



HAL
open science

Fluctuations neutroniques d'un réacteur nucléaire ayant une structure en cellules

Austin Blaquière, René Castagné, Jean Cazemajou

► **To cite this version:**

Austin Blaquière, René Castagné, Jean Cazemajou. Fluctuations neutroniques d'un réacteur nucléaire ayant une structure en cellules. *J. Phys. Phys. Appl.*, 1962, 23 (S12), pp.193-200. 10.1051/jphysap:019620023012019300 . jpa-00212895

HAL Id: jpa-00212895

<https://hal.science/jpa-00212895v1>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

FLUCTUATIONS NEUTRONIQUES D'UN RÉACTEUR NUCLÉAIRE AYANT UNE STRUCTURE EN CELLULES

Par AUSTIN BLAQUIÈRE, RENÉ CASTAGNÉ et JEAN CAZEMAJOU,

Laboratoire d'Électronique et de Radioélectricité de l'Université de Paris, Fontenay-aux-Roses (Seine).

Résumé. — La méthode de l'excitation aléatoire équivalente (1), (2) met à profit l'analogie entre le comportement d'un réacteur nucléaire et celui de certains circuits radioélectriques usuels. Les fluctuations de puissance peuvent alors être calculées par l'introduction d'une source de bruit convenable.

L'objet du présent rapport est de généraliser cette méthode, notamment de l'étendre au cas d'un réacteur ayant une structure en cellule, compte tenu de l'effet des neutrons retardés, et de l'appliquer à l'étude des fluctuations dans une cellule. On établit ainsi que les fluctuations dans une cellule sont la résultante de deux termes : un bruit poissonnien à évolution rapide, non corrélé avec les fluctuations d'ensemble ; un bruit à évolution lente corrélé avec les fluctuations d'ensemble.

Le premier terme provient d'une « mise en ordre » rapide du système, au cours de laquelle les cellules se mettent en équilibre entr'elles. Le deuxième terme traduit l'évolution coordonnée de l'ensemble des cellules, après extinction de la première phase transitoire.

La méthode peut être aussi appliquée au cas où la source de bruit est une source neutronique « artificielle » modulée électroniquement.

Abstract. — The method of the “ noise-equivalent random excitation ” (1), (2) uses the analogy between the behaviour of a reactor and that of certain common radio electric circuits. The fluctuations may then be calculated by introducing into the circuit a suitable noise source.

The object of the present report is to generalise this method and in particular to extend it to the case of a reactor having a cellular structure, with delayed neutrons, and to apply it to fluctuations within a cell. It is thus shown that the fluctuations in a cell are the resultant of two terms : a rapidly evolving Poissonian noise, not related to the overall fluctuations ; a slowly evolving noise, when the reactor is not too far from criticality, which is related to the overall fluctuations.

The first term arises from rapid “ ordering ” of the system, during which time the cells come mutually into equilibrium. The second term is due to the coordinated evolution of all the cells, after the end of the first transitory phase.

The method may also be applied to the case of an “ artificial ” random neutron source, electronically modulated.

Les fluctuations de puissance des réacteurs nucléaires ont attiré l'attention, au cours de ces dernières années, des expérimentateurs et des théoriciens spécialistes des Piles.

Dès 1947, E. D. Courant et P. R. Wallace, puis F. de Hoffmann en 1949, ont développé une théorie de ce phénomène. Cependant c'est surtout au cours des cinq dernières années que de nombreuses études surtout orientées vers les applications pratiques, ont vu le jour.

Cet intérêt est justifié principalement par les considérations suivantes :

a) D'une part un bruit, quel que soit le système où il a son origine, est une source d'information particulièrement riche, d'où l'on peut tirer, à condition de disposer de méthodes de dépouillement convenables, des renseignements sur les mécanismes internes dont le système est le siège.

b) D'autre part les méthodes d'analyse des bruits naturels sont privilégiées du fait que l'expérimentateur a un rôle « d'observateur passif » et ne perturbe pas le système qu'il étudie, ce qui n'est pas le cas dans les autres méthodes d'étude des réac-

teurs. Ainsi les grandeurs fondamentales seront mesurées dans les conditions de fonctionnement naturelles, ce qui est un sérieux avantage : il s'agira ici d'une simple méthode « d'auscultation » du système.

c) Si l'on accepte de s'écarter *légèrement* de ces conditions de fonctionnement naturelles, on peut avoir recours à une « méthode d'écho » : une perturbation étant artificiellement créée, on analyse la réponse du système, c'est-à-dire son « écho ».

Jusqu'ici les perturbations périodiques étaient les plus utilisées, par exemple celle qui consiste à faire osciller dans le réacteur une barre de contrôle, ou tout autre absorbeur de neutrons. De telles méthodes, qui se rattachent à la méthode de Nyquist, avaient cours depuis longtemps en radioélectricité. En régime linéaire la fréquence d'oscillation apparaît comme le paramètre fondamental auquel on fait balayer une gamme aussi étendue que possible, et en régime non-linéaire on prend aussi en considération le paramètre amplitude.

Cette méthode d'excitation sinusoïdale est parfois avantageusement remplacée par une méthode

d'excitation en impulsions périodiques. Mais il est bien clair que, dans tous les cas où l'on adopte une méthode d'excitation mécanique, on est étroitement limité par l'inertie de l'élément exciteur, ce qui réduit beaucoup la gamme de fréquence exploitable.

D'autre part, la périodicité de l'excitation nous écarte des conditions naturelles, beaucoup plus qu'une excitation aléatoire, même artificielle. Ceci est bien clair si l'on prend pour exemple la méthode d'excitation en impulsions périodiques. Chaque impulsion introduit dans le système un « pic » neutronique, et dans l'intervalle qui sépare deux impulsions, le système résorbe cet excédent artificiel. Au contraire, en excitation aléatoire le niveau neutronique peut être maintenu constant en moyenne pendant toute la durée de l'excitation [25].

Enfin la méthode de l'excitation aléatoire semble une voie d'avenir depuis qu'il existe des sources neutroniques artificielles dénuées d'inertie, que l'on peut moduler électroniquement, et dont le volume est assez petit pour qu'il soit possible de les introduire au sein d'un réacteur. Ainsi, en l'état actuel de la technique, deux points importants doivent être retenus : d'une part, la gamme des fréquences que l'on peut explorer de cette façon est pratiquement illimitée ; d'autre part, la méthode d'excitation aléatoire est la plus avantageuse du point de vue pratique, même si du point de vue purement théorique elle est équivalente à la méthode d'excitation périodique.

Cette équivalence se manifestant dans le fait qu'un spectre blanc contient toutes les fréquences, à part égale, de zéro à l'infini. L'excitation aléatoire revient donc à introduire *simultanément* toutes les fréquences alors que l'excitation périodique les fait intervenir individuellement dans une exploration *par balayage*.

1. Théorie de l'excitation aléatoire équivalente.

— L'analyse détaillée des processus neutroniques sources du bruit naturel est compliquée. Cependant, conformément à la référence [1], [2] il est possible de les réduire, du point de vue théorique, à une source excitant un système de grande inertie.

Chaque impulsion produite par la source écarte le système de son état initial, après quoi le système évolue avec les constantes de temps qui lui sont propres. Cela revient à remplacer l'ensemble des processus discontinus dont le réacteur est le siège par une loi d'évolution moyenne, les seules discontinuités étant introduites par la source équivalente, et ces dernières sont aléatoires.

Cette méthode simplifie beaucoup l'étude théorique puisqu'elle conduit à assimiler le réacteur à un système classique : système radioélectrique, mécanique, etc..., et à le remplacer par un simple quadripôle (fig. 1).

A l'entrée est placée la source de bruit équivalente, et à la sortie les dispositifs d'étude du bruit. Sous cette forme il est aussi bien clair qu'il n'y a pas de différence profonde entre l'étude du

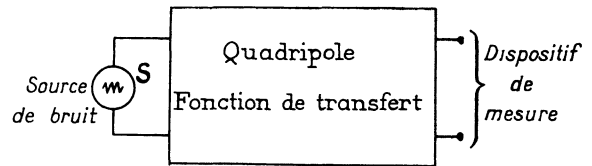


FIG. 1.

bruit naturel et celle d'un bruit artificiel produit par une source neutronique aléatoire modulée par des moyens électroniques. Dans le premier cas la source S est définie par les processus neutroniques naturels au sein du réacteur. Ces processus sont de différents types, ce sont :

a) les fluctuations naturelles de la petite source autonome, en antimoine-béryllium par exemple, que l'on introduit toujours dans un réacteur (et que l'on ne confondra pas avec la source aléatoirement modulée dont il était question plus haut) ;

b) les aléas dans les phénomènes de multiplication neutronique, absorption, fission, génération de précurseurs, désintégration des précurseurs, ... ;

c) certains phénomènes macroscopiques qui dépendent du type de réacteur considéré : phénomènes de convection dans le liquide modérateur, formation de bulles, etc...

Dans le second cas la source S est la source artificielle électroniquement modulée.

2. Méthodes expérimentales d'étude. — Le réacteur étant ramené au schéma quadripolaire ci-dessus (fig. 1), les méthodes d'étude du bruit ne diffèrent pas essentiellement des méthodes radioélectriques classiques. Pratiquement elles se réduisent à trois :

a) La méthode d'analyse spectrale qui consiste à utiliser un filtre de sortie à bande étroite, et à construire point par point le spectre de sortie en faisant varier la fréquence centrale du filtre.

Cette méthode est assez peu précise, en l'état actuel de la technique, car il est difficile de réaliser un filtre dont la bande passante soit suffisamment étroite.

b) La méthode d'autocorrélation. Cette dernière consiste à déterminer la fonction d'autocorrélation $\psi(\tau)$ du bruit de sortie. Par exemple un procédé assez souple consiste à enregistrer le bruit de sortie sur bande magnétique, et à introduire le déphasage τ au moyen d'un lecteur à deux têtes, la distance des têtes pouvant être réglée à volonté. Le

spectre de bruit s'en déduit par les formules de N. Wiener :

$$\psi(\tau) = \int_0^{\infty} W(\nu) \cos 2\pi\nu\tau \, d\nu$$

$$W(\nu) = 4 \int_0^{\infty} \psi(\tau) \cos 2\pi\nu\tau \, d\tau$$

$W(\nu)$: spectre de fréquence du bruit de sortie.

La méthode « a » et la méthode « b » sont théoriquement équivalentes, mais la méthode « b » conduit à des résultats expérimentaux beaucoup plus précis.

c) La méthode d'intercorrélation. Elle consiste à profiter de la connaissance de la fonction excitatrice $S(t)$ et à intercorrélérer le signal d'entrée $S(t)$ et le signal de sortie $\Sigma(t)$. La fonction d'intercorrélation de ces deux signaux est définie par :

$$\psi_{S\Sigma}(\tau) = \overline{S(t) \Sigma(t + \tau)}$$

(la barre supérieure indique une moyenne temporelle).

D'autre part, si on désigne par $u(t)$ la réponse impulsionnelle du quadripôle, on a, d'après la formule de Duhamel :

$$\Sigma(t) = \int_0^{\infty} u(\xi) S(t - \xi) \, d\xi.$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} \psi_{S\Sigma}(\tau) &= \int_0^{\infty} u(\xi) \overline{S(t) S(t + \tau - \xi)} \, d\xi \\ &= \int_0^{\infty} u(\xi) \psi_{SS}(\tau - \xi) \, d\xi \end{aligned}$$

en désignant ici par ψ_{SS} la fonction d'autocorrélation du signal d'entrée. Si le bruit d'entrée est un bruit blanc, cette fonction d'autocorrélation se réduit à une fonction impulsive :

$$\psi_{SS}(\tau) = C \delta(\tau)$$

C : constante de proportionnalité ; $\delta(\tau)$: fonction impulsive normalisée de Dirac.

Finalement, portant dans l'intégrale précédente, il vient :

$$\psi_{S\Sigma}(\tau) = Cu(\tau).$$

La détermination de la fonction d'intercorrélation permet de connaître la réponse impulsionnelle du quadripôle, donc sa fonction de transfert, et, par suite, les différents paramètres neutroniques fondamentaux qui y participent.

Ainsi, la méthode de l'excitation aléatoire équivalente permet de ramener l'étude d'un réacteur nucléaire à celle d'un système quadripolaire usuel, et de lui appliquer les méthodes expérimentales courantes en radioélectricité notamment.

La méthode étant exposée de façon détaillée dans les références [1], [2], nous nous bornerons

ici à préciser les constantes de temps d'un réacteur ayant une structure en cellule, et nous compléterons la précédente analyse en introduisant dans les hypothèses un groupe de neutrons retardés. Nous en déduisons à titre d'application l'expression du carré moyen des fluctuations neutroniques dans l'une des cellules.

3. Réponse impulsionnelle du réacteur. — Nous référant à la figure 2, nous désignerons par 1 la cellule considérée et par 2 l'ensemble des autres cellules ; nous introduisons une troisième cellule (numérotée 3) affectée à l'ensemble des neutrons retardés dans l'approximation à un groupe de neutrons retardés, de constante de désintégration λ .

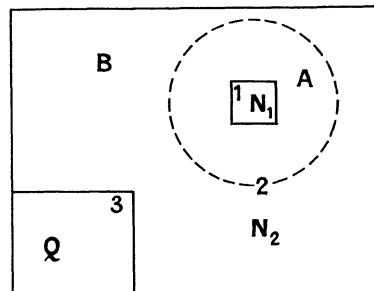


FIG. 2.

Nous admettrons que les neutrons de fission se ralentissent et se répartissent uniformément dans une sphère de ralentissement de Fermi centrée sur le point où a eu lieu la fission. Cette dernière hypothèse est celle de la référence [2].

Comme précédemment, nous serons amenés à distinguer deux parties dans la cellule (2) la partie A correspondant à la sphère de ralentissement de Fermi centrée en (1) et la partie B correspondant au reste de la cellule (2). Nous désignerons par α le rapport du nombre moyen des neutrons dans la cellule (1) au nombre moyen des neutrons dans la cellule à l'équilibre ;

β le rapport du nombre moyen des neutrons dans la partie A au nombre moyen des neutrons dans l'ensemble des parties A + B, à l'équilibre.

On négligera les pertes en cours de ralentissement et on supposera que chaque fission donne ν neutrons groupés, γ précurseurs et que chaque précurseur ne donne qu'un neutron retardé.

On a donc les relations :

$$\begin{cases} k' = \nu p_f & k = k' + c \\ c = \gamma p_f \end{cases}$$

dans lesquelles

p_f est la probabilité pour que, une capture ayant eu lieu, elle conduise à une fission ;

p_a est la probabilité pour que, une capture ayant eu lieu, elle conduise à une absorption.

Ces hypothèses étant précisées nous allons établir

le bilan neutronique dans les diverses cellules, et nous appliquerons la méthode précédente, c'est-à-dire que nous déterminerons la réponse des diverses cellules à l'apport d'un excédent théorique de 1 neutron dans l'une d'elles.

Comme dans la référence [2] nous résumerons ce bilan dans le tableau I.

Appliquant la relation (80) de la référence [2], nous écrivons l'équation différentielle qui régit la variation au cours du temps du nombre moyen des neutrons :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{N}_1}{dt} &= \left[\frac{\alpha k' - 1}{l} - \alpha_{12} \right] \bar{N}_1 \\ &+ \left[\frac{\alpha\beta k'}{l} + \alpha_{21} \right] \bar{N}_2 + \alpha\beta\lambda \bar{Q} + \bar{S}_1 \\ \frac{d\bar{N}_2}{dt} &= \left[\frac{(1-\alpha)k'}{l} + \alpha_{12} \right] \bar{N}_1 \\ &+ \left[\frac{k'(1-\alpha\beta) - 1}{l} - \alpha_{21} \right] \bar{N}_2 + (1-\alpha\beta)\lambda \bar{Q} + \bar{S}_2 \\ \frac{d\bar{Q}}{dt} &= \frac{c}{l} \bar{N}_1 + \frac{c}{l} \bar{N}_2 - \lambda \bar{Q} \end{aligned} \right\}$$

TABLEAU I

PROCESSUS	NOMBRE MOYEN PAR S	ÉCHELON		
		1	2	3
Fission dans 1	$\frac{\bar{N}_1}{l} p_f$	$\alpha\nu - 1$	$(1-\alpha)\nu$	p
Absorption dans 1	$\frac{\bar{N}_1}{l} p_a$	-1	0	0
Fission dans A	$\mu \frac{\bar{N}_1}{l} p_f$	$\alpha\nu$	$(1-\alpha)\nu - 1$	p
Fission dans B	$(1-\beta) \frac{\bar{N}_1}{l} p_f$	0	$\nu - 1$	p
Absorption dans 2	$\frac{\bar{N}_1}{l} p_a$	0	-1	0
Diffusion de 1 en 2	$\alpha_{12} \bar{N}_2$	-1	1	0
Diffusion de 2 en 1	$\alpha_{21} \bar{N}_2$	1	-1	0
Émission de S_1	\bar{S}_1	1	0	0
Émission de S_2	\bar{S}_2	0	1	0
Neutrons retardés	$\lambda \bar{Q}$	$\alpha\beta$	$1 - \alpha\beta$	-1

ce qui s'écrit sous forme matricielle :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \bar{N}_1 \\ \bar{N}_2 \\ \bar{Q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\alpha k' - 1}{l} - \alpha_{12} & \frac{\alpha\beta k'}{l} + \alpha_{21} & \alpha\beta\lambda \\ \frac{(1-\alpha)k'}{l} + \alpha_{12} & \frac{k'(1-\alpha\beta) - 1}{l} - \alpha_{21} & (1-\alpha\beta)\lambda \\ c/l & c/l & -\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{N}_1 \\ \bar{N}_2 \\ \bar{Q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Nous allons considérer de petits écarts à un régime d'équilibre en posant :

$$\begin{cases} \bar{N}_1 = \bar{N}_{10} + \varepsilon_1 \\ \bar{N}_2 = \bar{N}_{20} + \varepsilon_2 \\ \bar{Q} = \bar{Q}_0 + \varepsilon_3 \end{cases}$$

On porte alors dans les équations précédentes :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\alpha k' - 1}{l} - \alpha_{12} & \frac{\alpha\beta k'}{l} + \alpha_{21} & \alpha\beta\lambda \\ \frac{(1-\alpha)k'}{l} + \alpha_{12} & \frac{k'(1-\alpha\beta) - 1}{l} - \alpha_{21} & (1-\alpha\beta)\lambda \\ c/l & c/l & -\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix}.$$

Pour avoir la solution déterminons les valeurs propres de cette matrice ; l'équation caractéristique est donnée par le déterminant :

$$\begin{vmatrix} \frac{\alpha k' - 1 - l\alpha_{12} - lm}{l} & \frac{\alpha\beta k' + l\alpha_{21}}{l} & \alpha\beta\lambda \\ \frac{(1 - \alpha) k' + l\alpha_{12}}{l} & \frac{k'(1 - \alpha\beta) - 1 - l\alpha_{21} - lm}{l} & (1 - \alpha\beta)\lambda \\ c/l & c/l & -(\lambda + m) \end{vmatrix} = 0.$$

qui se développe suivant :

$$[\alpha k'(1 - \beta) - 1 - l\alpha_{21} - lm] \\ [(\lambda + m)(1 - k' + lm) - \lambda c] = 0.$$

La première racine est :

$$m_1 = \frac{\alpha k'(1 - \beta) - 1 - l\alpha_{21}}{l}.$$

Les deux autres sont données par l'équation du second degré :

$$lm^2 + m(1 - k' + \lambda l) + \lambda(1 - k' - c) = 0.$$

Son discriminant est positif pour les valeurs de k qui nous intéressent ; l'expression exacte des racines est :

$$\left. \begin{matrix} m_2 \\ m_3 \end{matrix} \right\} = \frac{-\frac{\lambda l + 1 - k'}{l} \pm \frac{1}{l} \sqrt{(\lambda l + 1 - k')^2 - 4\lambda l(1 - k)}}{2}.$$

Si on admet que $4\lambda l(1 - k)$ est négligeable devant $(\lambda l + 1 - k')^2$ on obtient pour les racines les expressions :

$m_1 = \frac{\alpha k'(1 - \beta) - 1 - l\alpha_{12}}{l} \simeq -\frac{1}{l} - \alpha_{12}$
$m_2 = \frac{k' - 1 - \lambda l}{l}$
$m_3 = \frac{\lambda(k - 1)}{1 - k' + \lambda l}$

On peut remarquer que les valeurs m_2 et m_3 sont

les mêmes que celles de la théorie d'ensemble [1].

Il est intéressant d'évaluer ces constantes de temps, pour des valeurs numériques données des paramètres. A titre d'exemple nous prendrons :

$$l = 10^{-3}; \quad \alpha = 10^{-3}; \quad \beta = 10^{-3}.$$

Ces valeurs sont assez arbitraires, mais on peut remarquer qu'il paraît vraisemblable que α et β peuvent prendre des valeurs plus faibles ; dans ce cas, les approximations ne seraient que meilleures. Nous ferons les calculs dans trois cas : à la criticité, près de la criticité en régime sous critique et assez loin de la criticité en régime sous critique également. On obtient alors :

TABLEAU II

	$T_1 = I/m_1$	$T_2 = I/m_2$	$T_3 = I/m_3$
A la criticité $\rho = 0$	- 0,001	- 0,1355	- ∞
Assez près de la criticité $\rho = - 100$ pcm	- 0,001	- 0,1165	- 109
Assez loin de la criticité $\rho = - 30\ 000$ pcm	- 0,001	- 0,00423	- 13,3

1) On voit que la constante de temps m_3 est nulle à la criticité ; elle caractérise donc l'évolution lente. Par contre la constante m_1 qui est approximativement équivalente à $-1/l - \alpha_{12}$ puisque α et β sont petits caractérisera l'évolution rapide.

La constante m_2 , comme le montre le tableau ci-dessus est une constante intermédiaire, mais elle caractérise une évolution rapide car sa valeur est plus proche de m_1 que de m_3 . On peut remarquer que lorsque la réactivité diminue m_2 se rapproche de m_1 plus vite que m_3 .

2) Lorsque la pile est critique, c'est-à-dire pour $k = k' + c = 1$, la constante $m_2 = -(c + \lambda l)/l$ est

la valeur donnée par les courbes de Nordheim à la criticité.

En résumé, la réponse impulsionnelle du réacteur se présente comme la somme de trois exponentielles de constantes de temps très différentes, les deux premières caractérisent une évolution rapide, la troisième une évolution lente. Leur signification physique est la suivante :

T_1 , constante de temps rapide correspond à l'établissement d'un « quasi-équilibre » entre la cellule 1 et le reste du réacteur. Une fois ce « quasi-équilibre » atteint, les cellules poursuivent leur évolution de façon coordonnée et leur comportement relève alors

On transformera cette expression en remarquant que

$$\frac{1 - k + \lambda l}{1 - k' + \lambda l} = 1 - \frac{c}{1 - k' + \lambda l}.$$

Elle devient :

$$\overline{(N - \bar{N})^2} = \frac{1 - k + \lambda l k^2 - k}{1 - k' + \lambda l} \frac{(\bar{N})^2}{2l\bar{S}} + \bar{N} - \frac{c}{1 - k' + \lambda l} \bar{N}.$$

On remarque que les fluctuations comportent un terme poissonnien \bar{N} et un terme non poissonnien proportionnel à $(\bar{N})^2$. Le dernier terme peut généralement être négligé. Le carré moyen des fluctuations « corrélées » de la cellule 1 s'en déduit. On a :

$$\overline{(N_1 - \bar{N}_1)^2} = \epsilon^2 \overline{(N - \bar{N})^2}$$

d'où, avec

$$\bar{N}_1 = \epsilon \bar{N}$$

$$\overline{(N_1 - \bar{N}_1)^2} = \frac{1 - k + \lambda l k^2 - k}{1 - k' + \lambda l} \frac{(\bar{N}_1)^2}{2l\bar{S}} + \epsilon \bar{N}_1.$$

Il est parfois commode d'introduire dans cette expression une source partielle liée à la cellule 1, la source S_1 qui est intervenue dans les équations cinétiques. Elle est liée à S par :

$$\bar{S}_1 = \epsilon \bar{S}.$$

Finalement, le carré moyen des fluctuations « corrélées » de la cellule 1 se met sous la forme.

$$\overline{(N_1 - \bar{N}_1)^2} = \epsilon \bar{N}_1 + \frac{1 - k + \lambda l k^2 - k}{1 - k' + \lambda l} \frac{(\bar{N}_1)^2}{2l\bar{S}_1}.$$

5. Fluctuations rapides non corrélées avec les fluctuations d'ensemble. — Il reste à évaluer le carré moyen des fluctuations rapides de la cellule 1, celles qui sont régies par la constante de temps T_1 . Comme nous l'avons vu plus haut, elles ne sont pas corrélées avec les fluctuations d'ensemble. Pour ce calcul on supposera que les dimensions de la cellule 1 sont suffisamment petites pour que les neutrons ne puissent y pénétrer (ou en sortir) qu'individuellement.

On appliquera le deuxième théorème de Campbell en considérant l'apport d'un neutron dans la cellule comme une « perturbation impulsive unité ». Le nombre moyen de ces perturbations par unité de temps est obtenu en remarquant que, dans l'état stationnaire, la cellule perd en moyenne autant de neutrons qu'elle en gagne. Or le nombre de neutrons qui disparaissent par capture dans la cellule 1, par unité de temps est :

$$\bar{N}_1/l.$$

Le nombre de neutrons qui apparaissent par seconde dans la cellule 1, en moyenne, est donc également

$$\bar{N}_1/l.$$

Le carré moyen de la fluctuation correspondant aux apports de neutrons est donc :

$$\overline{D_1^2} = \frac{\bar{N}_1}{l} \int_0^\infty (1)^2 e^{2m_1 t} dt = -\frac{\bar{N}_1}{l} \frac{1}{2m_1} = \frac{\bar{N}_1}{2}$$

et le carré moyen de la fluctuation correspondant aux pertes par capture dans la cellule est de même

$$\overline{D_1^2} = \frac{\bar{N}_1}{l} \int_0^\infty (-1)^2 e^{2m_1 t} dt = -\frac{\bar{N}_1}{l} \frac{1}{2m_1} = \frac{\bar{N}_1}{2}.$$

Ainsi, au total, le carré moyen de la fluctuation du terme rapide non corrélé avec les fluctuations d'ensemble est

$$\overline{D_1^2} = \frac{\bar{N}_1}{2} + \frac{\bar{N}_1}{2} = \bar{N}_1.$$

On voit que ce terme de bruit est poissonnien.

6. Fluctuations résultantes de la cellule. — Finalement les carrés moyens des deux types de fluctuations précédents s'ajoutent, et l'on obtient pour carré moyen de la fluctuation résultante :

$$\begin{aligned} \overline{(N_1 - \bar{N}_1)^2} &= \bar{N}_1 + \epsilon \bar{N}_1 + \frac{1 - k + \lambda l k^2 - k}{1 - k' + \lambda l} \frac{(\bar{N}_1)^2}{2l\bar{S}_1} \\ &\simeq \bar{N}_1 + \epsilon \frac{1 - k + \lambda l k^2 - k}{1 - k' + \lambda l} \frac{(\bar{N}_1)^2}{2l\bar{S}_1} \end{aligned}$$

On voit, en conclusion, que le terme non-poissonnien proportionnel à $(\bar{N}_1)^2$, affecté du facteur ϵ , est d'autant plus faible que la cellule 1 est plus petite relativement à l'ensemble du réacteur. Ceci revient à dire que si le rapport des volumes de la cellule 1 et du réacteur tend vers zéro, les fluctuations neutroniques de la cellule 1 tendent à devenir purement poissonniennes.

Or c'est le terme non-poissonnien qu'il est intéressant de mettre en évidence expérimentalement, car il contient en facteur les paramètres fondamentaux que l'on se propose de mesurer : $k, \lambda, l \dots$

Il y a donc intérêt à disposer d'un facteur ϵ aussi grand que possible. Les différents types de fluctuations de la cellule 1 sont indiqués sur la figure 4.

Il y a lieu aussi de considérer que, dans la pratique, les fluctuations neutroniques d'une cellule ne peuvent être observées expérimentalement. Toute mesure est effectuée en introduisant dans la pile un compteur de neutrons, et on détermine, en fait, le nombre moyen de neutrons capturés par seconde dans le compteur ainsi que ses fluctuations. Les raisonnements précédents sont peu modifiés si on adopte pour cellule élémentaire le volume du

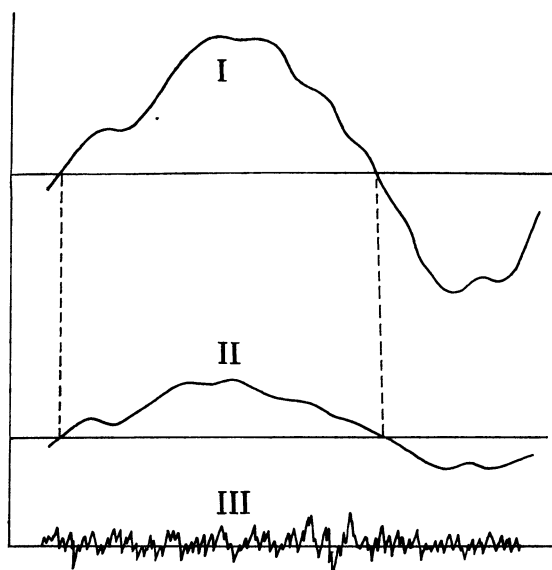


FIG. 4.

- I. Fluctuations d'ensemble.
 II. Fluctuations lentes corrélées de la cellule.
 III. Fluctuations rapide non corrélées de la cellule.

compteur. Il y a donc intérêt à disposer d'un « volume détecteur » aussi grand que possible.

Cependant, comme les fluctuations non-poissonniennes sont corrélées avec les fluctuations d'ensemble, on peut aussi placer plusieurs compteurs en différents points de la pile, et faire la somme des indications qu'ils fournissent : les termes non-poissonniens, corrélés entr'eux et avec les fluctuations d'ensemble, s'additionnent tandis que les termes poissonniens non corrélés s'ajoutent quadratiquement. On peut ainsi augmenter l'importance des premiers et réduire, en conséquence, l'effet nuisible du bruit poissonnien. On peut aussi mettre à profit la corrélation temporelle, compte tenu du fait que les fluctuations non-poissonniennes sont beaucoup moins rapides que les fluctuations poissonniennes.

La méthode de l'excitation aléatoire équivalente, dont nous venons de donner un exemple d'application, conduit aussi à une détermination simple de la fonction d'autocorrélation, et de la fonction d'intercorrélation, du bruit du réacteur nucléaire.

Manuscrit reçu le 25 avril 1962.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BLAQUIÈRE (A.) et PACHOWSKA (R.), *Bull. Inf. Scient. et Tech.*, juin 1960, n° 41.
 [2] BLAQUIÈRE (A.) et PACHOWSKA (R.), Rapport C. E. A. n° 2115, 1962.
 [3] RAIEVSKI (V.), Rapport C. E. A. n° 1673, 1960.
 [4] GRIVET (P.) et BLAQUIÈRE (A.), *Le bruit de fond*, Masson, ed.
 [5] COURANT (E. D.) et WALLACE (P. R.), *Phys. Rev.*, 1947, **72**, n° 11.
 [6] FRISCH (O. R.), AECL n° 748, 1959.
 [7] PONTIS et RAIEVSKI (V.), Rapport SPM n° 566, 1959.
 [8] TACHON (J.), Rapport C. E. A. n° 1547, 1960.
 [9] PAL (L. I.), Genève, 1958, P 1710.
 [10] KOSALY (G.), *Nucleonick*, mars 1959.
 [11] FRISCH (O. R.) et LITTLER (D. J.), *The philos. magazine*, 1954, **405**, n° 361 ; AERE N/R 476, 1960.
 [12] BROWNRIGG et LITTLER, AERE N/R 476, janvier 1950 ; EDB.
 [13] LITTLER (D. J.), AERE N/R 476, 1960.
 [14] MOORE (M. N.), *Nucl. Sc. and Eng.*, 1958, **3**, 387-394.
 [15] LARISSE et BRAFFORT, *J. Nucl. Energ.*, 1961, **13**, 133-140.
 [16] VELEZ (C.), *J. Nucl. Energ.*, 1959, **6**, 414-419.
 [17] MOORE (M. N.), *Nucl. Sc. and Eng.*, 1958, **4**, 134.
 [18] COHN (C. E.), *Nucl. Sc. and Eng.*, 1960, **7**, 472-475.
 [19] BENNET (E. F.), *Nucl. Sc. and Eng.*, 1960, **8**, 53-61.
 [20] COHN (C. E.), *Trans. Amer. Nucl. Soc.*, 1958, **1**, n° 1, 162.
 [21] HOFFMANN (F. de), *The science and engineering of nuclear power*, p. 103.
 [22] LUCKOW (W. K.), *Thèse*, mars 1958, I. P. 270.
 [23] FEYNMANN (F.), HOFFMANN (F. de) et SERDER (R.), *J. Nucl. Energ.*, 1956, **3**, 64.
 [24] THIE (J. A.), *Nucleonics*, 1959, 102-109.
 [25] STERN (T.), VALAT (J.), CAZEMAJOU (J.), *Mesure des très basses réactivités par excitation pseudo-aléatoire de la source*, *B. I. S. T.*, n° 61, mai 1962.
 [26] STERN (T.), BLAQUIÈRE (A.), VALAT (J.), *Reactivity Measurement using pseudo-random source excitation*, *J. Nuclear Energy*, sous presse.