



HAL
open science

La charge des particules sphériques dans un champ ionisé

M. Pauthenier, M. Moreau-Hanot

► **To cite this version:**

M. Pauthenier, M. Moreau-Hanot. La charge des particules sphériques dans un champ ionisé. *Journal de Physique et le Radium*, 1932, 3 (12), pp.590-613. 10.1051/jphysrad:01932003012059000 . jpa-00233125

HAL Id: jpa-00233125

<https://hal.science/jpa-00233125v1>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LA CHARGE DES PARTICULES SPHÉRIQUES DANS UN CHAMP IONISÉ

Par M. M. PAUTHENIER,

Professeur de Physique à la Faculté des Sciences de Paris

et M^{me} M. MOREAU-HANOT,

Docteur ès Sciences.

Sommaire. — Le but du présent travail est d'établir sur des bases théoriques et expérimentales précises les conditions d'existence de la charge limite d'une particule sphérique dans un champ ionisé et la valeur de cette charge.

1° Nous étudions d'abord en détail le champ électrique dans un cylindre traversé suivant l'axe par un fil fin porté à un haut potentiel négatif. Ce champ est en général constant dans une grande étendue, et même, dans certains cas, dans l'espace cylindrique presque tout entier. Il se représente, ainsi que le potentiel dont il dérive, par des formules simples.

2° Les particules sphériques *conductrices* de rayon a supérieur à quelques microns prennent dans un champ E_0 la charge limite $3 E_0 a^2$ et cela d'autant plus exactement que leur rayon est plus grand. La valeur de cette charge, ainsi que la loi de son établissement en fonction du temps sont discutées en détail.

Les résultats obtenus sont contrôlés de deux manières : d'abord sur des sphérules d'alliage de Rose (densité voisine de 10) et de rayons compris entre quelques microns et 100 microns. Abandonnées sans vitesse ni charge initiales en un point du champ, elles s'incrustent aux points prévus théoriquement dans une plaque de gélatine humide placée contre la paroi du cylindre.

Par ailleurs les trajectoires ont pu être photographiées.

Un second contrôle consiste à faire tomber dans le champ des billes d'acier de rayons compris entre 0,5 mm et 3,5 mm dont la charge limite est suffisante pour être mesurée par une méthode électrométrique directe. La formule donnant la charge limite a pu être ainsi vérifiée pour chacun de ses termes pris séparément.

3° Une sphère de substance *isolante* admet comme charge limite $p E_0 a^2$ en posant $p = 1 + 2 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}$. Nous avons réussi à faire de petites sphères de gomme laque de rayons comparables à ceux des sphérules métalliques, et à vérifier cette loi par la méthode des trajectoires; toutefois la faible densité des sphères les rend plus sensibles aux remous de l'atmosphère gazeuse, et la précision du contrôle est moins bonne que pour les sphères conductrices étudiées précédemment.

La méthode électrométrique directe, avec des sphères ayant des diamètres de l'ordre du centimètre, a donné dans ce cas de bonnes vérifications de la loi.

En rendant ensuite les surfaces conductrices, on retrouve bien la valeur $3 E_0 a^2$ comme charge limite.

L'état des surfaces joue un rôle important : des sphères d'ébonite rugueuses se sont comportées comme des conducteurs.

4° Nous discutons les conditions qui permettent d'obtenir un effet sélectif dans la précipitation de poussières sphériques de même nature.

Le problème de la charge acquise par une particule dans un champ électrique ionisé a été en fait posé par la précipitation industrielle des poussières et des fumées; mais il est intéressant de l'étudier à un point de vue plus théorique en se plaçant dans des conditions expérimentales qui permettent de pousser les calculs jusqu'au bout et de faire des contrôles précis.

Notre première tâche sera d'étudier avec soin au double point de vue théorique et expérimental le champ ionisé où sont effectuées les mesures : nous avons utilisé à cet effet un champ cylindrique qui a, comme nous le verrons, l'avantage d'être constant et parfaitement connu dans un grand espace.

La suite de cette étude aura pour objet de prévoir et vérifier le comportement dans un tel champ de particules exactement sphériques, soit isolantes, soit conductrices.

Toutes les recherches ont été faites dans l'air, à la pression atmosphérique.

I. — Etude du champ cylindrique ionisé.

1. Résultats généraux. — Le champ cylindrique ionisé a été déjà considéré par J.-J. Thomson, qui a étudié théoriquement la répartition des ions dans l'espace compris entre la gaine lumineuse qui entoure le fil axial et une électrode cylindrique périphérique.

Nous rappellerons rapidement la forme donnée par notre collaborateur Mallard ⁽¹⁾ à l'étude théorique et expérimentale détaillée de ce champ.

Soit dans l'axe d'un cylindre relié à la terre un fil fin, lisse, tendu, porté à un haut potentiel négatif : on sait que ce fil est alors entouré d'une gaine lumineuse semée d'étoiles brillantes très rapprochées, caractéristiques de l'effet couronne négatif. Quand on abandonne des poussières neutres dans la région lumineuse, certaines se rapprochent d'abord du fil ou viennent même s'y fixer ; il y a donc dans cette région des ions des deux signes ; au contraire des poussières neutres abandonnées dans la région obscure qui constitue la majeure partie du champ se mettent en marche instantanément et sans exception vers l'électrode périphérique : cette région ne contient pratiquement que des ions négatifs.

2. Calcul du potentiel et du champ. — Soit r_0 le rayon du fil fin porté à une tension continue négative V_m , tendu dans l'axe d'un cylindre circulaire de rayon R_0 relié à la terre. Nous désignerons par i le courant d'ionisation qui correspond à l'unité de longueur de ce condensateur et considérerons dans ce qui suit i comme une variable indépendante.

Nous admettrons que, sauf au voisinage immédiat du fil, l'ionisation par choc est négligeable et que les ions négatifs ont partout une mobilité constante k . L'expérience confirme ces deux hypothèses. Soit r l'abscisse radiale d'un point M du champ où le potentiel est V et le champ E , et admettons que les phénomènes réguliers commencent pratiquement sur la surface même du fil.

La densité de charge négative en M est $\rho = \varphi(r)$ et V satisfait l'équation de Poisson écrite en coordonnées cylindriques :

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} + 4\pi\rho = 0 \quad (1)$$

Dans l'état de régime, on a immédiatement

$$\rho = \frac{idt}{2\pi r dr} = \frac{i}{2\pi r} \frac{1}{kE} \quad (2)$$

d'où l'équation différentielle du problème

$$r \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{dV}{dr} - \frac{2i}{k} = 0 \quad (3)$$

On tire de là :

$$E = -\sqrt{\frac{2i}{k} + \frac{C^2}{r^2}} \quad ; \quad (4)$$

en posant

$$F(r) = C \operatorname{Ln} r + \sqrt{C^2 + \frac{2ir^2}{k}} - C \operatorname{Ln} \left(\sqrt{C^2 + \frac{2ir^2}{k}} + C \right) \quad ,$$

on trouve :

$$V = F(r) - F(R_0) \quad (5)$$

⁽¹⁾ M. PAUTHENIER et P. MALLARD. *C. R.*, **186** (1929), 635 et **189** (1929), 843.

la constante étant déterminée par la condition $V_m = F(r_0) - F(R_0)$ conformément à l'hypothèse.

On peut tirer de ces résultats un certain nombre de conséquences intéressantes.

1° *L'effet couronne est peu marqué.* — Dans le cas de $i = 0$ on retrouve les formules classiques

$$E = -\frac{C}{r}$$

$$V = C \operatorname{Ln} \frac{r}{R_0}, \text{ avec la condition } V_m = C \operatorname{Ln} \frac{r_0}{R_0} .$$

Lorsque i est faible, E est encore sensiblement égal à $-\frac{C}{r}$; la densité de charge prend alors la valeur particulière

$$\rho_0 = \frac{i}{2\pi r} \frac{1}{kE} = -i \frac{1}{2\pi k V_m} \operatorname{Ln} \frac{r_0}{R_0} ,$$

uniforme dans tout le champ, quelle que soit l'hypothèse faite sur le courant i pourvu que celui-ci reste faible. — D'ailleurs, dans ces conditions, on peut assez exactement exprimer i au moyen d'une formule donnée par divers auteurs, en particulier par Townsend :

$$i = V_m (V_m - V_0) \frac{2k}{R_0^2 \operatorname{Ln} \frac{R_0}{r_0}}$$

où V_0 désigne le potentiel pour lequel commence l'ionisation.

La valeur uniforme ρ_0 de la charge d'espace prend alors l'expression simple

$$\rho_0 = \frac{V_m - V_0}{\pi R_0^2} .$$

Lorsque le courant i prend des valeurs moins petites, on peut revenir à l'équation de Poisson

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} - \frac{2i}{Ck} = 0 ,$$

d'où l'on peut tirer directement les expressions générales simplifiées :

$$E = -\frac{C}{r} \left(1 + \frac{i}{C^2 k} r^2 \right)$$

$$V = C \operatorname{Ln} \frac{r}{R_0} + \frac{i}{2Ck} (r^2 - R_0^2) .$$

2° *Cas d'une ionisation intense.* — Les données numériques usuelles montrent que la quantité $\frac{kC^2}{2ir^2}$ est en général inférieure à l'unité dans presque tout l'espace annulaire. Ainsi avec $r_0 = 0,015$ cm, $R_0 = 5,21$ cm, $V_m = 24.200$ volts, $i = 13,2$ microamp., $k = 1,75$ on trouve $\frac{kC^2}{2i} = 0,202$. Pour des points tels que $r > 0,5$ cm on peut écrire :

$$E = -\frac{dV}{dr} = -\sqrt{\frac{2i}{k}} \left(1 + \frac{kC^2}{2ir^2} \right)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{\frac{2i}{k}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{kC^2}{2ir^2} - \frac{1}{8} \left(\frac{kC^2}{2ir^2} \right)^2 + \dots \right] \quad (6)$$

$$V = \Phi(r) - \Phi(R_0) \tag{7}$$

avec

$$\Phi(r) = + r \sqrt{\frac{2i}{k}} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{kC^2}{2ir^2} + \frac{1}{24} \left(\frac{kC^2}{2ir^2} \right)^2 + \dots \right] . \tag{8}$$

Les signes de E et de V correspondent au fait que par convention dans la représentation graphique, nous porterons en ordonnées $|V|$.

En se reportant à l'exemple numérique précité, on voit que si l'on se contente de l'approximation du centième dans l'utilisation de la série alternée (8) on peut poser, si r est supérieur à 0,7 cm environ.

$$\Phi(r) = r \sqrt{\frac{2i}{k}} \left[1 - \frac{kC^2}{4ir^2} \right] . \tag{9}$$

Dans des cas plus remarquables et réalisables pratiquement comme nous le verrons plus loin (1), le terme $\frac{kC^2}{4ir^2}$ peut lui-même être négligé : la courbe des potentiels est sensiblement rectiligne sur la plus grande partie de sa longueur : le champ du condensateur cylindrique est devenu grâce à la charge d'espace un champ sensiblement constant.

3. Contrôles expérimentaux. — Le contrôle des résultats précédents a été fait dans les circonstances expérimentales les plus diverses ; il a toujours été complètement satisfaisant.

La haute tension négative est produite par un transformateur 110 × 110 000 V dont un des pôles est à la terre, et redressée par un kénotron. Des condensateurs et des résistances convenablement disposés régularisent la haute tension. Pour mesurer correctement le courant i qui correspond à 1 cm de hauteur du champ ionisé, le cylindre périphérique est coupé en trois tronçons ; les deux cylindres extrêmes servent de gardes et le cylindre médian, isolé, est relié à la terre à travers un microampèremètre.

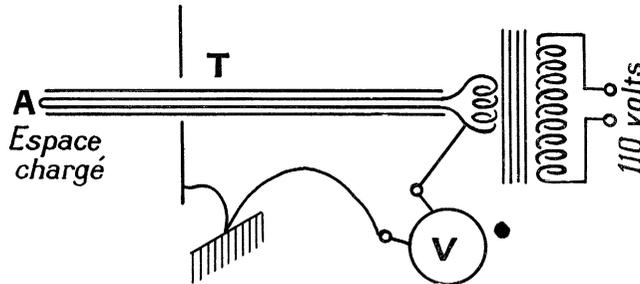


Fig. 1.

La mesure des potentiels aux différents points du champ est plus délicate : nous nous servons, pour déterminer les potentiels V , d'une sonde incandescente (fig. 1) dont la boucle de platine A, montée au bout d'un tube étroit de silice T, est chauffée par un transformateur à secondaire fortement isolé. La sonde est reliée à l'une des armatures de l'électromètre Abraham-Villard V.

Parmi les cas étudiés, nous citerons les suivants :

1° Petit cylindre : l'effet couronne est très intense ;

$$r_0 = 0,015 \text{ cm} \quad R_0 = 3,21 \text{ cm} \quad V_m = 24,2 \text{ KV} \quad i = 13,2 \text{ microamp.}$$

(1) M. PAUTHENIER et R. GUILLIEN. *C. R. Ac. Sc.* 195 (1932), 115.

r cm	4,0	3,0	2,0	1,5
V calculé (KV)	4,5	8,2	11,9	13,8
V observé	(4,0)	7,9	11,7	15,2
(V sans ionisation	1,1	2,3	4,0	5,2)

2° Gros cylindre :

$r_0 = 0,015$ cm $R_0 = 20$ cm $V_m = 42,2$ KV $i = 1,15$ microamp.

r cm	17	14	11	6	4	3
V mesuré	2,8	6,1	9,8	16,4	20,0	23,7
V calculé	3,3	6,7	10,1	15,7	18,7	
V sans ionisation	1,0	2,1	3,5	7,1	9,4	11,1

Les résultats sont figurés sur le graphique ci-contre : les points indiqués (fig. 2) ont été déterminés expérimentalement ; la courbe en traits pleins est la courbe théorique construite *a priori* : on n'observe pratiquement d'écart qu'à l'approche de l'axe des potentiels, comme on doit s'y attendre. La courbe pointillée représente, à titre comparatif, la variation du potentiel en l'absence d'ionisation.

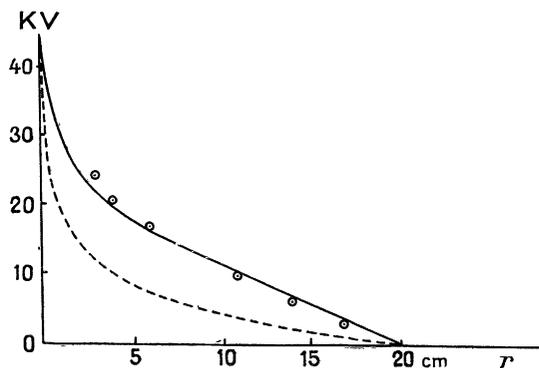


Fig. 2.

3° Avant les recherches relatives aux grosses sphères conductrices ⁽¹⁾, nous avons étudié le champ ionisé dans un condensateur cylindrique correspondant aux conditions suivantes : $r_0 = 0,0145$ cm, $R_0 = 15$ cm, V_m compris entre 12 KV et 48 KV. Le graphique de la figure 3 rassemble les résultats des mesures et montre bien l'effet remarquable des potentiels croissants sur la rectification des courbes.

D'autre part, ces expériences montrent que, dans la région où le champ électrique E peut être considéré comme uniforme, celui-ci peut être mis sous la forme simple

$$E = b(V_m - V_0) \quad (10)$$

où b et V_0 désignent deux constantes. Dans les conditions expérimentales précitées on trouve que $V_0 = 9^{\circ}400^{\circ} \pm 300^{\circ}$. Les résultats sont représentés par le graphique ci-contre (fig. 4).

Lorsque V_m se rapproche de la valeur critique V_0 , la fonction $E(V_m)$ cesse évidemment d'être linéaire ; comme $E(0) = 0$, la courbe correspondante se raccorde nécessairement

(1) M. PAUTHENIER et R. GUILLIEN Cf. *loc. cit.*

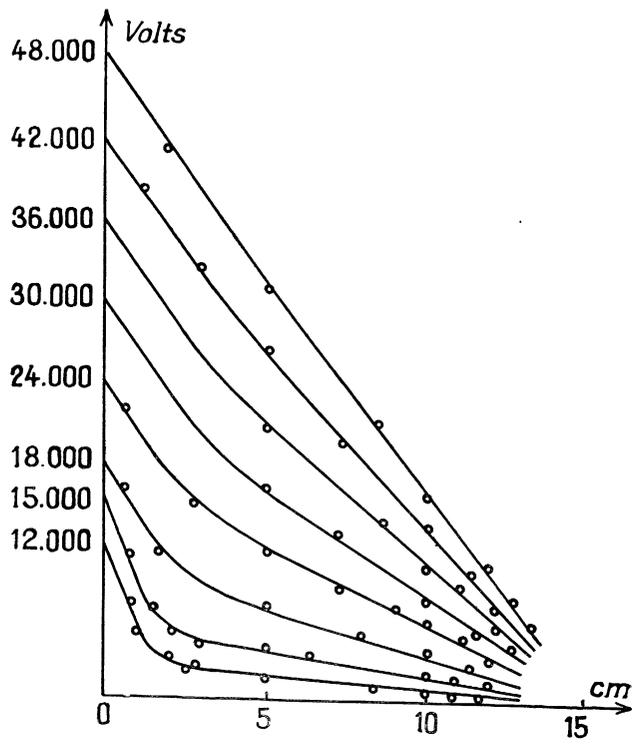


Fig. 3.

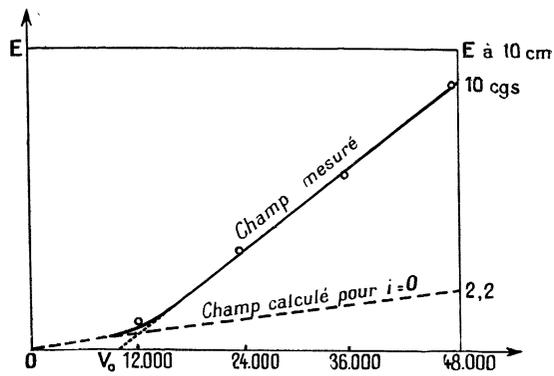


Fig. 4.

avec la droite figurée en trait interrompu qui représente, en un point d'abscisse radiale donnée, la relation classique de proportionnalité entre E et V dans le cas d'une ionisation nulle.

4. Considérations générales sur les ions de l'espace chargé négativement.

— 1° La formule (2) nous donne la charge d'espace en un point d'abscisse radiale r :

$$\rho = \frac{i}{2\pi r} \frac{1}{kE} . \quad (2)$$

Supposons par exemple $i = 13,2$ microamp. $= 1,32 \cdot 10^{-6}$ u.e.m., $r = 2$ cm $k = 1,75$
 $E = 4\,000 \frac{V}{cm}$ on trouve $\rho = 1,6 \cdot 10^{-11}$ u.e.m. Le nombre d'ions par cm^3 est par suite

$$n = \frac{1,6 \cdot 10^{-11}}{1,6 \cdot 10^{-20}} = 10^9 .$$

L'espace contient alors une molécule ionisée pour $\frac{2,8 \cdot 10^{19}}{10^9} = 2,8 \cdot 10^{10}$ molécules neutres : ce sont donc des ions *très raréfiés* qui suffisent à modifier aussi profondément le champ dans l'espace qui les contient. Il apparaît alors dès maintenant que si le diamètre des particules sphériques introduites dans cet espace tend vers les dimensions moléculaires, la probabilité de charge d'une particule et, par suite, de sa précipitation électrique, doit tendre vers zéro.

2° Durées de parcours. — Dans un champ constant, un ion de mobilité k parcourt la distance l en un temps

$$t_0 = \frac{l^2}{kV}$$

où V désigne la différence de potentiel entre les points de départ et d'arrivée.

On peut montrer que si le champ $E = -\frac{dV}{dl}$ varie dans l'espace considéré, la durée de parcours $t = \frac{1}{k} \int_0^l \frac{dl}{E}$ est dans tous les cas supérieure à t_0 : en effet $\int_0^l E dl$ est constant est égal à $-V$, et t_0 peut s'écrire $\frac{l^2}{kV^2} \int_0^l E dl$. Le temps t est minimum en même temps que

$$t + t_0 = \frac{1}{k} \int_0^l \left(\frac{1}{E} + \frac{l^2}{V^2} E \right) dt ;$$

E est variable; mais les deux termes de la somme entre parenthèses ont un produit constant; leur somme, et par suite l'intégrale cherchée, sont donc aussi petites que possible lorsque ces deux termes sont égaux, ce qui donne

$$E = -\frac{V}{l} \quad \text{et} \quad t = t_0 .$$

3° Cas particulier du champ ionisé. — Dans le cas du champ cylindrique envisagé plus haut, on peut s'attendre à des durées de parcours notablement plus faibles qu'en l'absence d'ionisation.

Dans l'un des exemples cités, les rayons des armatures sont $r_c = 0,015$ cm et $R_0 = 20$ cm; la différence de potentiel est $V = 42,2$ KV; la mobilité est $k = 1,75$. En champ constant la durée minimum de parcours serait

$$t_0 = \frac{(R_0 - r_0)^2}{kV} = \frac{R_0^2}{kV} = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ sec} .$$

Dans le champ *électrostatique* (sans ionisation), la durée de parcours serait

$$t_1 = \int_{r_0}^{R_0} r \operatorname{Ln} \frac{R_0}{r_0} \frac{1}{kV} dr = t_0 \times 3,6 .$$

Avec l'effet couronne peu intense utilisé dans cette expérience,

$$t = t_0 \times 1,47$$

Dans le cas de l'effet couronne intense du premier exemple donné, on obtient avec les mêmes notations les valeurs suivantes rapportées à la nouvelle durée de parcours minimum t_0 :

$$t_1 = t_0 \times 2,92 \qquad t = t_0 \times 1,04 :$$

A la pression atmosphérique, on réalise facilement un effet couronne assez intense pour que la durée de parcours des ions entre les armatures atteigne pratiquement sa valeur minima. Nous avons cité des cas (fig. 3) où cette condition est exactement réalisée.

Dans les considérations précédentes, nous faisons bien entendu abstraction de ce qui se passe dans la gaine lumineuse elle-même.

4° Remarque relative aux mobilités des ions. — Certains auteurs ont cru observer d'une part un accroissement de la mobilité dans les champs intenses (plusieurs milliers de $\frac{\text{volts}}{\text{cm}}$), d'autre part une diminution de la mobilité des ions très peu de temps après leur formation (temps de l'ordre du $\frac{1}{100}$ de seconde). Ces conditions de champ ou de temps sont satisfaites dans les parties rectilignes de certaines de nos courbes. Les influences perturbatrices signalées sont donc, si elles existent, inférieures à nos erreurs expérimentales.

La pente des parties rectilignes des courbes de potentiel est déterminée en général à 3 pour 100 près par les mesures faites avec la sonde incandescente. Il ne peut y avoir ainsi une incertitude de plus de 6 pour 100 sur k pour lequel la valeur classique 1,75 est celle qui fait concorder au mieux les résultats expérimentaux avec l'équation théorique du champ.

II. — Etude théorique de la charge des particules conductrices.

1. L'adsorption des ions. — La captation des ions par une particule portant déjà une charge électrique de même signe a lieu suivant deux processus distincts.

D'abord, sous l'influence de l'agitation thermique des molécules, un ion peut être lancé vers la particule avec une force vive suffisante pour vaincre la répulsion de Coulomb : il arrive ainsi à une distance assez faible de la particule pour être attiré par son « image électrique » et capté. La charge ainsi acquise n'a en principe pas de limite définie ; elle croît avec le temps, quoique la probabilité pour qu'un ion supplémentaire soit adsorbé diminue rapidement quand augmente la répulsion.

Ainsi qu'on le conçoit facilement et qu'une étude approfondie le prouve, ce phénomène a une importance prépondérante si la particule considérée est très petite (diamètre inférieur au micron).

Au contraire si l'on considère des particules moins petites et capables par suite d'acquérir une charge plus grande, le mouvement désordonné des ions ne constitue plus qu'un appoint négligeable au double point de vue de la variation de la charge en fonction du temps et de la charge limite : le phénomène prépondérant est le mouvement d'ensemble des ions suivant les lignes de force du champ électrique ambiant.

Différents auteurs ont considéré ces deux phénomènes. Pour la bibliographie nous

renverrons à Ladenburg ⁽¹⁾, qui a fait un exposé complet des études théoriques et expérimentales antérieures.

Il nous a paru nécessaire de revoir et de préciser la théorie et surtout d'exécuter, pour la première fois, dans le cas de particules sphériques relativement grosses, des vérifications expérimentales exactes. Aussi allons-nous reprendre dans son ensemble la question de la charge des grosses particules, où l'adsorption des ions se fait suivant le second des processus signalés ci-dessus.

Charge limite prise par une sphère dans un champ ionisé — Soit une sphère conductrice (fig. 5) de rayon a , de centre O , possédant déjà une charge négative $-Q$, et placée dans un champ E_0 . Etudions les forces qui s'exercent sur un ion négatif de charge $-e$ situé en un point voisin A . Nous définirons celui-ci par ses coordonnées polaires θ et $OA = a(1 + \nu)$ par rapport au point O et à un axe OX parallèle à E_0 (fig. 5), et nous chercherons la composante radiale de chaque force en convenant de donner le signe + à celles qui tendent à accroître ν ou θ .

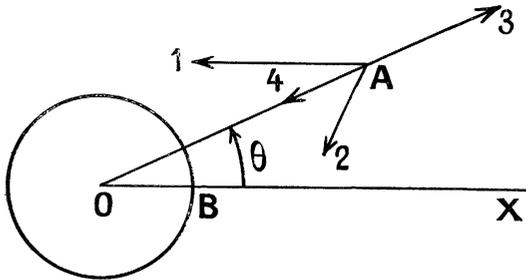


Fig. 5.

Le champ E_0 exerce une force (1) dont la composante radiale est

$$- E_0 e \cos \theta.$$

L'inégale répartition des charges sur la sphère se traduit en A par une force (2) dont la composante radiale est

$$- \frac{2 E_0 e \cos \theta}{(1 + \nu)^3}.$$

Les charges que possède déjà la sphère repoussent l'ion avec une force radiale (3) égale à

$$\frac{eQ}{a^2 (1 + \nu)^2}.$$

Enfin l'image électrique de A par rapport à la sphère, située en son conjugué exerce sur A une attraction (4) qui s'exprime par

$$\frac{-e^2}{4 a^2 \nu^2} \frac{2(1 + \nu)^2 - 1}{(1 + \nu)^2 \left(1 + \frac{\nu}{2}\right)^2};$$

mais cette force ne doit être considérée que pour les valeurs faibles de ν et dans ce cas elle s'exprime avec une précision suffisante par $\frac{-e^2}{4 a^2 \nu^2}$.

L'ion s'approche de la sphère si la somme des composantes radiales est négative :

$$F = - E_0 e \cos \theta \left[1 + \frac{2}{(1 + \nu)^3} \right] + \frac{eQ}{a^2 (1 + \nu)^2} - \frac{e^2}{4 a^2 \nu^2} < 0. \tag{11}$$

Les trois courbes de la figure 6 (construites par Guillien) représentent la méridienne du lieu des points où le champ radial s'annule et change de signe, pour trois cas particuliers où $a = 10^3$, $E_0 = 1800 \frac{V}{cm}$, Q prenant les valeurs successives $10.000 e$, $30.000 e$,

⁽¹⁾ *Ann. der Phys.*, 4 (1930), 863.

38.000 e. Ces trois courbes ont pour asymptote OY. Dans le troisième cas, l'une des nappes de la surface est pratiquement confondue avec la sphère.

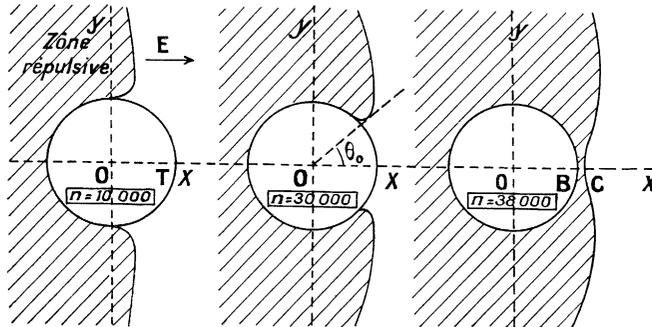


Fig. 6.

Les courbes de la figure 7 représentent approximativement dans les trois mêmes cas particuliers les valeurs de F aux différents points de l'axe OX en fonction de leur distance νa au pôle B.

On se rend compte, en examinant ces différentes courbes, de la marche du phénomène : si Q est petit, la force calculée est négative quelle que soit la distance BA à condition que θ soit inférieur à une limite donnée θ_0 ; la charge augmente. Comme conséquence le cône des valeurs de θ ainsi définies se referme progressivement; la sphère finit par être complètement entourée d'une zone répulsive que les ions ne peuvent plus franchir sauf dans le cas où l'agitation thermique leur communiquerait une énergie cinétique suffisante.

La relation $F = 0$ ne peut être résolue algébriquement; mais si l'on considère l'ordre de grandeur des différents termes de F, on voit que cette expression est toujours négative si Q est inférieure à $3E_0 a^2$; elle doit atteindre pour $Q = 3E_0 a^2$ une valeur très voisine de 0, dans une région où ν , tout en étant petit devant 1 est pourtant assez grand pour que le terme $\frac{e^2}{4a^2\nu^2}$ soit pratiquement négligeable.

Désignant alors la charge Q par l'expression $3E_0 a^2 \lambda$, on peut mettre F sous une forme plus commode pour la discussion, telle que la suivante :

$$F = E_0 \cos \theta [y_1 + (\lambda - 1)y_2] + \frac{y_3}{a^2}$$

où y_1, y_2, y_3 dépendent seulement de ν ; ces trois fonctions peuvent donc être représentées graphiquement une fois pour toutes.

La discussion peut ainsi se faire par une méthode graphique aussi générale et plus sûre que celle qui reposerait sur l'emploi de développements en série.

On constate que la zone répulsive entoure complètement la sphère dès que λ prend des valeurs à peine supérieures à l'unité et s'élargit très rapidement si λ continue à croître.

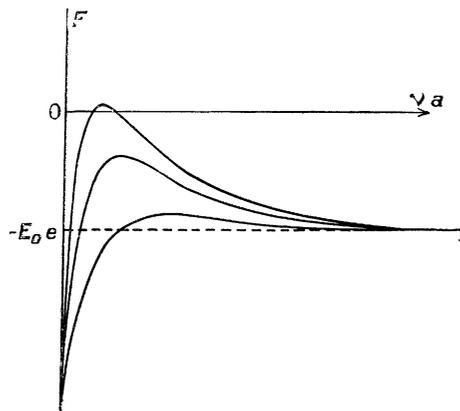


Fig. 7.

La figure 8 représente avec précision les valeurs de F en des points de l'axe voisins de B pour

$$\lambda = 1,014 \quad a = 10^4, \quad E_0 = 1\,800 \frac{V}{\text{cm}} ;$$

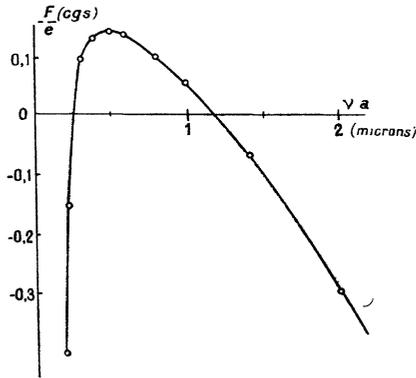


Fig. 8.

on voit que l'ion subit une force répulsive dans une région dont la largeur est 1λ , c'est-à-dire environ douze fois le libre parcours moyen des molécules dans l'air.

Dans ces conditions, la probabilité pour qu'un ion parvienne à la sphère sous l'influence de l'agitation thermique est certainement très faible; elle l'est d'autant plus qu'en tous les points un peu écartés de l'axe la barrière d'énergie est beaucoup plus large que sur l'axe même (Cf. fig. 6, troisième cas). En tous cas le supplément de charge qui pourrait être acquis ainsi est tout à fait négligeable devant la charge déjà possédée ($38\,000e$).

Pour généraliser ce résultat, indiquons quelles valeurs de λ donnent à la zone répulsive la même largeur minima de 1μ pour différentes catégories

de particules. On trouve, presque indépendamment de E_0 ,

$a = 3 \cdot 10^{-4}$	$\lambda = 1,1$
$a = 5 \cdot 10^{-4}$	$\lambda = 1,04$
$a = 10^{-3}$	$\lambda = 1,014$
$a = 2 \cdot 10^{-3}$	$\lambda = 1,0028$

Donc pour les sphères dont le rayon a dépasse quelques microns, la charge limite est donc $3 E_0 a^2$ à 1 pour 100 près si a est supérieur à 10μ . L'écart en plus atteindrait 10 pour 100 si a est de l'ordre de 3μ . Mais ici l'agitation thermique commence à intervenir.

3. Loi de charge des particules dans le temps. — Il résulte de ce qui précède que l'agitation thermique ne peut avoir qu'une influence insignifiante sur la charge limite d'une « grosse » particule dans un champ ionisé. Ce phénomène ne peut non plus être considéré comme dominant dans l'évaluation du temps nécessaire pour acquérir cette charge.

En effet, si l'on opère dans le champ cylindrique étudié plus haut, la densité de charge est, à la distance r de l'axe, $\rho = \frac{E_0}{4\pi r}$. Le nombre $\frac{3 E_0 a^2}{e}$ des ions captés par une sphère de rayon a est 24 fois celui que contient un cône ayant son sommet au voisinage du fil axial et s'appuyant sur le contour de la particule. Il est donc évident que, sauf dans des cas exceptionnels où la vitesse de la sphère serait très grande, les ions qui lui arrivent par mouvement désordonné sont tout-à-fait insuffisants pour lui fournir sa charge, et que la majeure partie de celle-ci est constituée par les ions entraînés par le champ avec la vitesse kE .

La charge ainsi amenée à la particule en un temps dt est proportionnelle au flux Φ de la force radiale F à travers une calotte sphérique limitée aux bords de la zone répulsive.

Le calcul de Φ est facile si l'on choisit cette calotte très voisine de la particule et située cependant à une distance suffisante pour que le terme d'image électrique soit négligeable. La limite d'intégration θ_0 étant définie par

$$\cos \theta_0 = \frac{Q}{3 E_0 a^2} = \lambda ,$$

$$\text{on a : } \Phi = -e \int_0^{\theta_0} \left(3 E_0 \cos \theta - \frac{Q}{a^2} \right) \cdot 2\pi a^2 \sin \theta \, d\theta = -3\pi E_0 e a^2 (1 - \lambda)^2 . \quad (12)$$

La charge négative $-dQ$ ou $-3E_0 a^2 d\lambda$ acquise en un temps dt est, en tenant compte de l'expression donnée de la densité ρ :

$$\frac{E_0}{4\pi r e} k \Phi dt ;$$

on en déduit :

$$\frac{d\lambda}{(1-\lambda)^2} = \frac{kE_0}{4r} dt . \quad (13)$$

Si donc la sphère est constamment à la même distance r de l'axe du cylindre, on obtient en posant $\tau = \frac{4r}{kE_0}$:

$$\frac{\lambda}{1-\lambda} = \frac{t}{\tau} ,$$

ou encore

$$\lambda = \frac{t}{t + \tau} . \quad (14)$$

Le temps τ est le temps au bout duquel la moitié de la charge est acquise; nous voyons que τ dépend des mêmes quantités que la densité électrique avoisinante ρ ; par contre *ni ce temps, ni l'expression de la loi de charge ne dépendent en rien du rayon de la particule considérée.*

Pour donner un ordre de grandeur, nous remarquerons que $\tau = 0,0095$ seconde dans un champ de 2 400 v/cm à 10 cm de l'axe du cylindre; dans ce cas la charge limite ne serait acquise qu'au bout d'un temps infiniment long; mais elle est atteinte à 5 pour 100 près en moins de 0,2 sec.

III. — Contrôle de la théorie précédente.

1. Etude électrométrique directe de la charge limite. — Il est intéressant de mesurer la charge limite pour des sphères de grand rayon: cette charge-limite est alors suffisante pour être déterminée par une méthode électrométrique directe (¹).

Cas de sphères conductrices. — Les sphères conductrices sont ici des billes d'acier de 0,5 mm à 3,5 mm de rayon. Elles tombent sous l'action de la pesanteur dans un champ cylindrique de 2 m de hauteur et de 30 cm de diamètre; elles y séjournent 0,5 seconde, temps suffisant pour que la charge limite Q_0 soit pratiquement atteinte dans les conditions de l'expérience.

Les billes, d'ailleurs déviées de la verticale, sont reçues en dehors du champ dans un très petit entonnoir dont l'angle au sommet est assez faible pour empêcher le rebondissement (fig. 9). A la partie inférieure du cône pend librement entre deux plateaux chargés un fil de quartz platiné de 10 μ de rayon, le tout constituant un électromètre de faible capacité (5 cm): Signalons à ce propos que le commerce livre de tels fils recouverts d'une couche d'argent; le fil étant fixé au cylindre de Faraday, on dissout l'argent par l'acide azotique; le fil est alors irrégulièrement courbé; on le tend provisoirement avec une petite boule de cire et on promène très rapidement sur lui une flamme courte et mince de gaz d'éclairage; le fil devient rectiligne (Piccard). Des protections électrostatiques soignées empêchent les ions produits dans le cylindre de troubler les mesures, au départ et à l'arrivée de la bille.

Aux erreurs d'expérience près (1 à 2 pour 100, en général) on obtient les résultats suivants :

1° Pour une valeur donnée du champ E_0 (c'est-à-dire du potentiel V_m du fil) la charge prise par une bille donnée est invariable.

(¹) M. PAUTHENIER et R. GUILLIEN. *C. R. Ac. Sc.*, 195 (1932), 415

2° Pour une valeur donnée de V_m comprise dans nos expériences entre 9 et 42 kilovolts la charge Q_0 prise par une sphère est proportionnelle à E_0 .

Par exemple :

	SPHÈRES DE 2 MM DE RAYON				SPHÈRES DE 1 MM DE RAYON			
	Valeurs de E_0 c.g.s.....	1,95	2,82	4,42	5,20	1,78	2,32	3,1
Valeurs relatives de $\frac{Q_0}{E_0}$	20,5	19,8	19,2	19,2	25,4	25,5	24,8	25
(en unités arbitraires dans chaque tableau.)								

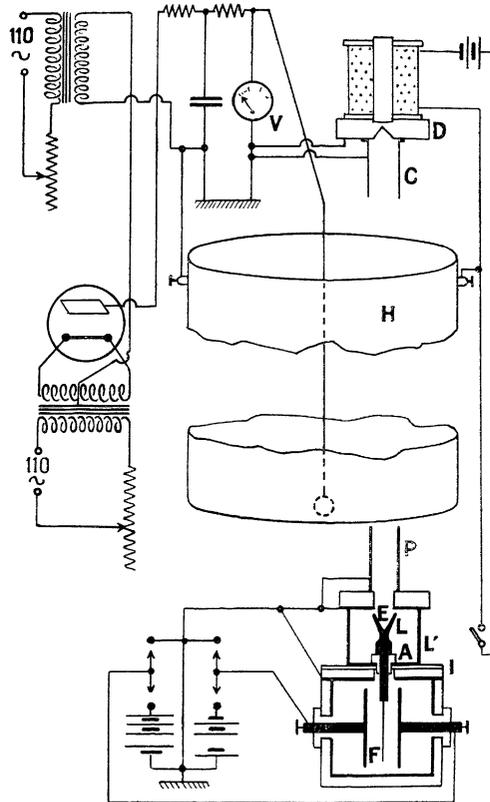


Fig. 9.

3° La charge Q_0 est bien proportionnelle au carré du rayon. Voici par exemple une série de résultats correspondant à une même valeur de V_m :

	1 ^{re} EXPÉRIENCE				2 ^e EXPÉRIENCE		3 ^e EXPÉRIENCE	
	a mm.....	1	2	2,5	3,5	0,5	1	0,5
$\frac{Q_0}{a^2}$	1,002	0,987	0,994	1,00	1,004	1,00	1,006	1,00

4° *Mesures absolues.* — Pour graduer l'électromètre, on y apporte des charges connues fournies par un petit condensateur à anneau de garde. Le rapport $\frac{Q_0}{E_0 a^2}$ est bien trouvé égal à 3 avec toute la précision compatible avec les mesures.

Voici des résultats correspondant à une sphère de 2 mm de rayon. Le champ est $E_0 = 7$ c. g. s.

Q_0 calculé	0,840		u. e. s. c. g. s.
Q_0 observé	0,838	0.840	—

2. **Méthode des trajectoires.** — La méthode précédente est précise; malheureusement elle ne peut s'appliquer qu'aux particules dont le rayon dépasse 0,5 mm; il serait intéressant de faire des vérifications dans un domaine plus voisin de la limite de validité de notre théorie (quelques microns).

Par ailleurs, certains auteurs ont étudié la vitesse de précipitation de poudres légères entraînées par un courant d'air; cette méthode ne peut fournir que des résultats très grossiers en raison des multiples causes d'erreurs qui s'y introduisent : irrégularités de la vitesse du courant d'air, remous produits, même dans un long cylindre, par le vent électrique; assimilation des grains de forme quelconque à des sphères, application incorrecte de la loi de Stokes.

Nous avons donc étudié le mouvement de très petites sphères métalliques de densité élevée sous l'influence simultanée de la pesanteur et d'un champ électrique ionisé de direction horizontale.

Les sphères sont obtenues par une méthode indiquée par Millikan : on introduit dans un tube de verre terminé par une partie capillaire de l'alliage de Rose dont le point de fusion est 96° (alliage de plomb, étain et bismuth en proportions convenables). Ce tube plonge dans une longue éprouvette pleine d'eau portée électriquement à l'ébullition à sa partie supérieure; lorsque l'alliage est fondu, on lui applique une pression d'air comprimé de 5 kg qui le force à jaillir par la pointe capillaire du tube; les gouttelettes métalliques formées se solidifient en tombant dans les régions moins chaudes de l'éprouvette; sauf de rares exceptions elles sont parfaitement sphériques comme le prouve leur examen microscopique; leurs rayons varient de 10 μ à une fraction de millimètre; leur densité est 9,8.

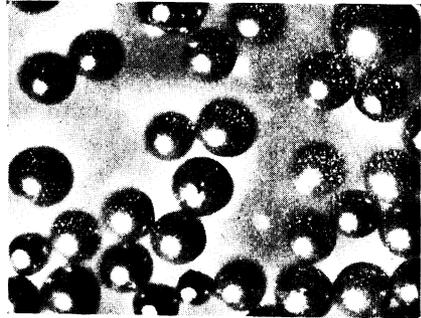


Fig. 10. — Sphères d'alliage de Rose. (Grossissement 50.)

Ces particules, abandonnées sans charge ni vitesse initiales dans un champ cylindrique à axe vertical, suivent une trajectoire que nous allons étudier par le calcul et dont la vérification expérimentale constituera un contrôle important de la théorie.

3. **Etude théorique d'une trajectoire.** — Si la charge limite $Q_0 = 3 E_0 a^2$ était prise dès l'instant du départ, une particule soumise à la force horizontale $Q_0 E_0$ et à son poids mg suivrait (quelle que soit la résistance de l'air) une trajectoire rectiligne P. B faisant avec l'horizontale un certain angle α (fig. 11).

Désignons par γ l'accélération $\frac{Q_0 E_0}{m}$ que prendrait la particule possédant la charge Q_0 sous la seule action du champ E_0 ; nous avons $\text{tg } \alpha = \frac{g}{\gamma}$ et, d'autre part, dans le cas de l'alliage de Rose

$$\gamma = \frac{3E_0^2 a^2}{\frac{4}{3}\pi a^3 \delta} = 730 \frac{E_0^2 \text{ (c.g.s.)}}{a \text{ (\mu)}} \quad (15)$$

Nous allons étudier la trajectoire réelle P_0C des particules en tenant compte de leur loi de charge dans le temps, mais en négligeant la résistance de l'air ; malgré cette simplification, le résultat pourra être considéré comme exact pour les sphères de densité élevée et de rayon supérieur à 50μ ; il sera approché pour les sphères plus petites.

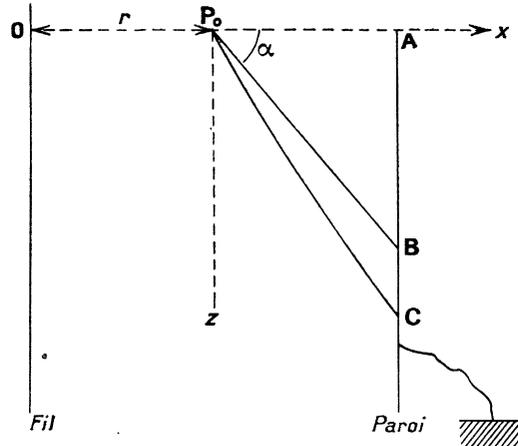


Fig. 11.

Lorsqu'une particule possède la fraction λ de sa charge limite, son accélération horizontale est $\gamma\lambda$; or nous avons établi l'expression de λ en fonction du temps dans le cas où la distance r de la particule au fil axial est constante (éq. 14) ; ici, cette distance varie, nous allons néanmoins supposer que l'on peut, dans le calcul de λ , donner constamment à r la valeur qui correspond au point de départ P_0 ; nous verrons ensuite comment il y a lieu de corriger cette approximation.

Donc, sous cette réserve, les équations du mouvement sont, par rapport aux axes xP_0z :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \gamma \frac{t}{t + \tau}$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = g.$$

En intégrant deux fois, il vient :

$$\left. \begin{aligned} x &= \gamma \left[\frac{t^2}{2} + \tau t - \tau(t + \tau) \operatorname{Ln} \frac{t + \tau}{\tau} \right] \\ z &= \frac{1}{2} g t^2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

La courbe ainsi déterminée par l'expression de ses deux coordonnées en fonction d'un même paramètre peut être construite par points pour des valeurs données de γ et τ ; elle est représentée (fig. 12, courbe supérieure) pour $\gamma = 936 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, $\tau = 0,0095 \text{ sec}$, conditions qui correspondent à des boules de 50μ de rayon, abandonnées à 10 cm de l'axe dans un champ de 2400 v/cm ; tangente à l'origine à l'axe des z , cette trajectoire est nettement

incurvée dans sa première partie, mais elle peut ensuite se confondre avec une droite qui passerait un peu au-dessous de l'origine et aurait pour pente $\frac{g}{\gamma} \times 1,15$.

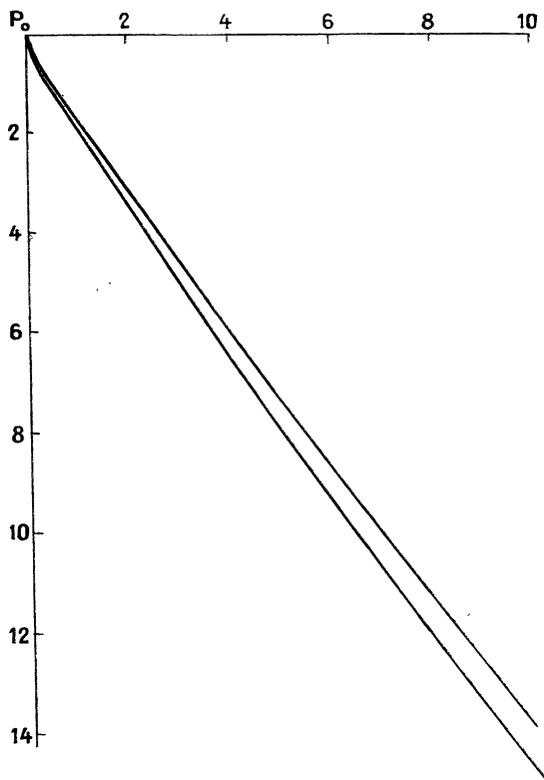


Fig. 12.

En réalité, la charge est acquise un peu plus lentement que nous ne l'avons supposé, puisque la sphère traverse à partir de son point de départ des régions où la densité d'ions est de plus en plus faible. Pour nous faire une idée de l'importance de cet effet, nous pouvons donner à ν dans l'expression de τ successivement sa valeur initiale et sa valeur finale; la trajectoire vraie est certainement comprise entre les deux courbes ainsi obtenues. Pour diminuer l'intervalle d'indétermination, on peut encore remarquer que dans tous les cas, l'abscisse varie très peu tant que λ est inférieur à $\frac{1}{2}$. La trajectoire vraie peut alors être encadrée entre deux courbes assez rapprochées : celle que nous avons déjà tracée et une autre obtenue en supposant la seconde moitié de la charge prise dans une région où la densité des ions a sa valeur la plus faible; c'est ainsi qu'a été construite la figure 12.

4. Généralisation du résultat précédent. — Nous allons montrer que les deux trajectoires limites déterminées ci-dessus pour un cas particulier peuvent être utilisées dans tous les cas à la seule condition de modifier convenablement leur échelle.

1° *Particules de rayons variables.* — Dans ce cas, τ reste constant, γ varie comme $\frac{1}{a}$.

A une même valeur de z , donc de t correspondent des valeurs de x proportionnelles à $\frac{1}{a}$; on obtiendra donc la nouvelle trajectoire en multipliant par $\frac{1}{a}$ les distances portées sur l'axe des x .

Soit en particulier à déterminer pour une particule de rayon a la hauteur de chute correspondant au parcours horizontal commun de 10 cm ; on obtient deux limites de la hauteur cherchée en coupant les courbes précédentes par la droite d'abscisse $x = 10 \text{ cm} \times \frac{a(x)}{50}$.

Mais il faut encore, pour être complet, tenir compte de la résistance de l'air ; or celle-ci ne se fait pas sentir pour les plus grosses sphères ; elle relève un peu la trajectoire des petites en amortissant la vitesse verticale acquise au début du mouvement quand la particule n'est pas encore chargée.

Une évaluation approximative faite dans un cas particulier suffit à donner une idée de la petite correction à effectuer. On se rend compte alors que l'ensemble du lieu peut se ramener pratiquement à deux segments de droite très peu inclinés l'un sur l'autre (cf. § 6, courbe théorique de la figure 15).

2° *Sphères abandonnées à des distances variables du fil axial.* — Dans ce cas, γ est constant, τ est proportionnel à r .

La nouvelle trajectoire peut encore être déduite de l'ancienne en remarquant que $\frac{x}{t^2}$ ne dépend que du rapport $\frac{\tau}{l}$; si on multiplie τ par un facteur p , à chaque point (x, z, t) de la courbe correspond un nouveau point de coordonnées $x p^2, z p^2$ déterminées par la valeur $t p$ du paramètre ; les nouvelles courbes se déduisent des anciennes en multipliant les deux échelles de coordonnées par p^2 .

Les résultats théoriques portés sur la figure 16 ont été obtenus par cette méthode.

3° *Effet d'une variation du champ.* — Si le champ E_0 est multiplié par un facteur p , γ se trouve multiplié par p^2 et τ varie comme $\frac{1}{p}$; en s'appuyant sur les deux raisonnements précédents, on trouve qu'il faut d'abord augmenter les x dans le rapport p^2 (variation de γ), puis multiplier les deux coordonnées par $\left(\frac{1}{p}\right)^2$.

En résumé, à une même valeur de x correspondent des valeurs de z proportionnelles à $\frac{1}{p^2}$. *Les hauteurs de chute doivent être exactement proportionnelles à l'inverse du carré du champ.*

5. Examen et photographies des trajectoires. — Les vérifications expérimentales de la théorie précédente ont été effectuées dans le grand cylindre vertical de 20 cm de rayon qui a servi à certaines des mesures de champ de la première partie.

En obstruant le mieux possible les ouvertures qui servent aux mesures, on atténue au mieux les effets du vent électrique qui, dans un cylindre infiniment long, se réduisent en moyenne en tout point à une variation de pression.

Les sphères doivent être, en principe, abandonnées les unes après les autres, sans vitesse ni charge initiale, en un point fixe du champ ; ces conditions sont satisfaites par l'emploi du dispositif suivant, représenté en projections verticale et horizontale par la figure 13 : un tube de verre MP traversant la paroi du cylindre est très légèrement incliné sur l'horizontale. Dans ce tube, un dièdre de papier lisse contient les sphères, dont le point de départ P est fixe. L'extrémité M, gainée de fer, se trouve à l'intérieur d'une bobine parcourue par un courant alternatif, ce qui lui communique un mouvement vibratoire de

faible amplitude, suffisant toutefois pour faire glisser les sphères vers P. Enfin, un léger courant d'air, parcourant le tube de M vers P, en interdit l'entrée aux ions.

La haute tension négative étant alors appliquée en O et le champ entre P et Q étant déterminé par les méthodes déjà décrites, on peut examiner et photographier par un orifice R les trajectoires situées dans le plan vertical OPQ; les petites boules métalliques éclairées latéralement par un arc S, paraissent très brillantes, surtout si l'on a eu soin d'enfumer la paroi intérieure du cylindre.

Nous avons pu photographier leurs trajectoires sur une longueur d'une dizaine de centimètres, au moyen d'un objectif Krauss de faible distance focale ($f=50$ mm) et de grande ouverture ($f/2,5$).

L'objectif est placé dans l'orifice R, son axe optique étant perpendiculaire au plan vertical PQ qui contient les trajectoires. La figure 14 reproduit l'un des clichés obtenus. Les clichés étant trop faibles pour l'impression on a renforcé au crayon quelques trajectoires. Les particules employées avaient 60 à 120 μ de rayon et le champ électrique était de 4 c.g.s. On voit le tube distributeur de poussières avec la section en V de la rigole qui les contient, et les trajectoires en éventail; leurs longueurs correspondent, d'après le grossissement employé, à un parcours réel de 10 cm. On les distingue assez mal au voisinage immédiat du point de départ, mais dans les 9 cm environ où elles apparaissent nettes et distinctes, elles coïncident sensiblement avec des droites de pente variable, passant à une petite distance au-dessous du point de départ.

Ce résultat est tout à fait conforme aux prévisions de la théorie.

6. Mesures concernant les hauteurs de chute. — Pour faire une étude quantitative des hauteurs de chute correspondant, pour différentes particules, à un même parcours horizontal, nous disposons sur la paroi du cylindre une plaque gélatinée humide de 24×3 cm, où elles se fixent et peuvent être ensuite repérées au microscope.

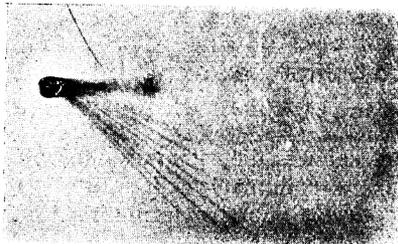


Fig. 14.

La surface humide tournée vers l'intérieur du cylindre est reliée électriquement à la terre par l'intermédiaire d'un châssis métallique.

Avant chaque expérience, nous vérifions que la distance du point de départ des sphères (P) à la surface de la gélatine est exactement 5 cm ou 10 cm, compte tenu des conditions géométriques du montage et nous contrôlons le champ à la sonde.

À une hauteur donnée sur la plaque, on trouve des grains dont les rayons varient un

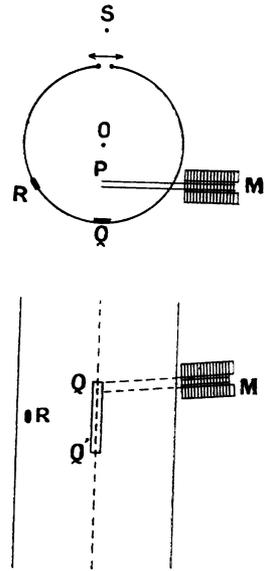


Fig. 13.

peu autour d'une valeur moyenne. Ces divergences sont inévitables : elles peuvent être dues à des causes multiples : remous de l'air, petites variations du champ (lequel intervient par son carré dans l'expression de la force électrique), particule possédant à la sortie du tube une vitesse verticale positive ou négative due aux vibrations du tube ; enfin, les particules peuvent, malgré le courant d'air, avoir reçu une faible partie de leur charge avant de sortir du tube, ou, au contraire, si elles sortent nombreuses au même instant, acquérir leur charge moins vite qu'il n'est prévu.

Pour utiliser au mieux les données de l'expérience, il faut considérer des résultats moyens, soit en prenant la moyenne des rayons pour les sphères arrivées à la même hauteur, soit en prenant la moyenne des hauteurs où se placent les sphères du même rayon. Nous avons utilisé ces deux méthodes : la première, qui vient le plus naturellement à l'esprit, est bonne si les rayons des particules varient de façon continue et régulière dans un domaine assez vaste : dans les autres cas, elle comporte une cause d'erreur systématique et tend à rapprocher les nombres obtenus de la valeur moyenne qui correspondrait à l'ensemble de toutes les boules utilisées dans l'expérience en cours.

Aussi semble-t-il préférable dans les conditions de notre étude de considérer la moyenne des hauteurs z parcourues par les sphères d'un même rayon a .

Au cours de nos mesures, nous avons fait varier le point de départ des particules (à 5 ou 10 cm de la plaque) et les limites entre lesquelles sont compris leurs rayons (10 à 80* ou 60 à 180*); le champ a gardé en général la valeur de 8 c.g.s. qui répartit sur une longueur convenable les sphères utilisées dans chaque cas.

Les résultats sont satisfaisants, tant en valeur absolue qu'en valeur relative. On peut admettre qu'ils vérifient, avec une bonne approximation, la valeur de la charge limite, et accessoirement la loi de charge des particules, qui intervient seulement comme terme correctif dans la prévision de nos résultats.

Nous donnons ci-dessous le résultat de quelques expériences (fig. 15 et 16).

L'une (fig. 16) est une vérification en valeur absolue de la charge des sphères relativement grosses (60 à 120*).

La droite AB représente les résultats prévus théoriquement pour le cas étudié. On voit que l'accord est satisfaisant pour les deux expériences.

L'autre (fig. 15) ne peut être considérée comme comportant des mesures absolues car le champ n'était connu qu'approximativement; elle est intéressante pourtant, car elle comprend les plus petites sphères que nous ayons pu obtenir.

Les points se placent aussi bien que possible selon les prévisions du calcul et prouvent que les lois établies sont encore vraies pour des particules d'une dizaine de microns de rayon.

IV. — Etude théorique et expérimentale de la charge des sphères diélectriques.

Le calcul de la charge des sphères diélectriques dans un champ ionisé est analogue à celui qui a été fait pour les sphères conductrices. Il suffit d'y remplacer les charges induites sur la particule conductrice par les charges de polarisation du diélectrique; il convient aussi en toute rigueur de modifier le terme relatif à l'image électrique : mais celui-ci, comme on l'a vu, n'intervient pas dans les résultats essentiels. Il résulte d'une discussion analogue à la précédente et du calcul classique de la polarisation induite que, pour des particules de rayon supérieur à quelques microns, la charge limite Q_0 est alors exprimée par la relation suivante :

$$Q_0 = p E_0 a^2 \quad \text{en posant} \quad p = 1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \quad (17)$$

ε , pouvoir inducteur spécifique).

Ces résultats ont été contrôlés par les deux méthodes différentes déjà décrites (1).

(1) M. PAUTHENIER, M. MOREAU-HANOT et R. GUILLIEN, *C. R., Ac. Sc.*, 195 (1932), 213.

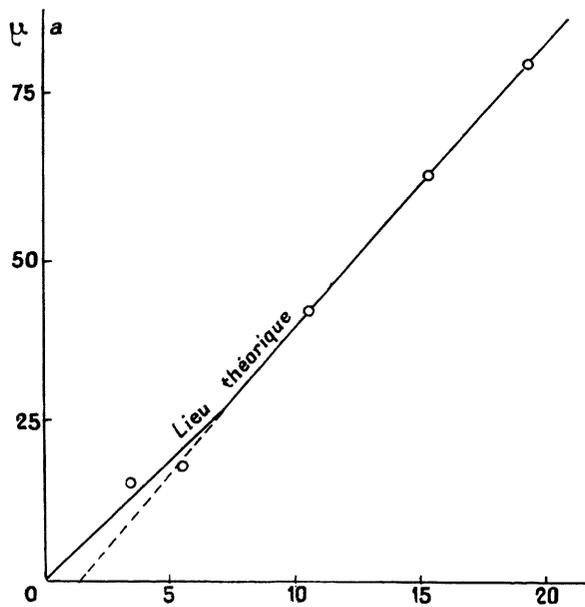


Fig. 15.

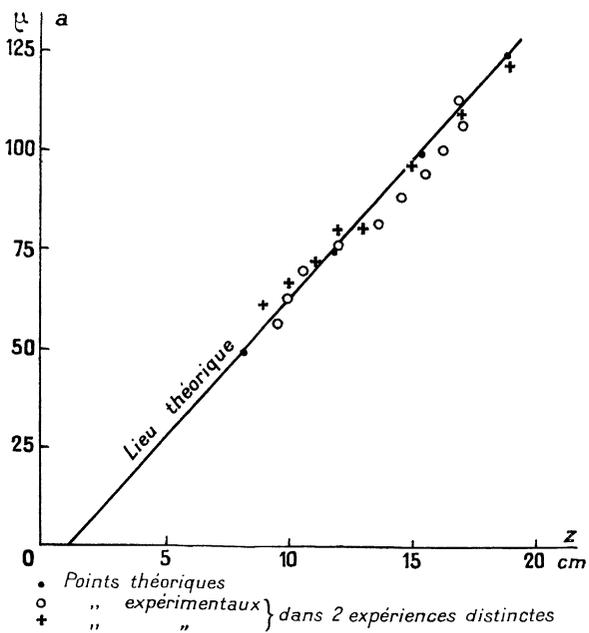


Fig. 16.

I. Méthode des trajectoires (petites particules). — Les sphères diélectriques utilisées sont obtenues (fig. 17) en soufflant de la gomme laque pulvérisée à travers la flamme d'un bec Meker; leur densité est de 1,14, leur pouvoir inducteur spécifique voisin de 3,2 donne

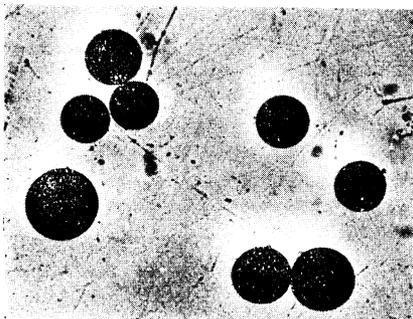


Fig. 17. — Sphères de gomme laque.
(Grossissement 30.)

à ρ la valeur 1,83 connue à 6 pour 100 près à cause de l'incertitude sur ϵ . Comme dans les expériences précédentes, on abandonne les sphères sans charge ni vitesse initiale à la distance $\frac{R}{2} = 10$ cm de la paroi où on les recueille sur une plaque enduite de gélatine humide.

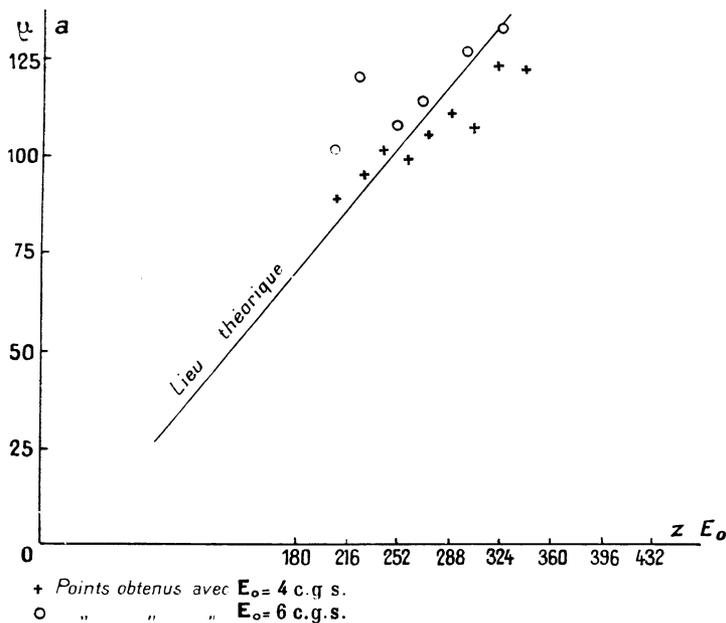


Fig. 18.

Si leur charge était instantanée, leur trajectoire serait une droite et leur hauteur de chute devrait être

$$Z_0 = \frac{R}{2} \frac{mg}{Q_0 E_0^2} = 2,6 \frac{a(\rho)}{E_0^2 (\text{c. g. s.})}$$

Le calcul de la hauteur de chute réelle Z_1 doit tenir compte de la loi de charge dans le temps (analogue à celle des sphères conductrices) et de la résistance de l'air qui a une influence plus grande sur des sphères de moindre densité. L'équation complète ne peut être intégrée ; on se rend compte en faisant pour quelques cas particuliers un calcul approché que le rapport $\frac{Z_1}{Z_0}$, fonction croissante de a , est voisin de 1 quand a est petit (1,06 pour $a = 10^2$) mais doit dépasser un peu 1,2 quand $a = 100^2$.

Des séries de mesures relatives effectuées sur des sphères de 80 à 125 μ de rayon et des champs de 3 à 6 cgs donnent des résultats concordants et en particulier vérifient d'une façon satisfaisante la proportionnalité des charges au champ. En valeur absolue, les hauteurs de chute mesurées sont toujours supérieures à Z_0 quoiqu'elles restent généralement inférieures au Z_1 calculé. La figure 18 représente deux des séries de mesures effectuées dans le cas de $E_0 = 4$ et de $E_0 = 8$.

Le résultat doit pourtant être tenu pour assez satisfaisant, étant donnée l'influence notable que peuvent avoir sur ces particules de faible densité les remous de l'atmosphère ionisée.

2. **Méthode électrométrique** (sphères de grand rayon). — D'après ce que nous venons de voir, la mesure directe de la charge de grosses particules peut seule conduire à une évaluation précise du coefficient p introduit dans la relation (17). Cette mesure a été faite par une méthode antérieurement décrite (3^e partie § 1). Une première série de mesures effectuées sur des sphères d'*ébonite* travaillées au tour a donné des résultats quelque peu irréguliers, compris entre $p = 3$ (coefficient relatif aux conducteurs) et p calculé = 1,75 ; les variations de la charge semblaient en rapport avec l'état de propreté plus ou moins grande de la surface ; aussi les mesures suivantes ont-elles toujours été faites avec des boules à surface lisse passées à la flamme avant chaque expérience. Ces boules avaient environ 1 cm de diamètre.

Pour la *paraffine*, le coefficient p calculé d'après les constantes diélectriques données dans les tables est compris entre 1,57 et 1,61 ; les mesures ont donné les nombres 1,52 et 1,65 dont l'écart entre eux et avec les nombres précédents est de l'ordre des erreurs d'expérience.

Pour la *naphthaline* p calculé = 1,725 p mesuré = 1,74.

Enfin pour la *gomme laque* $1,73 < p$ calc. $< 1,95$; les valeurs mesurées de p sont 1,765, 1,73, 1,76, 1,73.

Pour ces mêmes corps, il a été possible de vérifier que p prend la valeur 3 si la surface est rendue conductrice par un léger dépôt d'hyposulfite de soude ; cette expérience est intéressante parce qu'elle vérifie pour des surfaces identiques au point de vue géométrique les deux valeurs prévues pour la charge d'une particule suivant qu'elle est conductrice ou diélectrique.

V. — Etude de quelques conséquences.

Soit une masse gazeuse animée d'un mouvement d'ensemble horizontal de vitesse uniforme dans un champ ionisé approximativement constant et perpendiculaire en chaque point à la direction du mouvement. Cette condition peut être réalisée pratiquement en opérant entre une électrode de précipitation plane P et une électrode d'ionisation F formée de fils fins rapprochés et situés dans un plan parallèle à P (fig. 19).

Le système obtenu permet de séparer les unes des autres des particules entraînées par le gaz à partir d'un même point et précipitées par le champ en un temps plus ou moins long. Il est intéressant de rechercher suivant quelle fonction de la densité des particules et de leurs dimensions s'opère la sélection électrique.

Soit Ox la direction du champ dans la région considérée, Oy celle du courant gazeux. Nous devons chercher comment varie en fonction des variables indiquées le temps mis par une particule pour parcourir une même distance D dans la direction Ox . Nous supposons

les particules assimilables à des sphères, et, pour simplifier, nous les considérons comme conductrices, le raisonnement pouvant ensuite être généralisé au cas de pouvoirs inducteurs spécifiques variés.

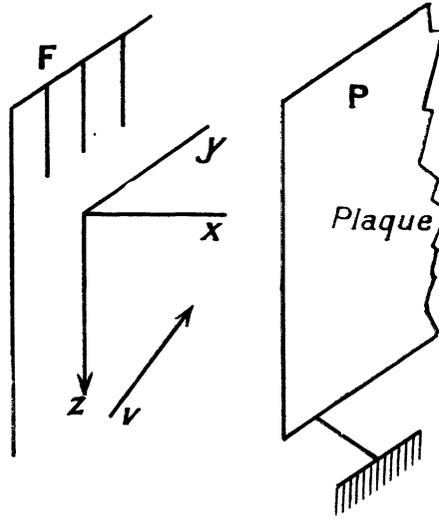


Fig. 19.

Nous avons à distinguer plusieurs cas suivant que la résistance de l'air est négligeable ou qu'elle est assez grande pour que la vitesse limite de Stokes soit supposée immédiatement atteinte, ou encore que l'on se trouve dans un cas intermédiaire.

1^{er} Cas. — La résistance de l'air est négligeable. — Dans un champ $E_0 = 4$ cgs cette condition est remplie à moins de 10 pour 100 près pour des particules de rayon a supérieur à 3 ou 4 dixièmes de millimètre si leur densité d est au moins de l'ordre de 1 et la distance D inférieure à 20 cm.

Dans ce cas l'équation $x(t)$ est celle que nous avons utilisée dans l'étude des sphères d'alliage de Rose :

$$x = \frac{9E_0^2}{4\pi da} \left[\frac{t^2}{2} + \tau t - \tau(t + \tau) \operatorname{Ln} \frac{t + \tau}{\tau} \right];$$

on ne peut pas en déduire algébriquement la fonction $t(x)$, mais on voit immédiatement que les particules au bout du même temps c'est-à-dire à la même distance y point d'entrée sont caractérisées par une valeur commune du produit da et que y croît avec da .

On peut en outre déterminer graphiquement pour différents cas particuliers le temps t nécessaire à un parcours D donné (5, 10 et 20 cm par exemple) et en déduire la courbe $a(t)$ des rayons des particules de même densité précipitées dans le même temps. La partie supérieure des courbes (fig. 20), tracées pour $E_0 = 4$ cgs, est obtenue ainsi. Les courbes pleines correspondent à $d = 1$ et les courbes pointillées à $d = 2$. On remarque que t est modifié de la même façon si l'on double soit la distance D à parcourir soit la densité d ; cela est d'ailleurs évident d'après l'équation indiquée ci-dessus.

2^e Cas. — Particules très légères. — Considérons une particule de 10^4 de rayon, de densité 1. On calcule facilement en appliquant la loi de Stokes qu'elle atteint les 9/10 de sa vitesse limite en 0,003 sec. si on lui communique sa charge limite à l'instant zéro. On peut admettre de même dans les cas les plus complexes que la vitesse est alors à tout instant proportionnelle à la charge.

D'après la loi de charge établie, on obtient dans ces conditions

$$x = \frac{E_0 a}{2\pi\zeta} \left[t - \tau \operatorname{Ln} \frac{t + \tau}{\tau} \right],$$

mais, dans les cas pratiquement intéressants, on peut se contenter de poser :

$$x = \frac{E_0 a t}{2\pi\zeta}.$$

Ce résultat s'applique aux particules de rayon inférieur à 20 μ si leur densité est 1. Il correspond aux branches de courbes situées en bas et à droite de la figure 20.

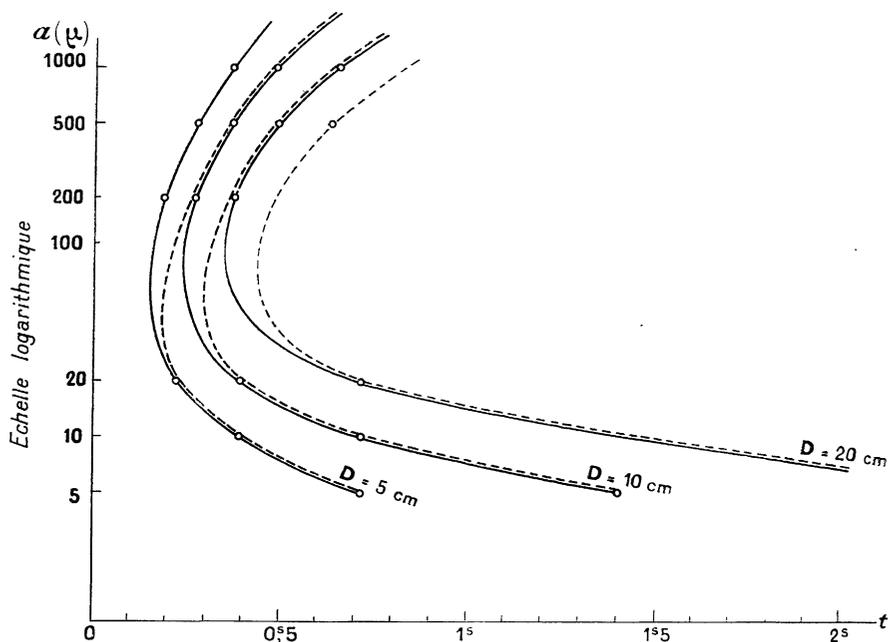


Fig. 20.

Dans ce cas le temps nécessaire à la précipitation est indépendant de la densité, il est inversement proportionnel au rayon, d'où une sélection de *gros*seur bien marquée.

3° Cas et résultat d'ensemble. — Un calcul approximatif effectué pour un cas intermédiaire ($a = 0,2$ mm $d = 1$) suffit à permettre une interpolation correcte entre les branches de courbes obtenues précédemment.

On voit que chacune des courbes (où le rayon seul des particules est supposé variable) se replie sur elle-même : les particules moyennes, de l'ordre du dixième de millimètre, se précipitent les premières, et, dans cette région, une sélection de grosseur est impossible, tandis qu'une légère sélection de densité est possible. Pour les particules plus grosses, on doit obtenir un faible étalement en fonction du produit de la densité par le rayon.

C'est pour les particules plus fines que l'effet sélectif est le plus marqué, et, dans cette région, il concerne *uniquement la grosseur des particules*.

Manuscrit reçu le 28 septembre 1932.