 500 Å.

**5. Signe du pouvoir rotatoire. — a) Méthode directe.** — Nous avons vu qu'il y avait pour nos lames deux vibrations privilégiées légèrement elliptiques, l'une gauche, l'autre droite, représentées par les deux points  $O'$  et  $O'_1$  sur la sphère (fig. 4); l'une de ces vibrations, que nous appellerons  $O'$ , a pour grand axe l'axe cristallographique du quartz, et il nous faut savoir quel est son sens pour un signe donné du pouvoir rotatoire dans la direction perpendiculaire à l'axe. La théorie classique <sup>(1)</sup> donne le résultat : si le pouvoir rotatoire est droit, la vibration privilégiée, dont le grand axe est l'axe du quartz, est gauche; la figure 2

montre d'ailleurs que la vibration elliptique transmise à l'azimut d'égalité est de même sens que la vibration privilégiée.

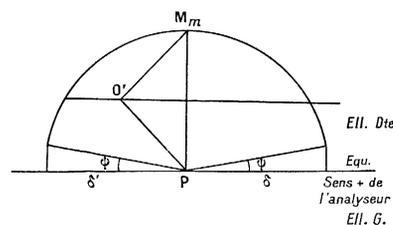


Fig. 9.

Pour déterminer le signe du pouvoir rotatoire, il suffit donc de savoir si la direction du quartz placée à peu près parallèlement au polariseur est l'axe optique ou la direction perpendiculaire, et de déterminer si la vibration transmise est une ellipse droite ou une ellipse gauche. Nous avons eu soin de toujours marquer la direction de l'axe sur le support de chaque lame et de disposer la lame sur son cercle dans une position telle que, quand le cercle était à une même division ( $135^\circ$ ), l'axe soit sensiblement parallèle à la direction de vibra-

TABLEAU II.

LECTURES DE L'ANALYSEUR		ELLIPSE ÉMERGENTE	POSITION DU QUARTZ	SIGNE DU POUVOIR ROTATOIRE
$\delta$	$\delta'$			
+	-	droite	voisine de $135^\circ$ ou $135^\circ + \pi$	gauche
			voisine de $45^\circ$ ou $45^\circ + \pi$	
-	+	gauche	voisine de $135^\circ$ ou $135^\circ + \pi$	droit
			voisine de $45^\circ$ ou $45^\circ + \pi$	

tion du polariseur. De même, l'axe rapide du quart d'onde était connu, et, pour toutes les séries, il était parallèle à la direction de vibration du polariseur quand on

(1) G. BRUHAT. *Traité de Polarimétrie*, p. 334.

lisait 83° sur son cercle : la disposition du cercle était telle que, pour cette position du quart d'onde la rotation  $\delta$  (fig 9) de l'analyseur est positive quand l'ellipse est droite. On a donc finalement la règle du tableau II.

b) **Méthode de mesures d'azimuts.** — Dans les autres méthodes où les mesures portent sur les azimuts seulement, il n'est pas utile de connaître la disposition de la lame de quartz; en effet, si nous intervertissons les deux vibrations privilégiées du quartz, le point O' qui représente la vibration privilégiée est remplacé par le point O'₁ symétrique par rapport à l'équateur de la sphère de Poincaré, mais le sens de la rotation  $\theta$  est aussi changé : les figures sont simplement remplacées par leurs symétriques par rapport à l'équateur, et les points de cet équateur, qu'on détermine dans les mesures, restent inchangés. Le signe des azimuts mesurés dépend seulement de la valeur absolue de  $\theta$  et du signe du pouvoir rotatoire.

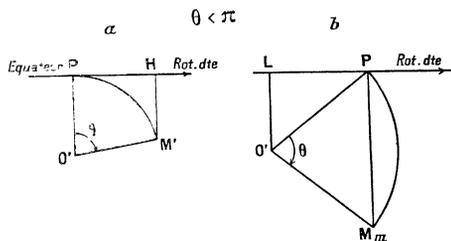


Fig. 10.

1° **Déplacement des azimuts d'égalité.** — La théorie classique montre que, pour un retard compris entre 0 et  $\pi$  (1), l'azimut du grand axe de la vibration elliptique M transmise à partir d'une vibration rectiligne incidente P parallèle à l'axe est un peu à droite de cette vibration pour un pouvoir rotatoire droit : le

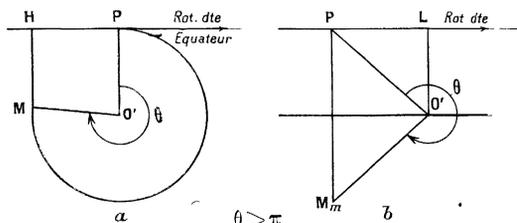


Fig. 11.

schéma correspondant à cette indication sur la sphère de Poincaré est donc celui de la figure 10 a et le schéma correspondant pour l'azimut d'égalité est celui de la figure 10 b : il correspond à une rotation à gauche de la lame. Pour  $\theta$  plus grand que  $\pi$ , on a, au contraire, les deux schémas 11. Comme le cercle qui porte la lame de quartz est disposé de façon telle que les lectures augmentent quand on tourne à droite, le signe du quartz est lié à celui du déplacement PL/2 de l'azimut d'égalité par le tableau suivant :

(1) Nous désignons ici par  $\theta$  l'excès du retard  $2\pi(n_e - n_o)e/\lambda$  sur un multiple entier  $2k\pi$  de  $2\pi$ .

TABEAU III.

		POUVOIR ROTATOIRE	
PL > 0	$\theta < \pi$	gauche	
	$\theta > \pi$	droit	
PL < 0	$\theta < \pi$	droit	
	$\theta > \pi$	gauche	

2° **Méthode de mesure de  $\theta$  et de  $\varepsilon$ .** — La formule (12)  $\cot 2\alpha_1 + \cot 2\alpha_2 = -2\varepsilon \operatorname{tg} \theta \left(1 + \frac{\cot^2 2\alpha}{\cos \theta}\right)$  montre que  $\cot 2\alpha_1 + \cot 2\alpha_2$  conserve le même signe pour toutes les valeurs de  $\alpha$  comprises entre 0 et 22°5 ( $\left|\frac{\cot^2 2\alpha}{\cos \theta}\right| > 1$ ); or, pour  $\alpha = 0$ , les angles  $2\alpha_1$  et  $2\alpha_2$  deviennent égaux entre eux et égaux aux arcs PH des figures 10 a et 11 a, de sorte que le signe de  $\cotg 2\alpha_1 + \cotg 2\alpha_2$ , est le même que celui de PH et qu'on peut facilement dresser un tableau analogue au précédent; le cercle analyseur étant à gauche, on a :

TABEAU IV.

		POUVOIR ROTATOIRE	
$\cot 2\alpha_1 + \cot 2\alpha_2 > 0$	$\theta < \pi$	gauche	
	$\theta > \pi$	droit	
$\cot 2\alpha_1 + \cot 2\alpha_2 < 0$	$\theta < \pi$	droit	
	$\theta > \pi$	gauche	

La détermination la plus difficile est donc celle de la méthode directe qui nécessite la connaissance de l'axe de la lame de quartz et de l'axe rapide du quart d'onde. Aussi, avons-nous vérifié ces données de plusieurs manières : nous avons cherché d'abord l'axe lent du quart d'onde en utilisant la méthode donnée par M. Cotton (1). Nous avons vérifié le résultat en comparant au Norremberg notre quart d'onde à un quart d'onde de constructeur où l'axe était marqué. Nous avons ensuite comparé le quart d'onde à nos lames de quartz minces, directement, et reconnu que l'axe marqué par le constructeur des lames était exact. Pour les lames épaisses, nous avons comparé d'abord notre quart d'onde à un quartz compensateur de constructeur, puis celui-ci aux lames épaisses : en croisant les axes de la lame inconnue avec ceux du quartz compensateur, au Norremberg, on fait apparaître une frange noire caractéristique. Enfin, pour les lames épaisses, nous avons pu reconnaître directement la direction de l'axe en les examinant au Norremberg par la tranche (cf parag. 6). Les résultats de toutes ces déterminations ont été très concordants; dans ces conditions, les signes donnés par la méthode directe nous paraissent très sûrs, et dans toutes les séries de mesures, nous n'avons jamais observé de discordance avec les résultats des méthodes de mesures d'azimuts.

**Résultats.**

6. **Lames employées.** — Nous avons utilisé des lames de quartz parallèles à l'axe de diverses épaisseurs qui ont toutes été taillées par Jobin et Yvon, et dans lesquelles le parallélisme des faces était réalisé à environ 1/2 micron près. Les premières mesures ont

(1) A. CORROU. *Journal de Physique*, 1898, 7, p. 81.

porté sur des lames minces d'épaisseurs 169,2, 189 et 187,2  $\mu$ , qui existaient déjà au laboratoire; on n'avait malheureusement pas noté, lors de la construction, la nature du quartz employé, et les mesures ne peuvent pas servir à comparer les signes des pouvoirs rotatoires suivant l'axe et suivant la direction perpendiculaire. Nous avons alors étudié des lames que nous avons fait tailler spécialement dans du quartz droit et gauche, avec des épaisseurs de 1 ou 2 mm; les petites faces latérales ont été polies, de sorte que nous avons pu examiner au Norremberg les couleurs de dispersion rotatoire et mesurer au polarimètre le pouvoir rotatoire pour des rayons les ayant traversés suivant l'axe, suivant une épaisseur de 15 mm égale à la lar-

geur de la lame : nous avons ainsi vérifié que le signe du quartz était bien celui qu'avait indiqué le constructeur.

7. **Lame de 169,2 microns (Lame Q<sub>1</sub>).** — Nous indiquerons en détail les mesures faites sur cette lame : les lames minces présentent en effet un intérêt particulier du fait que, à cause précisément de la faible épaisseur, le retard  $\theta$  est bien défini, malgré la présence de plusieurs longueurs d'onde dans les radiations isolées par le monochromateur (cf. parag. 10). On en jugera par le tableau suivant, qui donne les valeurs de  $\theta$  mesurées pour les diverses radiations et les valeurs de l'épaisseur  $e$  qui s'en déduisent à l'aide des valeurs de la différence  $n_e - n_o$  données par les tables.

TABLEAU V.

$\lambda$ EN $\text{\AA}$	4358	4035	3665	3341	3128	3021	2804	2633	2537
$\theta$ . . . .	8 $\pi$		10 $\pi$		12 $\pi$		14 $\pi$		
	-121°51'	-3°35'	-175°29'	+15°53'	+174°26'	-90°26'	+128°19'	-43°6'	+118°20'
$e$ ( $\mu$ ).	169,2	169,1	169,2	169,0	168,9	169,3	169,3	169,6	169,3
Moyenne : 169 $\mu$ ,2.									

a) **Mesure directe de  $\epsilon$ .** — Nous avons mesuré  $\epsilon$  pour les quatre azimuts d'égalité à 90° l'un de l'autre; pour chacune de ces positions, nous avons amené successivement le quart d'onde dans les quatre orientations pour lesquelles une de ses lignes neutres est parallèle à la vibration sortante du polariseur et mesuré ainsi deux valeurs de  $\delta$  et deux valeurs de  $\delta'$ ; nous prenons la moyenne des seize valeurs absolues de  $\delta$  et de  $\delta'$  et nous calculons  $\epsilon$  par la formule  $\epsilon = \frac{e \text{ moyen}}{\cos \psi}$ , où  $\pi/2 - \psi$  est le retard du quart d'onde. Nous donnons d'abord comme exemple le tableau d'une série complète de seize pointés pour  $\lambda = 366$ .

TABLEAU VI.

AZIMUTS DE LA LAME	$\alpha_0$	$\alpha_0 + \pi/2$	$\alpha_0 + \pi$	$\alpha_0 + 3\pi/2$
$\delta$	-24' -25'	+22' +22'	-24' -24'	+22' +22'
$\delta'$	+26' +25'	-22' -21'	+27' +27'	-22' -23'

Moyenne et écart moyen :

$$|\delta_m| = 23',1 \pm 1' \quad |\delta'_m| = 24',1 \pm 2'$$

Moyenne générale :

$$\delta_{\text{moy.}} = 23',6 \pm 1',5.$$

Comme vérification, on peut remarquer que le rapport  $|\delta'_m| / |\delta_m| = 1,045$  est bien égal à la constante  $k^2 = 1,050$  donnée par l'étalonnage du quart d'onde : nous pensons donc que la valeur de  $\epsilon$  mesurée est exacte à 1 ou 2 minutes près. En ce qui concerne le signe, toutes les mesures sont concordantes; la première valeur de  $\delta$  donnée (-24') correspond à une

position indiquée au paragraphe 5 (lame à 135°, quart d'onde à 85°) : *l'ellipse est gauche et le pouvoir rotatoire droit*. Toutes les radiations donnent le même signe de  $\epsilon$ . Voici le tableau des valeurs obtenues pour les radiations pour lesquelles la lame est assez loin d'être onde pour que la mesure soit possible.

TABLEAU VII.

$\lambda$ EN $\text{\AA}$	4358	3665	3130	3023
$\epsilon$	18'	23',5	28'	28'

b) **Déplacement des azimuts d'égalité.** — La lame est approximativement demi-onde pour  $\lambda = 366$  : nous mesurons donc les azimuts à partir de la position donnée par cette radiation. *Le déplacement est parfaitement mesurable*, comme le montre le tableau suivant d'une série de mesures pour les raies 366 et 302.

TABLEAU VIII.

$\lambda = 366 \text{ m}\mu$	135°,82	225°,81	315°,81	45°,82
$\lambda = 302 \text{ m}\mu$	136°,02	225°,99	316°,02	46°,00
$\alpha = \frac{PL}{2}$ pour 302	+0°,20	+0°,18	+0°,21	+0°,18

Moyenne :  $\alpha = +0°,192 = +11',5 \pm 0',7$

$$\epsilon_{302} = 2 \left| \alpha \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right| = 23' \pm 2'$$

Le tableau IX donne les valeurs moyennes de  $\alpha$  obtenues pour différentes raies et les valeurs de  $\epsilon$  correspondantes.

Les signes changent bien suivant que  $\theta < \pi$  ou  $\theta > \pi$  et, d'après le tableau du parag. 5, indiquent un pouvoir rotatoire droit.

TABEAU IX.

$\lambda$ .....	4 358	3 021	2 804	2 537
$\alpha$ moyen ...	+ 6',5	+ 13'	- 9',5	- 12'
$\theta = 2\pi + \dots$	240°	270°	13°	120°
$ \varepsilon $ .....	25'	26'	39'	40'

c) Mesures simultanées de  $\varepsilon$  et de  $\theta$ . — Nous donnerons comme exemple de cette méthode les mesures faites pour  $\lambda = 2537$  avec  $\alpha = 22^\circ 30'$  ( $\cotg 2\alpha = 1$ ) :

TABEAU X.

$\alpha_1 = -12^\circ, 54'$	$\alpha_2 = +12^\circ, 33'$
$\cot 2\alpha_1 - \cot 2\alpha_2 = -4,2034$	$\cot 2\alpha_1 + \cot 2\alpha_2 = +0,0656$
$\theta = 2k\pi + 118^\circ, 24'$	$\varepsilon = 54'$

D'après les remarques du paragraphe 5, l'arc PH de la figure 10 a est positif si  $\theta$  est inférieur à  $\pi$ , et le pouvoir rotatoire est droit. Il faut remarquer que  $\varepsilon$  est approximativement proportionnel à la valeur de  $\alpha_2 + \alpha_1$ , qui n'est que de 20' : l'erreur relative sur  $\varepsilon$  peut donc certainement atteindre 20 % ; une autre série de mesures a effectivement donné 42' et cette mesure n'indique guère qu'un ordre de grandeur.

Les mesures faites sur les diverses raies ont toutes donné le même signe du pouvoir rotatoire : droit ; on trouvera leurs résultats au tableau récapitulatif de la fin du paragraphe.

d) Mesures de contrôle. — On se rend facilement compte à l'examen de la figure 8, que l'on peut, connaissant  $L_1P = 2\alpha$  et  $L_1O_1 = \varepsilon$ , calculer l'arc  $H_1E = 2\beta$ . Inversement, ayant placé la lame à l'azimut  $\alpha$  par rapport au polariseur et ayant mesuré avec le quart d'onde l'ellipticité  $\beta$  de la vibration transmise, on peut calculer  $\varepsilon$ . Nous avons fait diverses mesures de ce type avec des azimuts  $\alpha$  compris, suivant les raies, entre 0° et 19°, et donnant des ellipticités  $\beta$  très faibles : leurs résultats figurent dans le tableau XI ; la précision obtenue sur  $\varepsilon$  y est du même ordre (1 à 2 minutes) que dans les mesures directes.

e) Mesures photométriques. — Nous avons voulu vérifier que l'azimut de minimum tel que le définit Szivessy est bien indépendant de la longueur d'onde et diffère bien de l'azimut d'égalité lorsque la lame n'est ni onde ni demi-onde. La cellule photoélectrique nous permet, après avoir écarté le système de plages, de mesurer le flux transmis entre nicols croisés pour différentes positions de la lame : la courbe a de la figure 12 représente pour la raie 3021 les variations du courant photoélectrique en fonction de l'azimut de la lame. L'azimut du minimum est très bien déterminé par la position de l'axe de symétrie de la courbe : la lecture correspondante est 45°,82. Cette mesure a été faite immédiatement après les mesures d'azimut d'égalité rapportées plus haut (tableau VIII), qui avaient

donné pour azimut 46°,00 pour 3021 et 45°,82 pour 3665 : il n'est pas douteux que l'azimut de minimum et l'azimut d'égalité ne coïncident pas pour la raie 3021 ; ils coïncident pour la raie 3665 pour laquelle la lame est demi-onde et l'azimut de minimum est bien le même (45°,82) pour les deux raies.

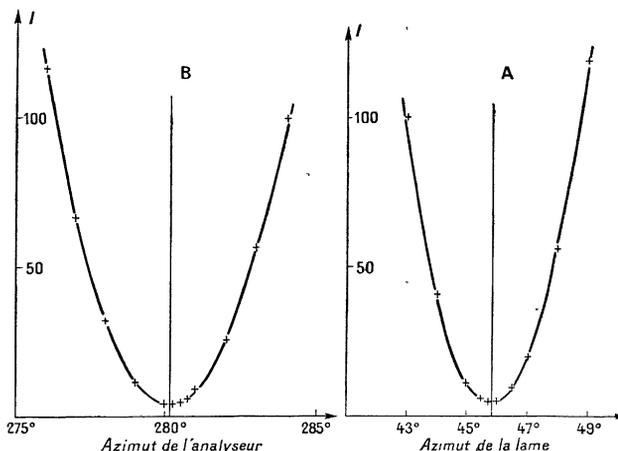


Fig. 12.

La courbe B de la figure 12 a été tracée avant la courbe A, la lame étant enlevée, pour déterminer exactement la position de l'analyseur qui correspond à l'extinction : elle représente les variations du courant photoélectrique amplifié lorsqu'on tourne l'analyseur.

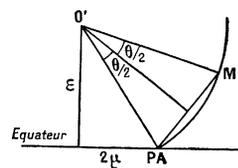


Fig. 13.

La connaissance des courbes A et B permet aussi de calculer  $\varepsilon$ . Entre nicols seuls, en effet, la loi de variation du courant photoélectrique est :  $I = I_0 (k^2 + 4\sigma^2)$ ,  $k^2$  désignant les lumières parasites. Au contraire, entre nicols croisés, en déplaçant la lame de quartz, on a la variation  $I'$  donnée par (fig. 13) :

$$I' = I_0 (k^2 + \overline{AM}^2) = I_0 \left( k^2 + 4 \overline{O'A}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ = I_0 \left( k^2 + 4\varepsilon^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 16\mu^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right).$$

Ayant tracé les courbes expérimentales, on peut déterminer leurs équations

$$I = a + b\alpha^2 \qquad I' = a' + b'\alpha'^2;$$

on a alors, en identifiant et éliminant  $k^2$ , la relation qui donne  $\varepsilon$  :

$$\varepsilon^2 = 4 \frac{a'}{b'} - \frac{a}{b \sin^2 \theta/2}, \qquad (13)$$



b) **Lame Q<sub>3</sub> (187,4 μ).** — Pour cette lame, nous avons mesuré  $\theta$  et  $\epsilon$  seulement pour les raies 404, 334 et 302. Les résultats sont indiqués sur le tableau XVII du dernier paragraphe, *ils sont les mêmes en grandeur et en signe que pour Q<sub>1</sub>* (1).

9. **Lames de 1 millimètre.** — a) **Lame de quartz gauche.** — Pour cette lame, nous avons mesuré  $\epsilon$  par

mesure directe et par déplacement des lignes neutres ; nous avons mesuré aussi  $\theta$  ; les résultats sont donnés au tableau XIII. On pourra comparer ces résultats à ceux des lames minces sur le tableau XVII : ils sont en général bien concordants. En particulier, *tous les signes obtenus concordent, la rotation est droite, son sens est opposé à celui de la rotation selon l'axe.*

TABLEAU XIII. — *Lame de 1 mm.*

$\lambda$ en Å	4 358	4 047	3 655	3 341	3 128	3 021
$\theta$ .....	$22 \times 2\pi$ — 158°32'	$23 \times 2\pi$ + 160°0'	$27 \times 2\pi$ — 170°14'	$30 \times 2\pi$ — 130°47'	$32 \times 2\pi$ + 82°24'	$33 \times 2\pi$ — 95°26'
$e$ en μ.....	996,4	993,5	994,5	993,2	992,8	993,4
Moyenne : 994,0 μ ± 1 μ.						
a) M. Directe $\epsilon$ .....	18',5	20',5	24'	24'	30'	22',5
b) M. Azimut $\epsilon$ .....	22'	23'	12'	30'	24'	20'

b) **Lame de quartz droit.** — Nous avons mesuré l'épaisseur : 995 μ, et nous avons déterminé  $\epsilon$  et  $\theta$  pour les deux raies 366 et 313. On trouvera les résultats au tableau XVII. *La rotation est gauche, ce qui confirme la conclusion du paragraphe précédent.*

10. **Lames de 2 millimètres.** — a) **Lame de quartz gauche.** — Pour cette lame, nous avons d'abord procédé comme pour les lames précédentes : dans le domaine 436-302, nous avons mesuré  $\theta$  puis  $\epsilon$  par la

méthode directe et par la mesure du déplacement de l'azimut d'égalité ; les résultats de ces mesures sont donnés au tableau XIV. On voit, à l'examen de ce tableau, que les valeurs obtenues pour  $\epsilon$  sont nettement plus petites que celles qui résultent de l'ensemble des mesures sur les lames plus minces ; les signes sont à vrai dire satisfaisants sans exception, *le pouvoir rotatoire est droit, mais l'écart des valeurs absolues est systématique et très supérieur aux erreurs d'expérience.*

TABLEAU XIV. — *Lame de 2 mm.*

$\lambda$ en Å	4 358	4 047	3 665	3 341	3 128	3 021
$\theta$ .....	$43 \times 2\pi$ + 9°47'	$47 \times 2\pi$ — 56°53'	$53 \times 2\pi$ — 19°32'	$59 \times 2\pi$ + 48°8'	$64 \times 2\pi$ + 119°28'	$67 \times 2\pi$ + 119°38'
$e$ en μ.....	1 989	1 985	1 985	1 981	1 980	1 983
Moyenne : 1 984 μ ± 4 μ.						
a) M. Directe $\epsilon$ .....		10'		18'	23'	29'
b) M. Azimut $\epsilon$ .....		3'		18'	31'	37'

Nous avons pensé que ces écarts étaient dus à l'épaisseur trop grande des lames : *la lumière employée ne peut plus être considérée comme monochromatique, pour des biréfringences aussi considérables* ( $\theta$  atteint  $120\pi$ ), et il est facile de voir que, pour les raies employées, le retard de la lame peut varier de quantités importantes entre les différentes radiations des groupes de raies qu'isole notre monochromateur ; ces variations peuvent atteindre  $180^\circ$  dans les cas les plus défavorables,

(1) Le résultat relatif à la raie 302 n'est pas très précis, le retard  $\theta$  étant un peu trop voisin de  $12\pi$ .

comme pour la raie 4046-4077. L'action de la lame sur la vibration sortant du polariseur est représentée sur la sphère de Poincaré par la figure 15 : les vibrations émergentes sont figurées par les points  $M_1, M_2, \dots$  en nombre égal à celui des composantes simples de la raie. Si l'axe de la vibration privilégiée  $O'$  ne fait pas un trop grand angle avec la direction de vibration du polariseur ( $P$ ), c'est-à-dire si  $O'P$  est petit, les points  $M_1, M_2, M_3, \dots$  (on a fait la figure dans le cas de deux composantes) sont voisins l'un de l'autre et l'analyseur photoélectrique pointe leur centre de gravité  $M$ . La

figure formée par les points  $P, O', M_1, M_2$  reste, d'après la théorie du cas classique, semblable à une figure fixe quand le point  $O'$  varie; d'après une propriété connue des centres de gravité, la figure  $PO'M$  reste aussi semblable à une figure fixe, l'angle  $\widehat{PO'M} = \theta$  est constant; c'est le retard apparent de la lame. L'angle  $\widehat{O'PM} = \widehat{P}$  est aussi constant, donc aussi le rapport  $k = PM/PO' = \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + P)}$ ; la différence avec le cas des vibrations monochromatiques est que le triangle  $PO'M$  n'est pas isocèle.

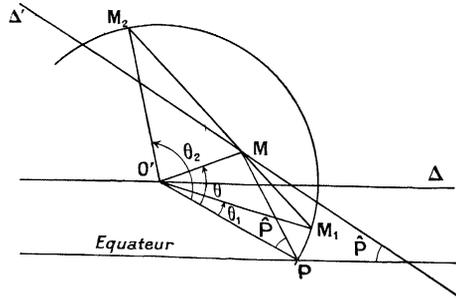


Fig. 15.

On peut alors reprendre la théorie que nous avons faite dans le cas d'une vibration monochromatique: appelons maintenant  $L$  la vibration privilégiée de la lame; déplaçons la lame, le polariseur restant fixe;  $L$  décrit la droite  $\Delta$  à la distance  $\epsilon$  de l'équateur et  $M$  décrit une droite  $\Delta'$  qui se déduit de  $\Delta$  par la rotation  $\widehat{P}$  et l'homothétie de pôle  $P$  (fig. 16). Nous voyons qu'on peut définir encore un azimut d'égalité et un azimut de minimum, mais que ces quantités ne suffisent plus à déterminer  $\epsilon$ , puisque le triangle  $PLM$  n'est pas isocèle, ce qui explique les résultats erronés du tableau XIV. En particulier, il résulte de la façon même dont est défini le point  $M$  (fig. 15) que l'on a toujours  $LM < LP$ . L'ordonnée  $2\beta_m = PM_m$  correspondant à l'azimut d'égalité est toujours inférieure à  $2\epsilon$ , la mesure directe de  $\epsilon$  fournit toujours des résultats trop faibles.

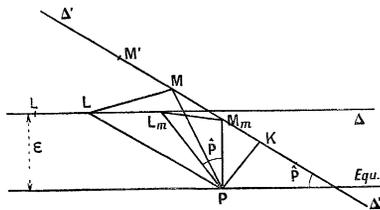


Fig. 16.

Nous avons employé alors une nouvelle méthode pour atteindre  $\theta$ : pour plusieurs positions voisines de l'azimut de symétrie, nous faisons l'analyse complète de la vibration émergeant de la lame  $L$ ; nous connaissons ainsi les deux coordonnées de plusieurs points de la droite  $\Delta'$ , nous pouvons la construire exactement et mesurer alors: 1° l'angle  $\widehat{P}$ ; 2° la longueur  $MM'$  dont

se déplace la vibration quand la lame est déplacée d'une longueur  $LL'$  et par suite le rapport  $MM'/LL' = PM/PL = k$ ; 3° l'ellipticité  $\beta_m$  à l'azimut d'égalité ( $PM_m = 2\beta_m$ ). On a la formule:

$$\epsilon = PL_m \cos \widehat{P} = \frac{2\beta_m}{k} \cos \widehat{P}. \quad (14)$$

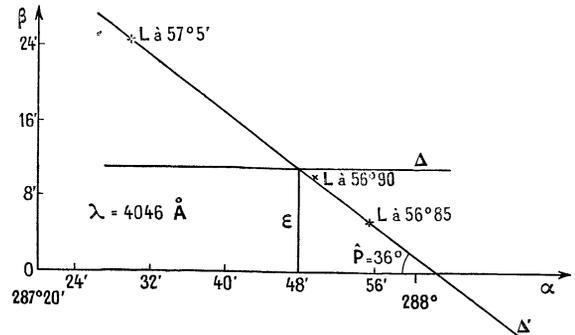


Fig. 17.

On peut également, des mesures de  $k$  et  $\widehat{P}$  faites sur le graphique, déduire la valeur de  $\theta$  par la relation

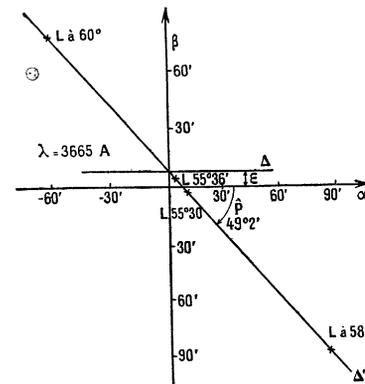


Fig. 18.

$k = \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + P)}$  et vérifier que cette valeur est bien celle qui a été trouvée par la mesure de la biréfringence.

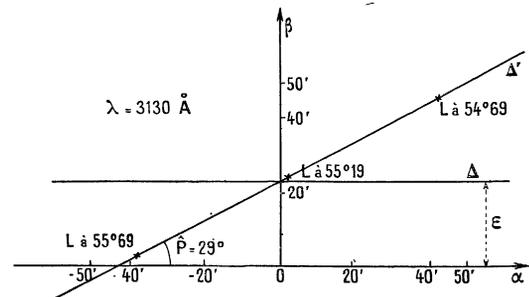


Fig. 19.

Nous reproduisons (fig. 17, 18, 19) les graphiques obtenus pour les raies 404, 366 et 313. Le tableau XV donne les valeurs, mesurées sur ces graphiques, de

$k$ ,  $\widehat{P}$  et  $\beta_m$ , ainsi que les valeurs qu'on en déduit pour  $\varepsilon$  et  $\theta$ .

Les valeurs de  $\theta$  sont bien en accord avec les valeurs du tableau XIV obtenues par mesure directe et les valeurs de  $\varepsilon$  sont bien d'accord avec les valeurs qu'ont fournies les lames minces, ce qui justifie complètement notre théorie <sup>(1)</sup>.

TABLEAU XV

	404	366	313
$k$ .....	0,825	0,393	1,60
$\widehat{P}$ .....	36°	49°	29°
$\beta_m$ .....	11'	17',5	24'
$\varepsilon$ .....	22'	29'	26'
$\theta$ .....	-56°	-22°	+118°

b) **Lame de quartz droit.** — Pour cette lame, nous avons mesuré  $\varepsilon$  et  $\theta$  directement pour  $\lambda = 404$  et  $\lambda = 313$ . Comme pour la lame précédente, cette mesure donne des valeurs un peu faibles; nous avons trouvé :

$$\varepsilon = 8' \text{ avec } \theta = 46,88 \times 2\pi,$$

et

$$\varepsilon = 25' \text{ avec } \theta = 64,36 \times 2\pi.$$

Les signes sont tous concordants et opposés à ceux que donne la lame précédente, le pouvoir rotatoire est gauche.

**Conclusions.**

11. **Discussion des mesures de Szivessy et Schweers.** — Les conclusions du paragraphe précédent nous permettent de comprendre pourquoi Szivessy et Schweers ont obtenu des résultats qui ne concordent pas avec les nôtres : c'est que la radiation qu'ils employaient n'était pas suffisamment monochromatique pour l'épaisseur de leurs lames. Ils employaient, en effet, une bande isolée par un monochromateur dans le spectre d'une source de lumière blanche, la largeur de cette bande étant d'environ 20 m $\mu$ ; pour leur lame de quartz LIV d'épaisseur 1,78 mm, le retard  $\theta$  est de l'ordre de 60  $\pi$  et varie d'environ 380° lorsqu'on passe d'un bord de la bande à l'autre; les autres lames, sauf LV, sont plus épaisses et donnent des variations encore plus grandes. A partir de la vibration P fournie par le polariseur, la lame de quartz donne donc des vibrations M dont les points représentatifs sur la sphère de Poincaré sont répartis tout le long d'une circonférence de centre O' et de rayon O'P (fig. 20 a), et dont le centre de gravité est toujours le point O' représentatif de la vibration privilégiée.

L'azimut de minimum et l'azimut d'égalité correspondent tous deux à la position de la lame pour laquelle le point O' se trouve sur le méridien de P,

<sup>(1)</sup> La mesure relative à la raie 366 est moins précise, à cause de la faible valeur du retard  $\theta$ .

puisque c'est pour cette position que tous les points M sont le plus près de P, et que, en même temps, la figure formée par leur ensemble est symétrique par rapport au méridien PO' (fig. 20 b) : il est donc naturel que Szivessy et Schweers aient toujours observé la coïncidence des deux azimuts. D'autre part, la mesure de l'ellipticité correspond au pointé du centre de gravité O' : elle donne une valeur exactement moitié de la valeur théorique correspondant à l'azimut d'égalité pour une vibration monochromatique (fig. 2, parag. 2). Il est donc naturel que les cinq lames LI à LIV et R aient donné les mêmes valeurs 7,5 à 8,2 minutes de l'ellipticité, mais ces valeurs doivent être multipliées par deux pour être comparées aux nôtres : nous admettons que les mesures de Szivessy et Schweers donnent  $\varepsilon = 16'$  pour  $\lambda = 5461$  et nous verrons tout à l'heure que cette valeur s'accorde parfaitement avec celle de Voigt et de Wever et avec les nôtres; elle s'accorde également au point de vue du sens; pour les vibrations parallèles à l'axe (azimuts  $\sigma_2$  et  $\sigma_4$ ) Szivessy et Schweers trouvent des ellipses gauches pour le quartz droit et des ellipses droites pour le quartz gauche.

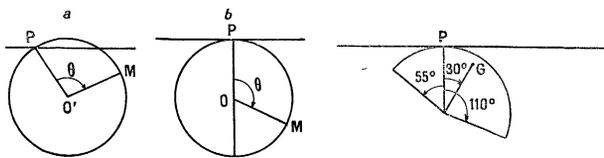


Fig. 20.

Fig. 21.

Seule la lame plus mince LV ( $e = 0,77$  mm) donne des résultats discordants. Cette lame doit donner des valeurs de  $\theta$  allant approximativement de 25 $\pi$  - 50° à 25 $\pi$  + 110°, de sorte que, pour l'azimut de minimum, le centre de gravité doit être représenté par un point G dont les coordonnées 2 $\alpha$  et 2 $\beta$  par rapport à P correspondent à un azimut  $\alpha$  et à une ellipticité  $\beta$  de l'ordre de 3' (fig. 21). Nous estimons que de telles valeurs sont trop petites pour être mises sûrement en évidence, et que les valeurs obtenues par Szivessy et Schweers pour cette lame, comme d'ailleurs pour les lames de spath, sont de l'ordre des erreurs que rendent inévitables l'imperfection de taille des lames et la difficulté des réglages géométriques.

12. **Mesures sur des cristaux inactifs.** — Nous avons déjà indiqué (parag. 1) que Szivessy et Schweers ont trouvé que des lames de spath placées à l'azimut d'égalité, entre nicols croisés, donnaient des ellipticités de quelques minutes comme le quartz. Ils ont interprété ce résultat en admettant que, dans l'un et l'autre cas, l'ellipticité était due au défaut de parallélisme du faisceau. Les angles d'incidence nous semblent trop petits pour expliquer ainsi les ellipticités, de l'ordre de 20 à 30 minutes, que nous avons observées pour le quartz. Considérons d'ailleurs une lame de spath parallèle à l'axe, recevant un faisceau dont le rayon moyen est normal à la lame cristalline. Pour un montage géo-

métrique parfait, le plan de symétrie du polariseur est un plan de symétrie du faisceau, la lame présente aussi, quelle que soit l'orientation de son axe, un plan de symétrie, contenant la normale aux faces ; le flux reçu entre nicols croisés est minimum si l'on amène ce plan de symétrie à coïncider avec celui du polariseur : *la lumière transmise par la lame doit présenter aussi ce plan de symétrie et ne saurait être elliptique*. Les ellipticités observées ne doivent donc être dues qu'aux défauts de la lame et aux imperfections du réglage

géométrique ; il semble difficile qu'elles puissent dépasser deux à trois minutes, elles doivent être d'un ordre de grandeur très inférieur à celui des ellipticités de 20 à 30 minutes que nous avons mesurées pour le quartz.

Nous avons d'ailleurs vérifié que des lames de cristaux inactifs placées entre nicols croisés, à l'azimut d'égalité, ne donnaient pas lieu à des ellipticités résiduelles mesurables. Voici, par exemple, avec les notations du tableau VI du paragraphe 7, quelques valeurs trouvées pour les angles  $\delta$  et  $\delta'$  :

TABLEAU XVI.

AZIMUTS DE LA LAME	$\alpha_0$	$\alpha_0 + \pi/2$	$\alpha_0 + \pi$	$\alpha_0 + 3\pi/2$	$\delta_{\text{moy.}}$
mica . . . . . $\left\{ \begin{array}{l} e = \text{environ } 30 \mu \\ \lambda = 366 \text{ m}\mu, \theta = 1.3^\circ \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \delta \\ \delta' \end{array} \right.$	-1'	0'			$\left\{ \begin{array}{l} 0',5 \\ \pm 0',5 \end{array} \right.$
gypse . . . . . $\left\{ \begin{array}{l} e = \text{environ } 90 \mu \\ \lambda = 404 \text{ m}\mu, \theta = 187^\circ \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \delta \\ \delta' \end{array} \right.$	+3'	+1',5	+3	0'	$\left\{ \begin{array}{l} 0',75 \\ \pm 1',3 \end{array} \right.$
spath . . . . . $\left\{ \begin{array}{l} e = 8 \text{ mm} \\ \lambda = 435 \text{ m}\mu \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \delta \\ \delta' \end{array} \right.$	-1'	+1',5	0'	0'	$\left\{ \begin{array}{l} 0',8 \\ \pm 0',7 \end{array} \right.$
	+1',5	-2'	+0',5	0'	

On voit que, dans tous les cas, les ellipticités possibles sont inférieures aux erreurs d'expérience et nous pensons que, si elles existent, elles proviennent des défauts de la surface. Cette dernière conclusion est justifiée par l'observation suivante : la lame de spath, qui nous a été prêtée par M. Cotton, nous a donné d'abord des ellipticités de 15 à 20 minutes ; mais le poli de ses faces était assez défectueux, et ces ellipticités ont entièrement disparu après un polissage soigné fait dans les ateliers de la maison Jobin et Yvon.

Nous avons vérifié que les imperfections du réglage géométrique ne pouvaient avoir une influence appréciable sur ces mesures en inclinant volontairement la lame sur le faisceau : avec les lames de quartz, de gypse, de mica, les valeurs obtenues pour  $\delta_m$  ne varient que de quantités de l'ordre de la minute lorsqu'on donne à la lame une inclinaison très notable, de l'ordre de 30' ; avec la lame de spath, on obtient pour la même inclinaison des variations plus considérables pouvant dépasser 5' ; cet effet est sans doute dû à la biréfringence beaucoup plus grande du spath,

On peut également juger de l'effet de l'inclinaison en recevant dans un viseur visant à l'infini le faisceau transmis ; en opérant en lumière blanche sans lame, on peut ainsi croiser les glazebrooks avec une très bonne précision. Avec une lame de mica quart d'onde, pour un champ de l'ordre de 1°, on obtient une extinction aussi uniforme et aussi parfaite que sans lame. Si l'on place entre le polariseur et le quart d'onde la lame de gypse, l'extinction est un peu moins bonne, mais on voit, en mettant au point sur la lame, que la lumière reçue provient entièrement de défauts loca-

lisés sur la lame. Si l'on dispose de même la lame de spath, et si l'on tourne un peu l'analyseur, on observe nettement que l'extinction n'est pas simultanée aux divers points du champ : la forte biréfringence du cristal entraîne un effet perceptible de l'orientation des rayons.

Si l'on répète l'expérience avec une lame de quartz parallèle à l'axe, on n'observe plus d'inégalité entre les différents points du champ ; mais, entre nicols croisés, l'extinction est nettement moins bonne qu'avec une lame de spath ; tandis qu'avec la lame de spath, on pouvait rendre une région du champ parfaitement noire et repérer avec beaucoup de précision l'orientation correspondante de la lame, la lame de quartz donne un minimum très aplati, et il est impossible de repérer à moins de quelques minutes près l'azimut de minimum. Si l'on introduit après la lame de quartz une lame de mica quart d'onde ayant une de ses lignes neutres parallèle à la vibration que fournit le polariseur, on améliore nettement l'extinction en tournant l'analyseur ; pour les deux positions à 90° du quart d'onde, les minima ainsi obtenus correspondent à deux positions de l'analyseur entre lesquelles nous avons trouvé des écarts qui ont été, pour les différents pointés, de 14 à 15', ce qui correspond bien au pointé du centre  $O'$  du cercle de la figure 20 b.

**13. Pouvoir rotatoire du quartz pour des rayons perpendiculaires à l'axe.** — Les dernières observations que nous venons de rapporter montrent nettement que les phénomènes présentés par une lame de quartz parallèle à l'axe sont différents de ceux que

présente une lame d'un cristal inactif : l'ensemble de nos mesures faites avec des épaisseurs et des radiations très variées montre que les phénomènes sont bien représentés par l'hypothèse de l'existence de deux vibrations elliptiques privilégiées. C'est d'ailleurs la conclusion à laquelle arrivent aussi dans leur dernier mémoire Szivessy et Münster; leurs vérifications complètent les nôtres, d'une part, parce qu'elles sont relatives à des radiations visibles, d'autre part, parce que leurs vérifications les plus détaillées ont porté sur des lames

dont la normale faisait avec l'axe un angle inférieur à 25°, tandis que les nôtres étaient perpendiculaires à l'axe.

Le tableau XVII donne l'ensemble des valeurs que nous avons obtenues pour  $\epsilon$  pour les différentes lames; lorsque nous avons pu employer les méthodes précises de mesure d'ellipticité, nous n'avons tenu compte que de celles-là; les valeurs correspondantes, probablement exactes à 1 ou 2 minutes près, sont indiquées en caractères gras.

TABLÉAU XVII.

$\lambda$ EN ANGSTROMS	4358	4047	3633	3341	3128	3021	2804	2633	2537	
LAMES MINCES {	$e = 169 \mu, 2 \dots$	<b>18'</b>		<b>24'</b>	25'	<b>28'</b>	<b>29',5</b>	37',5	34'	44'
	$e = 189 \mu, 1 \dots$	<b>20'</b>	<b>21'</b>		<b>26'</b>	<b>26'</b>	<b>29'</b>	43'	40'	33'
	$e = 184 \mu, 4 \dots$		<b>20'</b>		<b>26'</b>		<b>25'</b>			
LAMES EPAISSES mesures ordinaires {	$G e = 1 \text{ mm} \dots$	18',5	20',5	24'	24'	30'	22',5			
	$D e = 1 \text{ mm} \dots$			26'		22'				
	$G e = 2 \text{ mm} \dots$		40'		18'	23'	29'			
	$D e = 2 \text{ mm} \dots$		8'			25'				
LAME ÉPAISSE mesure spéciale {										
$G e = 2 \text{ mm}.$		22'			26'					

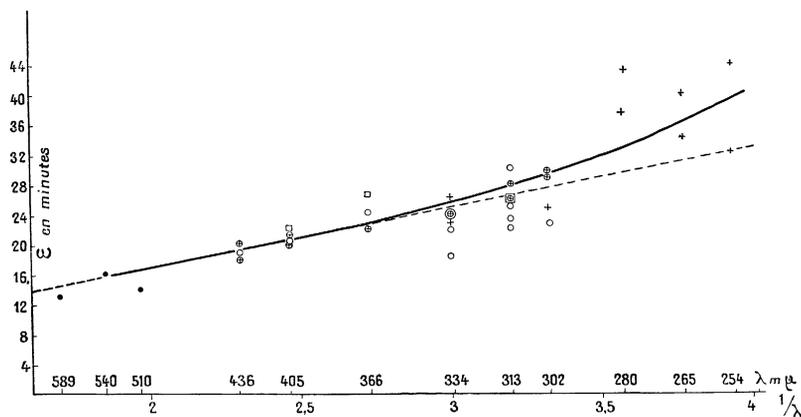


Fig. 22.

Toutes ces mesures sont représentées par le diagramme de la figure 22, où les abscisses sont les inverses des  $\lambda$  : les mesures sur les lames minces y sont figurées par des croix, ces croix étant entourées d'un cercle lorsqu'elles correspondent à des mesures précises d'ellipticité; les mesures sur les lames épaisses par des cercles à centre blanc et celles de la série du paragraphe 10 (tableau XV) par des carrés. On voit qu'aucune des mesures ne s'écarte de la courbe moyenne d'une quantité supérieure aux erreurs qu'on peut attendre. Le diagramme porte également (points simples) les valeurs de Voigt et Wever ( $\epsilon = 13,5'$  pour  $\lambda = 5893$ ), de Szivessy et Schweers (paragraphe 11)

( $\epsilon = 16'$  pour  $\lambda = 540$ ) et de Szivessy et Münster ( $\epsilon = 14'$  pour  $\lambda = 510$ ); on voit que ces valeurs se raccordent correctement à notre courbe. La droite tracée en traits ponctués est une droite d'équation  $\epsilon \lambda = C$  : comme nous l'avons indiqué à la fin du paragraphe 1, l'ellipticité  $\epsilon/2$  est approximativement proportionnelle à  $1/\lambda$ , du moins pour les longueurs d'onde supérieures à 3 000 Å.

La deuxième ligne du tableau XVIII donne les valeurs de  $\epsilon$  déduites de la courbe de la figure 22 : nous pensons que pour les longueurs d'onde supérieures à 3 000 Å, elles sont exactes avec une erreur inférieure à 1 minute, soit avec une erreur relative de 3 à 6 pour 100

TABLEAU XVIII.

$\lambda$ Å	5461	4358	4047	3665	3341	3128	3021	2804	2653	2537
$\epsilon$ .....	15'	19'	21'	23'	26'	28'	29'	32'	35'	38'
$\rho$ .....	-13°	-21°,5	-26°	-32°	-40°,5	-48°	-51°	-63°	-74°,5	-86°
$\rho_0$ .....	+25°,5	+41°,5	+49°	+61°,5	+75°,6	+88°,2	+96°	+115°	+132°	+149°
$\rho/\rho_0$ .....	-0,51	-0,52	-0,53	-0,52	-0,54	-0,54	-0,53	-0,55	-0,55	-0,57

suivant la longueur d'onde. La troisième ligne donne les pouvoirs rotatoires correspondants (rotation par mm) déduits de la formule  $\epsilon = 2\rho/\varphi$  (§ 1), la biréfringence  $\varphi = 2\pi(n_e - n_o)/\lambda$  étant calculée d'après les valeurs des indices données par les tables; nous avons affecté tous ces nombres du signe moins pour rappeler que, dans tous les cas où nous avons pu déterminer le signe du pouvoir rotatoire suivant l'axe, nous avons trouvé que les rotations pour les rayons parallèles à l'axe et perpendiculaires à l'axe sont de sens contraires.

Les dernières lignes du tableau donnent enfin les pouvoirs rotatoires  $\rho_0$  suivant l'axe observés par Lowry et le rapport  $\rho/\rho_0$  des rotations pour des rayons perpendiculaires à l'axe et des rayons parallèles à l'axe. Ce dernier rapport ne diffère jamais de sa valeur moyenne 0,53 d'une quantité supérieure aux erreurs d'expérience: à l'approximation de nos mesures, la dispersion dans l'ultra-violet est la même pour les deux pouvoirs rotatoires  $\rho$  et  $\rho_0$ , et les surfaces de giration pour les diverses radiations sont des hyperboloïdes semblables.

Manuscrit reçu le 24 novembre 1934.