



**HAL**  
open science

# CALCULS NON-LINEAIRES DE STRUCTURES EN BETON ARME OU NON-ARME SOUMISES A DES EXPLOSIONS

J. Terrier

► **To cite this version:**

J. Terrier. CALCULS NON-LINEAIRES DE STRUCTURES EN BETON ARME OU NON-ARME SOUMISES A DES EXPLOSIONS. Journal de Physique Colloques, 1988, 49 (C3), pp.C3-513-C3-520. 10.1051/jphyscol:1988372 . jpa-00227795

**HAL Id: jpa-00227795**

**<https://hal.science/jpa-00227795>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**CALCULS NON-LINEAIRES DE STRUCTURES EN BETON ARME OU NON-ARME SOUMISES A DES EXPLOSIONS**

J.M. TERRIER

*SNPE, Centre de Recherche du Bouchet, BP 02,  
F-91710 Vert-le-Petit, France*• **Résumé:**

Dans le cadre de la sécurité des constructions à hauts risques pyrotechniques, la SNPE a été amenée à s'intéresser aux lois de comportement du béton armé ou non-armé soumis à des sollicitations dynamiques. Les lois de SACKETT<sup>1</sup> introduites dans les codes DYNA ont été testées et comparées aux méthodes pseudo-statiques. Cette étude a été réalisée dans le but de l'application de ces lois dans la vérification de la tenue de structures aux explosions.

• **Abstract:**

Within the context of high pyrotechnic risk structures, the SNPE was led to take an active interest in the behavior of concrete with or without reinforcements under dynamics loadings. SACKETT's laws introduced in the codes DYNA have been tested and compared with the pseudostatic methods. The goal of this study is the application of these laws to check structures behavior under explosions.

La plupart des structures soumises à des explosions sont vérifiées et même dimensionnées à partir de méthodes pseudostatiques basées sur des résultats expérimentaux. Depuis quelques années apparaissent des modèles rhéologiques permettant de prendre en compte le comportement non-linéaire du matériau étudié sous diverses sollicitations. Dans le cadre de la sécurité des constructions à hauts risques pyrotechniques la SNPE a été amenée à s'intéresser aux lois de comportement du béton armé ou non-armé tant pour le dimensionnement des structures que pour la définition des zones de danger. Après avoir testé plusieurs lois de comportement sur des éléments de structures soumis à des impulsions issues d'explosions, notre choix s'est porté sur les lois développées par S.J. SACKETT au Lawrence Livermore National Laboratory (L.L.N.L. California USA). Nous allons présenter le formalisme de ces lois puis les comparaisons réalisées avec des méthodes pseudostatiques.

## 1 Description des modèles de béton de SACKETT

Les modèles de béton introduits par SACKETT dans les codes DYNA [1] [2] permettent d'envisager des chargements fortement dynamiques à très haut niveau de contraintes. Ces formulations hydrodynamiques liées à une équation d'état prennent ainsi en compte la compactance du matériau.

### 1.1 Formulation de la loi dans DYNA2D

La partie de la loi correspondant au béton seul est issue de la formulation du comportement des roches de TAYLOR [3]. Les réponses volumétriques et déviatoriques sont découplées.

- La réponse volumétrique est calculée en premier lieu à l'aide de l'équation d'état suivante :

$$P = C(\epsilon_v) + \gamma T(\epsilon_v) E \quad (1)$$

<sup>1</sup>Lawrence Livermore National Laboratory California USA

$$\begin{cases} \epsilon_v & \text{déformation volumétrique} \\ C, \gamma, T & \text{paramètres} \\ E & \text{énergie interne} \end{cases}$$

La déformation volumétrique moyenne est calculée à chaque itération :

$$\epsilon_v^{n+1} = \epsilon_v^n + \Delta t \epsilon_v \quad (2)$$

$$\epsilon_v = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{d}) \quad (3)$$

Le critère de rupture en tension est activé dès que la pression est inférieure à la pression limite de tension :  $p \leq p_t^f$  et  $\epsilon_t^f = \frac{P_t^f}{K_n}$ .

Lorsque le critère de rupture en tension est activé, la pression est maintenue à la valeur limite  $P_t^f$  tant que l'on a :  $\epsilon_v \leq \epsilon_t^f$ . Dans le cas contraire on contrôle si  $\epsilon_v$  est inférieure à la plus grande valeur déjà calculée dans le matériau ( $\epsilon_{max}$ ) :

$$\epsilon_v \leq \epsilon_{max} \Rightarrow P^{n+1} = P^n - K(\epsilon_v) \Delta \epsilon_v \quad (4)$$

sinon la pression est calculée à partir de l'équation 1 et l'on pose :

$$\epsilon_{max} = \epsilon_v^{n+1} \quad (5)$$

Tout déchargement est possible jusqu'à  $P_t^f$ .

- Pour la partie déviatorique, la surface de rupture est définie par :

$$J_2 = a_0 + a_1 P + a_2 P^2 \quad (6)$$

$$\begin{cases} J_2 = \frac{1}{2} \underline{S} : \underline{S} & \text{second invariant du tenseur des contraintes déviatoriques} \\ P & \text{pression} \end{cases}$$

La contrainte de Von Mises est reliée à  $J_2$  par:

$$\bar{\sigma}_y^2 = 3J_2 \quad (7)$$

d'où l'on a:

$$\bar{\sigma}_y = \sqrt{3a_0 + 3a_1 P + 3a_2 P^2} \quad (8)$$

\*  $a_1 = a_2 = 0$  :

$$\bar{\sigma}_y = \sqrt{3a_0} \quad (9)$$

$$a_0 \geq 0 \quad (10)$$

Le comportement est élasto-plastique parfait. La surface limite est un cylindre orienté sur la trissectrice dans l'espace des contraintes principales (cf figure n°1)

\*  $a_2 = 0$  :

$$\bar{\sigma}_y = \sqrt{3a_0 + 3a_1 P} \Rightarrow \bar{\sigma}_y^2 - 3a_1 \left( P + \frac{a_0}{a_1} \right) = 0 \quad (11)$$

$$P_t^f = -\frac{a_0}{a_1} \quad (12)$$

La surface limite est une conique de révolution centrée sur la trissectrice dans l'espace des contraintes principales dont la nature dépend des paramètres. (cf. figure n°2)

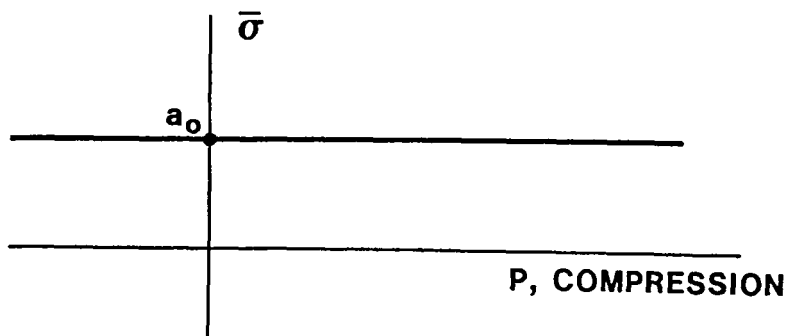


Figure 1: forme de la surface limite dans le plan  $(\bar{\sigma}_v, P)$ ,  $a_1 = a_2 = 0$ .

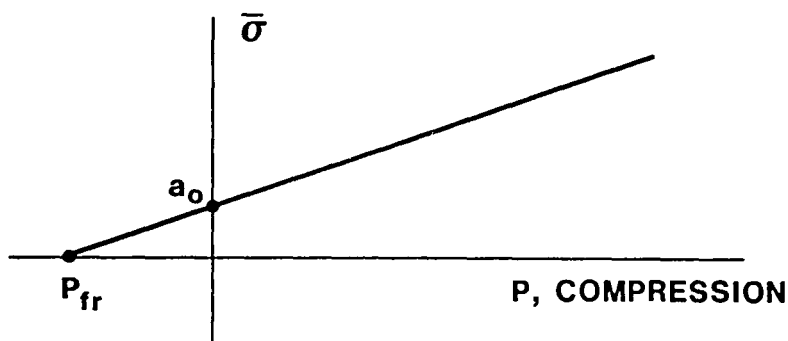


Figure 2: forme de la surface limite dans le plan  $(\bar{\sigma}_v, P)$ ,  $a_2 = 0$ .

\*  $a_0 \neq 0, a_1 \neq 0, a_2 \neq 0$  :

La surface limite est une portion du paraboloïde de révolution. (cf. figure n°3 )

Condition sur les paramètres à respecter:  $P_t^f$  racine négative de l'équation :

$$a_0 + a_1 P + a_2 P^2 = 0 \quad (13)$$

- Un critère de rupture en tension est également actif au niveau de la contrainte principale majeure :

$$\sigma_{max}^{prin.} > \sigma_t^f \quad (14)$$

Si l'équation 14 est vérifiée, le béton est considéré comme étant fracturé. Le matériau ne peut plus résister qu'à un champ de contraintes en compression et le cisaillement est limité par l'angle de frottement interne du matériau.

L'ouverture de la fissure n'est pas immédiate et un facteur de relaxation entre en jeu .

- L'écrouissage isotrope est défini point par point par l'utilisateur en rentrant en données une courbe  $\sigma = f(D)$

D est une mesure de la déformation plastique tenant compte d'un endommagement isotrope du matériau:

$$D = \int \frac{b_0}{\left(1 + \frac{P}{\sigma_t^f}\right)^{b_1}} d\epsilon^P \quad (15)$$

- Les aciers sont modélisés en considérant une densité d'armatures isotrope, d'où l'importance du maillage. La loi de comportement des aciers est élastoplastique avec écrouissage isotrope.

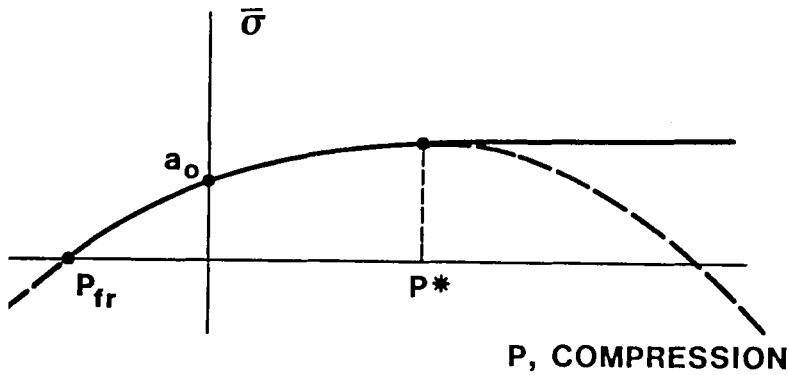


Figure 3: forme de la surface limite dans le plan  $(\bar{\sigma}_y, P)$ ,  $a_i \neq 0$ .

Nous avons choisi un comportement élasto-plastique parfait. Les caractéristiques utilisées sont:

$$\begin{cases} \text{module d'Young} & E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \\ \text{coefficient de Poisson} & \nu = 0.3 \\ \text{contrainte limite en compression} & \sigma_y^s = 0.44 \cdot 10^3 \text{ MPa} \end{cases}$$

- La contribution des aciers est prise en compte par :

$$K = (1 - f_s)K^c + f_s K^s \quad (16)$$

$$G = (1 - f_s)G^c + f_s G^s \quad (17)$$

$$\sigma_y = (1 - f_s)\sigma_y^c + f_s \sigma_y^s \quad (18)$$

- Les caractéristiques du béton utilisées pour l'étude sont égales à:

→ Equation d'état:

$$\begin{cases} K = 0.147 \cdot 10^5 \text{ MPa} & \text{module volumétrique en déchargement} \\ \gamma & = 0 \\ E_o & = 0 \\ V_o & = 0 \end{cases}$$

→ Loi de comportement:

$$\begin{cases} \rightarrow \text{Coefficient de Poisson} & \nu = 0.20 \\ \rightarrow \text{Limite de rupture en compression simple} & f_c^r = 31.25 \text{ MPa} \\ \rightarrow \text{Limite de rupture en tension} & f_t^r = 3.21 \text{ MPa} \\ \rightarrow \text{Coefficients de dommage} & b_o = 1 \quad b_1 = 0 \end{cases}$$

## 1.2 Formulation de la loi dans DYNA3D

- L'équation d'état est la même que pour le code DYNA2D. Nous avons repris les mêmes paramètres.
- Le traitement de la réponse volumétrique est également identique.
- Par contre pour la partie sphérique une autre formulation de la surface limite a été introduite :

$$J_2 = 3\left(a_0 + \frac{P}{a_1 + a_2 P}\right)^2 \quad (19)$$

$$\begin{cases} J_2 = \frac{1}{2} \mathbb{S} : \mathbb{S} & \text{second invariant du tenseur des contraintes déviatoriques} \\ P & \text{pression} \\ a_i & \text{paramètres} \end{cases}$$

La contrainte de Von Mises est ainsi égale à:

$$\sigma_y = a_o + \frac{P}{a_1 + a_2 P} \quad (20)$$

\*  $a_1 = a_2 = 0$  :

$$\sigma_y = a_o \quad (21)$$

Le comportement est élasto-plastique parfait. La surface limite est un cylindre dans l'espace des contraintes principales

\*  $a_2 = 0$

$$\sigma_y = a_o + \frac{P}{a_1} \quad (22)$$

La surface limite est une conique dont le type dépend des paramètres  $a_o$  et  $a_1$ .

La pression limite en tension et les paramètres doivent respecter la condition suivante:

$$P_t^f = -a_o a_1 \quad (23)$$

\* Lorsque aucun des paramètres n'est nul, la surface limite est un paraboloïde de révolution dans l'espace des contraintes principales. Un triplet cohérent de valeurs doit respecter la condition suivante:

$$P_t^f = \frac{-a_o a_1}{1 + a_o a_2} \quad (24)$$

Dans un élément, si la contrainte principale majeure excède la limite de rupture en tension, le matériau est considéré comme fracturé. Il ne peut résister alors qu'à un champ de contraintes compressif. La surface limite change pour tenir compte de la modification du matériau :

$$\sigma_y^{ft} = a_o^{ft} + \frac{P}{a_1^{ft} + a_2 P} \quad (25)$$

- Il est possible de prendre en compte l'influence de la vitesse de déformation sur la contrainte limite du béton ainsi que sur celle de l'acier en appliquant à cette dernière un facteur correctif défini par une courbe (facteur correctif, vitesse de déformation) rentrée en données.
- L'écroutissage est traité exactement de la même façon que dans DYN2D en faisant intervenir une mesure isotropique de l'endommagement du matériau.
- Pour les aciers et leur contribution, la même théorie que dans DYN2D est appliquée.
- Les nouveaux paramètres définissant la surface limite du béton ont été déterminés à partir de la limite de rupture en compression simple. Les paramètres suivants ont ainsi été utilisés pour les calculs :

$$\begin{cases} a_o = 7.812 \text{ MPa} & a_1 = \frac{1}{3} & a_2 = 0.106710^{-1} (\text{MPa})^{-1} \\ a_o^{ft} = 0. \text{ MPa} & a_1^{ft} = 0.385 & a_2 = 0.106710^{-1} (\text{MPa})^{-1} \end{cases}$$

Les autres paramètres tant vis à vis de la matrice béton que vis à vis des aciers d'armatures sont les mêmes que pour le code bidimensionnel DYN2D.

## 2 Calcul d'éléments de structure

### 2.1 Définition des éléments de structure calculés

Trois types d'éléments de structure ont été étudiés:

1. Une dalle encastrée aux quatre extrémités.
2. Une poutre encastrée aux deux extrémités.
3. une poutre sur appuis simples.

La dalle d'épaisseur 0.30m est rectangulaire :  $l=4m$   $L=6m$ . Elle est armée sur deux faces et dans les deux directions par des lits d'armatures HA16  $e = 20.cm$  ( $10.05cm^2/ml$ ). L'enrobage des aciers est de 3.cm. Les poutres ont une longueur de 4m et une section de  $0.30 \times 0.30$  (m×m).

### 2.2 Chargements dynamiques appliqués

**Chargements appliqués à la dalle** En raison des symétries nous n'avons modélisé qu'un quart de la dalle découpée en 24 éléments de  $.50 \times .50$  (m×m). Le chargement dynamique provenant de l'explosion d'une charge placée à l'aplomb du centre de la dalle se compose d'un ensemble de chargements élémentaires appliqués sur chacun des éléments de dalle. Il est maximum au centre; les caractéristiques évoluant au fur et à mesure que la distance au centre augmente .

$$\begin{cases} t < t_a \text{ ou } t_a + t_o < t & P = 0. \\ t_a < t < t_a + t_o & P = P_r(1 - \frac{t-t_a}{t_o}) \end{cases}$$

Trois chargements ont été définis:

1. chargement n°1 :  $P_r = 2.20 MPa$   $t_a = 1.703 ms$   $t_o = 4.732 ms$
2. chargement n°2 :  $P_r = 3.80 MPa$   $t_a = 1.485 ms$   $t_o = 1.320 ms$
3. chargement n°3 :  $P_r = 1.53 MPa$   $t_a = 2.425 ms$   $t_o = 10.46 ms$

**Chargements appliqués aux poutres** Le chargement appliqué aux poutres est issu du cas n°1 précédent en ne prenant que la travée centrale.

### 2.3 Modélisation

1. Modélisation de la dalle :

Le quart de la dalle a été modélisé par des éléments solides (cf. figure n°4):

→ 6 dans l'épaisseur

→  $12 \times 18$  dans le plan

Les deux zones armées par un treillis soudé ont été schématisées par des éléments solides ayant un pourcentage d'armatures approprié. Pour les autres éléments nous avons introduit un ferrailage très faible correspondant à la présence des étriers.

2. Modélisation des poutres.

Les poutres ont été modélisées par des éléments solides :

→ 6 dans l'épaisseur

→ 24 dans la demi-longueur

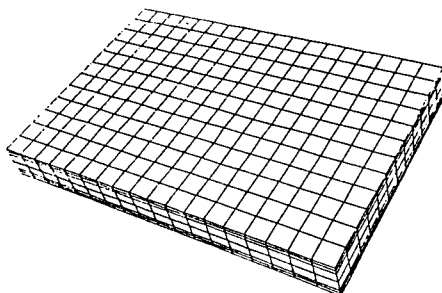


Figure 4: modélisation de la dalle

Le ferrailage a d'abord été choisi conformément à celui d'une poutre, c'est-à-dire avec des barres longitudinales là où dans la dalle il y avait les treillis soudés. Il a été augmenté par la suite pour respecter d'autres calculs et permettre des comparaisons meilleures.

## 2.4 Synthèse des résultats.

Les différents calculs DYNA 2D et 3D sont fournis dans les tableaux suivant avec ceux obtenus à partir des méthodes "pseudo-statiques" Biggs, application du TM5-1300 [4] et de calculs éléments finis EPHYD-3D [5] [6], ce code possédant une loi de comportement du béton armé en dynamique ("Cracked brittle material" CBM1).

Poutre encastree aux deux extremités	DYNA2D	DYNA3D	EPHYD3D	BIGGS
Déplacement maxi (cm)	15.4	10.3	9.3	15.7
Temps correspondant (ms)	6.1	6.0	3.	41.74
Poutre sur appuis simples	DYNA2D	DYNA3D	ESI	BIGGS
Déplacement maxi (cm)	> 27.	-	> 26.7	32.
Temps correspondant (ms)	90.	-	48.	77.

Dalle		DYNA3D	EPHYD3D	BIGGS	TM5-1300
Chargement n°1	Déplacement maxi (cm)	6.9	3.6	5.7	8.6
	Temps correspondant (ms)	19.2	10.	18.	-
	Déformation résiduelle (cm)	6.5	0.	3.6	-
	$\theta_{max}$ (deg.)	2.	-	1.6	2.5
	$\theta_{res}$ (deg.)	1.9	-	1.	-
Chargement n°2	Déplacement maxi (cm)	1.9	-	1.7	1.7
	Temps correspondant (ms)	12.5	-	10.1	-
	Déformation résiduelle (cm)	1.4	-	0.3	-
	$\theta_{max}$ (deg.)	.55	-	.50	.50
	$\theta_{res}$ (deg.)	.40	-	.10	-
Chargement n°3	Déplacement maxi (cm)	10.9	-	12.5	24.7
	Temps correspondant (ms)	24.5	-	26.3	-
	Déformation résiduelle (cm)	10.2	-	11.2	-
	$\theta_{max}$ (deg.)	3.1	-	3.6	7.0
	$\theta_{res}$ (deg.)	2.9	-	3.2	-

$\theta_{max}$  = angle de rotation maxi  $\theta_{res}$  = angle de rotation résiduel



## 2.5 Conclusions.

### 1. Calculs des poutres:

Dans les deux configurations étudiées on note une bonne cohérence entre les calculs aux éléments finis et les méthodes "pseudo-statiques". On remarquera cependant que le temps d'arrivée du pic de déformation donné par la méthode de Biggs est trop élevé eu égard à la durée de l'impulsion.

### 2. Calculs de dalles:

Il y a une bonne homogénéité entre les méthodes classiquement utilisées par les bureaux d'étude et les calculs aux éléments finis réalisés. Le modèle introduit dans le code EPHYD3D semble faire apparaître une rigidité un peu trop grande de la matrice béton qui peut être due au calage de la loi par rapport aux caractéristiques que nous avons fixées. Il est certain que les méthodes "pseudo-statiques" ne donnent pas de bons résultats quant à la phase de déchargement. Les lois de Sackett nous ont donné les meilleurs résultats dans ce domaine.

## 3 Conclusion.

- D'autres études de structures nous ont confirmé la bonne prise en compte du comportement non-linéaire du béton par les lois de Sackett incorporées dans les codes DYNA2D et DYNA3D de J.O. Hallquist.
- Pour de fortes sollicitations on remarquera que la méthode de Biggs donne de meilleurs résultats que le TM5-1300 qui est très conservatif. Il ne faut pas oublier que le TM5-1300 incorpore des coefficients de sécurité.
- Nous essayons dans une deuxième phase d'améliorer nos connaissances sur le comportement du béton sous sollicitations dynamiques rapides pour introduire de meilleurs coefficients dans les modèles choisis.
- L'utilisation de codes aux éléments finis faisant appel à des lois élaborées n'est adaptée qu'essentiellement aux cas de structures complexes difficilement appréhendables par les méthodes classiques (Biggs, TM5-1300....).

## References

- [1] John O. HALLQUIST  
"User's manual for DYNA2D. An explicit twodimensional hydrodynamic finite element code with interactive rezoning". L.L.N.L. UCID 18756 rev 3
- [2] John O. HALLQUIST - D.J. BENSON  
"DYNA3D user's manual. An explicit three dimensional hydrodynamic finite element code"  
L.L.N.L. UCID 19592 rev 3
- [3] D.V. SWENSON - L.M. TAYLOR  
"A finite element model for the analysis of tailored pulse stimulation of boreholes."  
International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. vol 7 p469-484, 1983.
- [4] M. DEDE - F. SOCK - S. LIPVIN-SCHRAMM - N. DOBBS  
"TM5-1300. Structures to resist the effects of accidental explosions"  
Special Publication ARLCD-SP-84001 Ammann & Whitney Two World Trade Center New York NY 10048.
- [5] A. CURNIER  
"A crackable reinforced concrete model" Engineering Systems International Report 1980.
- [6] Z.P. BAZANT  
"Finite elements analysis of reinforced concrete" American Society of Civil Engineers. 1982