



**HAL**  
open science

# PROPAGATION SONORE EN EAU PEU PROFONDE : CAS D'UN MODÈLE GÉO-ACOUSTIQUE

P. Cristini, Josselin Garnier, C. Gazanhes

► **To cite this version:**

P. Cristini, Josselin Garnier, C. Gazanhes. PROPAGATION SONORE EN EAU PEU PROFONDE : CAS D'UN MODÈLE GÉO-ACOUSTIQUE. Journal de Physique Colloques, 1990, 51 (C2), pp.C2-973-C2-976. 10.1051/jphyscol:19902227 . jpa-00230554

**HAL Id: jpa-00230554**

**<https://hal.science/jpa-00230554>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**PROPAGATION SONORE EN EAU PEU PROFONDE : CAS D'UN MODÈLE GÉO-ACOUSTIQUE**

P. CRISTINI, J.L. GARNIER et C. GAZANHES

CNRS, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Equipe Ultrasons, 31,  
Chemin J. Aiguier, F-13009 Marseille, France

**Résumé :** Dans le cadre de la propagation sonore en eau peu profonde, on donne un calcul du champ acoustique dans la couche d'eau valable quelque soit le type de fond marin. Le coefficient de réflexion introduit par la présence de ce fond apparaît alors comme régissant à la fois la position angulaire et l'amplitude des modes propagatifs. Notre intérêt se porte alors sur un modèle géo-acoustique de la propagation en eau peu profonde dont on analyse le comportement.

**Abstract :** As part of shallow water propagation, we give a representation for the sound field pressure in the water layer valid for any type of bottom. The bottom reflexion coefficient then appears to rule the amplitude and wavenumber of the normal modes. Our interest then focused on a geoaoustical model of the sea whose behaviour is analysed.

**1 INTRODUCTION :**

Dans le cas d'un océan homogène, isocélère et de profondeur constante, diverses méthodes de calcul du champ de pression dans l'eau ont été développées. Parmi ces méthodes, la méthode modale, celle par transformation de Hankel et celle des sources images font parti des méthodes qui ont été le plus souvent reprises pour obtenir la solution exacte au problème posé. Elles conduisent à trois représentations différentes du champ. Le passage d'une représentation à l'autre se faisant à l'aide d'une transformation adéquate /1/.

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à un calcul du champ valable pour un fond stratifié quelconque. Les méthodes classiques ne permettant pas de changer à volonté la configuration du milieu de propagation, nous avons cherché à développer une méthode suffisamment générale. Cette méthode fait ressortir le coefficient de réflexion introduit par la présence du fond comme un paramètre fondamental. Il permet la détermination des angles et des amplitudes d'excitation des modes propagatifs. La modification du modèle de propagation se traduit alors uniquement par un changement dans le coefficient de réflexion.

**2 ANALYSE DU PROBLEME :**

Au cours de cette étude, nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la propagation sonore en eau peu profonde. C'est à dire à des conditions telles que le produit  $kh$  soit inférieur à 10 ( $k$  étant le nombre d'onde et  $h$  la profondeur à laquelle se trouve le fond marin).

Le modèle utilisé, introduit pour la première fois par C.L. PEKERIS /2/, est décrit par la figure 1. Tous les milieux considérés sont homogènes et isotropes. Le fond est de nature indéterminé, c'est à dire qu'il peut être constitué d'un empilement quelconque de couches fluides ou élastiques horizontales reposant sur un demi-espace lui aussi homogène et isotrope. On place dans la lame d'eau une source ponctuelle excitée en régime harmonique à une profondeur  $z=z_0$ .

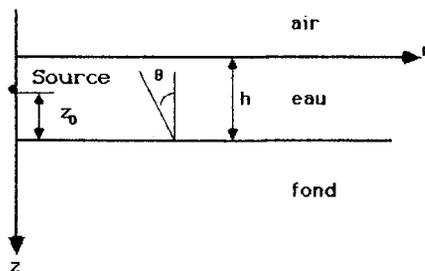


figure 1

### 3 CALCUL DU CHAMP DE PRESSION DANS LA COUCHE D'EAU :

Le champ de pression acoustique engendré dans l'eau par la source satisfait l'équation de Helmholtz :

$$(1) \quad [\Delta + k^2] p(\vec{r}) = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

Du fait de la présence d'une symétrie de révolution dans la géométrie du modèle utilisé, c'est tout naturellement que nous adopterons le système de coordonnées cylindriques. Dans ces conditions, l'équation de Helmholtz prendra la forme suivante :

$$(2) \quad \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] p(r,z) = -2 \frac{\delta(r)}{r} \delta(z-z_0)$$

La résolution de cette équation s'obtient grâce à la transformation de Hankel d'ordre 0 :

$$(3) \quad p(r,z) = \int_0^{+\infty} P(\xi,z) J_0(\xi r) \xi d\xi \quad P(\xi,z) = \int_0^{+\infty} p(r,z) J_0(\xi r) r dr$$

où  $\xi$  est le nombre d'onde horizontal

L'utilisation de cette transformation nous permet d'aboutir à l'équation différentielle suivante :

$$(4) \quad \left[ \frac{d^2}{dz^2} + (k^2 - \xi^2) \right] P(\xi,z) = -2 \delta(z-z_0)$$

La résolution du problème de propagation sera obtenue en associant à cette équation les conditions d'interface introduites par la surface et le fond. Soit  $P_S(\xi,z)$  et  $P_F(\xi,z)$  les solutions de l'équation différentielle homogène vérifiant respectivement les conditions d'interface à la surface et au fond cf/5/.

$$(5) \quad P(\xi,z) = -\frac{2 P_F(\xi,z_0) P_S(\xi,z)}{W(\xi,z_0)} \quad \text{pour } z < z_0 \quad P(\xi,z) = -\frac{2 P_F(\xi,z) P_S(\xi,z_0)}{W(\xi,z_0)} \quad \text{pour } z > z_0$$

Avec  $W(\xi,z_0) = P_F(\xi,z_0) P'_S(\xi,z_0) - P'_F(\xi,z_0) P_S(\xi,z_0)$  le Wronskien

Pour  $P_F(\xi,z)$  et  $P_S(\xi,z)$ , nous avons :

$$(7) \quad P_F(\xi,z) = A ( e^{iKz} + V(\xi) e^{2iKh} e^{-iKz} )$$

$$(8) \quad P_S(\xi,z) = B ( e^{iKz} - e^{-iKz} ) \quad \text{avec } K^2 = k^2 - \xi^2 \quad \text{le nombre d'onde vertical}$$

$$\text{Et le Wronskien : } W(\xi,z_0) = AB (-2iKh) [ 1 + V(\xi) e^{2iKh} ] \quad (9)$$

On peut alors exprimer la transformée de Hankel du champ à partir d'une seule équation :

$$(10) \quad P(\xi,z) = \frac{e^{iK|z-z_0|} - e^{iK(z+z_0)} + V(\xi) e^{2iKh} ( e^{-iK(z+z_0)} - e^{iK|z-z_0|} )}{iKh [ 1 + V(\xi) e^{2iKh} ]}$$

L'application de la transformée inverse permet d'obtenir le champ de pression acoustique sous une forme intégrale que l'on résoudra à l'aide du théorème des résidus. Le contour utilisé et les approximations faites sont développés dans la référence /3/. On aboutit au résultat suivant :

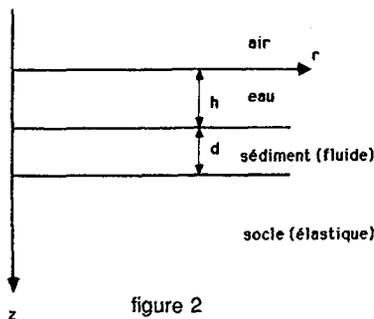
$$(11) \quad p(r,z) = 2\pi \sum_{l=1}^L \frac{2 \sin K_l z \sin K_l z_0}{2ih - \frac{K_l V'(\xi_l)}{\xi_l V(\xi_l)}} H_0^{(1)}(\xi_l r)$$

Les  $\xi_l$  étant les solutions réelles de l'équation caractéristique. :  $W(\xi,z_0) = 0$  (12)

Le champ de pression se présente sous la forme d'une somme de modes propagatifs correspondant chacun à un résidu .

### 4 ETUDE DU MODELE GEO-ACOUSTIQUE :

Dans le but d'appréhender de manière plus réaliste la propagation en mer, nous allons étudier le cas où le fond marin est constitué d'une couche fluide d'épaisseur constante  $d$  (couche sédimentaire) reposant sur un fond élastique semi-infini (socle rocheux) (fig 2).



eau:  $\rho_1=1$  et  $c_1=1500$  m/s  
 sédiment:  $\rho_2=2$  et  $c_2=1750$  m/s  
 socle:  $\rho_3=2,35$ ,  $c_3=4500$  m/s  
 et  $b_3=2500$  m/s

figure 2

**4-1 RESOLUTION DE L'EQUATION CARACTERISTIQUE :**

L'équation caractéristique peut aussi s'écrire sous la forme : 
$$\text{tg}(Kh) = i \frac{V(\xi)+1}{V(\xi)-1} \quad (13)$$

Avec cf /4/ : 
$$V(\xi) = \frac{V_{12}(\xi) + V_{23}(\xi) \exp(2iK_2d)}{1 + V_{12}(\xi) V_{23}(\xi) \exp(2iK_2d)} \quad (14)$$

$V_{12}$  et  $V_{23}$  coefficients de réflexion à l'interface eau-sédiment et sédiment-socle

La résolution de l'équation caractéristique pour diverses valeurs de l'épaisseur de la couche sédimentaire est décrite par les figures suivantes ( on travaillera à une fréquence  $F= 100$  kHz avec une hauteur d'eau  $h= 0,06$  m ):

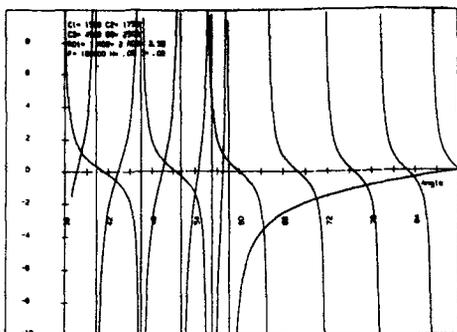


figure 3 : résolution de l'équation caractéristique pour  $d= 4 \lambda$

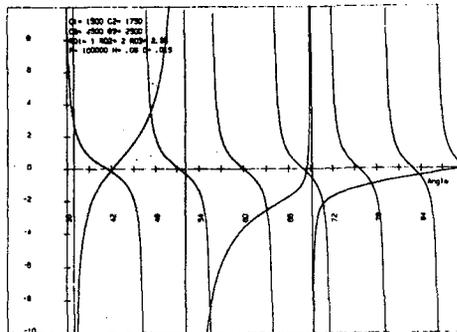


figure 4 : résolution de l'équation caractéristique pour  $d= \lambda$

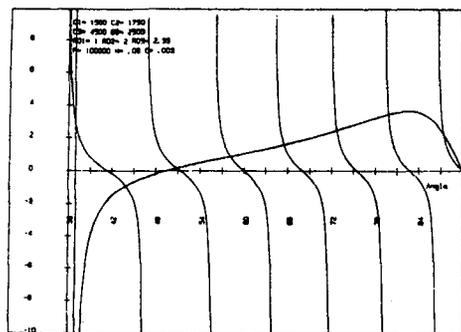


figure 5 : résolution de l'équation caractéristique pour  $d= 0,2 \lambda$

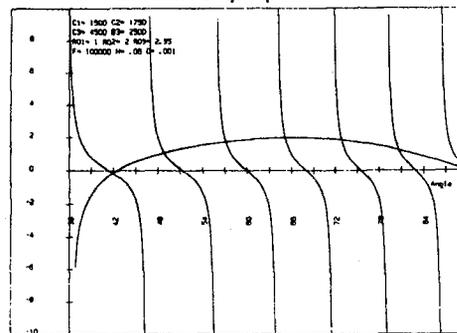


figure 6 : résolution de l'équation caractéristique pour  $d= 0,07 \lambda$

Ces courbes donnant les angles d'excitation des modes de propagation conduisent à quelques remarques. A partir d'une valeur de  $d$  suffisamment faible le comportement du modèle est analogue au cas d'un fond élastique semi-infini (fig 6). Au contraire si  $d$  est suffisamment grand, c'est le comportement du fond fluide semi-infini que l'on retrouve (fig 3). Entre ces configuration apparait alors une situation nouvelle caractérisée par l'apparition d'une discontinuité (fig 4) et la possibilité de génération du mode 0 (fig 5). On constate alors dans la figure 6, au voisinage de la discontinuité, la présence de deux modes ayant des angles d'excitation proche.

#### 4-2 ETUDE DE LA DISCONTINUITÉ :

Nous cherchons maintenant à identifier cette discontinuité. D'après l'équation (13), il est clair que sa position angulaire  $\theta_s$  sera donné par la solution de l'équation  $V(\xi)=1$  ou ce qui est équivalent d'après (15) à :

$$(15) \quad 1 - V_{23} \exp(2iK_2d) = 0$$

Soit  $c_s$  la célérité correspondant à l'angle  $\theta_s$ , on démontre à partir de (15) que  $c_s$  vérifie l'équation suivante

$$(16) \quad \mu(c_s) \left[ \left(1 - 2 \frac{b_3^2}{c_s^2}\right)^2 - \frac{4 b_3^2}{c_s^2 c_3} \sqrt{\frac{b_3^2}{c_s^2} - 1} \sqrt{\frac{c_3^2}{c_s^2} - 1} \right] + \frac{\rho_2 c_2}{\rho_3 c_3} \frac{\sqrt{\frac{c_3^2}{c_s^2} - 1}}{\sqrt{\frac{c_2^2}{c_s^2} - 1}} = 0$$

$$\text{Avec } \mu(c_s) = \tanh \left( \frac{2\pi f d}{c_2} \sqrt{\frac{c_2^2}{c_s^2} - 1} \right)$$

On peut alors constater que si  $\mu(c_s)=1$ , ce qui arrive si  $d$  est suffisamment grand, l'équation ci-dessus est identique à l'équation de STONELEY. La résolution de l'équation de STONELEY nous permet alors d'obtenir la célérité de l'onde de STONELEY :  $c_s = 1607$  m/s soit un angle  $\theta_s$  de  $68,9^\circ$  dans l'eau. Il est à noter que l'onde de STONELEY est une onde de surface se propageant à l'interface fluide-solide. Cette onde correspondant à une solution de l'équation  $V(\xi)=1$  ne se propage pas, il sera donc nécessaire d'introduire de l'absorption pour la mettre en évidence à partir de  $V(\xi)$ .

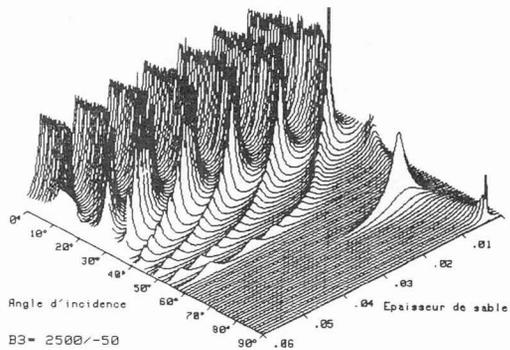


figure 7: Pertes du coefficient de reflexion en dB

On observe pour des angles élevés et des valeurs de  $d$  faibles, trois pics de pertes du coefficient de réflexion. Le premier situé à  $90^\circ$  correspond au mode 0, le deuxième et le plus important correspond à l'onde de STONELEY et le troisième intervenant pour une épaisseur quasi-nulle correspond à l'onde de RAYLEIGH.

#### 5 CONCLUSION :

Le coefficient de réflexion introduit par le fond marin joue un rôle fondamental dans la détermination des différents modes constituant le champ de pression dans la couche d'eau. Sa seule connaissance permet de déterminer les amplitudes et angles d'excitation de ces modes. On peut alors prendre pour le fond marin des modèles stratifiés plus complexes du moment que le calcul du coefficient de réflexion est possible. Ainsi il a été possible dans l'étude d'un modèle géo-acoustique de mettre en évidence la présence, sous certaines conditions, d'ondes de surface.

#### BIBLIOGRAPHIE :

- 1/ J.B. KELLER, Wave propagation and underwater acoustics, Springer-Verlag (1977)
- 2/ C.L. PEKERIS, Theory of propagation of explosive sound in shallow water, Geol. Soc. Amer, **27** (1948)
- 3/ J.P. SESSAREGO, A. PLAISANT, C.GAZANHES, Etude de la propagation sonore en eau peu profonde à l'aide de modèles réduits, Revue du CETHEDC **54** (1978)
- 4/ L. BREKHOVSKIKH, Waves in layered media, Second Edition Academic Press Inc. (1980)
- 5/ G.V. FRISK, J.F. LYNCH, Shallow water waveguide characterization using the Hankel transform, J. Acoust. Soc. Am. **76**, 205-216 (1984)