



**HAL**  
open science

# UNE EXPERIENCE DE RAYLEIGH-BENARD DE GEOMETRIE REDUITE; MULTIPLICATION, ACCROCHAGE ET DEMULTIPLICATION DE FREQUENCES

A. Libchaber, J. Maurer

► **To cite this version:**

A. Libchaber, J. Maurer. UNE EXPERIENCE DE RAYLEIGH-BENARD DE GEOMETRIE REDUITE; MULTIPLICATION, ACCROCHAGE ET DEMULTIPLICATION DE FREQUENCES. Journal de Physique Colloques, 1980, 41 (C3), pp.C3-51-C3-56. 10.1051/jphyscol:1980309 . jpa-00219828

**HAL Id: jpa-00219828**

**<https://hal.science/jpa-00219828>**

Submitted on 1 Jan 1980

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNE EXPERIENCE DE RAYLEIGH-BENARD DE GEOMETRIE REDUITE ; MULTIPLICATION, ACCROCHAGE ET DEMULTIPLICATION DE FREQUENCES

A. Libchaber et J. Maurer

Groupe de Physique des Solides de l'Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris, France

Le but de cet exposé est de montrer comment, à partir d'une expérience où un petit volume (5mm<sup>3</sup>) d'Hélium liquide est mis en convection en le chauffant par le bas, se manifestent la plupart des phénomènes non linéaires familiers à d'autres domaines et en particulier en électronique. Cette expérience suggère que les instabilités convectives et la transition à la turbulence pourraient être simulées à partir de deux oscillateurs entretenus couplés non linéairement.

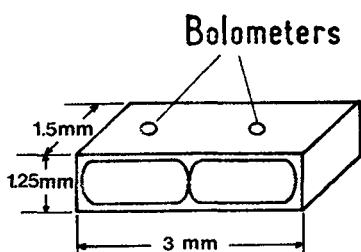


Figure I - Schéma de la cellule expérimentale avec position des bolomètres.

Deux cellules convectives tournant en sens inverse (Fig.I) présentent, au-delà d'un certain flux de chaleur les traversant, des instabilités oscillatoires. A partir d'une différence de température  $\Delta T_1$ , une oscillation de température est mesurée, de fréquence  $f_1$  proche de 500 mHz. Lorsque l'on augmente le flux de chaleur, les effets non linéaires dans le fluide font progressivement apparaître une multiplicité d'harmoniques,  $f = mf_1$  (Fig.III). Au-delà d'un second seuil  $\Delta T_2$ , apparaît une deuxième fréquence  $f_2$  voisine de 250 mHz.

Nous sommes donc alors en présence de deux oscillateurs. On observe d'abord de nombreuses combinaisons

de ces deux fréquences du type  $f = mf_1 \pm nf_2$ . Au-delà d'un seuil  $\Delta T_3$ , un nouveau régime non linéaire s'établit, l'accrochage de fréquence (Fig. V). L'oscillateur  $f_2$  est tiré au-delà de sa fréquence propre, et vient s'accrocher à la fréquence  $\frac{f_1}{2}$ . Plus près du seuil de turbulence de ce système convectif se produit une première demultiplication de fréquence et l'on observe la fréquence  $\frac{f_1}{4}$  et ses harmoniques impairs, sorte d'effet paramétrique (Fig.VI). Un léger chauffage au-delà une cascade va brutalement apparaître avec des harmoniques impaires des fréquences  $\frac{f_1}{8}$  et  $\frac{f_1}{16}$  ainsi qu'un spectre continu basse fréquence (Fig.VII). Remarquons que cette dernière bifurcation n'apparaît pas toujours et est quelquefois remplacée par une bifurcation dans laquelle une oscillation de très basse fréquence est générée.

La figure II illustre le scénario des manifestations successives de ces divers effets non linéaires.

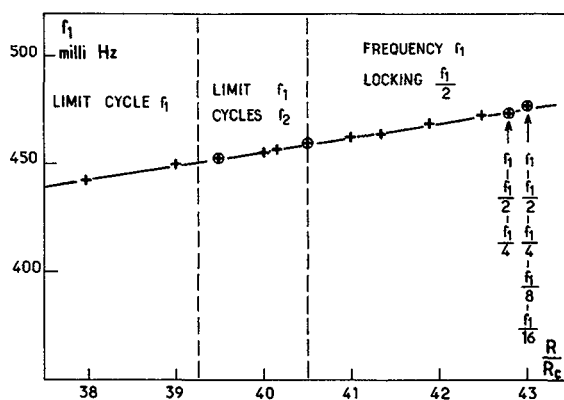


Figure II - Evolution des régimes observés en fonction de  $R/R_c$  ;  $R_c$  nombre de Rayleigh critique du seuil de convection. Les ⊕ correspondent aux figures 4,5,6,7.

### I - Le dispositif expérimental

Il a été décrit précédemment<sup>1,2</sup>, nous en rappelons l'essentiel. Le fluide utilisé est de l'hélium liquide à  $T = 3,5^\circ\text{K}$ ,  $P = 3$  bar, confiné entre deux plaques horizontales. La cellule expérimentale de section rectangulaire  $1,5 \times 3$  mm est percée dans une plaquette de téflon d'épaisseur  $1,25$  mm. La plaque inférieure que l'on chauffe est en cuivre. La plaque supérieure est un monocristal de saphir (très bonne conductivité thermique) logé dans un ensemble de cuivre et régulé en température avec une stabilité de  $10^{-6}^\circ\text{K}$ . Deux bolomètres sont enchassés à la surface du saphir. De dimension  $\phi = 0,4$  mm et d'épaisseur  $0,2$  mm ils sont réalisés à partir d'une résistance Allen-Bradley. Sensibles à la température locale du bain d'hélium au voisinage de la plaque supérieure, ce sont nos instruments de mesure des instabilités convectives. Tout cet ensemble est placé dans une enceinte sous vide cryogénique. Sur le plan pratique, cette expérience est exigeante en ce qui concerne la régulation de température, l'homogénéité thermique des platines supérieure et inférieure, et l'isolement des perturbations barométriques et thermiques extérieures.

Chaque bolomètre est un élément d'un pont de résistance placé lui-même à la température de l'hélium liquide. Un signal alternatif de faible puissance ( $10^{-12}$  watt) alimente chaque bolomètre. Le déséquilibre des ponts est amplifié par détecteurs synchrones. Les signaux sont analysés en fréquence par un ordinateur analyseur de spectre HP 5420.

Remarquons que dans chacun des spectres de Fourier présentés l'acquisition des données se fait sur un temps de l'ordre de l'heure.

### II - Seuil de convection et forme des cellules convectives

Dans une expérience de Rayleigh-Bénard les

deux nombres sans dimensions importants sont le nombre de Rayleigh  $R = g \alpha d^3 \Delta T / K \nu$  et le nombre de Prandtl  $\sigma = \frac{\nu}{\kappa}$  où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique,  $K$  la diffusivité thermique, et  $\nu$  la viscosité cinématique. Nous dénotons  $R_C$  la valeur du nombre de Rayleigh au seuil de convection; le nombre de Prandtl de l'hélium liquide est dans notre expérience de l'ordre de  $0,5$ . L'ordre de grandeur de la différence de température au seuil de convection est  $\Delta T \approx 2,5$  mK. Un autre paramètre important est la valeur du nombre d'onde  $\alpha$  des rouleaux,  $\alpha = \frac{2\pi d}{\lambda}$ , où  $d$  est la hauteur de la cellule et  $\lambda$  la période spatiale des rouleaux (les rouleaux tournant alternativement en sens opposés, cette période est associée à deux rouleaux). Dans notre cellule où deux rouleaux de convection sont présents,  $\lambda = 3$  mm,  $d = 1,25$  mm et donc  $\alpha = 2,62$ . Cette cellule, de dimensions réduites, introduit des conditions aux limites latérales contraignantes. Pour définir la géométrie des rouleaux nous nous sommes servis des belles expériences de Stork et Muller<sup>3</sup> et des résultats de Dubois et Gollub<sup>4</sup>, la visualisation de nos cellules convectives s'avérant très difficile. Le résultat essentiel pour la morphogenèse des rouleaux de convection est que ceux-ci tendent à s'aligner perpendiculairement à la dimension latérale la plus grande afin de minimiser la contrainte de paroi.

### III - Un oscillateur $f_1$ , la multiplication de fréquence $n f_1$

Pour une valeur de la différence de température entre les plaques, correspondant à  $\frac{R}{R_C} \sim 30$ , une oscillation de température est mesurée sur les deux bolomètres. La période de cette oscillation est de l'ordre de 2 secondes, à comparer au temps de diffusion de la chaleur  $\frac{d^2}{K}$ , de l'ordre de 30 secondes dans notre cellule. Les deux signaux sont en opposition de phase, un bolomètre

s'échauffe lorsque l'autre se refroidit. Lorsqu'on augmente le chauffage de la plaque inférieure la fréquence et l'amplitude des oscillations augmentent, et les effets non linéaires du fluide font apparaître progressivement une multiplication de la fréquence  $f_1$  comme le montre la figure III.

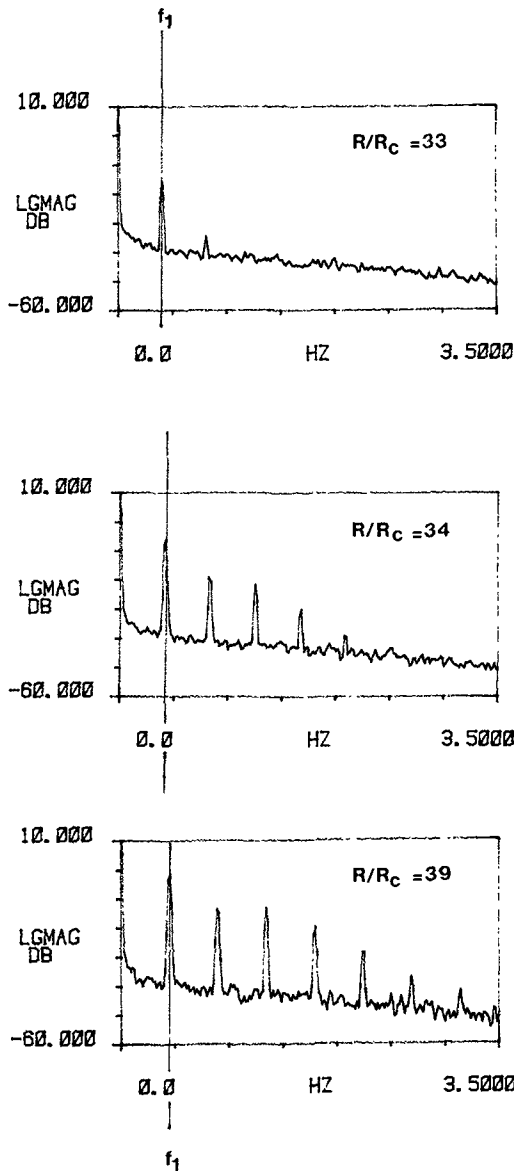


Figure III - Evolution du spectre de fréquence en fonction de  $R/R_c$ . L'enregistrement est linéaire pour la fréquence et logarithmique pour l'amplitude des signaux LGMAG DB signifie le logarithme de l'amplitude en decibels.

Pour un faible nombre de Prandtl un modèle de cette instabilité oscillatoire a été proposé par Busse<sup>5</sup> pour une cellule de dimension latérale infinie. Dans ce modèle des ondes se propagent le long des rouleaux, l'amplitude de vibration étant transverse à la propagation. Dans notre cellule de dimension finie, où la longueur des rouleaux est de l'ordre de la longueur d'onde, cette théorie ne peut être que qualitative. Elle interprète qualitativement l'augmentation de fréquence avec la différence de température, l'évolution du seuil d'oscillation avec le nombre d'onde<sup>2</sup> et l'opposition de phase des signaux mesurés.

IV - Deux oscillateurs  $f_1, f_2$ , le mélange de fréquences

Au-delà de  $\frac{R}{R_c} = 39$  une deuxième fréquence  $f_2$  est observée. Pour cette deuxième fréquence les signaux sont en phase sur les deux bolomètres. Leur période est de l'ordre de 4 secondes. La Figure IV montre un spectre typique où toutes les combinaisons des fréquences  $f_1$  et  $f_2$  apparaissent à savoir  $mf_1 \pm nf_2$ . Dans toutes ces expériences à faible nombre de cellules convectives deux fréquences au maximum sont observées<sup>2,6</sup>. Nous n'avons pas de modèle physique pour interpréter ce deuxième mode oscillatoire.

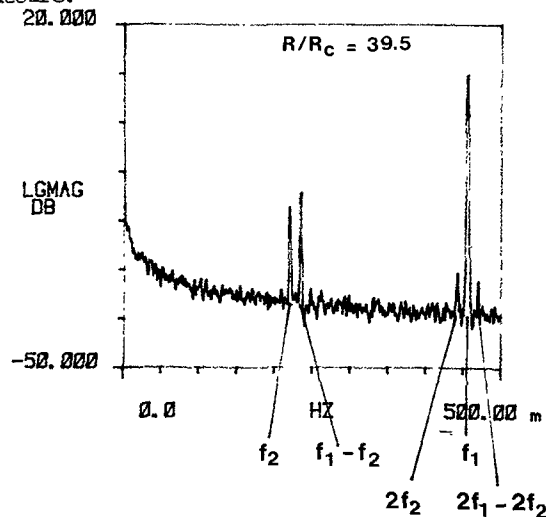


Figure IV - Spectre de fréquence en présence des deux oscillateurs  $f_1, f_2$ .

V - L'accrochage de fréquence

Pour  $\frac{R}{R_C} \approx 40,5$  les deux oscillateurs s'accrochent,  $f_2$  se fixant à la fréquence moitié de  $f_1$ . L'accrochage de fréquence est un phénomène bien connu, observé dans les oscillateurs entretenus. La première observation de l'accrochage de fréquence entre deux modes d'oscillation entretenue date même de 1665, C. Huggens remarquant que deux pendules accrochés l'un près de l'autre sur un même mur finissent par osciller en phase<sup>7,8</sup>. Dans d'autres expériences avec des cellules de dimension différente nous avons observé des régimes avec plusieurs accrochages de fréquence<sup>2</sup>. Dans un "pre-print" que nous venons juste de recevoir Gollub<sup>9</sup> a également observé l'accrochage de fréquence dans une expérience de Rayleigh-Benard, le fluide convectif étant de l'eau.

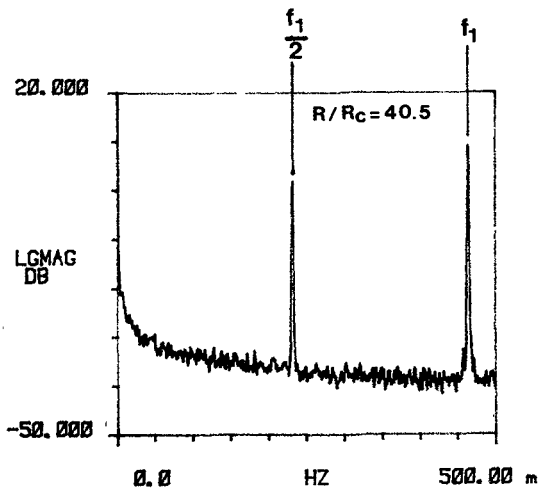


Figure V - Régime d'accrochage de fréquence. Le spectre se simplifie on n'observe plus que  $f_1$  et  $f_1/2$ .

VI - Démultiplication de fréquence et seuil de turbulence

La dernière bifurcation apparaît pour  $\frac{R}{R_C} = 42,7$ . Alors que les phénomènes décrits jusqu'ici étaient associés à une cascade directe de fréquence, une cascade inverse apparaît et l'on observe alors la fréquence  $\frac{f_1}{4}$  de période de l'ordre de 8 secondes ainsi que ses harmoniques impairs.

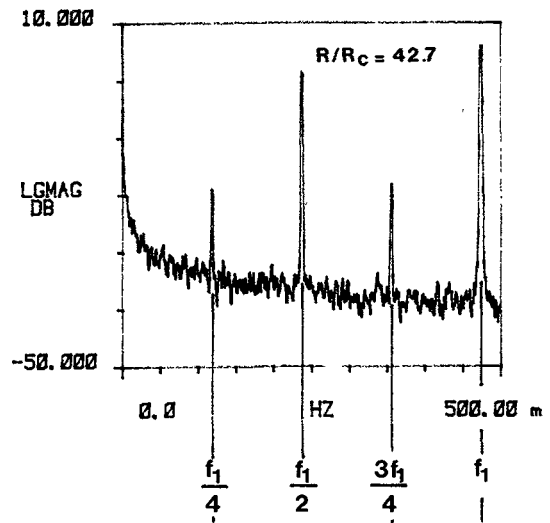


Figure VI - Démultiplication. Apparition de la fréquence  $f_1/4$  et  $3f_1/4$ .

Cette démultiplication de fréquence semble être un précurseur de la turbulence, le début du désordre temporel. Pour un chauffage légèrement supérieur,  $\frac{R}{R_C} = 43$ , certains harmoniques impaires des fréquences  $\frac{f_1}{8}$  et  $\frac{f_1}{16}$  sont générés. On observe également (Fig.VII) l'apparition d'un bruit large bande qui est pour nous la prémisse de la turbulence.

Signalons à ce point un phénomène très important. Alors que, jusqu'à l'apparition de la fréquence  $\frac{f_1}{4}$ , les phénomènes sont parfaitement reproductibles, la dernière transition avec apparition des harmoniques impaires de  $\frac{f_1}{8}$  et  $\frac{f_1}{16}$  ne l'est pas. Nous observons quelquefois une bifurcation avec apparition d'effets modulateurs très basse fréquence,  $f = 24$  mHz, autour de plusieurs pics  $\frac{nf_1}{4}$  à la place de la démultiplication. Il semble bien que l'histoire de la cellule, c'est-à-dire la façon particulière dont l'expérience a été menée, joue un rôle important dans ce choix de bifurcation. Cette très longue "mémoire" du fluide

convectif est un des caractères des expériences d'hydrodynamique.

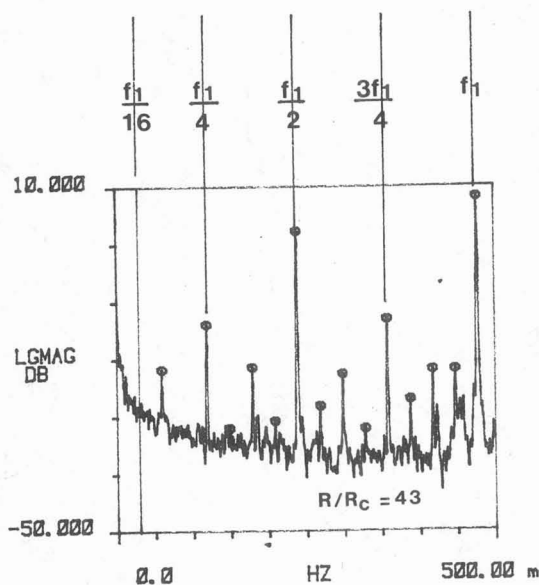


Figure VII - Cascade avec les harmoniques impairs de  $f_1/16$  et  $f_1/8$  et bruit large bande.

### VII - Conclusion

Comme nous venons de le montrer les effets non linéaires sont associés à l'évolution temporelle d'un fluide chauffé par le bas. La démultiplication de fréquence apparaît comme cruciale pour la germination de la turbulence. Cette observation peut être reliée à des études récentes sur la transition à la stochasticité pour certains oscillateurs forcés<sup>10</sup> où la démultiplication de fréquence est le phénomène dominant<sup>11</sup>. Pour illustrer cet exposé nous présentons dans la Figure VIII les enregistrements en temps réel relatifs à l'un des deux bolomètres, enregistrements qui font apparaître les fréquences  $f_1$  puis  $f_2$ , puis l'accrochage de fréquence, et enfin  $\frac{f_1}{4}$ .

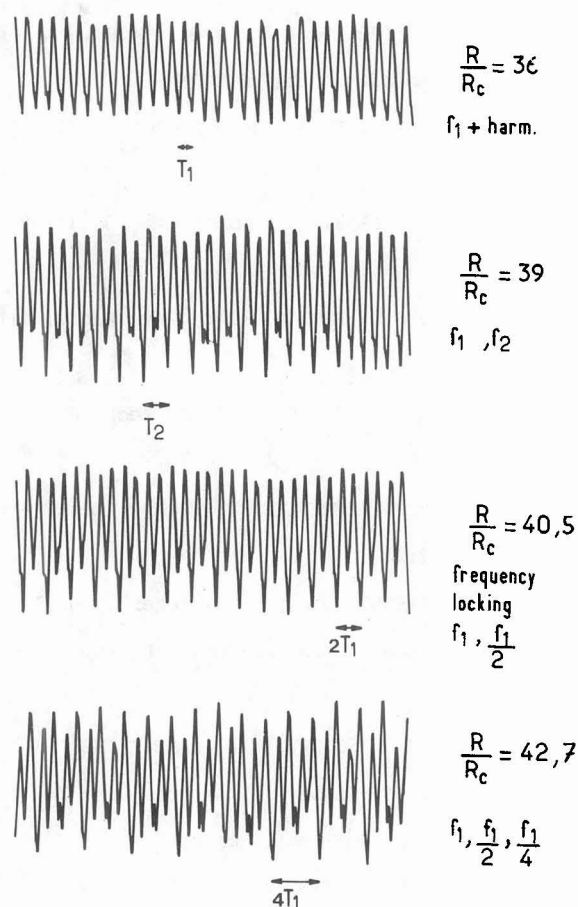


Figure VIII - Enregistrement des signaux en temps réel.  $T_1$  et  $T_2$  sont les périodes associées aux fréquences  $f_1$  et  $f_2$ . Pour  $R/R_c = 39$  les fréquences ne sont pas accrochées et l'on peut voir sur l'enregistrement une des fréquences glisser par rapport à l'autre, ce qui ne se produit plus à l'accrochage pour  $R/R_c = 40,5$ . Le bruit très basse fréquence est un bruit de bolomètre.

Références

1. A. LIBCHABER, J. MAURER. Journal Physique  
Lettres, 39, (1978) 369.
2. J. MAURER, A. LIBCHABER. Journal Physique  
Lettres, à paraître Juillet 1979.
3. K. STORK, V. MULLER. J. Fluid Mech. 54, (1972)  
599.
4. M. DUBOIS, P. BERGE. J. Fluid Mech. 85, (1978)  
641.  
J.P. GOLLUB, S.V. BENSON. Phys. Rev. Lett., 41,  
(1978) 948.
5. R.M. CLEVER, F.H. BUSSE. J. Fluid Mech. 65,  
(1974) 625.
6. G. AHLERS, R.P. BEHRINGER. Phys. Rev. Lett.,  
40, (1978) 712.
7. C. HUYGENS (1665) "Œuvres Complètes", Vol.5.  
Société hollandaise des Sciences, La Haye  
(1893).
8. M. SARGENT, M.O. SCULLY, W.E. LAMB. LASER  
PHYSICS, Addison-Wesley (1974), chapitre IV,  
Classical Sustained Oscillators.
9. J.P. GOLLUB, S.Y. BENSON, à paraître dans  
Pattern Formation, édité par H. Haken (Springer  
Verlag).
10. P. COULLET, C. TRESSER, A. ARNEODO. Nice pré-  
publications NPS 79/1, Avril 1979.  
O.E. ROSSLER, Phys. Lett. 57A, (1976) 397.
11. Ce phénomène apparaît également dans l'appli-  
cation d'un intervalle dans lui même. Voir par  
exemple .  
B. DERRIDA, A. GERVOIS, Y. POMEAU. J. Phys. A  
Math. Gen. 12, (1979) 269.