



**HAL**  
open science

# THÉORIE GÉOMÉTRIQUE DE LA DIFFRACTION EN ACOUSTIQUE SOUS-MARINE

G. Berginc

► **To cite this version:**

G. Berginc. THÉORIE GÉOMÉTRIQUE DE LA DIFFRACTION EN ACOUSTIQUE SOUS-MARINE. Journal de Physique Colloques, 1990, 51 (C2), pp.C2-367-C2-377. 10.1051/jphyscol:1990288 . jpa-00230710

**HAL Id: jpa-00230710**

**<https://hal.science/jpa-00230710>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

1er Congrès Français d'Acoustique 1990

## THÉORIE GÉOMÉTRIQUE DE LA DIFFRACTION EN ACOUSTIQUE SOUS-MARINE

G. BERGINC

*Mothesim, la Boursidière, R.N. 186, F-92357 Le Plessis-Robinson, France*

**Résumé** - La théorie géométrique de la diffraction conçue dans les années 50 par J.B. Keller s'est révélée depuis comme l'une des méthodes les plus prometteuses pour l'analyse des problèmes de diffraction haute-fréquence tant en électromagnétisme qu'en acoustique sous-marine. L'une des grandes forces de cette méthode est la facilité d'application de celle-ci à des problèmes de modélisation et simulation informatique. Cet article tentera de résumer les différents concepts physiques et mathématiques sur lesquels s'appuie la T.G.D. et de mettre en évidence les possibilités toujours nouvelles de ces méthodes. Nous discuterons en outre des apports de la diffusion acoustique sur des objets élastiques à la T.G.D.

**Abstract** - The geometrical theory of diffraction, conceived by J.B. Keller in the 50's, appears as one of the most promising method to analyse the problems of high-frequency diffraction in electromagnetics as in undersea acoustics.

The cogency of this method lies in the simplicity of its application to the problems of modelling and computer simulation.

This article will attempt to sum up the different physical and mathematical concepts on which is based the G.T.D and to bring to the fore the possibilities still new of these methods. Besides we'll examine the contributions of acoustic scattering on elastic objects to the G.T.D.

### 1 INTRODUCTION

Le calcul du champ diffusé par un objet quelconque insoné par une onde de pression constitue le problème de la diffusion acoustique. Dans ce type de problèmes, les solutions analytiques exactes n'existent que pour quelques formes simples; en outre elles se présentent souvent sous une série infinie de modes propres lentement convergente et un résultat numérique ne peut être obtenu que pour des objets de l'ordre de quelques longueurs d'onde. L'avènement de calculateurs puissants a permis l'obtention de solutions exactes pour des cibles de formes complexes en utilisant des méthodes d'équations intégrales. Mais ces méthodes cessent d'être utilisables pour les hautes fréquences et les grands objets.

C'est pourquoi la Théorie Géométrique de la Diffraction (TGD) conçue par Keller /1/ est devenue au fil des années une technique maîtresse dans le calcul des phénomènes de diffusion hautes fréquences. Fondamentalement, la prise en compte de nouveaux types de rayons, les rayons diffractés, fait de la TGD une extension de l'acoustique géométrique. Le concept de rayons diffractés a été obtenu par Keller grâce à l'évaluation asymptotique de solutions exactes de la diffusion par des formes simples appelées formes canoniques en TGD. Pour obtenir les solutions des phénomènes de diffraction pour des formes plus compliquées, il suffit d'approcher la forme localement par son problème canonique tangent. Ainsi le demi-plan et le dièdre permettent-ils d'obtenir la formulation TGD de la diffraction de l'arête, et la diffraction par une surface convexe est obtenue grâce à la diffraction par un cylindre circulaire. Dans le cas où les solutions exactes de problèmes canoniques n'existent pas ou que leur évaluation asymptotique ne peut être faite, on peut alors extraire des rayons diffractés d'une évaluation asymptotique d'une solution approchée.

Dans cet article, nous considérerons d'abord les problèmes liés aux techniques de rayons, la description des rayons conduisant à l'acoustique géométrique, puis nous introduirons la Théorie Géométrique de la Diffraction pour des corps impénétrables et nous terminerons par l'application de la TGD à des cibles sous-marines élastiques.

## 2 LA THEORIE DES RAYONS

Les rayons ont été d'abord définis en optique comme les chemins le long desquels se propage la lumière. Ces chemins optiques ne sont pas en général des lignes droites. Ils sont déterminés par le principe de Fermat /2/ suivant lequel leur longueur est stationnaire:

$$\delta \int_a^b n(s) ds = 0 \quad [2.1]$$

ds est l'élément de longueur d'arc, n est l'indice de réfraction, a et b sont les points qui déterminent le début et la fin de la trajectoire,  $\delta$  signifie la variation. Nous pouvons ainsi déduire du principe de Fermat des règles simples qui vont gouverner la géométrie des rayons. Dans des milieux homogènes, les rayons sont devenus des lignes droites, les rayons réfléchis sont générés par des rayons incidents sur une surface lisse. Le rayon réfléchi appartient au plan déterminé par le rayon incident et la normale à la surface réfléchissante au point d'impact, l'angle entre le rayon incident et la normale est identique à l'angle entre le rayon réfléchi et la normale. Nous pouvons de même définir un rayon réfracté quand un rayon est incident sur une interface entre deux milieux d'indices différents. Par ce moyen, nous déterminons spatialement les rayons, mais nous n'avons pas toute l'information sur le champ de pression. Celle-ci peut être précisée en utilisant une approche asymptotique directe. Dans un milieu homogène, nous cherchons une solution en puissance entière inverse de ik (k nombre d'onde) de l'équation réduite des ondes:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad [2.2]$$

k est égal à  $\omega/c$  où c est la vitesse dans le milieu externe, p est la pression dans le milieu externe. Nous choisissons la dépendance temporelle  $\exp(-i\omega t)$ . p est de la forme:

$$p = A(\vec{x}, k) e^{ik\phi(\vec{x})} \quad [2.3]$$

$$\text{avec} \quad A(\vec{x}, k) = \sum_{n=0}^{\infty} (ik)^{-n} a_n(\vec{x}) \quad [2.4]$$

Les amplitudes  $a_n(\vec{x})$  et la fonction de phase  $\phi(\vec{x})$  sont des fonctions des variables d'espace, elles sont indépendantes de k. En substituant [2.3] dans [2.2], nous obtenons:

$$(ik)^2 (|\nabla\phi|^2 - 1) \cdot A + ik [2(\nabla\phi \cdot \nabla)A + (\nabla^2\phi)A] + \nabla^2 A = 0 \quad [2.5]$$

En utilisant la séquence asymptotique [2.4] de  $a(\vec{x}, k)$ , nous obtenons en égalant les puissances de (ik):

$$|\nabla\phi|^2 = 1 \quad [2.6]$$

L'équation [2.6] pour la fonction de phase  $\phi$  est appelée équation eikonale. Pour  $n=0$ , nous avons:

$$2(\nabla\phi \cdot \nabla)a_0 + (\nabla^2\phi)a_0 = 0 \quad [2.7]$$

Pour  $n \geq 1$ , nous avons:

$$2(\nabla\phi \cdot \nabla)a_n + (\nabla^2\phi)a_n = -\nabla^2 a_{n-1} \quad [2.8]$$

Les équations [2.7] et [2.8] sont appelées les équations de transport. Les séquences asymptotiques utilisées sont appelées séries de Luneburg-Kline du champ d'acoustique géométrique. L'équation [2.6] montre que  $\phi(x) = \text{constante}$  définit les fronts d'ondes, c'est-à-dire les surfaces  $\Gamma$  de phase constante (fig.1). Le vecteur  $\nabla\phi$  définit la normale au front d'onde et donc une courbe que l'on appelle rayon. Nous remarquons que l'évolution spatiale des fronts d'onde est déterminée par l'équation eikonale. Dans un milieu homogène, le long de chaque rayon, la phase est donnée par:

$$\phi(\vec{x}) = \phi(\vec{x}(i, s)) = \phi_0 + s, \quad \dot{i} = (t_1, t_2) \quad [2.9]$$

$(\vec{r}_1, \vec{r}_2, s)$  forme un système de coordonnées orthogonales dans les directions principales du front d'onde pour le rayon considéré (fig.1).

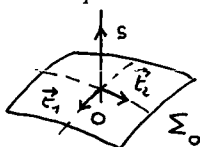


fig.1 Front d'onde initial  $\Gamma_0$ .  
[Initial wavefront  $\Gamma_0$ .]

Sur la figure 2, nous définissons un pinceau de rayons astigmatique par 4 rayons.

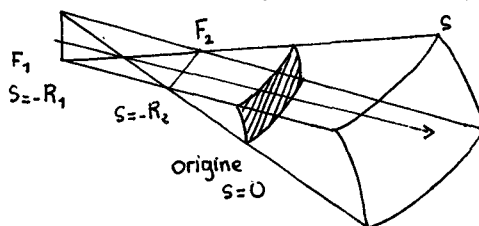


fig.2 Pinceau de rayons  
[Ray bundle]

Les points  $(0,0,-R_1)$  et  $(0,0,-R_2)$  sont les coordonnées des centres de courbure du front d'onde initial. Le lieu des centres de courbure principale du front d'onde détermine deux surfaces qui sont appelées caustiques.  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons de courbure associés au front d'onde. Ils sont pris positifs si les rayons émanant du foyer correspondant sont divergents et négatifs si les rayons sont convergents. Il faut remarquer qu'en progressant sur le rayon vers les  $s$  croissant, nous pouvons traverser une ligne focale ( $F_1$  ou  $F_2$  sur la figure 2), nous introduisons alors un déphasage de  $-\pi/2$  dans l'amplitude. Afin d'obtenir les amplitudes des champs, nous résolvons maintenant les équations de transport le long d'un rayon  $/3/$ . La solution s'écrit, à condition que le point 0 ou le point d'observation S ne se situe pas sur les caustiques:

$$a_n(s) = a_n(0) \left[ \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + s)(R_2 + s)} \right]^{1/2} - \frac{1}{2} \int_0^s \left[ \frac{(R_1 + s')(R_2 + s')}{(R_1 + s)(R_2 + s)} \right]^{1/2} \nabla^2 a_{n-1}(s') ds' \quad [2.10]$$

Nous voyons que pour l'ordre zéro, nous avons:

$$a_0(s) = a_0(0) \left[ \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + s)(R_2 + s)} \right]^{1/2} \quad [2.11]$$

Il suffit donc de connaître une valeur du champ en un point du rayon pour la calculer en tout point non caustique de celui-ci. En calculant le transfert d'énergie à travers la section d'un pinceau de rayons pour l'ordre 0, nous pouvons observer la conservation de l'énergie à travers les sections du pinceau, ce qui correspond à l'acoustique géométrique. Aux ordres supérieurs, cette conservation n'est plus observée. Nous pouvons donc conclure en disant que chaque rayon porte une infinité de contributions dont l'ordre 0 est l'acoustique géométrique.

Nous pouvons de même trouver une solution de type Luneburg-Kline pour le champ réfléchi sur un objet sans singularité. En effet, en développant le champ incident comme précédemment, celui-ci est représenté par des rayons frappant la surface de l'objet et donnant naissance à un champ de rayons réfléchis. En appliquant les conditions aux limites requises sur la surface, nous obtenons une relation entre l'amplitude du champ réfléchi et celle du champ incident. Nous obtenons ainsi une relation entre le champ réfléchi et le champ incident d'acoustique géométrique (A.G):

$$p'_{AC}(M) = p'_{AC}(R) \cdot \mathfrak{R} \sqrt{\frac{\rho'_1 \rho'_2}{(\rho'_1 + s)(\rho'_2 + s)}} e^{iks} \quad [2.12]$$

$$\text{avec } p'_{AC}(R) = a'_0(R) e^{ik\phi'(R)}$$

$$s = |\overline{RM}|$$

M est le point d'observation, R est le point de réflexion.  $\mathcal{R}$  représente le coefficient de réflexion,  $\rho_i$  et  $\rho_r$  sont les rayons de courbure principaux associés au front d'onde réfléchi. Les rayons transmis peuvent être décrits de la même façon. Mais nous voyons par exemple dans [2.11] que le champ prédit par les séries de Luneburg-Kline n'est plus valable près des caustiques. Des méthodes spéciales doivent être alors appliquées [4].

Les rayons réfléchis, réfractés et directs ne sont plus suffisants pour décrire complètement les phénomènes de diffusion, puisqu'ils ne rendent pas compte des effets de diffraction. La série de Luneburg-Kline, telle qu'elle a été définie ci-dessus, n'englobe pas les effets de diffraction; c'est pourquoi il faut maintenant introduire la théorie géométrique de la diffraction qui étend l'acoustique géométrique à la classe des rayons diffractés.

### 3 LA THEORIE GEOMETRIQUE DE LA DIFFRACTION POUR DES CIBLES SOUS-MARINES IMPENETRABLES

#### 3.1 Principes physiques de la théorie géométrique de la diffraction

Nous allons d'abord étudier des cibles impénétrables, infiniment rigides (hard) ou infiniment molles (soft); les conditions aux limites sur la surface pour la pression sont alors respectivement  $(\partial p)/(\partial n)=0$  ou  $p=0$ .

Nous discuterons, au chapitre 4, des extensions de la TGD aux coques et cibles élastiques. Nous nous contenterons d'étudier les milieux de propagation homogènes, les rayons étant dans ce cas des lignes droites.

Il faut remarquer que les rayons incidents donnent naissance aux rayons diffractés en interceptant des arêtes, des coins, des pointes ou en rasant des surfaces convexes comme l'indique la figure 3. Nous avons vu au chapitre précédent que les lois de la réflexion ou de la réfraction décrivent le comportement des rayons réfléchis ou réfractés. De même, Keller a ajouté certaines lois décrivant le comportement des différents types de rayons diffractés. Les champs diffractés se propagent le long de rayons qui sont déterminés par une généralisation du principe de Fermat. Dans le cas d'une arête (fig. 3.b), les rayons diffractés forment un cône dit de Keller dont le demi-angle au sommet est égal à l'angle entre la tangente à l'arête au point de diffraction et le vecteur porté par le rayon incident. Dans le cas d'une pointe ou d'un coin, les rayons diffractés quittent la singularité dans toutes les directions (fig. 3.c). Dans le cas de singularités d'ordre supérieur (par exemple les discontinuités de courbure), les lois utilisées sont les lois des arêtes. Dans le cas où un rayon incident intercepte une surface convexe lisse (fig. 3.e) à un angle d'incidence rasante, il donne naissance à des rayons rampants qui, eux-mêmes, émettent tangentiellement à la surface des rayons diffractés. Les rayons rampants empruntent le plus court chemin entre le point d'émission et le point de rayonnement, c'est-à-dire la géodésique de la surface qui relie ces deux points.

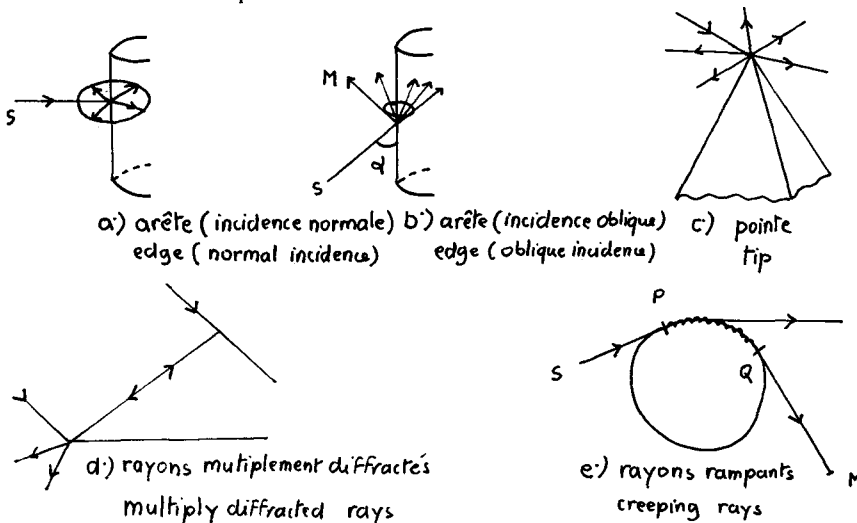


Fig. 3 Différents types de rayons diffractés de la TGD  
[Types of diffracted rays considered in the TGD]

A ces lois, il faut ajouter que les phénomènes hautes fréquences sont locaux, c'est-à-dire qu'ils ne dépendent que de la nature de la géométrie de la surface et des conditions aux limites au voisinage immédiat de l'interaction. En outre, les lois de l'acoustique géométrique sont applicables, i.e la puissance est conservée dans un tube de rayons, le changement de phase le long d'un rayon entre deux points est égal au produit du nombre d'onde dans le milieu par la distance entre les deux points, la phase est continue au point d'interaction. Nous pouvons ainsi obtenir des coefficients de diffraction ne dépendant que des propriétés acoustiques et géométriques de la surface et permettant de relier le champ diffracté au champ incident.

### 3.2 Problèmes canoniques et généralisation à des objets de formes complexes

Comme nous l'avons dit, le développement asymptotique de la solution exacte de problèmes canoniques a permis le calcul des coefficients de diffraction et la description géométrique des rayons diffractés.

Nous allons nous intéresser aux cas de la diffraction par une arête et par une surface convexe. Pour l'arête, nous voyons que la solution [2.10] n'est plus valable, l'arête représentant une ligne caustique pour les rayons diffractés. Nous utilisons alors:

$$\alpha_n(s) = \sqrt{\frac{R_1}{(R_1+s)s}} \cdot \delta_n - \frac{1}{2} \int_0^s \left[ \frac{(R_1+s')s'}{(R_1+s)s} \right]^{1/2} \nabla^2 \alpha_{n-1}(s') ds' \quad [3.1]$$

$$\text{avec } \delta_n = \lim_{R_2 \rightarrow 0} \alpha_n(0) R_2^{1/2} \quad [3.2]$$

Nous pouvons alors poser en considérant la continuité de la phase du champ au point Q de la diffraction

$$\delta_0 e^{ik_0 d(Q)} = p_i(Q) \cdot D ; \quad p_i(Q) = \alpha'_0(Q) e^{ik_0 d(Q)} \quad [3.3]$$

A l'ordre 0, nous pouvons ainsi obtenir

$$p^d(M) \approx D \cdot p_i(Q) \sqrt{\frac{R_1}{(R_1+s^d)s^d}} e^{ik_0 s^d} \quad [3.4]$$

$$\text{avec } S^d = |\overline{QM}|$$

D est le coefficient de diffraction,  $P_i(Q)$  est la pression incidente au point de diffraction Q.  $R_1$  est alors le rayon principal de courbure non nul au point Q du pinceau diffracté. Le problème canonique associé à une arête est le dièdre à faces planes en incidence normale ou oblique, une solution exacte de ce problème étant disponible, son développement asymptotique en  $1/k$  permet d'exprimer le coefficient de diffraction pour le cas "hard" et "soft" du dièdre à faces planes. Pour une arête quelconque, à l'ordre 0, nous pouvons remplacer les surfaces courbes de chaque côté de l'arête par le plan tangent; nous avons alors le coefficient de diffraction D de [3.4]. L'onde incidente sur l'arête est réduite au premier terme de la série de Luneburg-Kline, nous avons une onde localement plane au voisinage de l'arête, le coefficient de diffraction est de la forme  $1/5$ , ( $s$  et  $h$  désignant respectivement soft et hard)

$$-D_{s,h}(\phi, \phi', \alpha) = \frac{e^{i\pi/4} \sin \pi/n}{n \sqrt{2\pi k} \sin \alpha} \left( \frac{1}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\phi-\phi'}{n}} \mp \frac{1}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\phi+\phi'}{n}} \right) \quad [3.5]$$

Les angles sont définis sur les figures 3.b et 4.a

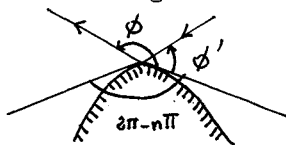


Fig 4.a Angles  $\phi$  et  $\phi'$  appartenant au plan orthogonal à l'arête  
Angles  $\phi$  and  $\phi'$  in the plane perpendicular at the edge

Le champ diffracté peut donc s'exprimer par une série de Luneburg-Kline multipliée par un terme en  $1/\sqrt{k}$ , cette série vérifie l'équation d'Helmholtz. Les termes d'ordres supérieurs ne peuvent être obtenus par la méthode du plan tangent puisque leur amplitude dépend de dérivées au point de diffraction comme l'indique [3.2]. Dans la pratique, le terme d'ordre 0 est suffisant pour obtenir le champ diffracté avec une bonne précision.

Dans le cas de la diffraction par une surface convexe, on peut montrer que  $1/\delta$  la séquence asymptotique décrivant le champ diffracté est de la forme:

$$p(\vec{r}) = e^{ik s(\vec{r}) - k^{1/3} \chi(\vec{r})} \sum_{m=0}^{\infty} (ik)^{-m/3} a_m(\vec{r}) \quad [3.6]$$

Les fonctions  $\chi(\vec{r})$ ,  $s(\vec{r})$  et  $a_m(\vec{r})$  dépendent de  $\vec{r}$ .  $s(\vec{r})$  vérifie l'équation eikonale. Comme nous l'avons vu, les rayons rampants sont les géodésiques de la surface, la phase de l'onde est continue aux points d'interaction P et Q (fig. 3.e). De la même façon que pour le dièdre (équations [3.2] et [3.4]), on obtient pour les ondes rampantes à l'ordre 0 une solution de la forme

$$p^d(M) = p'(P) D \bar{e}^{ikt - k^{1/3} \chi(P)} \sqrt{\frac{d\eta(P)}{d\eta(Q)}} \sqrt{\frac{\rho}{(\rho+s)s}} e^{ks} \quad [3.7]$$

$$s = |\overline{QM}|$$

$d\eta(P)/d\eta(Q)$  représente la divergence des rayons rampants sur la surface et  $t$  est la longueur de la géodésique parcourue,  $\rho$  est toujours le rayon de courbure non nul du front d'onde au point Q. Afin d'exprimer à l'ordre 0 le coefficient de diffraction  $D$ , on étudie la solution exacte de la diffraction d'une onde plane par un cylindre circulaire en incidence normale, cette solution est une série de modes radiaux que l'on transforme par la transformation de Watson [7] en une série de modes angulaires introduisant les rayons rampants. Afin de parfaire les solutions asymptotiques, les problèmes canoniques associés au cylindre en incidence oblique et à la sphère ont été étudiés, ce qui permet d'introduire les torsions des géodésiques et la courbure transverse de la surface à la géodésique [8].  $D$  s'exprime sous la forme d'une série infinie de modes angulaires correspondant aux conditions de type mou (s) ou dur (h). Le terme générique du mode angulaire ou rampant  $n$  est alors

$$\bar{D}_n = D_n^{s,h}(P) \cdot D_n^{s,h}(Q) \quad [3.8]$$

On utilise une expression plus concise en fonction de tous les modes rampants:

$$p^d(M) = p'(P) e^{ikt} \sqrt{\frac{d\eta(P)}{d\eta(Q)}} \sum_{n=1}^{\infty} D_n^{s,h}(P) \cdot D_n^{s,h}(Q) e^{-\int_P^Q a_n^{s,h}(t) dt} \sqrt{\frac{\rho}{(\rho+s)s}} e^{ks} \quad [3.9]$$

$a_n^{s,h}$  est le coefficient d'atténuation locale de l'onde rampante correspondant au mode d'indice  $n$  sur la surface.

Dans la formule [3.9], nous voyons apparaître une partie correspondant au trajet spatial du rayon  $\sqrt{\rho/(\rho+s)s}$  et une partie correspondant au rayon rampant sur l'objet avec sa divergence surfacique  $\sqrt{d\eta(P)/d\eta(Q)}$  et sa phase  $kt$  le long du parcours. Les coefficients de couplage aux points P et Q des ondes spatiales avec les différents modes rampants et leur atténuation locale  $a_n^{s,h}$  sont repérés par l'indice  $n$ .

Nous pouvons, en outre, coupler les différents types d'interactions pour obtenir une description de la diffusion acoustique plus précise; en effet, il est possible de définir des rayons diffractés rampants (fig. 4.b), des rayons multiplement diffractés (fig. 3.d).

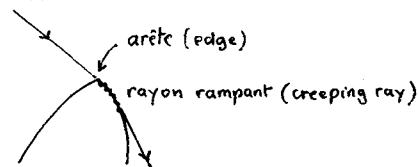
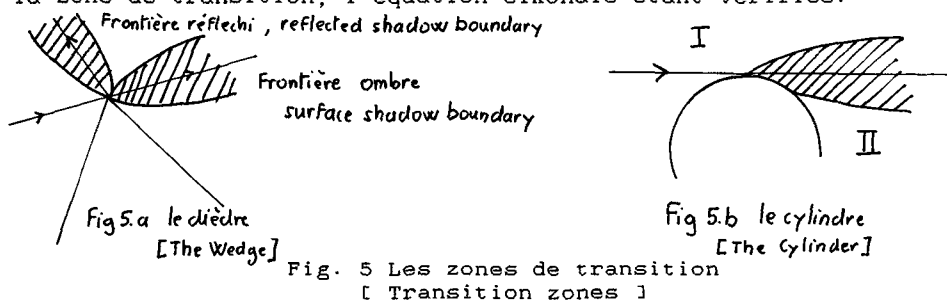


Fig. 4.b Rayon diffracté rampant  
[ Diffracted creeping ray ]

### 3.3 Les solutions uniformes

Pour traiter complètement la diffusion acoustique d'objets immergés, il nous faut maintenant trouver des solutions uniformes spatialement; en effet, en observant simplement l'équation [3.5], nous constatons que le coefficient de diffraction d'arête n'est plus valable aux frontières d'ombre et du réfléchi (fig. 5.a). Nous définissons ainsi des zones de transition dans lesquelles nous allons exhiber des solutions uniformes redonnant loin de ces zones des solutions non uniformes et permettant la continuité du champ total. De même, pour le cylindre (fig. 5.b), la solution obtenue dans l'ombre converge mal dans la zone de transition, nous devons chercher une solution uniforme permettant d'assurer la continuité entre le champ total de la zone I (champ incident et champ réfléchi) et celui de la zone II (champ dû aux ondes rampantes uniquement). Il faut remarquer que le concept de rayons est toujours valable dans la zone de transition, l'équation eikonale étant vérifiée.



Deux grands types de méthodes sont appliqués. La première est la théorie de la couche limite; cette méthode est parfaitement décrite dans /9/. Une couche limite est définie comme une couche mince à l'intérieur de laquelle une fonction varie rapidement. Dans nos problèmes de diffusion acoustique, l'épaisseur et la façon dont varie la couche dépendent du nombre d'onde  $K$ . Une zone de transition définit ainsi une couche limite. On applique à l'extérieur de cette couche la méthode décrite dans le paragraphe précédent, on construit alors un développement extérieur à la couche que l'on raccorde au développement intérieur valable dans la couche limite; c'est pourquoi la méthode de la couche limite est aussi appelée méthode des développements raccordés. Cette technique nécessite malheureusement des calculs lourds. C'est pourquoi on lui préfère souvent une autre technique; elle se résume à l'extraction de fonctions universelles de la solution asymptotique du problème canonique approprié. Ces fonctions universelles décrivent le champ dans la zone de transition. On associe alors au rayon correspondant à l'interaction et au point d'observation dans la zone de transition un champ dépendant de ces fonctions.

Ainsi, dans le cas du dièdre, une solution uniforme a été mise au point en étudiant le problème canonique d'un dièdre à faces planes illuminé par une onde plane. Cette solution s'exprime sous la forme d'une intégrale selon un contour du plan complexe connu sous le nom de contour de Sommerfeld. En utilisant la méthode de Pauli Clemmow /10/, Pathak et Kouyoumjian /11/ ont exhibé une solution uniforme pour le dièdre. Cette solution permet de modifier le coefficient de diffraction à l'aide de fonctions de Fresnel et a été étendue au cas d'un dièdre à faces courbes /12/. Ces auteurs ont appelé cette extension de la TGD la Théorie Uniforme de la Diffraction.

Dans le cas de la diffusion par un objet convexe, les premières solutions uniformes ont été obtenues par Fock /13/, celles-ci s'exprimant à l'aide d'intégrales dites de Fock. Une solution uniforme exprimée dans le cadre de la TGD a été établie par Pathak, Burnside et Marhefka /14/; elle permet de modifier le coefficient de diffraction dans le cadre de la théorie uniforme de la diffraction de telle façon que le champ reste continu à la traversée de la frontière d'ombre, cette solution redonnant la TGD classique en dehors de la zone de transition.

Nous pouvons ainsi calculer le champ total de pression diffusé dans les zones de transition. Ce champ total est l'ensemble des contributions partielles dues aux différents types d'interactions prises en compte sur l'objet.

Nous avons donc une théorie assez complète permettant de décrire les phénomènes de diffusion en acoustique sous-marine sur des objets impénétrables. Il est maintenant intéressant de faire évoluer la TGD afin de prendre en compte des objets élastiques.



#### 4 LA THEORIE GEOMETRIQUE DE LA DIFFRACTION POUR DES CIBLES SOUS-MARINES ELASTIQUES

##### 4.1 Le concept d'impédance de surface

Pour rendre compte de l'influence de la nature du corps immergé, il faut introduire un nouveau concept étendant la TGD à des corps ne pouvant plus être décrits par des conditions de type dur ou mou. Les premiers efforts se sont portés sur la définition d'une impédance de surface constante  $Z$  reliant, à la surface de l'objet, la pression à sa dérivée normale:

$$\frac{\partial p(\vec{r})}{\partial n} + ikZ p(\vec{r}) = 0 \quad (\vec{r} \in \text{surface objet}) \quad [4.1]$$

Maliuzhinets /15/ a donné une solution exacte pour la diffusion sur un dièdre en incidence normale. Cette solution a été mise sous une forme TGD /16/ en acoustique sous-marine. De même, des solutions peuvent être extraites pour un cylindre d'impédance constante. Un cadre TGD peut être ainsi esquissé pour un grand nombre d'interactions sur des objets d'impédance de surface constante. Mais la diffusion acoustique ne peut se satisfaire d'une impédance de surface injectée dans le calcul de diffusion au même titre qu'un paramètre géométrique et ne prenant en compte que de façon arbitraire les phénomènes élastiques à l'intérieur du corps. C'est pourquoi nous nous sommes orientés vers une nouvelle définition de l'impédance de surface. L'application de la TGD aux corps élastiques nécessite la prise en compte dans la construction de solutions asymptotiques de la nature du matériau. Ainsi, au lieu de considérer une impédance de surface constante, nous prenons en compte les conditions aux limites sur la surface ou les conditions de passage suivant que l'on traite un matériau élastique plein ou une coque élastique; cela se traduit au niveau de notre modèle théorique par une impédance de surface "vraie" dépendant de la fréquence de l'onde incidente, des vitesses transverses et longitudinales du matériau et de l'épaisseur de la coque. Nous pouvons ainsi étudier la solution exacte des problèmes canoniques sphère et cylindre, en dégager une impédance de surface vraie et des solutions asymptotiques dans le cadre de la TGD reliant le champ diffracté au champ incident par un coefficient de diffraction.

##### 4.2 La diffraction sur une surface convexe élastique

Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser à la diffraction d'une onde de pression par une surface convexe élastique. Comme nous l'avons vu, afin de dégager un coefficient de diffraction utilisable dans des problèmes de modélisation, il faut étudier les solutions asymptotiques des problèmes canoniques liés à la sphère et au cylindre élastiques. Dans le cas d'un objet cylindrique immergé et insoné par une onde plane, nous obtenons, par résolution d'un système d'équations linéaires déduites des conditions aux limites, la pression totale qui s'exprime de la façon suivante (fig. 6):

$$p_t = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n \epsilon_n \left[ J_n(kr) - \frac{\Omega_n J_n(ka)}{\Omega_n H_n^{(1)}(ka)} \right] \cos n\theta$$

$$n=0 \quad \epsilon_0 = 1$$

$$n \geq 0 \quad \epsilon_n = 2$$

et

$$\Omega_n = \frac{\partial}{\partial r} + iKZ_n$$

[4.2]

$Z$  est l'impédance de surface dépendant des conditions aux limites, donc des propriétés élastiques du matériau utilisé. Le premier membre de [4.2] représente le champ incident, le second le champ diffracté.

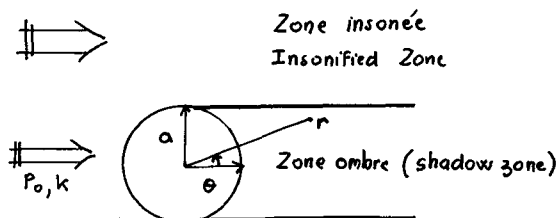


Fig. 6 Cylindre élastique insoné par une onde plane [ Elastic cylinder insonified by a plane wave ]

La série donnant la pression totale converge rapidement; on effectue alors une transformation de Watson classique qui permet de plonger l'indice  $n$  dans le plan complexe  $\nu$ . En effet, à l'issue de la transformation de Watson, on obtient une intégrale le long d'un contour du plan complexe. En fermant ce contour par un cercle à l'infini et en calculant les résidus aux pôles de l'intégrand situés dans le contour ainsi défini [17], on obtient une série infinie de modes angulaires. Il faut remarquer que les pôles  $\nu_n$  vont être déterminés par  $\Omega_\nu H_\nu^{(4)}(ka) = 0$ . On leur associe les modes se propageant sur le cylindre circulaire. La recherche des pôles s'effectue dans le premier quadrant du plan complexe (ce qui va donner aux modes une vitesse positive et une structure d'onde évanescente). Nous déterminons ainsi deux types de pôles (fig. 7): ceux situés dans la zone de Debye telle que  $|\nu - ka| > \nu^{1/3}$  et ceux situés dans la zone d'Olver telle que  $|\nu - ka| \leq \nu^{1/3}$ . Ces deux zones déterminent les types de développements asymptotiques desquels va dépendre la structure des ondes: pour les pôles se situant dans la zone d'Olver, l'expression donnant le champ de pression produit par ces ondes a la structure classique en TGD qui a été vue au chapitre 3, ce sont les ondes rampantes (fig. 8). Ce champ a la forme:

$$P_s = P_i(P) \sum_{\nu_n \text{ Olver}} e^{i\nu_n a} D_{\nu_n}(P) D_{\nu_n}(Q) \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \quad [4.3]$$

$P_i(P)$  est la pression incidente en P.

Les pôles sont situés près de la ligne de Stocke où sont alignés les pôles des ondes rampantes pour les cas impénétrables.  $D_{\nu_n}(P)$ ,  $D_{\nu_n}(Q)$  sont les coefficients de couplage ondes spatiales, ondes rampantes aux points P et Q. La partie réelle de  $\nu_n$  détermine la vitesse de l'onde, la partie imaginaire déterminant l'atténuation de l'onde au cours de son parcours sur le corps.

Pour les pôles se situant dans la zone de Debye, nous obtenons une expression asymptotique de la forme:

$$P_d = P_i(P) \sum_{\nu_n \text{ Debye}} e^{i\nu_n a} D_{\nu_n}^{**}(P) D_{\nu_n}^{**}(Q) \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} \quad [4.4]$$

Ces pôles représentent les ondes de surface élastiques qui sont associées aux résonances du corps. Ces ondes ont un angle d'excitation et d'émission réel (fig. 9), différent de  $\pi/2$  par rapport à la normale. Elles sont peu atténuées, leur coefficient de couplage  $D_{\nu_n}^{es}$  est différent de celui des ondes rampantes.

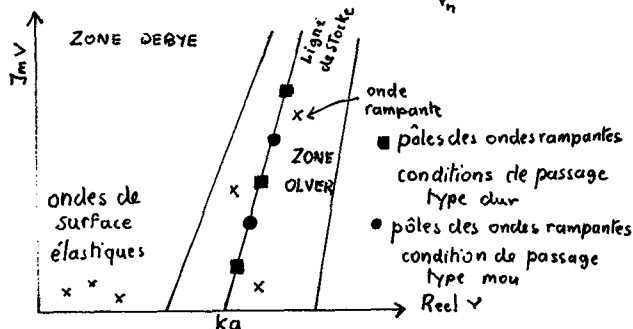


Fig.7 Position des pôles dans le plan complexe  $\nu$ , cylindre diamètre  $2a$  [ Location of the poles in the complex plane  $\nu$ , cylinder of diameter  $2a$  ]

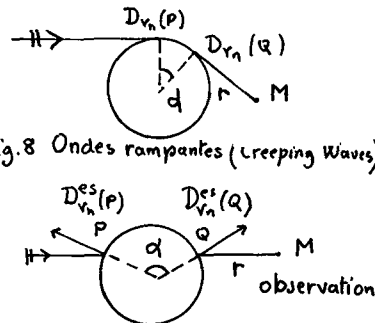


Fig.8 Ondes rampantes (Creeping Waves)

Fig.9 Ondes de surface élastiques [ Elastic surface waves ]

Le problème canonique de la sphère élastique permet de mettre en évidence les coefficients de divergence spatiale de l'onde réémise  $\sqrt{\rho/(\rho+s)}_s$  et le facteur de divergence lié à la surface de l'onde de surface élastique  $\sqrt{d\eta(P)/d\eta(Q)}$ . Il faut remarquer qu'à chaque pôle est associée une onde de surface élastique ou une onde rampante. Nous avons vu ainsi la possibilité de modéliser dans le cas de la GTD les ondes de surface élastiques (onde de Rayleigh, onde de galerie à écho ...) par des rayons sur la surface du corps.

La présence d'ondes de surface élastiques dans le problème de diffusion acoustique enrichit le formalisme de la TGD grâce à la prise en compte d'un nouveau type de rayons associés à ces ondes et à la définition de coefficients de couplage ondes de surface élastiques-ondes spatiales incidentes ou réémises.

Il est certain que, pour que ce nouveau formalisme de TGD soit complet, il faut généraliser cette représentation des ondes de surface élastiques à une surface quelconque et étudier leurs interactions avec des singularités de la surface.

## 5 CONCLUSION

Nous avons vu que le champ diffusé par un obstacle en acoustique sous-marine comprend les ondes réfléchies par la partie insonée de l'objet, les ondes transmises à travers l'objet, les ondes diffractées par les singularités de l'objet et celles diffractées dans la zone d'ombre de l'obstacle. Ces types d'ondes sont couramment pris en compte par la TGD. En acoustique sous-marine, quand l'onde incidente est diffusée par un objet élastique, il est nécessaire d'ajouter aux contributions classiques de la TGD celles dues aux ondes de surface élastiques dont l'énergie est pour la plus grande partie concentrée dans le matériau élastique. En outre, des généralisations des rayons dans un espace de coordonnées complexes ont été entreprises pour décrire des champs qui se comportent comme des ondes planes localement inhomogènes /18/ (i.e leur phase est complexe). Tous ces rayons vont alors apporté une contribution au champ total diffusé.

Mais il reste encore de nombreux points à étudier dans le cas des surfaces élastiques, notamment dans la modélisation complète des ondes de surface élastiques et des ondes rampantes sur un objet quelconque. De même, dans le cas des matériaux impenétrables, certaines améliorations à la théorie doivent être apportées pour les parties de l'espace où nous avons des recouvrements de zones de transition.

Néanmoins la TGD est une méthode puissante qui permet d'analyser le champ diffusé par un objet immergé. Cette théorie se prête facilement à la réalisation de logiciels d'étude. Elle permet la compréhension des phénomènes physiques mis en oeuvre au cours d'un processus de diffusion, l'analyse des amplitudes des différentes ondes diffusées et leur contribution au diagramme de diffusion totale.

## REFERENCES

- /1/ Keller, J.B., 'A geometrical theory of diffraction', Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, Vol.8, Calculus of Variation and its Application, Mc Graw Hill, New York (1953), p.27-52
- /2/ Morse, P.M. and Feshbach, H., Methods of Theoretical Physics, Vol.II, Mc Graw Hill, New York (1953), p.1106
- /3/ James, G.L., Geometrical theory of diffraction for electromagnetic waves, Peter Peregrinus, Ltd Stevenage England (1986)
- /4/ Ludwig, D., 'Uniform asymptotic expansions at a caustic', Comm. Pure Appl. Mathematics, Vol.19 (1966), p.215-250
- /5/ Keller, J.B., 'Geometrical theory of diffraction', J. Opt. Soc. Amer., Vol.47 (1965), p.116-130
- /6/ Friedlander, F.G., Keller, J.B., Comm. Pure Appl. Mathematics, Vol.8 (1955), p.387-394
- /7/ Watson, G.N., 'The diffraction of electric waves by the earth and the transmission of electric waves around the earth', Proc. Roy. Soc., London, A.95 (1918), p.83-99, (1919), p.546-563
- /8/ Voltmer, D.R., 'Diffraction by doubly curved convex surfaces', Ph D dissertation, the Ohio State University, Columbus (1970)

- /9/ Babic, V.M., Kirpicnikova, N.Y., 'The boundary-layer method in diffraction problems', Springer Verlag (1979)
- /10/ Clemmow, P.C., 'Some extensions to the method of integration by steepest descents', Quart J. Mech. Appl. Math., 3 (1950)
- /11/ Kouyoumjian, R.G., Pathak, P.H., 'The dyadic diffraction coefficient for a perfectly-conducting wedge', Report 2183-4, Electro Science Lab, OSU, Columbus (1973)
- /12/ Kouyoumjian, R.G., Pathak, P.H., 'A uniform GTD approach to EM scattering and radiation', Handbook on acoustic and elastic wave scattering-high and low frequency asymptotic', Vol.II, ed. by V.J. Varadan and V.V. Varadan, North Holland (1986)
- /13/ Fock, V.A., 'Electromagnetic diffraction and propagation problems', Pergamon Press, New York (1965)
- /14/ Pathak, P.H., Burnside, W.D., Marhefka, R.J., 'A uniform GTD analysis for the diffraction of electromagnetic waves by a smooth convex surface', IEEE Trans. Ant. Prop., AP.28, 5 (sept. 1980), p.631-642
- /15/ Maliuzhinets, G.D., 'Excitation, reflection and emission of surface waves from a wedge with given face impedances', Sov. Phys. Dokl, 3 (1958), p.752-755
- /16/ Marsan, M., 'Acoustic diffraction by an impedance-covered edge', Ph D dissertation, The Pennsylvania State University, State College (1983)
- /17/ Frisk, G.V., Uberall, H., 'Creeping waves and lateral waves in acoustic scattering by large elastic cylinders', J. Acoust. Soc. Am., 59, 1 (jan. 1976), p.46-54
- /18/ Wang, W.D., Deschamps, G.A., 'Application of complex ray tracing to scattering problems', Proc. IEEE, 62, n°11 (1974), p.1541-1551