



HAL
open science

RAYONNEMENT ACOUSTIQUE D'UNE COQUE CYLINDRIQUE INFINIE PÉRIODIQUEMENT RAIDIE, IMMERGÉE DANS UN FLUIDE LOURD ET SUBISSANT DES CONTRAINTES LOCALISÉES

P.-O. Mattei

► **To cite this version:**

P.-O. Mattei. RAYONNEMENT ACOUSTIQUE D'UNE COQUE CYLINDRIQUE INFINIE PÉRIODIQUEMENT RAIDIE, IMMERGÉE DANS UN FLUIDE LOURD ET SUBISSANT DES CONTRAINTES LOCALISÉES. *Journal de Physique Colloques*, 1990, 51 (C2), pp.C2-403-C2-406. 10.1051/jphyscol:1990295 . jpa-00230718

HAL Id: jpa-00230718

<https://hal.science/jpa-00230718>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

RAYONNEMENT ACOUSTIQUE D'UNE COQUE CYLINDRIQUE INFINIE PÉRIODIQUEMENT RAIDIE, IMMERGÉE DANS UN FLUIDE LOURD ET SUBISSANT DES CONTRAINTES LOCALISÉES

P.-O. MATTEI

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, CNRS, 31 Chemin Joseph-Aiguier, F-13402 Marseille Cedex 9, France

Resumé - Le champ de déplacement de la coque infinie contrainte est solution d'un système d'équations aux dérivées partielles à coefficients non constants. Il est décrit par sa représentation de Green qui utilise le noyau de la coque infinie raidie et couplée avec le fluide. Des exemples numérique du rayonnement acoustique en champ lointain de la coque non contrainte, raidie et couplée avec le fluide sont présentés.

Abstract - The displacement of the infinite strain shell is solution of a system of partial differential equations with non-constants coefficients. The displacement is described by its Green's representation, involving the infinite fluid-loaded stiffened shell kernel. Numerical examples of the far field sound radiation of an infinite stiffened fluid-loaded shell are presented.

1 - INTRODUCTION

Une coque mince de longueur infinie, cylindrique, périodiquement raidie par des anneaux identiques est immergée dans un fluide lourd, parfait et qui s'étend à l'infini. L'intérieur contient un fluide suffisamment léger pour que son influence puisse être négligée. La coque est soumise à deux contraintes qui s'exercent sur son pourtour de part et d'autre de l'origine. Elle est excitée harmoniquement.

Le système de coordonnées utilisé pour décrire le mouvement de la coque est le système de coordonnées cylindriques (figure 1), modifié de manière à tenir compte des caractéristiques géométriques du modèle "coque mince" /1-2/. Par rapport au système de coordonnées cylindrique usuel (r, φ, z) , les modifications sont telles que :

$$x_1 = z/R ; x_2 = \varphi ; x_3 = r/R.$$

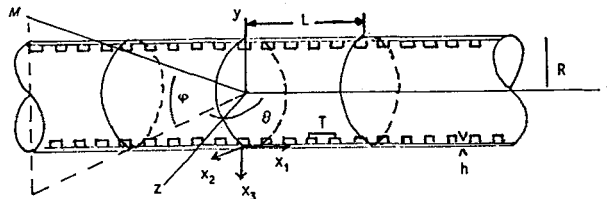


Figure 1 : géométrie du problème

Le comportement de la coque en régime dynamique est décrit par l'opérateur de Donnell /1/. Pour la consistance du problème, l'opérateur des anneaux vibrants est établi avec un ordre d'approximation identique à celui de la coque /2/.

Pour prendre en compte l'effet des contraintes imposées à la coque, la représentation de Green de chaque composante est utilisée. Elle se développe comme suit :

Soit à résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} \mathcal{O} u = F & \text{dans } \sigma \\ \text{Conditions aux limites en } \partial\sigma \end{cases} \quad (1)$$

où \mathcal{O} est un opérateur différentiel, F le terme source, u le déplacement, σ est la surface de la coque et $\partial\sigma$ représente l'ensemble des points d'application des contraintes.

Soit \mathcal{E} , la solution élémentaire de l'équation considérée, elle est définie comme la solution de $\mathcal{O} \mathcal{E} = \delta$ avec δ , mesure de Dirac placée à l'origine. Le noyau élémentaire à droite $\mathcal{K}(M, P)$ est défini comme la solution de $\mathcal{O} \mathcal{K} = \delta_P$, avec δ_P , mesure de Dirac au point P . Le noyau de Green de la coque infinie, est défini, lorsqu'il existe, comme le noyau élémentaire qui vérifie la condition de conservation de l'énergie (condition de Sommerfeld par exemple).

Comme par hypothèse, le déplacement u est discontinu, la première équation de (1) s'écrit, au sens des distributions $\mathcal{O}u = (\mathcal{O}u) + S$ où S sont des sources localisées aux points de discontinuité de u . Le terme entre parenthèse est l'application "au sens classique" de \mathcal{O} à u /5/. La représentation de Green de u est telle : $u(P) = \langle \mathcal{K}(M,P), \mathcal{F}(M) \rangle + \langle \mathcal{K}(M,P), S(M) \rangle$; où $\langle \cdot, \cdot \rangle$ représente le produit de dualité. L'écriture de conditions aux limites pour u permet de calculer les fonctions qui définissent les sauts.

Si l'opérateur \mathcal{O} n'est pas à coefficients constants, le produit de dualité n'est plus un simple produit de convolution. Cependant, pour calculer le déplacement de la coque infinie sous contraintes, le déplacement de la coque infinie est toujours utilisé. Le noyau élémentaire à droite assure l'existence de la solution /5/. L'unicité de la solution est garantie par les conditions aux limites pour u .

Le paragraphe 2 traite de la mise en équations du problème. Au paragraphe 3, le calcul du noyau de Green de la coque infinie raidie est effectué. Le paragraphe 4 présente des exemples numériques. L'expression du champ de déplacement de la coque infinie subissant des contraintes localisées, périodiquement raidie et couplée au fluide est donnée paragraphe 5.

2 - MISE EN EQUATIONS DU PROBLEME

On considère une surface cylindrique σ , de rayon R , définie dans le repère (x_1, x_2, x_3) par : $-\infty < x_1 < +\infty ; 0 \leq x_2 < 2\pi ; x_3 = 1$

La coque, de rayon R , d'épaisseur h occupe la surface σ . Les contraintes sont localisées en $-L/R < x_1 < +L/R$ et agissent sur tout le pourtour de la coque. Le type de contrainte est quelconque. Un fluide parfait qui s'étend à l'infini occupe l'extérieur Ω du cylindre σ . Les raidisseurs, de période d'espacement T , sont rigidement liés à la coque. Les points d'ancrages des raidisseurs sont désignés par $x_{1n} = nT$, n variant de $-\infty$ à $+\infty$. Soient $\bar{u}(x_1, x_2)$ le déplacement de la coque et $\bar{v}_n(x_2)$, celui du $n^{\text{ème}}$ anneau. La pression rayonnée par la coque est désignée par p . L'excitation est une force, représentée par la distribution $\bar{F} = (-F_{x_1}, -F_{x_2}, F_{x_3})$. $\bar{\mathcal{K}}$ est l'opérateur des coques et $\bar{\mathcal{A}}$, l'opérateur des anneaux.

L'influence du fluide sur le mouvement de la coque s'exprime par l'intermédiaire de la représentation de Green de la pression acoustique rayonnée. La condition de continuité des vitesses normales de la coque et du fluide permet de relier la pression au déplacement normal. La forme la plus simple du noyau intégral qui représente le couplage semble être une série de Fourier par rapport à la variable angulaire. Chacun des coefficients de cette série s'exprime par une intégrale de Fourier /3-4/.

Pour prendre en compte l'effet des raidisseurs sur la coque, on écrit que chaque anneau exerce sur la coque une force de composantes normale, tangentielle et parallèle à l'axe de la coque non nulles. Par utilisation de l'opérateur des anneaux, les composantes de cette force sont reliées au champ de déplacement de l'anneau. D'autre part, les anneaux sont supposés rigidement liés à la coque. En chaque point d'ancrage, on écrit la continuité des déplacements.

Chacune des composantes du déplacement de la coque, développée en série de Fourier par rapport à la variable angulaire, est alors solution d'une équation intégrodifférentielle par rapport à la variable axiale. Les équations du problème sont :

$$\left\{ \begin{array}{ll} D \bar{\mathcal{C}} \bar{u} = \bar{F} - \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \bar{\mathcal{A}} \bar{v}_n \delta_{nT}(x_1) - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \text{Trp} \end{pmatrix} & \text{sur } \sigma \\ (\Delta + k^2)p = 0 & \text{dans } \Omega \\ \text{Tr } \partial_{x_3} p = \omega^2 \mu_0 u_3 & \text{sur } \sigma \\ \bar{v}_n(x_2) = \bar{u}(nT, x_2) & \forall n \in]-\infty, \infty[\end{array} \right.$$

où $D = \frac{E h}{(1-\nu^2)R^2}$ est la rigidité de la coque à la flexion. On peut montrer /6/ que le champ

de déplacement \bar{u} de la coque infinie, raidie, couplée, sous contraintes satisfait l'équation intégrodifférentielle suivante :

$$(D \bar{\mathcal{C}} + \bar{\mathcal{A}}) \bar{u}(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \bar{\mathcal{A}} \bar{u}(nT, x_2; x'_1, x'_2) \delta_{nT}(x_1) = \bar{F}(x_1, x_2; x'_1, x'_2) - \bar{S}^+ + \bar{S}^- \quad (2)$$

où $\bar{\mathcal{A}}$ est un opérateur matriciel, qui représente le couplage, de composantes : $\mathcal{A}_i^j = 0$ si $\begin{pmatrix} j \\ i \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathcal{A}_3^3 = \omega^2 \mu_0 \int_{\sigma} G(M,P) \cdot (P) dP$ les sauts \bar{S}^{\pm} se calculent par une formule de sauts qui s'établit de façon classique /3-5-6/.

3 - TENSEUR DE GREEN DE LA COQUE RAIDIE COUPLEE AVEC LE FLUIDE

Le tenseur de Green $\bar{\bar{G}}$ de la coque indéfinie, raidie et couplée avec le fluide est la solution de :

$$(D \bar{C} + \bar{\bar{K}}) \bar{\bar{G}}(x_1, x_2; x'_1, x'_2) + \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \bar{\bar{K}} \bar{\bar{G}}(nT, x_2; x'_1, x'_2) \delta_{nT}(x_1) = \bar{J}(\delta_{x'_1}(x_1) \otimes \delta_{x'_2}(x_2)) \quad (3)$$

où \bar{J} est le tenseur identité et \otimes désigne le produit tensoriel usuel. La solution de (3), du fait de la géométrie du problème est de toute évidence périodique par rapport à la variable angulaire x_2 , elle est cherchée sous forme d'une série de Fourier :

$$\bar{\bar{G}}(x_1, x_2; x'_1, x'_2) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \bar{\bar{G}}_m(x_1; x'_1) e^{im(x_2 - x'_2)}$$

$\bar{\bar{G}}_m$ sont les coefficients de Fourier du tenseur de Green et sont solutions d'une équation de la forme suivante :

$$(D \bar{C}_m + \bar{\bar{K}}_m) \bar{\bar{G}}_m(x_1; x'_1) + \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \bar{\bar{K}}_m \bar{\bar{G}}_m(nT; x'_1) \delta_{nT}(x_1) = \bar{J} \delta_{x'_1}(x_1) \quad (4)$$

où \bar{C}_m , $\bar{\bar{K}}_m$, $\bar{\bar{K}}_m$ sont les coefficients de Fourier de \bar{C} , $\bar{\bar{K}}$, $\bar{\bar{K}}$. La solution de (4) s'écrit /6/ :

$$\bar{\bar{G}}(x_1, x'_1; x_2, x'_2) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \left(\bar{I}_m(x_1 - x'_1) - \bar{\bar{G}}_m(x_1) * \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} (\delta_{nT}(x_1) \bar{I}_m(x_1 - x'_1)) \right) e^{im(x_2 - x'_2)} \quad (5)$$

où * désigne le produit de convolution en x_1 , \bar{I}_m est le tenseur inverse de $D \bar{C}_m$, $\bar{\bar{G}}_m$, coefficient de Fourier de $\bar{\bar{G}}$ est tel que, si \mathcal{F} est la transformée de Fourier en x_1 :

$$\bar{\bar{G}}_m = \mathcal{F}^{-1} \left(\hat{I}_m \bar{\bar{K}}_m \left(\bar{J} + \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} 1/T \hat{I}_m(\zeta - n/T) \bar{\bar{K}}_m \right)^{-1} \right), \text{ avec, si } \bar{\bar{W}} \text{ est un tenseur du second ordre :}$$

$$\hat{W} = \mathcal{F}(\bar{\bar{W}}) \text{ et } \bar{\bar{W}} (\hat{W})^{-1} = \bar{J}, \text{ tenseur identité.}$$

4 - EXEMPLE NUMERIQUE

Pour tester la validité du calcul précédent, un calcul du rayonnement acoustique à l'infini de la coque infinie raidie a été effectuée et a été comparé avec les résultats présentés dans /4/ selon la méthode proposée dans /3-4/. Les résultats sont présentés figures 2 et 3. Il a été tracé figures 2-a et 2-b le spectre de la puissance acoustique rayonnée par la coque raidie (dans le plan de l'origine, respectivement côté excitation et côté opposé à l'excitation). Les figures 3-a et 3-b représentent le diagramme de directivité de la coque raidie pour deux fréquences (respectivement 50 Hz et 1000 Hz) ; le point de vue est une coupe perpendiculaire au cylindre dans le plan de l'origine. Les caractéristiques mécaniques de la coque et des anneaux sont celles de l'acier. La coque a un diamètre de 6 m et une épaisseur de 6 cm. Les anneaux sont de forme carrée et de dimensions 0.3×0.3 m. Un raidisseur est placé à l'origine.

Sur les figures, en pointillés, est tracée la courbe de la coque infinie couplée non raidie. Les modes pris en compte sont ceux considérés dans l'approximation du développement en série de Fourier par rapport à la variable angulaire, la précision imposée est de 0.2 dB. L'ordre d'effet des anneaux caractérise le niveau d'interactions entre les raidisseurs et est utilisé comme ordre d'approximation des séries qui définissent les termes du produit de convolution de l'équation (4).

5 - CHAMP DE DEPLACEMENT DE LA COQUE CONTRAINTE RAIDIE ET COUPLEE AVEC LE FLUIDE

Du fait de la géométrie du problème la solution cherchée est périodique par rapport à la variable angulaire x_2 , elle est donc cherchée sous forme d'une série de Fourier par rapport

$$\text{à la variable angulaire : } \bar{u}(x_1, x_2; x'_1, x'_2) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \bar{u}_m(x_1; x'_1) e^{im(x_2 - x'_2)}$$

Par utilisation du tenseur de Green donné par (5), chaque terme de la série de Fourier définie ci-dessus, solution de l'équation (2) s'écrit, avec les notations déjà utilisées :

$$\bar{u}_m(x_1; x'_1) = \bar{I}_m(x_1) * \left(\bar{F}_m(x_1; x'_1) - \bar{S}_m^+ + \bar{S}_m^- \right) - \bar{\bar{G}}_m(x_1) * \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \left(\delta_{nT}(x_1) \bar{I}_m(x_1) * \left(\bar{F}_m(x_1; x'_1) - \bar{S}_m^+ + \bar{S}_m^- \right) \right)$$

Par application des conditions aux limites, un système de huit équations à huit inconnues est obtenu pour déterminer les fonctions qui définissent les sauts. Les coefficients de la matrice et du second membre sont donnés par des intégrales de Fourier /6/. On peut ensuite calculer le rayonnement de la coque en champ lointain.

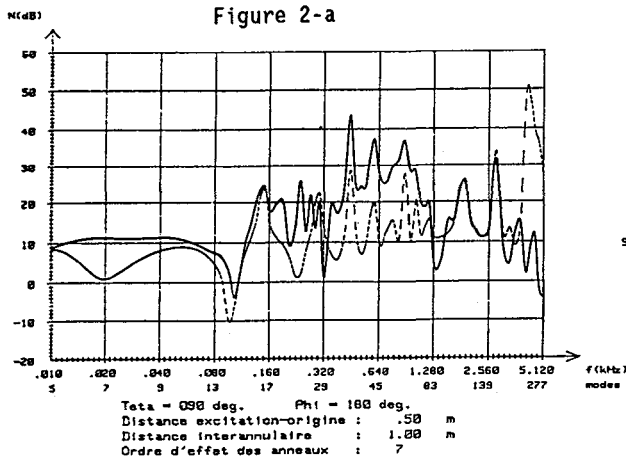
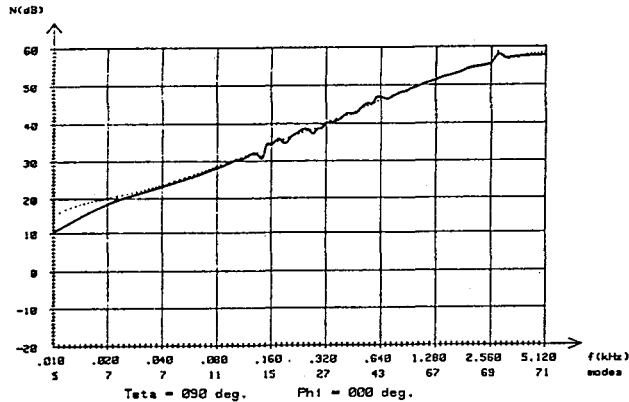


Figure 2-b
Spectres de puissance

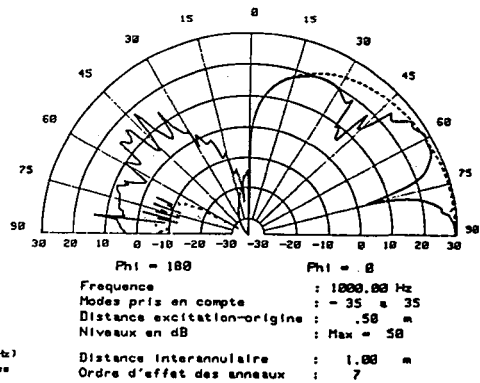
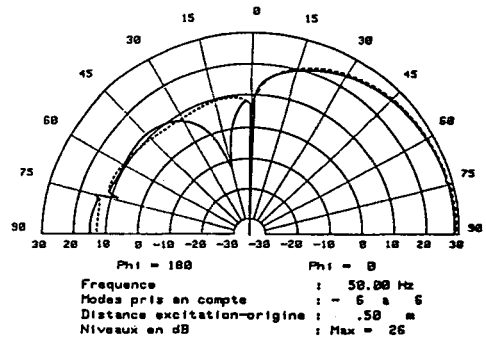


Figure 3-b
Diagrammes de directivité

REFERENCES

- /1/ LEISSA, A.W., NASA SP-288, Washington DC. Vibrations of shells (1973).
- /2/ MATTEI, P.-O., Note interne L.M.A. n°114. Vibrations des structures élastiques, ISSN 0750-7356, (1989).
- /3/ HABAULT, D., FILIPPI, P.J.T., J. Sound and Vib. 131(1). Sound radiation by a baffled cylindrical shell : a numerical technique based on boundary integral equations, part 1-2, 13-36 (1988).
- /4/ BURROUGHS, C.B., J. Acous. Soc. Am. 75(3). Acoustic radiation from fluid loaded infinite circular cylinders with doubly periodic ring supports, 715-722 (1984).
- /5/ SCHWARTZ, L. Hermann, Paris. Théorie des distributions (1966).
- /6/ MATTEI, P.-O., Note interne L.M.A.. Calcul du champ de déplacement d'une coque cylindrique mince infinie périodiquement raidie qui subit des contraintes localisées, ISSN 0750-7356, (à paraître).