HAL
open science

Sur la biréfringence par compression de la silice amorphe et du quartz cristallisé, et sa dispersion dans l'ultra-violet

G. Bruhat, J. Thouvenin

▶ **To cite this version:**

G. Bruhat, J. Thouvenin. Sur la biréfringence par compression de la silice amorphe et du quartz cristallisé, et sa dispersion dans l'ultra-violet. Journal de Physique et le Radium, 1932, 3 (1), pp.1-20. 10.1051/jphysrad:01932003010100 . jpa-00233079

HAL Id: jpa-00233079

https://hal.science/jpa-00233079v1

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SÉRIE VII. — TOME III. JANVIER 1932. N° 1.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

SUR LA BIRÉFRINGENCE PAR COMPRESSION DE LA SILICE AMORPHE ET DU QUARTZ CRISTALLISÉ, ET SA DISPERSION DANS L'ULTRA-VIOLET

Par MM. G. BRUHAT et J. THOUVENIN.

(Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure.)

Sommaire. — Nous étudions, dans cet article, la dispersion dans le spectre visible et dans l'ultra-violet de la biréfringence que prennent, quand on les comprime, la silice fondue et le quartz cristallisé. Nous avons étudié deux échantillons de silice fondue et nous avons éliminé l'effet du pouvoir rotatoire du quartz cristallisé en comprimant ensemble un bloc droit et un bloc gauche.

Le domaine exploré s'étend de $\lambda = 5\,780$ à $\lambda = 2\,500$Å pour les longueurs d'onde et de 30 kg à 200 kg/cm² pour les pressions. La pression est fournie par un poids et un levier.

Les biréfringences sont mesurées par deux méthodes : 1° la méthode de Stokes; le quart d'onde est formé de deux lames de quartz normal à l'axe droite et gauche qui sont accolées, l'ensemble est incliné sur le faisceau d'un angle i convenable ; 2° on cherche la pression nécessaire pour rendre la lame onde ou $\frac{1}{2}$ onde.

Les pointés sont exécutés par la méthode photographique de Bruhat et Pauthenier. Sur les valeurs données nous admettons des erreurs relatives du $\frac{1}{100}$.

Nous avons pu déterminer que tous les échantillons comprimés deviennent négatifs, c'est-à-dire que la vibration parallèle à la compression est avancée. Nous avons observé que, pour une longueur d'onde donnée, la biréfringence $\varphi^0 = \frac{360\,(n_0 - n_e)\,e}{\lambda}$ est proportionnelle à la pression. Nous donnons le tableau et les courbes, en fonction de λ, des coefficients angulaires Φ degrés cm : kg des droites obtenues ainsi que des valeurs des retards en brewsters. Les deux échantillons de silice fondue produisent des biréfringences différant entre elles d'environ 5 pour 100 et supérieures d'environ 40 pour 100 à celles du quartz cristallisé.

Nous comparons nos résultats avec ceux prévus par la formule de Havelock : celle-ci donne bien l'ordre de grandeur de la dispersion sans toutefois donner sa valeur avec une approximation suffisante; les écarts atteignent 2 à 3 pour 100.

Nos résultats concordent avec ceux donnés par d'autres auteurs dans le visible.

1. Introduction. — Lorsqu'on ferme un tube polarimétrique par des galets de quartz à faces parallèles, constitués, soit par des lames de quartz cristallisé perpendiculaires à l'axe, soit par des lames de silice fondue bien dépourvue de biréfringence, on s'aperçoit immédiatement que la moindre pression exercée sur l'un de ces galets produit une biréfringence parfaitement appréciable. C'est là un phénomène très gênant pour les mesures polarimétriques de précision; il est encore plus gênant dans l'ultra-violet que dans le spectre visible, puisque la biréfringence produite par une pression donnée augmente quand la longueur d'onde diminue.

On ne trouve dans la littérature que peu d'indications sur la grandeur de ce phénomène. Il n'a certainement jamais été étudié dans l'ultra-violet. Dans le spectre visible, il

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jphysrad:01932003010100

n'existait, à notre connaissance, aucune mesure pour la silice fondue lorsque nous avons commencé nos recherches; une série de mesures a été publiée depuis par Filon et Harris [1]. Pour le quartz cristallisé les mesures les plus importantes sont celles qui ont été faites par Beaulard [2] et par Dongier [3]. Ces mesures ont montré que l'effet combiné de la biréfringence et du pouvoir rotatoire peut être correctement prévu par la théorie de Gouy, et que la biréfringence est bien proportionnelle à la pression. Dongier n'a pas pu mettre en évidence des différences appréciables entre les différents échantillons de quartz qu'il a étudiés, mais il conclut à l'existence de légères variations de l'ordre de 1 à 2 pour 100 suivant la direction de compression.

Nous avons réalisé récemment un quart d'onde réglable [4], constitué par une double lame de quartz perpendiculaire disposée obliquement sur le faisceau lumineux, qui permet de faire des mesures de biréfringences dans l'ultra violet. Il nous a paru intéressant d'utiliser cet appareil pour rechercher dans quelle proportion la biréfringence par compression augmente dans l'ultra-violet et pour comparer, à ce point de vue, la silice fondue et le quartz cristallisé.

La précision qu'il permet d'obtenir est certainement insuffisante pour la recherche des faibles variations signalées par Dongier, et qui ne pourraient être reconnues avec sûreté que par l'emploi d'un compensateur sans réflexions intérieures. Mais il nous a permis néanmoins de mesurer, avec une précision du $\frac{1}{100}$ environ, pour la silice fondue comme pour le quartz cristallisé, la dispersion du coefficient de proportionnalité de la biréfringence à la compression dans l'ultra-violet.

2. **Montage polarimétrique.** — Le montage utilisé a déjà été décrit dans un article précédent [4]. Rappelons brièvement de quoi il se compose (Planche I et figure 1).

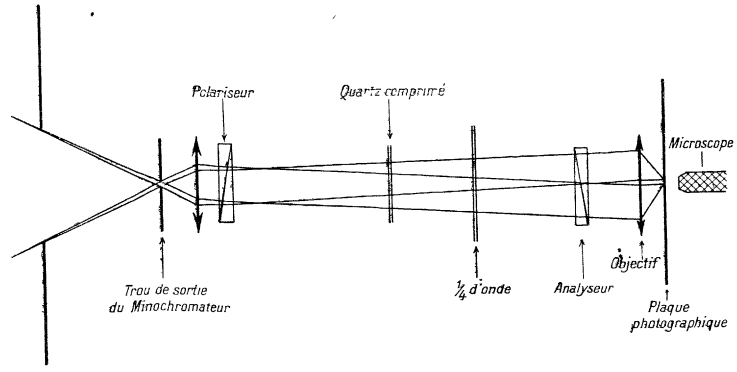


Fig. 1. — Echelle $\frac{1}{20}$ en longueur; $\frac{1}{1}$ en hauteur.

1° Trou de sortie du monochromateur (*), construit par Bruhat et Legris [5], de $\frac{4}{10}$ de mm de diamètre;

2° A 9 cm de ce trou une lentille quartz-fluorine ($o = 1$ cm, $f = 9$ cm) en donnant une image à l'infini;

(1) L.-N.-G. Filon et F.-C. Harris, *Proc. Roy. Soc. London*, **130 A** (1931), p. 410.
(2) F. Beaulard, *Journal de Physique*, **2** (1893), p. 459.
(3) R. Dongier, *Ann. de Chimie et de Phys.*, **14** (1898), p. 448.
(4) G. Bruhat et J. Thouvenin, *Revue d'Optique*, **11** (1932), p. 49.
(5) G. Bruhat, *Revue d'Optique*, **9** (1930), p. 193.
(*) Le monochromateur est éclairé par un brûleur à mercure Gallois, modèle spécial à grand éclat (*Rev. d'Opt.*, **10** (1931), p. 325).

3° Un glazebrook polariseur, collé à la glycérine, porté par un cercle divisé définissant l'azimut P de la vibration qui en sort au $\frac{1}{50}$ de degré près.

4° La presse contenant le quartz (fig. 2);

5° Le système quart d'onde;

6° Un glazebrook analyseur, collé à la glycérine, monté sur un cercle divisé définissant l'azimut A de la vibration éteinte à une demi-minute près;

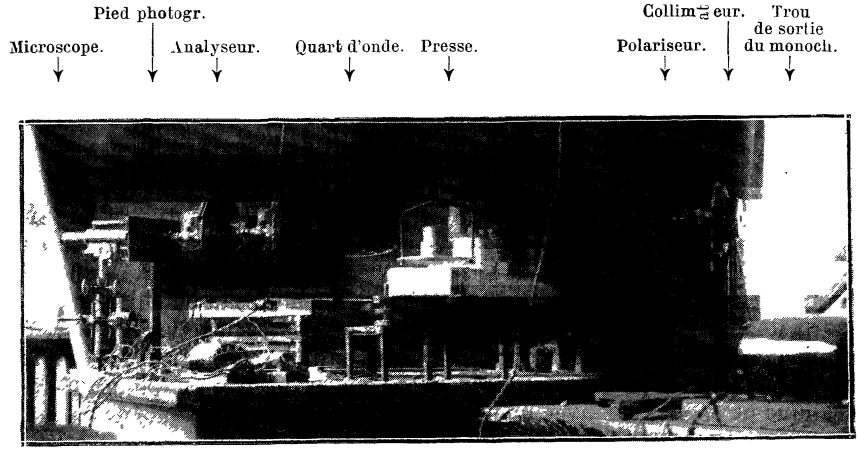


Planche I.

7° L'objectif quartz-fluorine ($o = 1$ cm, $f = 6$ cm), donnant sur la plaque photographique une image du trou de sortie du monochromateur, et permettant de faire les mesures polarimétriques par la méthode décrite par Bruhat et Pauthenier [6].

8° Un microscope, pour les pointés en lumière visible, mis au point sur l'image objective du trou de sortie du monochromateur.

3. **La Presse** (fig. 2). — Elle est analogue à celle dont s'est servi Boissier [7]. La dis-

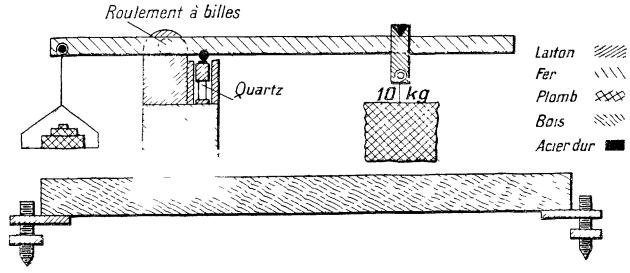


Fig. 2. — Echelle $\frac{1}{10}$.

tance de l'axe du roulement à billes au centre de la bille d'acier qui transmet les forces à une lame de laiton se déplaçant sans frottements dans une glissière, est de 5 cm. Le

(6) G. Bruhat et M. Pauthenier, *Revue d'Optique*, 6 (1927), p. 163.
(7) H. Boissier, *Revue d'Optique*, 2 (1923), p. 107.

poids, reposant sur le levier par l'intermédiaire d'un couteau d'acier, est appliqué à une distance l de l'axe de rotation; les valeurs l lues sur une règle graduée sont déterminées au 1/2 mm près. Les poids dont nous nous sommes servis sont voisins de 5 ou 10 kg en général; la valeur maximum de l est de 45 cm.

4. **Objets étudiés.** — Nous avons étudié soigneusement un morceau de silice fondue provenant de la maison « Quartz et Silice fondus » et que nous appellerons Silice n° I; puis, plus rapidement, un morceau de silice fondue fourni par la maison Schmidt et Haensch (Silice n° II); enfin, brièvement un échantillon (ou plutôt l'ensemble de deux échantillons) de quartz cristallisé, taillé normalement à l'axe, venant de chez Jobin et Yvon.

Silice fondue.

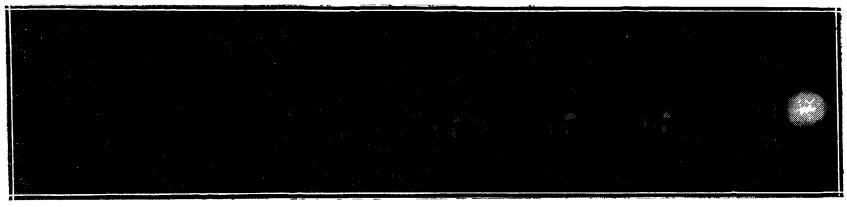
5. **Réglage des appareils. Mise en place de la Silice sous la presse.** — Les glazebrooks sont réglés normalement au faisceau (ou tout au moins pour travailler toujours sous la même incidence) à l'aide des faisceaux réfléchis sur les faces. Le quart d'onde est réglé comme il a été indiqué dans un autre article ([4]). Le morceau de silice, sous la presse, est placé normalement au faisceau en faisant coïncider le faisceau réfléchi sur les faces avec le faisceau incident. Il est disposé dans la presse entre deux lamelles de plomb ayant chacune un millimètre d'épaisseur environ. Nous avons préféré le plomb à toute autre matière élastique ou molle, car avec une matière trop élastique comme le caoutchouc ou trop molle comme le carton, le morceau de silice fondue bouge quand on supprime la pression et l'on ne peut affirmer, par la suite, une remise en place fidèle. Au contraire, après quelques minutes de compression, la silice s'incruste dans le plomb et on a un bloc peu déformable, facile à orienter sous la presse et gardant ensuite une position à peu près fixe, même quand on supprime la pression. On peut affirmer ainsi que la silice reste normale au faisceau au $\frac{1}{300}$ de radian près pendant toute une série de mesures, ce qui est largement suffisant pour la précision que nous voulons obtenir.

Nous avons vérifié d'autre part (§ 6) que les lamelles de plomb employées donnaient une bonne répartition des pressions, ce que permettent moins bien des lamelles plus dures, en cuivre mou par exemple.

6. **Qualité optique de la Silice fondue I (Quartz et Silice fondus).** — La silice ainsi placée est examinée, d'abord non comprimée, entre Glazebrooks croisés (le quart d'onde est supprimé en annulant l'inclinaison, sur le faisceau, du système des deux lames, c'est-à-dire en faisant $i = 0$). On met au point sur la silice à l'aide du microscope; la plage est tachée par de la lumière qui passe; la planche II donne l'aspect que l'on a en lumière violette du mercure pour différentes positions de l'analyseur autour de la position glazebrooks croisés.

Quand on comprime et que l'on cherche, sans changer la mise au point, à pointer, comme on le verra plus loin (§ 7), l'ellipse qui sort, on observe une grosse frange floue qui se déplace tout en s'estompant quand on modifie les azimuts de l'analyseur ou du quart d'onde. C'est cet aspect qui permet de juger la répartition des pressions dans la silice comprimée; elle est d'autant plus uniforme que la frange est moins nette.

Quant au premier aspect, il provient des tensions internes; sur la planche II, on peut évaluer à $\varphi = 2°$ ou $3°$ les biréfringences $\left(\varphi = \frac{360\,(n_e - n_0)}{\lambda}\,e\right)$ qui leur correspondent. Mais la partie éclairée a une surface inférieure à la partie obscure, ce qui fait que l'ellipticité résiduelle moyenne qu'on peut observer dans les mesures, où l'on met au point à l'infini, est inférieure au degré.



59° 30′ 59° 53′ 60° 60° 15′ 60° 30′ 61° 63°

PLANCHE II.

Les angles indiqués en face de chaque plage sont les azimuts A de l'analyseur; les glazebrooks sont croisés pour $A = 59°53'$; $\lambda = 4\,358$.

Silice n° I.

Ces inconvénients ne sont pas incompatibles avec de bonnes mesures; les courbes de noircissement microphotométriques (§ 7) sont, pour parler un langage imagé, bien pointues. Ce que l'on pointera sera, à chaque instant, l'ellipticité actuelle, provenant à la fois de la compression et des tensions internes, et correspondant à une combinaison vectorielle de forces qui ne permet de faire aucune correction relative aux ellipticités résiduelles. Sur la sphère de Poincaré, les points représentatifs des ellipses E sortant de la silice comprimée seront répartis sur une petite surface d'environ 1 degré carré; les pointés se feront automatiquement sur le centre de gravité de cette surface. Nous ne mesurerons que des ellipticités de l'ordre de $\varphi = 30°$ à $\varphi = 360°$, de façon que les biréfringences résiduelles soient, en moyenne, inférieures au $\frac{1}{100}$ des biréfringences cherchées.

7. **Mesures des biréfringences.** — La méthode de pointés photographiques employée, soit dans les réglages, soit dans les mesures, est toujours celle de Bruhat et Pauthenier (3) : elle consiste dans la construction d'une courbe de noircissement en fonction de l'angle de rotation de l'organe mobile et dans la détermination du diamètre de cette courbe.

La silice comprimée possède un axe optique qui est parallèle à la direction de compression ; cette direction étant normale au rayon moyen du faisceau lumineux, la lame possède deux lignes neutres Q et Q′ qui sont parallèle et normale à cet axe; leur position ne dépend pas de la valeur de la pression, ni de la longueur d'onde de la lumière employée.

Première méthode. — C'est la méthode classique de Sénarmont. Les opérations sont les suivantes (figure 3).

1° La silice non comprimée et le compensateur à l'incidence nulle, on croise les glazebrooks ; les points P et A qui représentent leur orientation sur la sphère de Poincaré sont confondus. On comprime la silice ; on tourne P et A (toujours confondus) de quantités égales; le minimum d'intensité lumineuse que laisse passer l'analyseur a lieu quand P et A viennent en Q (ou en Q′). Alors, à partir de cette dernière position, on tourne P de 45° (de 90° sur l'équateur de la sphère), et on place ainsi la vibration sortant du polariseur à 45° des lignes neutres de la silice (fig. 3); cette dernière la transforme en une vibration elliptique E située sur le méridien de P. La biréfringence du morceau de silice fondue est mesurée par $\widehat{E_0E} = \varphi$

2° On pointe maintenant cette ellipse E : pour cela on commence par supprimer la pression sur la silice ; on met le compensateur à l'incidence i qui le rend quart d'onde et

l'on place ses lignes neutres BB′ suivant OE_0 (cette opération est réalisée quand l'azimut Ω du quart d'onde a la valeur pour laquelle l'intensité lumineuse sortant de l'analyseur — lequel est croisé avec le polariseur — est minimum). On comprime à nouveau ; le point E est alors rabattu en E′ ; $\widehat{PE'} = \widehat{PE}$ mesure la biréfringence φ cherchée.

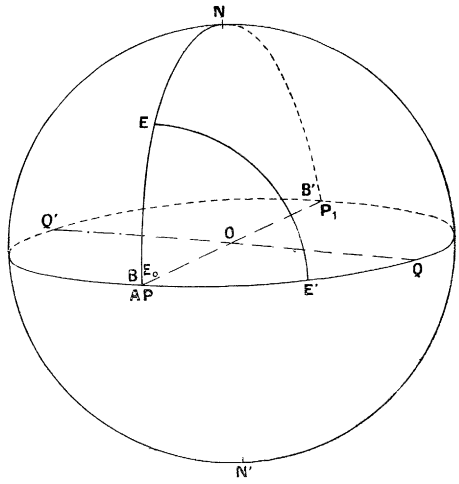


Fig. 3.

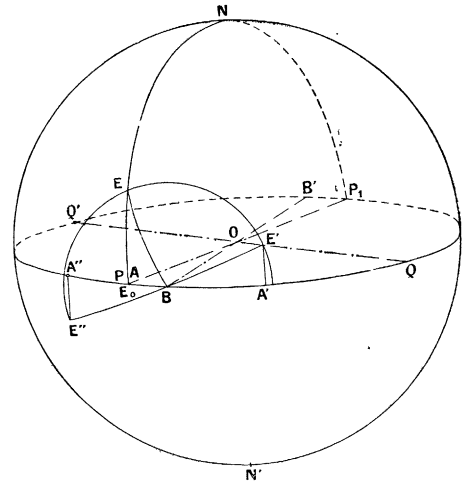


Fig. 4.

Quand on fait varier la pression ou la longueur d'onde, le point E se déplace sur le méridien de E_0 ; si bien que les réglages préliminaires, — à savoir : 1° placer P à 45° des lignes neutres de la silice comprimée et 2° placer les lignes neutres BB′ du quart d'onde parallèlement et perpendiculairement à la vibration sortant du polariseur — sont à faire : une fois pour toutes pour le premier et une fois seulement à chaque longueur d'onde pour le deuxième.

Ainsi donc, en principe, il suffit de pointer E′, avec l'analyseur dont l'azimut vient alors en A′ et l'on a $\varphi = \widehat{AA'}$.

Mais en pratique, dans le deuxième réglage, quand la silice n'est pas comprimée, à cause de sa biréfringence résiduelle, le point P se transforme en une vibration légèrement elliptique d'axe E_0. Il s'en suit que l'on pointe un minimum de lumière, non pas quand B coïncide avec E_0 mais pour une position de B située à une distance $\widehat{E_0B}$ de E_0 égale à la moitié de cette ellipticité résiduelle (figure 4).

Il est clair sur la figure 4 que l'arc $\widehat{E_0A'}$ ne mesure pas l'ellipticité $\widehat{E_0E}$. On élimine cet inconvénient, en même temps que les erreurs qui proviennent du compensateur, par l'emploi de la méthode de Stokes : la première mesure étant faite, on tourne Ω de 90°, B et B′ se permutent, E se rabat en E″ que l'on pointe avec A (qui vient en A″) ; on a au second ordre près par rapport à $\widehat{E_0B}$:

$$2\varphi = \widehat{A''A'}$$

Les arcs portés sur l'équateur de la sphère ont pour mesure le double des angles lus sur les cercles divisés ; la différence des lectures A′ — A″ donne φ.

Précision obtenue. — Diverses mesures recommencées plusieurs fois nous font estimer les erreurs de pointés à des valeurs comprises entre ± 15′ et ± 30′ ; ce qui entraîne, en moyenne, sur φ une erreur de ± 40′. Ces valeurs relativement grandes sont dues à la mauvaise définition polarimétrique de la lumière qui a traversé la silice fondue.

Il est facile de voir que les erreurs provenant des défauts de réglages (P pas exactement à 90° de Q et Q'), sont négligeables par rapport à ces erreurs de pointés.

Deuxième méthode. — Au lieu de chercher la fonction φ de la pression, on peut chercher la pression qu'il faut mettre pour avoir un φ donné. Deux valeurs de φ se prêtent bien à ce genre de mesures ; $\varphi = 180°$ pour laquelle E vient en P_1 (fig. 3) et $\varphi = 360°$ pour laquelle E revient en P.

Pour appliquer la méthode photographique de Bruhat et Pauthenier, nous remarquons que des variations égales de pression entraînent des déplacements égaux du point E sur le méridien (ou l'arc de cercle) qu'il décrit, car la biréfringence φ est fonction linéaire de la pression (cf § 8, fig. 6), et nous opérons donc de la façon suivante (pour $\varphi = 180°$ par exemple) :

On supprime le quart d'onde en faisant $i = 0$; on met les glazebrooks parallèles (A à 180° de P sur la sphère); on construit la courbe de noircissement en faisant varier l (distance du couteau à l'axe du levier) de quantités égales ; le minimum de lumière qui sort de l'analyseur correspond à l'arrivée de E sur l'équateur, donc à $\varphi = 180°$. Si le point P n'est pas exactement à 90° de Q (la vibration sortant du polariseur n'est pas exactement à 45° des lignes neutres de la silice comprimée) E, au lieu de décrire un méridien, décrit un arc de petit cercle de pôles QQ' (fig. 5); cependant le minimum de lumière, quand la pression varie, correspondra exactement à l'arrivée de E sur l'équateur, donc encore à $\varphi = 180°$.

Le minimum de la courbe de noircissement donne donc — avec seulement l'erreur du pointé photographique — la valeur l pour laquelle le poids rend la silice fondue demi-onde.

On opère de même pour $\varphi = 360°$ en se plaçant entre glazebrooks croisés.

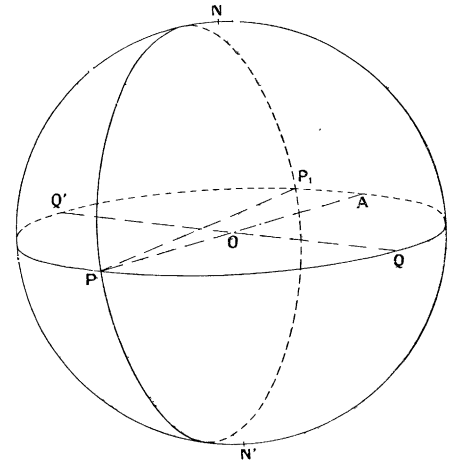


Fig. 5.

Précision obtenue. — Diverses mesures recommencées permettent d'affirmer $\frac{\pm 1}{100}$ sur les l, donc sur les pressions.

Mesures visuelles. — Une mesure est toujours la moyenne de 4 à 5 pointés, ce qui donne une approximation relative de $\frac{\pm 1}{150}$ environ sur φ.

En résumé nous avons, sur la biréfringence mesurée par l'une quelconque des méthodes, une erreur relative de l'ordre de $\pm \frac{1}{100}$; dans la première méthode les pressions sont toujours réalisées avec une précision relative supérieure au $\frac{1}{200}$.

Résultats des mesures.

8. **Silice n° I** (Quartz et silice fondus). — Ses dimensions mesurées au palmer sont : Epaisseur : 5 mm, 09 ; largeur : 10 mm, 20 : hauteur : 14 mm, 95.

Nous avons obtenu les résultats suivants, où les nombres soulignés sont ceux que

donne la deuxième méthode. Nous indiquons les valeurs brutes φ fonction de la *force F* s'exerçant sur la silice.

(La pression exercée est environ $2F$).

TABLEAU I.

λ EN Å	FORCE F en kg	BIRÉFRINGENCE φ en degrés	λ EN Å	FORCE F en kg	BIRÉFRINGENCE φ en degrés
5 780	26,90 41,4 55,8	60° 7′ 94° 9′ 128°20′	3 128	20,0 40,0 80,0 93,2	95°13′ 186° 1′ 363°58′ 424° 6′
5 461	26,9 41,4 55,8	65°54′ 99°35′ 136°14′	2 804	33,0	180° 0′
4 358	18,39 26,9 41,4 62,1 93,2	52°28′ 78°17′ 126°21′ 187°58′ 277° 6′	2 537	14,5 28,6 57,6	88°29′ 180° 0′ 360° 0′
3 657	18,39 49,0 93,2	65°57′ 182° 9′ 344°44′	2 400	25,4 52,3	180° 0′ 360° 0′

Ces résultats sont aussi représentés par les courbes de la figure 6 où les valeurs de F sont portées sur l'échelle inférieure des abcisses; l'échelle supérieure des abcisses représente la pression donnant à une lame de 1 cm d'épaisseur la biréfringence φ. Ces courbes sont des droites passant par l'origine : *la biréfringence est proportionnelle à la pression.* Nous donnons dans le tableau II leurs coefficients angulaires $\frac{\varphi}{F}$ en fonction de la longueur d'onde. En multipliant ces nombres $\frac{\varphi}{F}$ par la *largeur* du morceau de silice exprimée en cm, on obtient la biréfringence Φ d'une lame de 1 cm d'épaisseur comprimée sous une pression de 1 kg/cm². Cette valeur Φ est exprimée en degrés/kg.

TABLEAU II.

λ en angströms	5 780	5 461	4 358	3 657	3 128	2 804	2 537	2 400
$\frac{\varphi}{F}$ deg/kg	2,26	2,43	2,98	3,68	4,59	5,45	6,23	6,93
Φ deg-cm/kg	2,31	2,48	3,04	3,76	4,68	5,56	6,35	7,07
C en brewsters	3,79	3,83	3,75	3,90	4,15	4,42	4,56	4,81

Φ représente la biréfringence en degrés d'un bloc de 1 cm d'épaisseur comprimé sous 1 kg/cm².
C représente $10^{13}(n_0 - n_e)$, $n_0 - n_e$ étant la différence des indices pour une pression de une barye.

Dans la dernière ligne, pour nous conformer à l'usage établi en photoélasticité, nous avons porté la quantité $C = \frac{10^{13}\,\lambda\,\Phi}{360 \times 981}$ qui est égale à $10^{13}\,(n_0 - n_e)$ [n_0 et n_e étant les indices ordinaire et extraordinaire de la silice comprimée sous une pression de une baryе] C est ainsi exprimé en Brewsters (*).

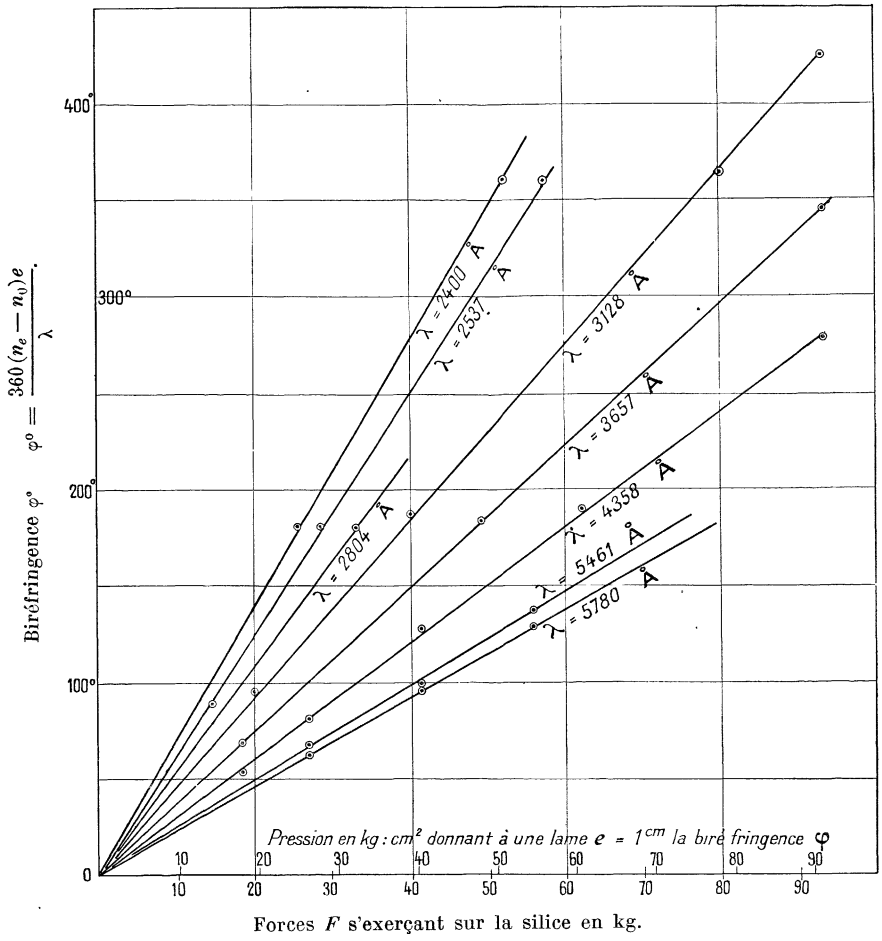


Fig. 6.

Les valeurs de C et Φ sont données avec une approximation relative d'environ $\frac{1}{100}$ et sont représentées par les courbes en traits pleins de la figure 7.

9. **Silice n° II** (Schmidt et Haensch). — Les dimensions mesurées au palmer sont : épaisseur 14 mm, 03 ; largeur 12 mm, 02 ; hauteur 4 mm, 99.

Cette silice est nettement moins bonne que la précédente ; sa biréfringence résiduelle est 2 ou 3 fois plus grande. Nous avons mesuré seulement la pression nécessaire pour lui donner la biréfringence $\varphi = 180°$. Nous nous contenterons de donner le tableau des

(*) Le Brewster est un retard d'un angstrom, par mm de substance traversée et comprimée sous une pression de 1 mégabarye.

valeurs Φ (biréfringence d'une lame d'épaisseur 1 cm pour une pression de 1 kg/cm²) et $C = 10^{13}(n_0 - n_e)$ (différence des indices pour une pression de une barye).

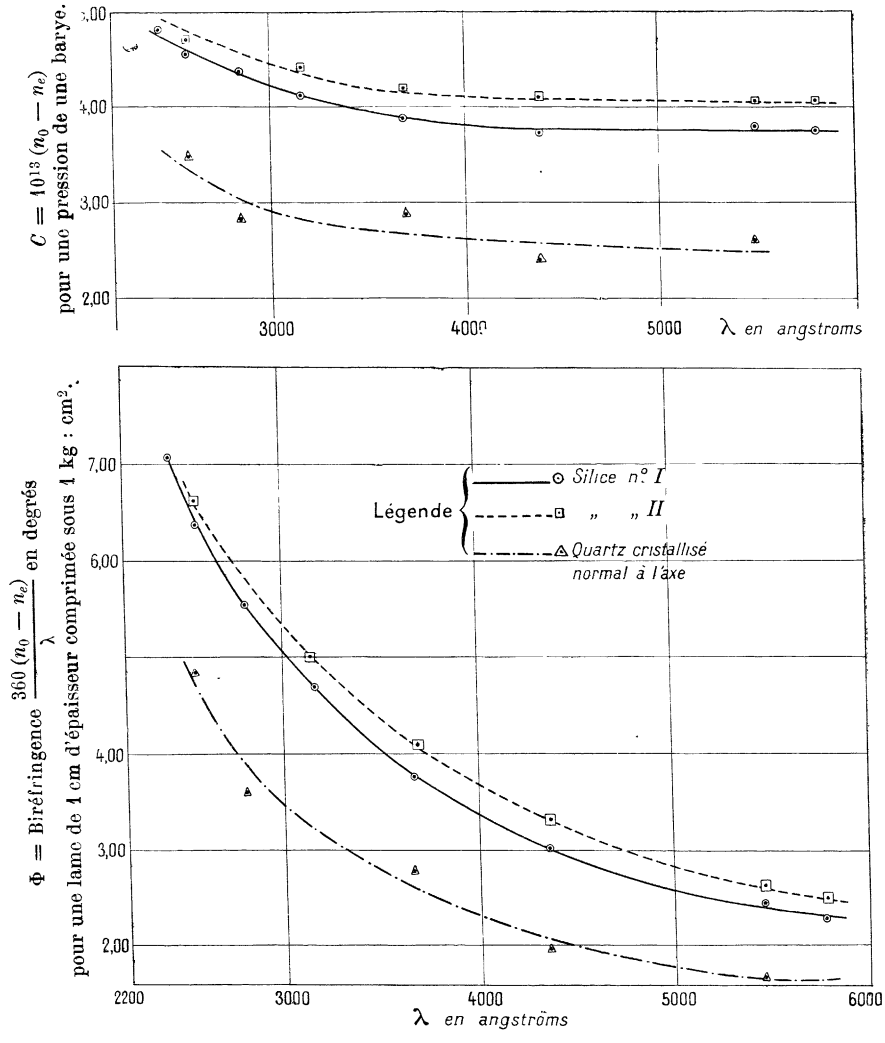


Fig. 7.

TABLEAU III.

λ en angströms	5 780	5 461	4 358	3 657	3 128	2 537
Φ deg-cm/kg	2,49	2,64	3,33	4,10	4,99	6,60
C en brewsters	4.08	4,09	4,11	4,25	4,42	4,74

Φ = biréfringence degré/kg d'un bloc d'un cm d'épaisseur.
$C = 10^{13}(n_0 - n_e)$; $n_0 - n_e$ = différence des indices pour une pression de une barye.

Les valeurs de Φ et C sont représentées par les courbes en pointillés de la figure 7.

Les deux silices I et II ne sont pas identiques, cependant leur dispersion de biréfringence dans l'ultra-violet est très comparable.

Il est à remarquer que les valeurs de C obtenues pour la silice I dans le spectre visible sont très voisines de celles données par Filon et Harris [1] qui vont de 3,52 à 3,64 pour $\lambda = 5780$ et de 3,70 à 3,82 pour 4358 et de celles obtenues par Heymans et Allis [8] qui se groupent vers 3,47.

10. **Comparaison avec la formule de Havelock.** — D'après la formule de Havelock nous devons avoir pour chacune des deux silices :

$$C = 10^{13}(n_0 - n_e) = K\frac{(n^2-1)^2}{n}$$

n étant l'indice de la substance non comprimée. Cet indice, pour chaque longueur d'onde, nous a été donné par les tables de Trommsdorff [9] et Gifford [10]. Nous avons vérifié, avec un réfractomètre d'Abbe, que nos deux échantillons possédaient les mêmes indices que ceux que donnent les tables pour le jaune, et que leur dispersion, dans le visible, était bien celle qu'elles indiquent.

Nous porterons dans le tableau IV les indices de la silice, et pour chaque échantillon les quantités $10^{13}\frac{n(n_0-n_e)}{(n^2-1)^2}$; pour chaque silice nous ferons la moyenne de ces quantités et nous ferons figurer aussi les écarts à cette moyenne.

TABLEAU IV.

	λ en angströms.....	5 780	5 461	4 358	3 657	3 128	2 804	2 537	2 400
	n indice de la silice fondue.	1,459	1,460	1,467	1,474	1,485	1,494	1,505	1,514
Silice I.	$10^{13}\frac{n(n_0-n_e)}{(n^2-1)^2}$.....	4,36	4,37	4,16	4,16	4,25	4,31	4,28	4,37
	Moyenne.....	4,29							
	Ecarts à la moyenne..	+0,07	+0,08	−0,13	−0,13	−0,04	+0,05	−0,01	+0,08
Silice II.	$10^{13}\frac{n(n_0-n_e)}{(n^2-1)^2}$.....	4,67	4,66	4,55	4,54	4,52		4,45	
	Moyenne.....	4,56							
	Ecarts à la moyenne..	+0,11	+0,10	−0,01	−0,02	−0,04		−0,11	

(8) P. HEYMANS et W.-P. ALLIS, *Journal Math. et Phys. Inst. Massachussetts*, 2 (1923), p. 216.
(9) H. TROMMSDORFF, *Physikal. Zeitsch.*, 2 (1900-1901), p. 576.
(10) GIFFORD et SHENSTONE, *Proceed. of Roy. Soc. of London*, 73 (1904), p. 201.

Les biréfringences observées présentent par rapport à celles que fournit la formule de Havelock des écarts qui peuvent atteindre 2 à 3 pour 100. Il nous semble difficile d'attribuer ces écarts à des erreurs d'expériences; il serait peut-être imprudent d'affirmer leur réalité sans avoir mesuré les indices sur les échantillons mêmes de silice employés aux mesures de biréfringence; il faut pourtant remarquer qu'une variation de 2 pour 100 de la constante d'Havelock correspond à une variation d'indice de plusieurs unités de la troisième décimale, et que la concordance parfaite de nos mesures dans le spectre visible avec celles d'autres auteurs rendent de tels écarts bien improbables.

Nous pensons devoir tirer de nos mesures la conclusion que la formule de Havelock n'est qu'une première approximation. C'est aussi ce qu'ont trouvé Reeb ([11]) pour la biréfringence par déformation de lames de gélatines et Szivessy et Dierkesmann ([12]) pour la biréfringence électrique de divers liquides dans l'ultra-violet : ces derniers auteurs ont même observé des écarts allant jusqu'à 10 pour 100. La formule de Havelock n'en présente pas moins un intérêt certain en permettant de prévoir la grandeur de la dispersion de la biréfringence d'après celle de la dispersion de réfraction.

C'est ainsi que pour les liquides étudiés par Szivessy, le rapport des retards C pour $\lambda = 3128$ Å et $\lambda = 5780$ Å a varié de 1,10 à 1,36, tandis que pour la silice il n'est que de 1,09 : ces différences de l'ordre de 20 pour 100 sont prévues à quelques centièmes près par la formule de Havelock.

Quartz cristallisé.

L'étude de la biréfringence du quartz perpendiculaire à l'axe, comprimé normalement à cet axe, se complique de l'existence de la rotation.

11. Cas d'une seule lame. Etude théorique. — Représentons l'effet qu'elle produit sur une vibration sur la sphère de Poincaré. Nous n'explicitons pas les constructions analogues à celles indiquées à propos de l'étude du quart d'onde ([4]). On compose une rotation $\overrightarrow{2\rho}$ (fig. 8) indépendante de la pression (pour une longueur d'onde donnée) avec une biréfringence $\overrightarrow{\varphi}$, de direction fixe OH mais dont la grandeur varie à la fois avec la pression et la longueur d'onde.

La lame comprimée possède deux ellipses privilégiées représentées par les extrémités du diamètre QOQ'; son effet, sur une vibration quelconque, est une rotation $2x = \sqrt{\varphi^2 + 4\rho^2}$ autour de Q'Q; et l'on a

$$\operatorname{tg} \widehat{HOQ} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\rho}{\varphi}.$$

Si l'on place la vibration P sortant du polariseur (fig. 9) à 45° de l'azimut H de Q (ce qui correspond sur l'équateur à un arc $\widehat{PH} = 90°$), la lame comprimée transforme P, par une rotation $2x$ autour de Q'Q, en une vibration M située sur le grand cercle d'axe Q'Q. Appelons M_0 le pied du méridien de M sur l'équateur, et posons $\widehat{M_0M} = 2\psi$ et $\widehat{PM_0} = 2\theta$. On a immédiatement les formules de trigonométrie sphérique

$$\operatorname{tg} 2\theta = \sin \alpha \operatorname{tg} 2x,$$
$$\sin 2\psi = \cos \alpha \sin 2x,$$

d'où l'on tire

$$\operatorname{tg} 2\theta = 2\rho \frac{\operatorname{tg} 2x}{2x}$$

$$\sin 2\psi = \varphi \frac{\sin 2x}{2x} = \varphi \frac{\sin \sqrt{\varphi^2 + 4\rho^2}}{\sqrt{\varphi^2 + 4\rho^2}}.$$

([11]) O. Reeb, *Ann. der Phys.*, **71** (1923), p. 427.
([12]) G. Szivessy et A. Dierkesmann, *Ann. der Phys.*, **3** (1929), p. 507.

Comme la rotation ρ est connue, cette dernière formule permet, comme nous le verrons tout à l'heure, de déduire la biréfringence φ de la lame de la mesure de ψ.

Le problème consiste donc à pointer une vibration elliptique M d'axes inconnus. Comme nous le montrerons dans un autre mémoire, les méthodes photographiques se prêtent assez facilement à la résolution de ce problème; il exige pourtant un nombre d'opérations plus grand que celui de l'analyse d'une vibration elliptique d'axes connus.

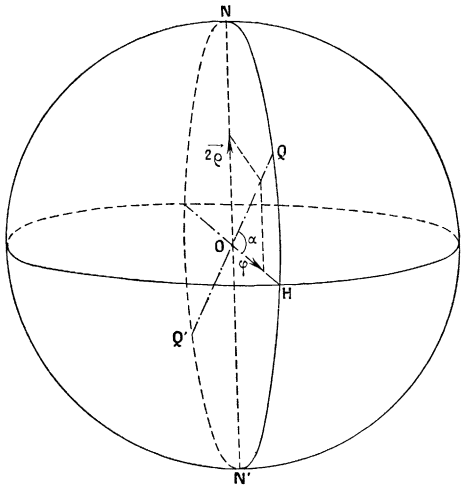


Fig. 8.

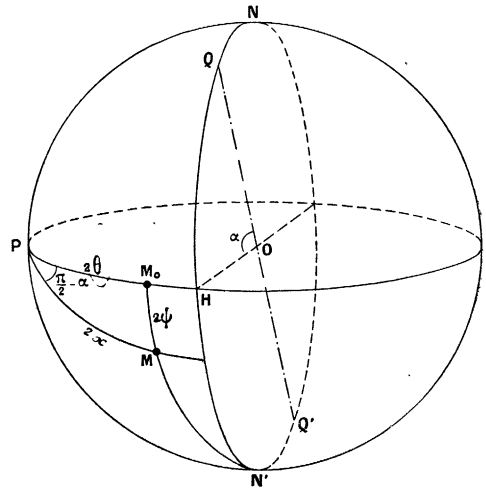


Fig. 9.

D'autre part les calculs, que nous ne développerons pas ici, montrent qu'un déplacement β du polariseur P, par rapport à l'azimut H de compression, entraîne une variation $\Delta\psi$ de l'ellipticité qui est du premier ordre par rapport à β. Or l'azimut de compression H n'est déterminé par aucune propriété optique; il n'est pas possible de mettre, avec précision, le polariseur à 45° de cet azimut; on ne peut pas garantir que l'arc $\widehat{PH}$ de la sphère ne diffère pas de $\frac{\pi}{2}$ de plusieurs degrés. Dans ces conditions l'emploi de la formule

$$\sin 2\psi = \varphi \frac{\sin 2x}{2x}$$

peut entraîner, pour certaines valeurs de x, une erreur sur φ supérieure à 10 pour 100.

Deux lames, droite et gauche, accolées.

12. **Théorie du système.** — Au lieu d'employer la méthode précédente, nous avons préféré compenser la rotation de la première lame par celle d'une seconde lame d'égale épaisseur mais de rotation opposée.

La théorie du système, quand il est comprimé, est identique à celle que nous avons faite pour deux lames travaillant obliquement sur le faisceau ([4]). La cause de biréfringence $\vec{\varphi}$ seule diffère, et la rotation $\vec{\rho}$ d'une lame est indépendante de la pression pour une longueur d'onde donnée.

Les deux lames produisent deux rotations $2x = \sqrt{\varphi^2 + 4\rho^2}$ (fig. 10) autour des points B_1 et B_2; l'effet de tout le système, sur une vibration quelconque, est une rotation $4y$ autour de ses lignes neutres $Q_0Q'_0$.

En prenant les mêmes notations que pour le système compensateur quart d'onde, [à savoir : $\widehat{HQ_0} = 2\omega$; $\widehat{B_1OH} = \alpha$; l'angle sphérique $\widehat{Q_0B_1H} = x = \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi^2}{4}}$; l'angle sphérique $\widehat{B_1Q_0B'_1} = 4y$] on a les formules :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\rho}{\varphi}$$

$$\operatorname{tg} 2\omega = \sin \alpha \operatorname{tg} x \qquad \sin 2\omega = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} y$$
$$\sin y = \sin x \cos \alpha \qquad \cos x = \cos 2\omega \cos y$$

d'où l'on tire :

$$\sin y = \frac{\varphi}{2} \frac{\sin x}{x} = \frac{\varphi}{2} \frac{\sin \sqrt{\frac{\varphi^2}{4} + \rho^2}}{\sqrt{\frac{\varphi^2}{4} + \rho^2}}. \tag{1}$$

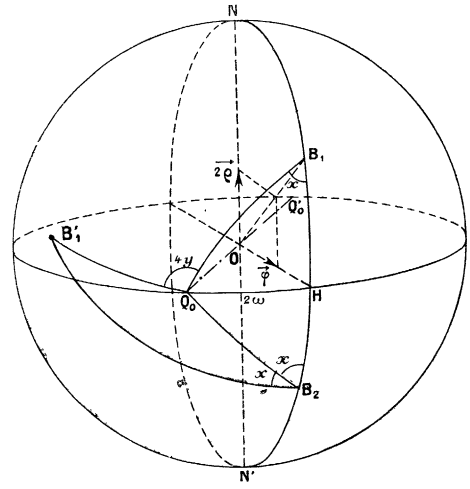


Fig. 10.

Pour chaque longueur d'onde, ρ peut être mesuré directement ; pour chaque pression on mesurera $4y$ et la formule (1) permettra de calculer la biréfringence φ d'une lame par approximations successives en mettant son expression sous la forme :

$$\varphi = 2 \sin y \frac{x}{\sin x},$$

calcul assez rapide car $\frac{x}{\sin x}$ varie peu quand φ varie.

13. Objets étudiés. — Les deux lames, taillées normalement à l'axe, viennent de chez Jobin et Yvon ; leurs dimensions mesurées au palmer sont les suivantes :

D	Epaisseur.....	2,02 mm	G	Epaisseur.....	2,02 mm
	Largeur	9,95 mm		Largeur	10,10 mm
	Hauteur	13,99 mm		Hauteur	14,07 mm

14. **Mise en place sous la presse** (fig. 11). — Pour obtenir une égale répartition des pressions entre les deux lames, bien qu'elles n'aient pas exactement la même hauteur, nous intercalons des couches de plomb de 2 mm au-dessous et de 1 mm, 5 au-dessus des lames. Après quelques heures de pression à 100 kg/cm² chaque morceau de quartz a fait son empreinte dans le plomb. Cependant dans un premier essai le plomb avait coulé entre les lames et, faisant coin, les avait écartées légèrement l'une de l'autre. Nous avons paré à cet inconvénient en intercalant, entre le plomb et les lames de quartz, une très mince feuille d'aluminium (fig. 11); on évite ainsi que les lames ne se séparent avant d'avoir pris leur place dans le plomb. Pour donner plus de rigidité à l'ensemble, les deux lames sont collées, sur leur côté, par deux gouttes d'arcanson.

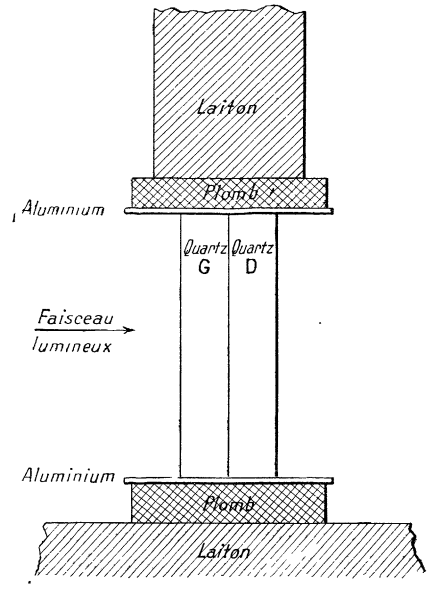


Fig. 11.

La mise en place des lames normalement au faisceau lumineux et le réglage de tout le montage se font exactement comme pour la silice fondue (§ 5).

15. **Qualité optique des quartz.** — Si, en lumière verte et entre deux glazebrooks croisés, on met au point sur les lames, la plage apparaît, quand on ne comprime pas, très obscure et très uniforme, ce qui montre que le quartz est bien homogène et que les axes optiques sont bien parallèles aux rayons lumineux.

Si l'on comprime et que l'on pointe l'ellipse rabattue par la méthode que nous indiquerons plus loin, l'extinction est moins nette; cependant elle est bien meilleure que pour le quartz fondu. On voit encore la grosse frange floue indiquant certainement les lignes d'équi-compression.

16. **Exécution des mesures.** — Les pointés photographiques se font encore ici par la méthode de Bruhat et Pauthenier.

Le compensateur étant à l'incidence nulle, et le quartz n'étant pas comprimé, on croise les glazebrooks. On comprime et l'on place la vibration P sortant du polariseur en

coïncidence avec la ligne neutre Q_0 (ou Q'_0) du système comprimé (cette opération se réalise en déplaçant P et A simultanément). On tourne le polariseur de 45° (P se déplace de 90° sur l'équateur de la sphère) ainsi que l'analyseur. On supprime la pression; on place le compensateur à l'incidence i qui le rend quart d'onde et l'on fait coïncider une de ses lignes neutres, B, avec P. On remet la même pression; le point P est transformé en une vibration elliptique E, située sur le méridien de P, que le quart d'onde rabat sur l'équateur. On mesure ainsi $4y$ et on en déduit φ.

En fait, pour l'élimination des erreurs de réglages et des erreurs provenant du compensateur, nous employons encore la méthode de Stokes, c'est à-dire que nous répétons la mesure après avoir tourné le quart d'onde de 90°; la valeur admise pour $4\,y$ est la moyenne des deux valeurs ainsi déterminées.

Nous avons ainsi un point de la droite φ fonction de la pression et, en même temps, nous pouvons calculer le $2\,\omega$ correspondant par la formule

$$\operatorname{tg} 2\,\omega = \frac{\rho}{x} \operatorname{tg} x.$$

Pour la même longueur d'onde, quand on change la pression, le point Q_0 se déplace; il faut donc déplacer P. Mais nous savons déjà qu'une erreur sur la position de P n'entraîne que des erreurs du second ordre sur $4\,y$. Il suffira donc de calculer la nouvelle valeur 2ω, par la même formule mais en donnant à φ la valeur très approchée que nous pouvons prévoir connaissant déjà un point de la droite φ fonction de la pression. On déplacera P de la différence entre les deux valeurs de $2\,\omega$.

Les rotations ρ ont été mesurées directement par rotation de l'analyseur (le quart d'onde étant enlevé) pour la lame droite. En lumière verte du mercure la lame gauche présente une rotation supérieure de $\frac{1}{1000}$ en valeur relative à la lame droite. Nous avons touours pris la valeur moyenne des deux rotations.

17. **Précision des mesures.** — Dans les mesures photographiques de $4\,y$ nous avons des pointés meilleurs que dans le cas du quartz amorphe, la définition polarimétrique du faisceau sortant du système étant meilleure.

En répétant plusieurs fois la même mesure on se rend compte que l'erreur possible sur un pointé photographique est en moyenne de $\pm\,10'$. Comme $4\,y$ est la différence entre deux déterminations nous aurons donc des erreurs de $\pm\,20'$ environ.

Dans les mesures visuelles, résultats de 4 à 5 pointés, on peut estimer les erreurs moyennes sur $4\,y$ à $\pm\,20'$ pour le vert et $\pm\,40'$ dans le violet.

Nous indiquerons les erreurs correspondantes sur φ dans le tableau des résultats.

Sur la mesure de ρ nous pouvons affirmer que l'erreur absolue est inférieure à 2 ou 3 minutes.

En dehors des erreurs de pointés il faut envisager les erreurs de réglages qui font que l'on mesure autre chose que les quantités cherchées. Nous retrouvons ici les mêmes erreurs que pour la silice amorphe; elles entraînent des erreurs négligeables par rapport à celles qui proviennent des pointés. Il faut ajouter cependant l'erreur qui peut provenir d'une inégale répartition des pressions entre les deux lames; c'est cette erreur qui est la plus à craindre.

La pression moyenne est nécessairement celle qui est calculée d'après la valeur et la position du poids; si l'on désigne par φ la biréfringence que produirait cette pression moyenne, les biréfringences des deux lames sont $\varphi + d\varphi$ et $\varphi - d\varphi$. Il est facile de se rendre compte que cette inégalité a pour effet de remplacer les vibrations rectilignes privilégiées $Q_0Q'_0$ de l'ensemble des deux lames par des vibrations elliptiques privilégiées QQ' (fig. 12), dont les azimuts ne diffèrent de ceux de $Q_0Q'_0$ que de quantités qui sont du second ordre

par rapport à $d\varphi$, mais dont l'ellipticité 2ε ($Q_0Q = 2\varepsilon$) est de l'ordre de grandeur de $d\varphi$ ou plus précisément de l'ordre de $d\varphi/4 \sin\rho$.

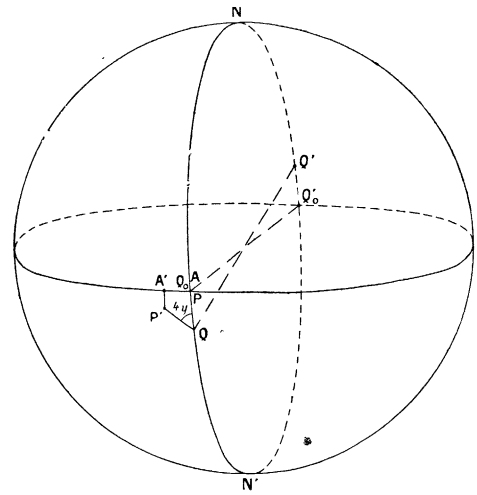


Fig. 12.

La rotation résultante $4y$ est modifiée de quantités qui sont du second ordre par rapport à $d\varphi$ ou à ε, et la mesure même de cette rotation par la méthode de Stokes n'est affectée, du fait de l'existence de l'angle de QQ' avec $Q_0Q'_0$, que de quantités du second ordre. Les mesures effectuées et les formules employées au calcul de φ donnent donc la biréfringence moyenne φ avec une erreur qui est certainement du second ordre par rapport à $d\varphi$ et à ε.

Il nous a paru toutefois nécessaire de vérifier que ces angles étaient assez petits pour que les erreurs correspondantes soient négligeables. Pour cela, nous avons mesuré les ellipticités 2ε des vibrations privilégiées : lorsqu'on pointe les lignes neutres des quartz comprimés, on amène en réalité les glazebrooks croisés aux positions que représente le point Q_0 de la sphère de Poincaré (fig. 12). Dans ces conditions la vibration qui sort des quartz comprimés n'est plus représentée par le point P, mais par le point P' déduit de P par la rotation $4y$ autour de QQ'. Si l'on pointe P' en tournant l'analyseur seul, on amène A en A' pied du méridien de P'. En assimilant les petits triangles sphériques à des triangles plans on a

$$Q_0Q = \frac{\widehat{AA'}}{\sin 4y}.$$

On a ainsi trouvé que pour des pressions de 80 kg/cm² et $\lambda = 2\,537$ Å, Q_0Q était de l'ordre de 2°, ce qui correspond à une inégalité $\frac{d\varphi}{\varphi}$ de l'ordre de 7 pour 100 qui permet bien de négliger les erreurs du second ordre qu'elle entraîne.

18. **Résultats des mesures.** — Nous donnerons d'abord le tableau des rotations ρ des lames de quartz.

TABLEAU V.

λ en angströms.....	5 461	4 358	3 657	2 804	2 537
ρ en degrés.....	51°,30	83°,61	123°,65	231°,65	297°,95

Dans le calcul de φ par la formule

$$\sin y = \frac{\varphi}{2} \frac{\sin x}{x}$$

nous avons poussé le calcul d'approximation jusqu'à obtention de deux valeurs de φ différant en valeur relative de moins de $\frac{1}{1000}$.

Nous donnons dans le tableau VI les résultats bruts $4\,y$ et φ fonction de la *force F* s'exerçant sur l'ensemble des deux morceaux de quartz.

Dans la dernière colonne nous indiquons l'erreur qu'entraîne sur φ une erreur de pointé de $\pm$ 20′ sur $4\,y$ pour toutes les longueurs d'onde sauf pour λ = 4358 pour laquelle nous prenons $\pm$ 40′.

TABLEAU VI.

λ EN Å	FORCE en kg	$4y$ en degrés et min.	φ en degrés et min.	$\Delta\varphi$ en degrés
5 461	17,9 33,0 62,1	29°40′ 48°39′ 90°29′	17° 2′ 28° 0′ 52°27′	0°, 2 0°, 2 0°, 1
4 358	41,4 62,1 82,7	54°55′ 81° 4′ 102° 0′	40°58′ 61°45′ 79°50′	0°, 5 0°, 5 0°, 6
3 657	62,1 82,7	58° 5′ 67°55′	87°15′ 116° 0′	0°, 8 1°, 5
2 804	41.4 82,7	30° 8′ 62°32′	75°24′ 146°58′	0°, 8 0°, 8
2 537	41,4 82,7	32°32′ 52°33′	101° 3′ 198°30′	0°, 9 2 à 3°

Ce tableau est aussi représenté par les droites de la figure 13 ; l'échelle inférieure des abscisses indique la *force F* s'exerçant sur l'ensemble des deux morceaux de quartz ; on a porté sur l'échelle supérieure des abscisses la *pression* en kg/cm² qui donne à une lame de 1 cm d'épaisseur la biréfringence φ. (Il se trouve que cette pression est exactement la moitié de *F* car la largeur moyenne des lames est de 1 cm au 1/5000 près).

Ces courbes permettent d'établir le tableau des coefficients angulaires Φ (tableau VII) qui représentent la biréfringence d'une lame de 1 cm d'épaisseur comprimée sous

une pression de 1 kg/cm². *Cette valeur* Φ, *exprimée en degrés/kg, est connue environ au* $\frac{1}{100}$.

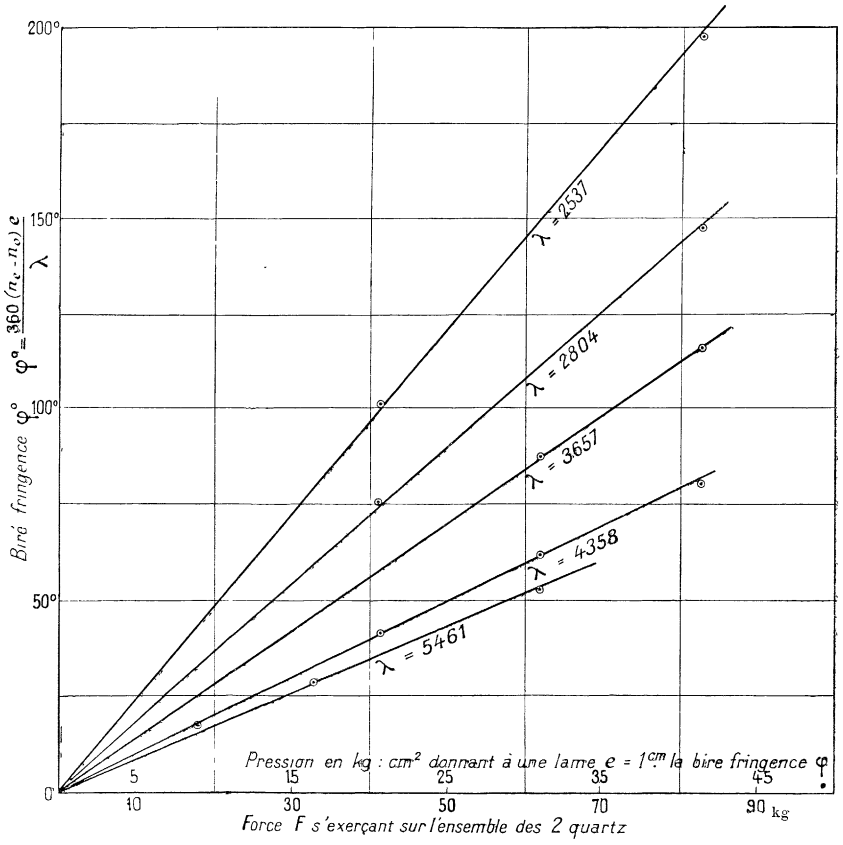


Fig. 13.

Nous donnons aussi dans le tableau VII les quantités $C = 10^{13}\,\frac{\lambda\,\Phi}{360 \times 981}$ qui représentent les valeurs $10^{13}\,(n_o - n_e)$ [n_e et n_o étant les indices relatifs aux vibrations parallèles à la direction de compression et à la direction normale dans le plan d'onde pour une pression de une barye].

Ce tableau est représenté par les courbes en traits mixtes de la figure 7.

Les résultats sont moins satisfaisants que pour la silice fondue; les points présentent, par rapport à la courbe moyenne, des écarts de 5 à 6 pour 100 qui ne s'expliquent pas par les erreurs d'expériences.

Quoique ces mesures soient destinées à être reprises, nous avons préféré donner dès maintenant ces résultats qui permettent une première comparaison des biréfringences par compression de la silice amorphe et du quartz cristallisé. Celle de la silice amorphe est supérieure d'environ 40 pour 100 à celle du quartz cristallisé et les courbes de dispersion présentent une marche analogue.

En extrapolant les courbes de la figure 7 relatives au quartz nous pouvons prévoir pour la raie jaune du sodium une valeur $\Phi = 1°,64$ environ; ce résultat est bien du même ordre de grandeur que ceux de Beaulard (²) et Dongier (³); le premier donne pour les deux

échantillons qu'il a étudiés les valeurs $\Phi = 1°,44$ et $\Phi = 1°,62$; les nombres du second, pour le quartz normal à l'axe, se groupent autour de $\Phi = 1°,50$.

TABLEAU VII.

λ en angströms.....	5 461	4 358	3 657	2 804	2 537
Φ degrés-cm/kg.....	1,71	1,96	2,80	3,58	4,84
C en brewters.....	2,64	2,43	2,90	2,84	3,48

Φ représente la biréfringence en degrés d'un bloc de 1 cm d'épaisseur comprimé sous 1 kg/cm².
C représente $10^{13}(n_0 - n_e)$, $n_0 - n_e$ étant la différence des indices pour une pression de une barye.

19. **Signes de la silice et du quartz comprimés.** — Notre montage nous donnait, en même temps que le rapport de leurs axes, le sens des ellipses sortant des différents échantillons que nous avons comprimés; le compensateur constitué par un quartz oblique a en effet l'avantage que l'on sait quelle est la vibration qui y est retardée; nous avons d'ailleurs comparé directement le sens de la biréfringence à celui que donne un bloc de crown comprimé : pour les deux morceaux de silice fondue, pour le quartz cristallisé, ainsi que pour le bloc de verre, nous avons trouvé que les corps étaient négatifs, c'est-à-dire $n_e - n_0 < 0$; la vibration parallèle à la direction de compression est avancée.

20. **Conclusion et Résumé.** — Nous avons mesuré la biréfringence par compression entre 6 000 Å et 2 400 Å de deux échantillons de silice fondue, et de l'ensemble de deux lames de quartz cristallisé. Tous ces objets deviennent négatifs, c'est-à-dire que la vibration parallèle à la direction de compression est avancée. Nous avons trouvé, pour des pressions allant de 30 kg à 200 kg par cm² que la biréfringence est proportionnelle à la pression pour une longueur d'onde donnée.

Les divers échantillons de silice amorphe ne donnent pas exactement la même biréfringence, mais tous donnent une biréfringence supérieure d'environ 40 pour 100 à celle du quartz cristallisé.

Pour une même pression l'ellipticité obtenue est naturellement beaucoup plus grande dans l'ultra-violet que dans le spectre visible : pour la silice amorphe, comme pour le quartz cristallisé elle est environ 3 fois plus grande vers 2 500 Å qu'elle ne l'est dans le jaune; la variation correspondante de la différence $n_0 - n_e$ des indices n'est pourtant que de l'ordre de 20 pour 100. *L'ordre de grandeur* de cette variation est correctement prévu par la formule de Havelock, mais la courbe de dispersion ne semble pas coïncider exactement avec celle que prévoit cette formule, les écarts étant de l'ordre de 2 à 3 pour 100.

Manuscrit reçu le 13 novembre 1931.