



**HAL**  
open science

**ANALYSE SPECTRALE DE SIGNAUX  
NON-STATIONNAIRES PAR DES MÉTHODES  
TEMPS-FRÉQUENCE: FOURIER, WIGNER-VILLE  
LISSÉE, AR ET LAGUMAS ÉVOLUTIFS,  
MÉTHODES HYBRIDES**

L. Bondant, Jerome I. Mars, N. Martin

► **To cite this version:**

L. Bondant, Jerome I. Mars, N. Martin. ANALYSE SPECTRALE DE SIGNAUX NON-STATIONNAIRES PAR DES MÉTHODES TEMPS-FRÉQUENCE: FOURIER, WIGNER-VILLE LISSÉE, AR ET LAGUMAS ÉVOLUTIFS, MÉTHODES HYBRIDES. *Journal de Physique Colloques*, 1990, 51 (C2), pp.C2-725-C2-728. 10.1051/jphyscol:19902168 . jpa-00230471

**HAL Id: jpa-00230471**

**<https://hal.science/jpa-00230471>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

1er Congrès Français d'Acoustique 1990

**ANALYSE SPECTRALE DE SIGNAUX NON-STATIONNAIRES PAR DES MÉTHODES  
TEMPS-FRÉQUENCE : FOURIER, WIGNER-VILLE LISSÉE, AR ET LAGUMAS ÉVOLUTIFS,  
MÉTHODES HYBRIDES**

L. BONDANT, J. MARS et N. MARTIN

*CEPHAG (Centre d'Etude des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques),  
ENSIEG, BP. 46, F-38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex, France*

**Résumé** - L'analyse spectrale de signaux réels non-stationnaires requiert la mise en application de plusieurs méthodes d'analyse. Dans cet article, nous présentons tout d'abord sur le plan théorique, les méthodes concernées à savoir la TF à court-terme, la distribution de pseudo-Wigner-Ville lissée, la méthode AR évolutive, la méthode de Lagunas et les méthodes hybrides AR-Capon et Lagunas-Capon. Ensuite, nous appliquons ces méthodes à des signaux réels issue de l'enregistrement de machines tournantes génératrices de vibrations acoustiques. Les résultats obtenus avec la TF à court-terme et la distribution de pseudo-Wigner-Ville lissée sont assez comparables. Par contre, les résultats de la méthode AR sont complémentaires de ceux apportés par la méthode de Lagunas. La première recherche les composantes fréquentielles à bande étroite alors que la seconde estime mieux les composantes à bande large. Cependant, ces deux méthodes ne nous apportent pas l'information sur la puissance des raies. D'où la nécessité en définitive, d'ajouter à celles-ci la méthode de Capon, estimateur de puissance, et on obtient alors les méthodes hybrides ARCAP et LAGCAP qui sont tout à fait adaptées à nos signaux réels.

**Abstract** - Signal processing of non stationary real data needs the implementation of different methods. In this paper, we show first the theory of the used methods which are the short-time FT, smoothed pseudo-Wigner-Ville distribution, AR and Lagunas evolutive methods, the mixed AR-Capon and Lagunas-Capon methods. Then, we apply these methods on real data issued from rotating machines generating acoustical vibrations. The results given by the short-time FT and by the pseudo-Wigner-Ville distribution are quite similar. On the other side, the results with the AR method are complementary with those given by the Lagunas method. The first one estimates the narrow band components of the spectrum while the second method yields a better estimation of wide band components. Otherwise, these two methods do not give the information on the spectrum power. So, it is necessary to add the Capon method (power estimation method). Then, we get mixed methods so called in this paper ARCAP and LAGCAP, which are perfectly adapted to our signals.

## **I - Introduction.**

L'objet de cet article est la comparaison de quelques méthodes d'analyse spectrale évolutive sur des signaux réels non stationnaires. Nous entendons par analyse spectrale évolutive, l'estimation d'une représentation conjointe en temps et en fréquence. Les signaux non stationnaires considérés sont lentement variables au cours du temps. Des travaux antérieurs ont été réalisés dans ce but mais seulement sur des signaux synthétiques simples [1]. Nous nous attacherons tout particulièrement aux résultats obtenus lors de l'étude de signaux réels mesurés sur des machines tournantes. Les algorithmes concernés sont la transformée de Fourier à court terme, la transformée de Pseudo-Wigner-Ville lissée, la méthode de Lagunas et le modèle AR.

Nous avons mis l'accent sur l'estimation des puissances associées aux fréquences estimées. Dans ce but, nous présentons deux algorithmes hybrides : la méthode ARCAP [2] et la méthode LAGCAP. La première partie de cet article décrit brièvement les méthodes considérées en insistant sur les différences théoriques. Une deuxième partie présente les résultats sur les signaux de machines tournantes.

## **II - Description des méthodes utilisées.**

La transformée de Fourier a toujours occupé une place privilégiée dans l'analyse des signaux stationnaires. Dans le cas de processus non stationnaires, il convient d'appliquer au signal une suite de transformée de Fourier à court terme (TFCT) en essayant d'adapter la longueur des fenêtres d'observations successives aux variations de structure du signal de sorte que les hypothèses de stationnarité soient localement satisfaites sur ces fenêtres [3]; [4]. Cette méthode, appelée spectrogramme, est formulée de la façon suivante :

$$\text{TFCT}(n,f) = \left| \sum_{k=-N+1}^{N-1} h(k-n) \cdot x(k) \cdot e^{-2\pi i f \cdot k} \right|^2$$

$x(k)$  : signal temporel  
 $h(k)$  : fenêtre appliquée sur le signal  
TFCT(n,f) : DSP à l'instant observé

Correspondant à un filtrage du signal indépendant des données, la TFCT est facilement réalisable, robuste et s'adapte parfaitement à l'étude des fréquences pures. Possédant un seul degré de liberté lié à la longueur des fenêtres, Grenier [5] montre que le paramètre essentiel de cette méthode est la dimension de la fenêtre plutôt que sa forme. Etant malgré tout irréversible (perte de la phase), la TFCT nécessite un compromis entre résolution fréquentielle et temporelle.

Une autre méthode consiste à chercher directement un outil adapté à l'étude des phénomènes non stationnaires. Dans cette voie, la distribution de Wigner-Ville est proposée en référence à J. Ville [6]. On peut alors définir la distribution de

pseudo-Wigner-Ville lissée (DPWVL) [7] ; [8], dont la version en discret est :

$$DPWVL(n,f) = 2 \sum_{k=-N+1}^{N-1} |h_N(k)|^2 \sum_{l=M+1}^{M-1} g_M(l) \cdot z_x(n+l+k) \cdot z_x(n+l-k) \cdot e^{-4im.f.k}$$

$z_x$  : transformée analytique du signal  $x$  ;  $g_M$  : fenêtre temporelle ;  $h_N$  : fenêtre fréquentielle

La fonction  $g_M$  opère une réduction des termes d'interaction temporelle [9];[10];[11]. Alors que la fonction  $h_N$  assure une réduction des termes d'interaction fréquentielle. Cette transformation possède des propriétés supplémentaires à celle de la TFCT (Distribution d'énergie - Moment du 1er ordre) [12];[13];[14]. Il a été montré [14] que la DPWVL peut être considérée de manière équivalente comme une TFCT du signal modifié (forme bilinéaire associée à ce signal). La DPWVL possède deux degrés de liberté [15] et agit sur le signal analytique. Elle effectue un lissage en temps et en fréquence permettant d'altérer les parasites et de conserver la structure du signal. Elle revient à approximer la loi de fréquence instantanée par une modulation linéaire de fréquence dans la fenêtre d'analyse [14]. C'est un outil intéressant pour les signaux constitués d'un petit nombre de composantes fréquentielles, où les variations de fréquence ne sont pas trop brutales.

Nous proposons également des méthodes paramétriques, non basées sur la transformation de Fourier. Une des méthodes proposées appelée Maximum de Vraisemblance normalisé généralisé, consiste à construire un filtre adapté au signal sans modéliser les données. Ce filtre passe-bande autour d'une fréquence  $\nu_0$  est obtenu par minimisation de la puissance de sortie du filtre sous la contrainte  $a(\nu_0) = \text{cste}$ , ( $a(\nu)$  est la réponse impulsionnelle du filtre). L'information spectrale est disponible à la sortie du filtre. Etablie pour des signaux stationnaires, cette méthode, que nous appellerons LAGUNAS, est rendue évolutive par un calcul sur une mémoire glissante sur la durée totale du signal. L'hypothèse de stationnarité locale est alors nécessaire. Dans notre cas, la mémoire étant fixée, la matrice de corrélation issue des données est inversée à chaque date [16];[17]. La densité spectrale estimée est obtenue par :

$$LAGUNAS_q(\nu) = \frac{\underline{S}^* \underline{R}_x^{-q+1} \underline{S}}{\underline{S}^* \underline{R}_x^{-q} \underline{S}} \quad \text{où } \underline{S}^T = (1, e^{2i\pi\nu t_e}, \dots, e^{2i\pi\nu M t_e})$$

$\underline{R}_x$  est la matrice de corrélation (calculée par la méthode de covariance) estimée par un estimateur progressif et rétrograde appelé "forward-backward". Ayant un biais plus faible sur l'estimation des fréquences et n'effectuant pas de dédoublement spectral, [16] cet estimateur sera choisi parmi l'éventail des estimateurs classiques. Suivant les valeurs de  $q$ , on obtient des méthodes différentes :

— si  $q = 1$  nous donne la méthode de Capon [18] définie par :  $P_{\text{cap}}(\nu) = \frac{1}{\underline{S}^* \underline{R}_x^{-1} \underline{S}}$ . C'est un estimateur de puissance. Il est connu que cette méthode est fort peu résolutive en fréquence, mais donne une bonne mesure de la puissance [17].

— si  $q = 2$ , on a la méthode de Lagunas qui équivaut à une normalisation de  $P_{\text{cap}}(\nu)$  par la bande équivalente du filtre d'analyse [19];[20]. On a ici un estimateur de la densité spectrale où les fréquences sont estimées par la position des maxima des pics de cette D.S.P. La puissance associée peut être donnée par la méthode de CAPON et fait l'objet de la méthode hybride appelée LAGCAP.

— si  $q > 2$ , on a alors la méthode de Lagunas généralisée. Une valeur de  $q$  supérieur à 2 accélère la vitesse de convergence de l'estimateur et la résolution fréquentielle est améliorée dans le sens d'une augmentation de contraste entre les valeurs propres au détriment de l'estimation de l'amplitude.

La dernière méthode proposée est basée sur un processus AR [21]. C'est un filtrage adapté au signal correspondant à un filtre blanchisseur avec minimisation de la puissance d'erreur sous la seule contrainte que l'on ait un filtre tout pôle ( $A_0 = 1$ ).  $A_0$  est le premier terme de  $\underline{A}$ , fonction de transfert du filtre et solution du système :  $\underline{R}_x \cdot \underline{A} = (P_e, 0, \dots, 0)^T$  où  $\underline{R}_x$  est la matrice de corrélation estimée par un estimateur progressif et rétrograde et  $P_e$  est la puissance d'erreur de l'estimation. L'information spectrale est dans le filtre contrairement à la méthode précédente. Le modèle AR implique que le résidu soit blanc, donc de puissance constante indépendante de la fréquence. La valeur des fréquences s'obtient à partir de la phase

des pôles du modèle, racines de  $a(z)$  avec  $a(z) = \sum_{k=0}^M A_k \cdot z^{-k}$ . Pour l'étude de signaux non stationnaires, cette méthode a été

rendue évolutive par un calcul récursif sur la matrice de covariance avec une mémoire finie glissante. La trajectoire des pôles dans le plan temps fréquence permet de suivre l'évolution des fréquences au cours du temps.

Comme pour la méthode de Lagunas, cette méthode AR est couplée avec l'estimateur de Capon, ce qui donne la méthode hybride AR-Capon.

### III - Applications des différentes méthodes d'analyse sur des signaux réels et résultats comparatifs.

Les signaux utilisés proviennent de l'enregistrement dans la gamme audible, de vibrations mécaniques de machines tournantes disposées sur un banc de manipulation (pompes aspirantes, moteurs entraînant ces pompes, alternateurs etc...). Un capteur de vibrations mécaniques suivi d'un amplificateur analogique est placé près de chaque machine. Nous avons appliqué les méthodes précitées sur les signaux numérisés, pour toutes les machines et pour différents régimes de fonctionnement (démarrage, régime établi et arrêt). Nous nous appliquerons ici à montrer les résultats sur une pompe en phase de démarrage uniquement. Toutes les méthodes laissent apparaître une phase transitoire caractérisée par une évolution dans le plan temps-fréquence de deux fréquences (484 et 968 Hz pendant le régime établi) en "virgule" (voir les figures 1 à 8). Bien plus, les pentes de ces deux "virgules" sont ordonnées de tel manière qu'à tout instant, les tangentes aux deux courbes convergent au même point situé sur l'axe des ordonnées. On observe en fait, l'évolution de deux harmoniques

RESULTATS OBTENUS SUR UNE POMPE AVEC LES DIFFERENTES METHODES (fréquence d'échantillonnage des signaux : 5000 Hertz)

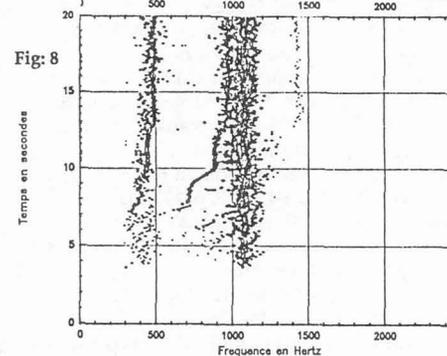
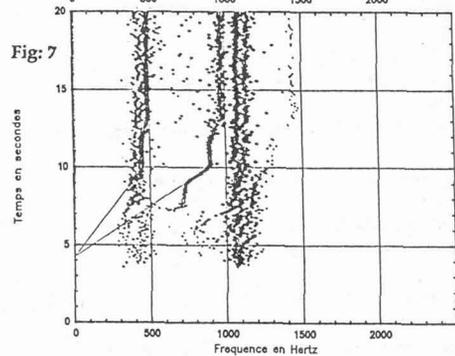
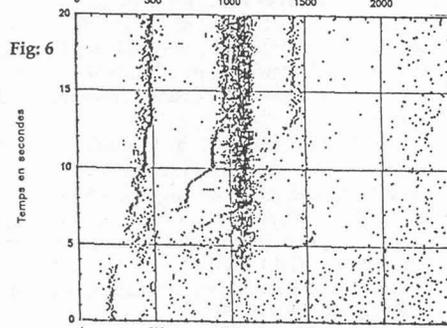
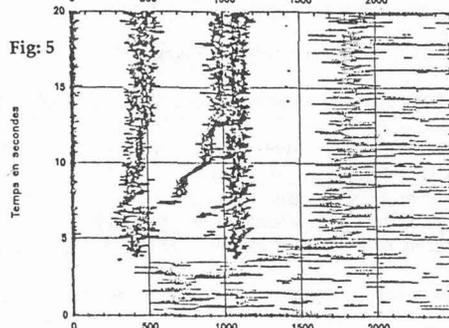
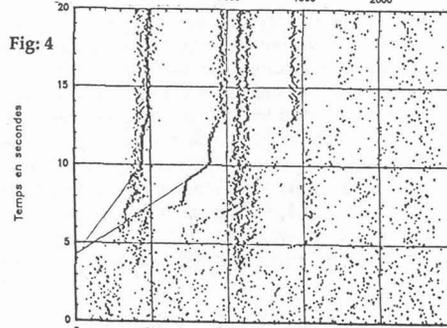
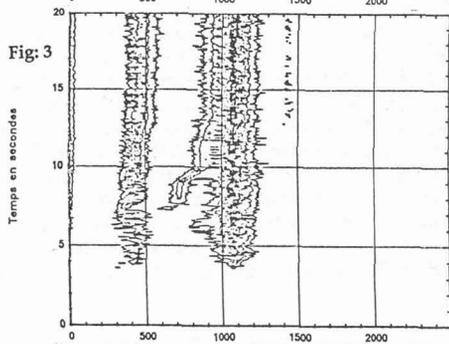
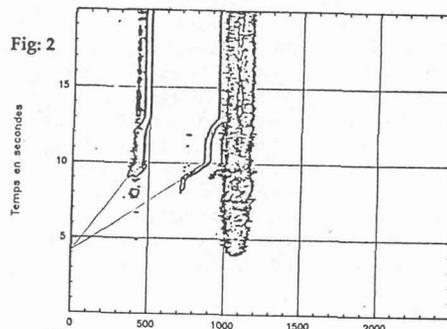
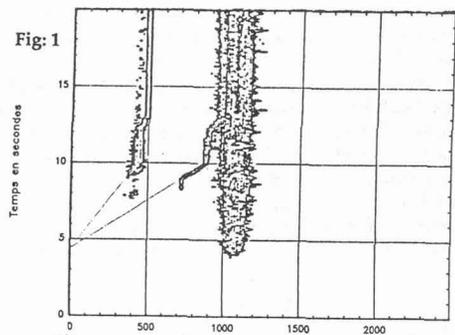


Fig: 1 Transformée de Fourier glissante lissée

Fig: 3 Méthode AR évolutive (D.S.P)

Fig: 5 Méthode de Lagunas ; q=2 (D.S.P)

Fig: 7 Méthode AR-CAPON (fréq.: AR et amplitude : Capon)

Fig: 2 Transformée de Pseudo-Wigner-Ville lissée

Fig: 4 Méthode AR évolutive (Pôles : fréq. et module)

Fig: 6 Méthode de Lagunas ; q=2 (Position max des fréq. et module)

Fig: 8 Méthode LAGUNAS-CAPON (fréq.: LAG et amplitude : Capon)

Figures 1 à 8 : Amplitude linéaire - Nb de pts. de représentation des fréquences = 256 - Nb de pts. de décalage = 256

Figure 1: fenêtre rect. = 255 points - Figure 2: fenêtre temps rectangulaire = 255 pts ; fenêtre fréq. Kaiser - Bessel (2) = 255 pts

Figures 3 à 8 : Mémoire = 101 pts ; Ordre = 20 pts

(harmoniques 17 et 34) liées à la fréquence fondamentale à 28,47 Hertz. Ces fréquences caractéristiques sont liées à des propriétés mécaniques et électriques des machines.

Le résultat avec la transformation de Fourier à court terme confirme la robustesse de cette méthode d'analyse. L'allure du spectre évolutif est ébauchée et l'on peut y voir l'évolution comparable des deux harmoniques. Cet aspect du spectre est plus évident avec la transformation de pseudo-Wigner-Ville lissée où les résultats sont améliorés dans les parties de modulation linéaire de fréquence, comme le confirme la théorie [14]. La représentation en temps et en fréquence de la densité spectrale estimée par la méthode de Lagunas montre comme le prévoyait la théorie, des rampes de démarrage d'harmoniques supplémentaires (agglomération de points semblant signifier la présence de rampes courtes) tandis qu'avec le même type de représentation, la méthode AR est comparable aux méthodes de Fourier et de pseudo-Wigner-Ville lissée, excepté que la longueur de la mémoire est réduite d'environ un tiers. Par contre la représentation en position et module des pics pour Lagunas, et en fréquence et module des pôles pour la méthode AR donne des informations fréquentielles plus complètes qu'avec les autres méthodes. La méthode de Lagunas fait ressortir le spectre bande large autour de la fréquence 1100Hz tandis que la méthode AR caractérise mieux les composantes à bande étroite qui se superposent à ce processus large bande. L'utilisation des méthodes hybrides ARCAP et LAGCAP complète les représentations précédentes par des mesures plus précises de la puissance associée à chaque fréquence.

#### IV - Conclusion.

Des méthodes d'analyse temps-fréquence ont été comparées sur des signaux réels de machines tournantes. Seule la transformation de Wigner-Ville ne nécessite pas d'hypothèse de stationnarité locale (mais suppose une modulation linéaire des fréquences sur la longueur de la fenêtre). Les autres algorithmes (TFCT, AR et Lagunas) sont élargis au cas non stationnaire par des techniques de fenêtre glissante, avec ou sans récursivité sur la matrice de covariance (AR et Lagunas). La faiblesse des méthodes AR et Lagunas vis à vis de l'estimation des amplitudes est comblée par l'introduction des méthodes hybrides: Couplage de ces estimateurs avec un estimateur de puissance Capon (ARCAP et LAGCAP). Avec le type de signaux réels traités (démarrage de machines tournantes), la TFCT et la transformation de Pseudo-Wigner-Ville lissée ont des résultats sensiblement équivalents (PWVL étant légèrement supérieure). Sur une durée plus courte, les méthodes ARCAP et LAGCAP fournissent des images temps-fréquence plus riches. D'autre part, ces deux méthodes se complètent par leur structure: AR estime bien les composantes à bande étroite tandis que l'estimateur de Lagunas représente mieux les processus à bande large. Ces conclusions sont valables dans le contexte des signaux réels traités.

#### REFERENCES

- /1/ Latombe, C. Analyse spectrale évolutive : Comparaison de plusieurs algorithmes sur l'ensemble des signaux tests du GRECO-SARTA. C. GRETSI 87, p 741-748.
- /2/ Lacoume, J.L., Martin, N., Berriani, B., Cliet, C. et al. Analysis and Modeling of Seismic Signals over Short-Time Windows. SEG - New Orleans, Oct. 1987.
- /3/ Allen, J. and Rabiner, L. A Unified Approach to Short time Fourier Analysis and Synthesis. Proc IEEE, 65, n°11, 1977, p. 1558-1564.
- /4/ Flandrin, P. and Escudie, B. Géométrie des fonctions d'ambiguïtés et des représentations conjointes de Ville. L'approche de la théorie des catastrophes. 8<sup>ème</sup> Colloque GRETSI, Nice, 1981, p. 69-74.
- /5/ Grenier, Y. Modélisation des signaux non stationnaires. Thèse d'état ENST Paris, 1984.
- /6/ Ville, J. Théorie et applications de la notion de signal analytique. Cables et Transmissions, 2A (1), 1948, p. 61-74.
- /7/ Flandrin, P. Some Features of Time Frequency Representation of Multicomponent Signals. IEEE, ICASSP-84, San Diego, 1984, p. 41B4.1-41B4.4.
- /8/ Flandrin, P. and Escudie, B. Principe et mise en œuvre de l'analyse Temps-fréquence par transformation de Wigner-Ville. T.S. 2, 1985, p. 143-151.
- /9/ Bouachache, B. and Flandrin, P. Wigner-Ville Analysis of Time varying Signals. Proc IEEE, Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signals Processing, ICASSP-82, Paris, p. 1329-1332.
- /10/ Flandrin, P. Représentation des signaux dans le plan Temps-fréquence. Thèse D.I. INPG Grenoble, 1982.
- /11/ Hlawatsch, F. Interference Terms in the Wigner Distribution in Digital Signals Processing-84, V. Cappellini et A.G. Constantinides eds, North-Holland, Amsterdam, 1984, p. 363-367.
- /12/ Claassen, T. and Mecklenbrauker, W. The Wigner Distribution. A tool for Time Frequency Signals Analysis. Philips. J. RES, 35, 1980, p. 217-250.
- /13/ Escudie, B. Représentation en temps et en fréquence des signaux d'énergie finie. Analyse et observations des signaux. Ann. Telecom. 34, 3-4, 1979, p. 101-111.
- /14/ Flandrin, P. and Escudie, B. An Interpretation of the Pseudo-Wigner-Ville Distribution. Signals Processing, 27-36. 1984.
- /15/ Zhu, Y., Peyrin, F. and Goutte, R. Transformations de Wigner-Ville. Descriptions d'un nouvel outil de traitement du signal et des images. Ann Telecom-42, n°3-4, 1987, p. 105-118.
- /16/ Fernandez, J. and Martin, N. Adaptive Spectral Estimation by M.L Filtering. EUSIPCO, La Hague, Holland, September 1986, p. 323- 326.
- /17/ Lagunas, M.A. and Gasull, A. Measuring True Spectral Density from M.L. Filters. IEEE, ICASSP-84, San Diego, 1984, p. 14.10.1-14.10.3.
- /18/ Capon, J. High Resolution Frequency Wavenumber Spectrum Analysis. Proc IEEE, 57, August 1969, p. 1408-1418.
- /19/ Lagunas-Hernandez, M.A. and Gasull-Llampadas, A. An Improved Maximum Likelihood Method for Power Spectral Density Estimation. IEEE, Trans. on Acoustics Speech and Signals Processing, Vol. ASSP-32, n°1, 1981.
- /20/ Lagunas, M.A., Santamaria, M.E., Gasull, A. and Moreno, A. Maximum Likelihood Filters in Spectral Estimation Problems. Signals Processing, North-Holland eds, 10, n°1, 1986, p. 19-34.
- /21/ Martin, N. An A.R Spectral Analysis of non Stationary Signals. Signal Processing, North-Holland Eds, 10, n°1, 1986, p. 61-74.