



HAL
open science

Effets de saturation en conjugaison de phase. Atomes à deux niveaux et élargissement Doppler

M. Pinard, B. Kleinmann, G. Grynberg, D. Bloch, M. Ducloy

► **To cite this version:**

M. Pinard, B. Kleinmann, G. Grynberg, D. Bloch, M. Ducloy. Effets de saturation en conjugaison de phase. Atomes à deux niveaux et élargissement Doppler. *Journal de Physique*, 1985, 46 (2), pp.149-157. 10.1051/jphys:01985004602014900 . jpa-00209953

HAL Id: jpa-00209953

<https://hal.science/jpa-00209953>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
 Physics Abstracts
 42.65 — 32.90

Effets de saturation en conjugaison de phase. Atomes à deux niveaux et élargissement Doppler

M. Pinard, B. Kleinmann, G. Grynberg, D. Bloch (*) et M. Ducloy (*)

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'ENS, Université Pierre et Marie Curie,
 75230 Paris Cedex 05, France

(*) Laboratoire de Physique des Lasers, Université Paris-Nord, 93430 Villetaneuse, France

(Reçu le 8 juin 1984, accepté le 12 octobre 1984)

Résumé. — On calcule l'intensité du champ rayonné dans une expérience de mélange dégénéré à quatre ondes. Le milieu non linéaire est composé d'atomes à deux niveaux. Un des champs pompes, de fréquence de Rabi Ω_p , peut éventuellement saturer la transition. La forme de raie est calculée pour diverses valeurs relatives de Ω_p , de γ_{ab} (largeur naturelle de la transition) et de ku (largeur Doppler). Pour $\gamma_{ab} < \Omega_p$, la conjugaison de phase est nulle à résonance et le maximum de l'intensité conjuguée est obtenu pour un désaccord de l'ordre de Ω_p . Ce maximum est constant tant que $\Omega_p < ku$, puis décroît comme Ω_p^{-4} lorsque $ku < \Omega_p$.

Abstract. — We calculate the intensity of the field radiated in an experiment of degenerate four-wave mixing. The non-linear medium consists of two-level atoms. One of the pump fields, whose Rabi frequency is Ω_p , can saturate the transition. The lineshape is calculated for various relative values of Ω_p , γ_{ab} (natural width of the transition) and ku (Doppler width). For $\gamma_{ab} < \Omega_p$, the intensity of the phase conjugate beam is zero at resonance and the maximum of the phase conjugate emission is obtained for a detuning of the order of Ω_p . This maximum is constant as long as $\Omega_p < ku$ and decreases like Ω_p^{-4} when $ku < \Omega_p$.

Quand plusieurs ondes électromagnétiques de même fréquence interagissent avec un milieu non linéaire, il est possible, dans certaines conditions, de créer une onde « conjuguée de phase » de l'une des ondes électromagnétiques incidentes [1, 2]. Rappelons que l'onde conjuguée d'un champ électromagnétique $E_0(\mathbf{r}, t) = \text{Re} [A(\mathbf{r}) e^{i\omega t}]$ est l'onde dont la dépendance spatiale est conjuguée de celle de l'onde incidente :

$$E_{CP}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} [A^*(\mathbf{r}) e^{i\omega t}] .$$

Il existe différentes méthodes d'optique non linéaire permettant de générer l'onde conjuguée, mais la plus prometteuse et la plus utilisée à présent est la génération non linéaire à quatre ondes (aussi appelée « degenerate four wave-mixing », DFWM [2]). Le principe en est le suivant : un milieu non linéaire est soumis à une onde pompe stationnaire (fréquence ω , vecteurs d'onde \mathbf{k} , $-\mathbf{k}$) et à une onde sonde de même fréquence ω et de vecteur d'onde \mathbf{K} . Grâce à un processus non linéaire du troisième ordre où deux photons de l'onde pompe (\mathbf{k} , $-\mathbf{k}$) sont absorbés et un photon de l'onde sonde est réémis, il y a émission d'un photon (ω , $-\mathbf{K}$) se propageant dans la direction opposée au photon de l'onde sonde.

De nombreuses études portant sur la variation de

l'intensité de l'onde conjuguée en fonction de la fréquence laser (forme de raie) ont été réalisées dans des vapeurs atomiques au voisinage d'une raie d'absorption. A faible intensité pour les faisceaux pompe et sonde, on observe lorsqu'on balaie la fréquence du laser une raie lorentzienne centrée sur la fréquence atomique [3]. Ce comportement peut être compris théoriquement en utilisant une théorie des perturbations au troisième ordre [4, 5]. Lorsque l'intensité de l'un des faisceaux pompes devient importante, on a observé expérimentalement que la raie s'élargit et se dédouble tandis que le coefficient de réflexion tend vers zéro au centre de la raie [3, 6]. Ce comportement a été compris et expliqué par deux d'entre nous dans le cas d'un système à trois niveaux en utilisant une théorie semi-classique (résolution des équations de Bloch) [7].

Un des buts de cet article est d'étendre ce traitement au cas d'un système à deux niveaux. Dans ce cas, les deux ondes pompes ayant même polarisation forment un système d'ondes stationnaires dans le milieu non linéaire tandis que, dans le cas du système à trois niveaux, les deux ondes pompes ayant des polarisations orthogonales, l'intensité est constante. Nous avons étudié l'évolution de la forme de raie lorsqu'un

des faisceaux pompes devient intense et trouvé que la saturation se traduit aussi par un dédoublement de la raie avec une intensité de l'onde conjuguée nulle à résonance. Nous avons aussi étudié la variation du coefficient de réflexion en fonction de l'intensité, et nous avons pu montrer que son maximum en fonction de la fréquence laser tend vers une constante lorsque la fréquence de Rabi de l'onde forte Ω_p est grande devant la largeur naturelle γ_{ab} mais petite devant la largeur Doppler ku . En outre, nous avons montré que, dans le cas où $\Omega_p > ku$, l'intensité de l'onde conjuguée tend vers zéro avec l'intensité de l'onde pompe forte.

Indiquons qu'on peut aussi traiter le problème de la saturation par la méthode de « l'atome habillé ». C'est ce qui a été fait par deux d'entre nous [8] dans le cas du système à deux niveaux. Cette méthode présente de nombreux avantages :

i) elle permet une interprétation physique des phénomènes ;

ii) on peut facilement établir une expression analytique dans le cas où $\Omega_p < ku$. Néanmoins, elle présente l'inconvénient de n'être valable qu'à l'ordre le plus bas en γ_{ab}/Ω_p (approximation séculaire), tandis que la méthode semi-classique est valable pour toutes les valeurs de Ω_p .

Il faut souligner que, dans cet article, on a fait les calculs en ne tenant pas compte du caractère gaussien des faisceaux, caractère qui, comme nous l'avons montré dans le cas d'atomes immobiles, peut changer considérablement les résultats [9, 10]. Nous avons représenté les faisceaux par des ondes planes, approximation justifiée si le diamètre des faisceaux pompes est grand devant celui du faisceau sonde [11].

Dans la première partie, nous calculons la matrice densité du système atomique pour une classe de vitesse donnée. Nous nous intéressons plus particulièrement aux cohérences optiques qui contribuent à générer l'onde conjuguée. Ce calcul est effectué en tenant compte à tous les ordres de l'onde pompe intense et seulement au premier ordre des deux autres ondes supposées d'intensité faible.

Dans la seconde partie, nous sommions les contributions des différentes classes de vitesse par un calcul numérique. Ceci nous permet d'obtenir les parties réelle et imaginaire du champ conjugué, ainsi que son intensité. On peut ainsi prédire l'évolution de la forme de raie en fonction de l'intensité de l'onde forte.

1. Calcul pour une classe de vitesse donnée.

1.1 EQUATIONS D'ÉVOLUTION. — On considère un ensemble d'atomes à deux niveaux a et b séparés par une différence d'énergie $E_a - E_b = \hbar\omega_0$. Un tel ensemble est décrit par une matrice densité 2×2 : $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$. Cette matrice densité évolue sous l'effet de différentes causes d'évolution qui sont :

a) l'évolution libre sous l'effet du hamiltonien atomique H_0 ;

b) le processus d'excitation qui peuple les niveaux a et b avec des taux λ_a et λ_b par unité de temps et de volume dans l'espace des phases. Ces taux sont supposés indépendants de r et proportionnels à la distribution thermique de vitesses

$$\lambda_i(\mathbf{v}) = \lambda_i W(\mathbf{v}) \quad i = (a, b)$$

$$W(\mathbf{v}) = \frac{1}{\sqrt{\pi} u} \exp - \left(\frac{v}{u} \right)^2$$

où $u = \left(\frac{2kT}{M} \right)^{1/2}$ est la vitesse la plus probable à la température T ;

c) les processus de relaxation dont on tient compte phénoménologiquement par des constantes d'amortissement. On suppose que les niveaux a et b relaxent avec des taux γ_a et γ_b , tandis que le dipôle atomique (proportionnel à la partie non diagonale de ρ) relaxe avec un taux γ_{ab} ;

d) l'interaction avec les ondes électromagnétiques.

Le système précédent est soumis à l'action de trois ondes de même fréquence $\omega = ck$: une onde intense d'amplitude ε_p se propageant dans la direction \mathbf{k} , et deux ondes faibles d'amplitude ε_R et ε_S dont on ne tiendra compte qu'à l'ordre le plus bas. L'onde d'amplitude ε_R se propage dans une direction opposée à l'onde forte (faisceau retour), l'onde sonde d'amplitude ε_S se propage dans la direction \mathbf{K} . On suppose que ces trois ondes sont polarisées suivant Ox.

Le champ total s'écrit donc

$$E = \varepsilon_p \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \varepsilon_R \cos(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \varepsilon_S \cos(\omega t - \mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) = \sum_i \varepsilon_i \cos(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}). \quad (1)$$

On pose pour raison de commodité ultérieure

$$\mathbf{k}_i = l_i \mathbf{k} + n_i \mathbf{K} \quad (2)$$

$$l_i, n_i, \text{ entiers } \geq 0.$$

Le hamiltonien d'interaction V entre le système atomique et les champs s'écrit :

$$V = -DE$$

où D est la composante suivant Ox de l'opérateur dipolaire électrique. Cet opérateur est purement non diagonal, et on peut toujours écrire

$$\langle a | D | b \rangle = \langle b | D | a \rangle = d.$$

Comme on se restreint au cas où ω est très proche de la fréquence atomique, on peut faire l'approximation de l'onde tournante. On obtient alors pour l'hamiltonien total \mathcal{H} :

$$\mathcal{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \sum_i \frac{d\varepsilon_i}{2} \begin{pmatrix} 0 & e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})} \\ e^{i(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})} & 0 \end{pmatrix}.$$

On obtient pour les différents éléments de la matrice densité les équations suivantes

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\right) \rho_{aa} = \lambda_a - \gamma_a \rho_{aa} - i \sum_i \frac{\Omega_i}{2} (\rho_{ab} e^{i(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})} - \rho_{ba} e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})}) \quad (3.a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\right) \rho_{bb} = \lambda_b - \gamma_b \rho_{bb} + i \sum_i \frac{\Omega_i}{2} (\rho_{ab} e^{i(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})} - \rho_{ba} e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})}) \quad (3.b)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\right) \rho_{ab} = -(\gamma_{ab} + i\omega_0) \rho_{ab} - i \sum_i \frac{\Omega_i}{2} (\rho_{aa} - \rho_{bb}) e^{-i(\omega t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})} \quad (3.c)$$

où on a posé $\Omega_i = \frac{d\varepsilon_i}{\hbar}$.

Pour résoudre l'équation d'évolution globale de ρ il est utile de développer ρ en double série de Fourier. On pose :

$$\rho_{aa} = \sum_{l,n} {}^{l,n} \rho_{aa} \exp i(\mathbf{l}\mathbf{k} + n\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r} \quad \text{idem pour } \rho_{bb} \quad (4.a)$$

$$\rho_{ab} = \sum_{l,n} {}^{l,n} \rho_{ab} \exp i \{ (\mathbf{l}\mathbf{k} + n\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r} - \omega t \} \quad (4.b)$$

$$\rho_{ba} = \sum_{l,n} {}^{l,n} \rho_{ba} \exp i \{ (\mathbf{l}\mathbf{k} + n\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r} + \omega t \} \quad (4.c)$$

on a donc ${}^{l,n} \rho_{ab} = -{}^{l,-n} \rho_{ba}^*$ et ${}^{l,n} \rho_{aa} = -{}^{l,-n} \rho_{aa}^*$.

Si on reporte ces définitions dans les équations (3) on obtient :

$$[\gamma_a + i(\mathbf{l}\mathbf{k} + n\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}] {}^{l,n} \rho_{aa} = -i \sum_i \frac{\Omega_i}{2} [{}^{l+l_i, n+n_i} \rho_{ab} - {}^{l-l_i, n-n_i} \rho_{ba}]$$

$$[\gamma_b + i(\mathbf{l}\mathbf{k} + n\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}] {}^{l,n} \rho_{bb} = i \sum_i \frac{\Omega_i}{2} [{}^{l+l_i, n+n_i} \rho_{ab} - {}^{l-l_i, n-n_i} \rho_{ba}].$$

Si on pose

$${}^{l,n} \mathcal{G} = {}^{l,n} \rho_{aa} - {}^{l,n} \rho_{bb} \quad (5)$$

et

$${}^{l,n} \mathcal{L}_P = \frac{1}{\gamma_a + i(\mathbf{l}\mathbf{k} + n\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}} + \frac{1}{\gamma_b + i(\mathbf{l}\mathbf{k} + n\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}} \quad (6)$$

on obtient

$${}^{l,n} \mathcal{G} = -i {}^{l,n} \mathcal{L}_P \sum_i \frac{\Omega_i}{2} [{}^{l+l_i, n+n_i} \rho_{ab} - {}^{l-l_i, n-n_i} \rho_{ba}] \quad (7)$$

on a de même

$${}^{l,n} \rho_{ab} = -i {}^{l,n} \mathcal{L}_c \sum_i \frac{\Omega_i}{2} {}^{l-l_i, n-n_i} \mathcal{G} \quad (8)$$

avec

$${}^{l,n} \mathcal{L}_c = \frac{1}{\gamma_{ab} - i(\omega - \omega_0) + i(\mathbf{l}\mathbf{k} + n\mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}}. \quad (9)$$

1.2 RÉOLUTION DES ÉQUATIONS. — On cherche la solution des équations précédentes en tenant compte à tous les ordres de l'onde forte et en tenant compte uniquement des ondes faibles à l'ordre 1. On veut calculer la matrice densité ${}_{\text{PRS}}\rho$ qui est à la fois linéaire en ε_R et ε_S et qui contient l'effet de ε_P à tous les ordres. Cette matrice densité contient une cohérence optique évoluant comme $\exp -i(\omega t + \mathbf{K} \cdot \mathbf{r})$ qui est responsable de l'émission du faisceau conjugué. Pour calculer ${}_{\text{PRS}}\rho$, il faut d'abord calculer ${}_P\rho$ la matrice densité du système uniquement en présence de l'onde forte, puis ${}_{\text{PR}}\rho$ (resp. ${}_{\text{PS}}\rho$) la matrice densité à l'ordre 1 en ε_R (resp. en ε_S).

1.2.1 Calcul de ${}_P\rho$. — Le système d'équations (3) dans le cas d'une seule onde est exactement soluble. Sa solution est bien connue [12]. On obtient une solution stationnaire de la forme :

$$\begin{aligned} {}_P\rho_{aa}(z, t, v) &= {}^0_P\rho_{aa}(v) \quad \text{idem pour} \quad {}_P\rho_{bb}(z, t, v) \\ {}_P\rho_{ab}(z, t, v) &= {}^1_P\rho_{ab}(v) \exp -i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned}$$

avec

$${}^1,0_{\text{P}}\rho_{\text{ab}}(v) = -i \frac{\Omega_{\text{P}}}{2} N_0 W(v) \frac{\gamma_{\text{ab}} + i(\delta\omega - kv)}{\gamma_{\text{ab}}^2 + (\delta\omega - kv)^2 + s\gamma_{\text{ab}}^2} \quad (10)$$

et

$${}^0,0_{\text{P}}\mathcal{G} = N_0 W(v) \left(1 - \frac{s\gamma_{\text{ab}}^2}{\gamma_{\text{ab}}^2 + (\delta\omega - kv)^2 + s\gamma_{\text{ab}}^2} \right) \quad (11)$$

dans ces équations on a introduit la quantité :

$$s = \frac{\Omega_{\text{P}}^2}{\gamma\gamma_{\text{ab}}} \quad (12)$$

dans laquelle on a introduit un nouveau taux de relaxation γ défini par

$$\frac{2}{\gamma} = \frac{1}{\gamma_{\text{a}}} + \frac{1}{\gamma_{\text{b}}} \quad (13)$$

N_0 est la différence de population en l'absence d'ondes lumineuses :

$$N_0 = \frac{\lambda_{\text{a}}}{\gamma_{\text{a}}} - \frac{\lambda_{\text{b}}}{\gamma_{\text{b}}} \quad (14)$$

et $\delta\omega$ est l'écart à résonance :

$$\delta\omega = \omega - \omega_0. \quad (15)$$

1.2.2 Calcul de ${}_{\text{PS}}\rho$. — Rappelons que ${}_{\text{PS}}\rho$ est la matrice densité du système obtenu en tenant compte de l'onde forte à tous les ordres et de l'onde sonde à l'ordre 1 et en supposant qu'il n'y a pas d'onde retour.

A cet ordre d'approximation, la matrice densité du système est donc ${}_{\text{P}}\rho + {}_{\text{PS}}\rho$. On obtient aisément l'équation d'évolution de ${}_{\text{PS}}\rho$ sous l'effet des champs appliqués :

$$i\hbar \frac{d}{dt} ({}_{\text{PS}}\rho) = [H_0, {}_{\text{PS}}\rho] + [V_{\text{S}}, {}_{\text{P}}\rho] + [V_{\text{P}}, {}_{\text{PS}}\rho]. \quad (16)$$

En résolvant l'équation d'évolution globale de ${}_{\text{PS}}\rho$ on obtient pour ces différentes composantes de Fourier :

$${}^l, n_{\text{PS}}\rho_{\text{ab}} = -i {}^l, n_{\text{C}} \left[\frac{\Omega_{\text{S}}}{2} {}^{l, n-1}_{\text{P}}\mathcal{G} + \frac{\Omega_{\text{P}}}{2} {}^{l-1, n}_{\text{PS}}\mathcal{G} \right] \quad (17)$$

$${}^l, n_{\text{PS}}\mathcal{G} = -i {}^l, n_{\text{C}} \left\{ \frac{\Omega_{\text{P}}}{2} ({}^{l+1, n}_{\text{PS}}\rho_{\text{ab}} - {}^{l-1, n}_{\text{PS}}\rho_{\text{ba}}) + \frac{\Omega_{\text{S}}}{2} ({}^{l, n+1}_{\text{P}}\rho_{\text{ab}} - {}^{l, n-1}_{\text{P}}\rho_{\text{ba}}) \right\}. \quad (18)$$

En reportant ce résultat de la première équation dans la seconde, on obtient

$$\begin{aligned} & {}^l, n_{\text{PS}}\mathcal{G} \cdot \left[\frac{1}{{}^l, n_{\text{C}}} + \frac{\Omega_{\text{P}}^2}{4} ({}^{l+1, n}_{\text{C}} + {}^{1-l, -n}_{\text{C}}^*) \right] = \\ & = -\frac{\Omega_{\text{P}} \Omega_{\text{S}}}{4} [({}^{l+1, n}_{\text{C}}) ({}^{l+1, n-1}_{\text{P}}\mathcal{G}) + ({}^{1-l, -n}_{\text{C}}^*) ({}^{l-1, n+1}_{\text{P}}\mathcal{G})] - i \frac{\Omega_{\text{S}}}{2} ({}^{l, n+1}_{\text{P}}\rho_{\text{ab}} - {}^{l, n-1}_{\text{P}}\rho_{\text{ba}}) \end{aligned} \quad (19)$$

comme à l'ordre zéro en ε_{P} seuls ${}^0,0_{\text{P}}\mathcal{G}$, ${}^1,0_{\text{P}}\rho_{\text{ab}}$ et ${}^{-1,0}_{\text{P}}\rho_{\text{ba}}$ sont différents de zéro, on voit qu'à l'ordre 1 en ε_{S} on crée :

$${}^{-1,1}_{\text{PS}}\mathcal{G}, {}^{1,-1}_{\text{PS}}\mathcal{G} \quad \text{et} \quad {}^{0,1}_{\text{PS}}\rho_{\text{ab}}, {}^{2,-1}_{\text{PS}}\rho_{\text{ab}}.$$

Pour simplifier les équations, on note $({}^l, nA)^{-1}$ le coefficient de ${}^l, n_{\text{PS}}\mathcal{G}$ dans l'équation (19). On pose

$$\frac{1}{{}^l, nA} = \frac{1}{{}^l, n_{\text{C}}} + \frac{\Omega_{\text{P}}^2}{4} ({}^{l+1, n}_{\text{C}} + {}^{1-l, -n}_{\text{C}}^*). \quad (20)$$

1.2.3 Calcul de ${}_{\text{PR}}\rho$. — En remplaçant S par R dans l'équation (16), on obtient immédiatement l'équation d'évolution de ${}_{\text{PR}}\rho$; on a :

$$i\hbar \frac{d}{dt} ({}_{\text{PR}}\rho) = [H_0, {}_{\text{PR}}\rho] + [V_{\text{R}}, {}_{\text{P}}\rho] + [V_{\text{P}}, {}_{\text{PR}}\rho].$$

En résolvant l'équation globale de ${}_{\text{PR}}\rho$ on obtient ses différentes composantes de Fourier. On trouve :

$${}^{l,n}_{\text{PR}}\mathcal{G} \cdot ({}^{l,n}A)^{-1} = -\frac{\Omega_{\text{P}} \Omega_{\text{R}}}{4} [{}^{l+1,n}_{\text{Lc}} {}^{l+2,n}_{\text{PS}}\mathcal{G} + {}^{l-1,-n}_{\text{Lc}} * {}^{l-2,n}_{\text{PS}}\mathcal{G}] - i\frac{\Omega_{\text{R}}}{2} [{}^{l-1,n}_{\text{P}}\rho_{\text{ab}} - {}^{l+1,n}_{\text{P}}\rho_{\text{ba}}] \quad (21.a)$$

et

$${}_{\text{PR}}\rho_{\text{ab}} = -i {}^{l,n}_{\text{Lc}} [\Omega_{\text{P}} {}^{l-1,n}_{\text{PS}}\mathcal{G} + \Omega_{\text{R}} {}^{l+1,n}_{\text{PS}}\mathcal{G}]. \quad (21.b)$$

On voit qu'à l'ordre 1 en ε_{R} on crée :

$${}^{-2,0}_{\text{PR}}\mathcal{G} \quad \text{et} \quad {}^{2,0}_{\text{PR}}\mathcal{G} \quad \text{ainsi que} \quad {}^{-1,0}_{\text{PR}}\rho_{\text{ab}} \quad \text{et} \quad {}^{3,0}_{\text{PR}}\rho_{\text{ab}}.$$

Il faut souligner que la quantité ${}^{-1,0}_{\text{PR}}\rho_{\text{ab}}$ donne une cohérence optique qui évolue comme $\exp -i(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, c'est-à-dire comme le faisceau retour. Cette cohérence va donc être responsable de l'émission d'un champ qui va interférer avec le champ retour et modifier sa valeur à la sortie de la cellule. Le calcul de cette cohérence en présence de l'onde forte nous permet de prédire la modification de l'absorption de l'onde faible due à la présence de l'onde intense (et ceci à tous les ordres en ε_{P}). Ce calcul est rigoureusement identique à celui développé par Haroche et Hartmann [12].

1.2.4 Calcul de ${}_{\text{PRS}}\rho$. — A cet ordre d'approximation, la matrice densité du système s'écrit :

$$\rho = \rho_{\text{P}} + {}_{\text{PR}}\rho + {}_{\text{PS}}\rho + {}_{\text{PRS}}\rho + 0(\varepsilon_{\text{S}}^2) + 0(\varepsilon_{\text{R}}^2).$$

La matrice densité ${}_{\text{PRS}}\rho$ vérifie l'équation :

$$i\hbar \frac{d}{dt} ({}_{\text{PRS}}\rho) = [H_0 + V_{\text{P}}, {}_{\text{PRS}}\rho] + [V_{\text{R}}, {}_{\text{PS}}\rho] + [V_{\text{S}}, {}_{\text{PR}}\rho].$$

On obtient pour ses composantes de Fourier les équations suivantes :

$${}^{l,n}_{\text{PRS}}\rho_{\text{ab}} = -\frac{i}{2} {}^{l,n}_{\text{Lc}} [\Omega_{\text{P}} {}^{l-1,n}_{\text{PRS}}\mathcal{G} + \Omega_{\text{R}} {}^{l+1,n}_{\text{PS}}\mathcal{G} + \Omega_{\text{S}} {}^{l,n-1}_{\text{PR}}\mathcal{G}] \quad (22.a)$$

$${}^{l,n}_{\text{PRS}}\mathcal{G} = -\frac{i}{2} {}^{l,n}_{\text{Lc}} [\Omega_{\text{P}} ({}^{l+1,n}_{\text{PRS}}\rho_{\text{ab}} - {}^{l-1,n}_{\text{PRS}}\rho_{\text{ba}}) + \Omega_{\text{R}} ({}^{l-1,n}_{\text{PS}}\rho_{\text{ab}} - {}^{l+1,n}_{\text{PS}}\rho_{\text{ba}}) + \Omega_{\text{S}} ({}^{l,n+1}_{\text{PR}}\rho_{\text{ab}} - {}^{l,n-1}_{\text{PR}}\rho_{\text{ba}})]. \quad (22.b)$$

On veut calculer ${}^{0,-1}_{\text{PRS}}\rho_{\text{ab}}$, après un calcul laborieux mais sans difficulté on obtient :

$$\begin{aligned} {}^{0,-1}_{\text{PRS}}\rho_{\text{ab}} = & \left(\frac{i\Omega_{\text{P}} \Omega_{\text{R}} \Omega_{\text{S}}}{8} \right) {}^{0,0}_{\text{P}}\mathcal{G}^{-1,-1} A {}^{0,-1}_{\text{Lc}} \left\{ (-{}^{1,0}_{\text{Lc}} + {}^{0,1}_{\text{Lc}}*) + \right. \\ & + ({}^{1,-1}A) ({}^{-1,-1}_{\text{Lc}})^{-1} ({}^{1,0}_{\text{Lc}} + {}^{0,1}_{\text{Lc}}*) - \frac{\Omega_{\text{P}}^2}{4} {}^{-2,0}A ({}^{-1,0}_{\text{Lc}} + {}^{1,0}_{\text{Lc}}*) ({}^{-1,0}_{\text{Lc}} + {}^{2,1}_{\text{Lc}}*) \\ & \left. - \frac{\Omega_{\text{P}}^2}{4} {}^{1,-1}A ({}^{1,0}_{\text{Lc}} + ({}^{0,1}_{\text{Lc}}*)) ({}^{0,1}_{\text{Lc}}* - {}^{2,1}_{\text{Lc}}*) \right\}. \quad (23) \end{aligned}$$

On a vérifié l'exactitude de cette formule en la comparant d'une part au résultat de la théorie à l'ordre le plus bas [4, 5], et d'autre part au résultat des calculs faits en supposant les atomes immobiles [9, 13]. Notre formule générale est en parfait accord avec ces deux théories.

1.3 FAISCEAU SONDE PARALLÈLE À L'ONDE FAIBLE. — Nous avons calculé la cohérence optique responsable de l'émission d'un faisceau conjugué pour une direction quelconque \mathbf{K} du faisceau sonde, il est intéressant d'étudier les deux cas particuliers où le faisceau sonde est soit parallèle au faisceau intense, soit parallèle au faisceau faible. Ces cas sont intéressants car ce sont ceux où on a expérimentalement la plus grande intensité conjuguée.

Nous ne traiterons ici que le second cas ($\mathbf{K} = -\mathbf{k}$), le premier pouvant être traité plus simplement par

une autre méthode [14]. Il faut remarquer qu'il n'est pas possible de rendre le faisceau sonde rigoureusement parallèle à l'un des faisceaux pompes, car il y aurait confusion entre le faisceau conjugué et l'autre faisceau pompe, ce qui conduirait à une interférence entre le processus de conjugaison de phase et d'autres processus. En pratique, si l'angle θ entre le faisceau pompe et le faisceau sonde est tel que :

$$k\theta u \ll \gamma_a, \quad \gamma_b \quad \text{et} \quad \gamma_{\text{ab}}$$

on peut distinguer les différents faisceaux expéri-

mentalement et on peut simultanément supposer dans la théorie soit $\mathbf{K} = \mathbf{k}$, soit $\mathbf{K} = -\mathbf{k}$, ce qui simplifie considérablement les formules.

Dans le cas où $\mathbf{K} = -\mathbf{k}$, il faut remarquer que la double série de Fourier (4a), (4b), (4c) devient une

simple série, donc dans la formule (23) toutes les quantités auront un seul indice relatif à \mathbf{k} . Il est facile de voir que cet indice est la différence des indices $l - n$. En notant ${}_{CP}\rho_{ab}$ la cohérence optique ainsi obtenue, on a :

$${}_{CP}\rho_{ab} = \frac{i\Omega_P \Omega_R \Omega_S}{8} {}_{0,0}G {}^0A {}^1\zeta_c \left\{ (-{}^1\zeta_c + {}^{-1}\zeta_c^*) + \frac{2A}{{}^0\zeta_P} ({}^1\zeta_c + {}^{-1}\zeta_c^*) - \frac{\Omega_P^2}{4} {}^{-2}A ({}^{-1}\zeta_c + {}^1\zeta_c^*) ({}^{-1}\zeta_c + {}^1\zeta_c^*) - \frac{\Omega_P^2}{4} {}^2A ({}^1\zeta_c + {}^{-1}\zeta_c^*) ({}^{-1}\zeta_c^* - {}^1\zeta_c^*) \right\} \quad (24)$$

où on a posé :

$${}^n\zeta_c = \frac{1}{\gamma_{ab} - i\delta\omega + i\mathbf{nk}\cdot\mathbf{v}} \quad (24a)$$

$${}^n\zeta_P = \frac{1}{\gamma_a + i\mathbf{nk}\cdot\mathbf{v}} + \frac{1}{\gamma_b + i\mathbf{nk}\cdot\mathbf{v}} \quad (24b)$$

et

$$\frac{1}{{}^nA} = \frac{1}{{}^n\zeta_P} + \frac{\Omega_P^2}{4} ({}^{n+1}\zeta_c + {}^{1-n}\zeta_c^*). \quad (24c)$$

2. Sommation sur les vitesses.

Pour calculer l'amplitude du champ conjugué ${}_{CP}\varepsilon$ rayonné par les atomes, il faut sommer les contributions des différentes classes de vitesse. Il faut calculer

$$\langle {}_{CP}\rho_{ab} \rangle = \int {}_{CP}\rho_{ab}(\mathbf{v}) W(\mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (25)$$

Nous avons fait cette sommation d'une part numé-

riquement pour une valeur quelconque de la largeur Doppler, d'autre part analytiquement en utilisant la méthode des résidus dans le cas où la largeur Doppler est infinie. Nous avons en outre supposé que $\gamma_a = \gamma_b = \gamma$ et que $\gamma_{ab} = \frac{1}{2}\gamma$. On peut montrer que les prévisions théoriques de notre modèle pour ces valeurs des taux de relaxation coïncident avec celles obtenues dans le cas d'une raie de résonance ($\gamma_b = 0, \gamma_a = \gamma, \gamma_{ab} = \frac{1}{2}\gamma$ et système fermé).

2.1 LARGEUR DOPPLER INFINIE. — C'est le cas où la largeur ku est très grande devant la fréquence de Rabi de l'onde forte. Dans ce cas, nous avons obtenu, en intégrant (25) par la méthode des résidus, une formule analytique donnant l'amplitude du champ conjugué en fonction de l'écart à résonance $\delta\omega$ pour une valeur quelconque de la fréquence de Rabi Ω_P de l'onde forte (cette longue formule est donnée dans l'Appendice 1). Nous avons vérifié que cette formule valable quelle que soit la valeur du paramètre de saturation s ($s = \Omega_P^2/\gamma\gamma_{ab}$) redonne à la limite $s \rightarrow \infty$ la formule suivante obtenue précédemment par la méthode de l'atome habillé [8].

$${}_{CP}\varepsilon = 2\sqrt{\pi} \cdot \frac{\Omega_P \Omega_R \Omega_S}{\gamma(ku)} \cdot \frac{\delta\omega(8\delta\omega^2 + 3\Omega_P^2)(64\delta\omega^4 + 48\Omega_P^2\delta\omega^2 + 65\Omega_P^4)}{(64\delta\omega^4 + 48\Omega_P^2\delta\omega^2 + 25\Omega_P^4)^2}. \quad (26)$$

La figure 1 représente la variation de l'intensité conjuguée en fonction de la fréquence du laser pour différentes valeurs du paramètre de saturation ($s = \Omega_P^2/\gamma\gamma_{ab}$). Pour une très faible valeur de s ($s = 5 \times 10^{-3}$), nous retrouvons bien une lorent-

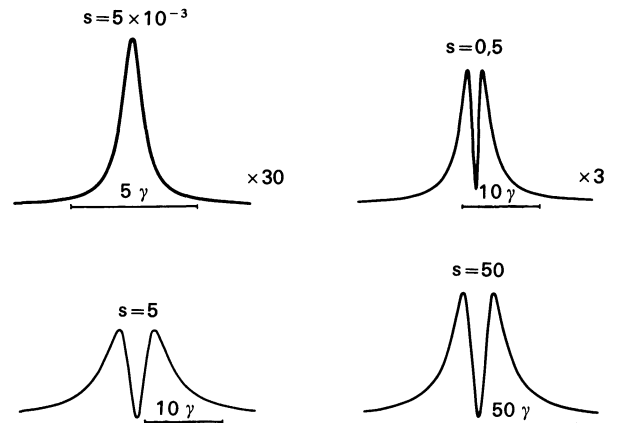


Fig. 1. — Variation de l'intensité conjuguée en fonction de la fréquence du laser pour différentes valeurs du paramètre de saturation s .

[Intensity of the conjugate beam versus frequency detuning for different values of the saturation parameter s .]

zienné centrée sur la fréquence atomique et de largeur naturelle. Lorsque l'intensité de l'onde forte augmente ($s = 0,5$), la courbe s'élargit et se dédouble. Enfin, lorsque Ω_p est très grand devant γ on obtient une courbe s'annulant à résonance et présentant deux maxima dont la distance varie comme $1,2 \Omega_p$ ($s = 5$ et $s = 50$). Ce résultat est en accord avec la formule analytique de la référence [8] qui prévoit aussi une distance variant comme $1,2 \Omega_p$. Ces calculs montrent aussi que l'amplitude du maximum est indépendante de Ω_p tant que $\gamma \ll \Omega_p \lesssim ku$, résultat analogue à celui obtenu pour les systèmes à 3 niveaux [7]. On peut aussi calculer les parties imaginaires et réelles du champ, ces quantités sont représentées sur la figure 2 pour $s = 5 \times 10^{-3}$ et pour $s = 5$. On voit que, lorsque $\Omega_p \gg \gamma$, la partie imaginaire qui est une fonction paire devient négligeable devant la partie réelle qui est une fonction impaire ; ceci explique que l'intensité soit une fonction paire s'annulant à résonance.

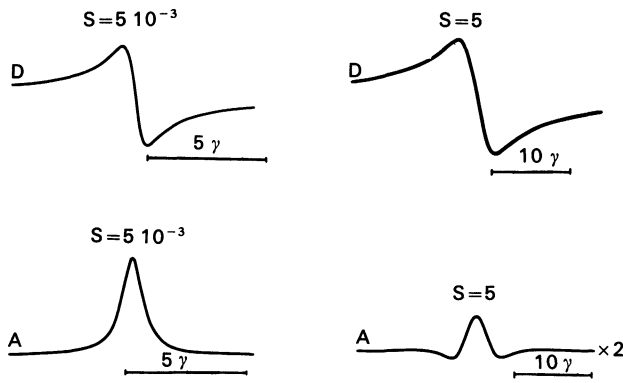


Fig. 2. — Variation de la partie réelle (D) et de la partie imaginaire (A) du champ conjugué en fonction de la fréquence du laser pour deux valeurs de s . Il faut noter la différence d'échelle verticale entre (A) et (D) lorsque $s \gg 1$.

[Real and imaginary parts (D and A) of the conjugate field versus frequency detuning. Note the change in vertical scale between (A) and (D) when $s \gg 1$.]

2.2 LARGEUR DOPPLER FINIE. — Nous avons étudié comment varie la forme de raie lorsque la fréquence de Rabi augmente jusqu'à devenir très grande devant la largeur Doppler. En particulier nous avons bien retrouvé à la limite des grandes intensités la forme de raie prévue par une théorie négligeant l'effet Doppler [9, 13] mais pour des valeurs gigantesques de Ω_p ($\Omega_p \gtrsim 10 ku$). Cette étude nous montre également que l'intensité de l'onde conjuguée décroît de façon dramatique lorsque Ω_p devient grand devant ku (Fig. 3). Dans nos calculs, nous avons pris $ku = 100 \gamma_{ab}$.

On comprendra ce comportement en utilisant les résultats de la référence [8]. En effet il a été démontré dans cet article que tant que $\Omega_p \lesssim ku$, la conjugaison de phase est entièrement due à deux groupes de vitesse pour lesquels se produisent des résonances Raman

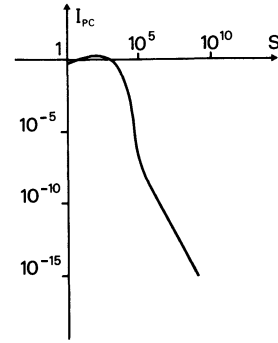


Fig. 3. — Variation en fonction du paramètre de saturation S du maximum de l'intensité conjuguée. On note que l'intensité conjuguée décroît comme Ω_p^{-4} lorsque la fréquence de Rabi est très grande devant la largeur Doppler ku (dans ces calculs nous avons pris $ku = 100 \gamma_{ab}$).

[Peak intensity of the conjugate beam versus saturation parameter S . Note that the peak intensity decreases as Ω_p^{-4} when the Rabi frequency Ω_p is larger than the Doppler width ku (in our calculus ku is equal to $100 \gamma_{ab}$).]

dans le diagramme d'énergie de l'atome habillé, la contribution des classes de vitesse non résonnantes étant négligeable. L'expression analytique de l'intensité conjuguée établie dans ce cas permet de prévoir que son maximum est constant et vaut $\left(\frac{\Omega_R \Omega_S}{\gamma ku}\right)^2$.

Les résultats de cet article permettent aussi de prévoir qualitativement ce qu'il se passe lorsque $\Omega_p \gtrsim ku$. En effet on a montré que, dans ce cas, la contribution au champ conjugué des deux classes résonnantes est proportionnelle à $\frac{\Omega_R \Omega_S}{\gamma^2} \cdot \frac{\gamma}{ku} \cdot \exp - \left(\frac{\Omega_p^2}{(ku)^2}\right)$ tandis que celle des classes non résonnantes varie comme $\frac{\Omega_R \Omega_S}{\Omega_p^2}$. On voit que si $\Omega_p \gg ku$, la contribution des classes non résonnantes est prépondérante et l'intensité du signal est de l'ordre de $\left(\frac{\Omega_R \Omega_S}{\Omega_p^2}\right)^2$.

Il faut souligner que, si la méthode de l'atome habillé permet de retrouver l'ordre de grandeur de l'intensité conjuguée lorsque $\Omega_p \gtrsim ku$, elle ne donne pas la forme de raie exacte contrairement à la théorie semi-classique utilisée dans cet article. En effet dans la méthode de l'atome habillé on a négligé des termes non séculaires qui, pour les classes non résonnantes, sont du même ordre de grandeur que les termes séculaires [8]. Pour les mêmes raisons cette méthode ne permet pas de prévoir la forme de raie pour $\Omega_p \simeq \gamma$ alors que la théorie développée dans cet article est parfaitement applicable.

3. Conclusion.

Nous avons calculé l'intensité du champ conjugué de phase dans le cas où les atomes peuvent être décrits

par des systèmes à deux niveaux. Nous avons tenu compte exactement de l'effet Doppler et des effets de saturation dus à l'un des faisceaux pompes. Nous avons montré que les effets de saturation sont identiques à ceux obtenus dans le cas du système à trois niveaux [7]. Néanmoins ce résultat n'est pas général ; en effet dans le cas du système à trois niveaux, on peut trouver une configuration pour les polarisations des faisceaux dans laquelle la saturation ne se traduit

pas par une intensité de l'onde conjuguée nulle à résonance [15]. En dépit de sa lourdeur, le formalisme développé dans cet article présente, par rapport à [8], l'avantage de conduire à des résultats exacts dans tous les cas de figure (c'est-à-dire quelles que soient les valeurs respectives des paramètres γ , γ_{ab} , ku et Ω_p). A ce titre, c'est une méthode d'une grande puissance pour étudier les effets de saturation en conjugaison de phase.

Appendice 1. — Dans cet Appendice, nous donnons l'expression analytique de l'amplitude du champ conjugué en fonction de $\Delta = \delta\omega/\gamma_{ab}$ pour une valeur quelconque du paramètre de saturation $S = \Omega_p^2/\gamma\gamma_{ab}$.

$$c^p \varepsilon = \frac{2\pi i}{\sqrt{\pi} ku} N \frac{\Omega_p \Omega_R \Omega_S}{4 \gamma_{ab}^2} \times \frac{4 \Delta^2 (1 - i\Delta)}{(S + 4 \Delta^2 + 4 i\Delta)^2} \left[\begin{aligned} &+ \frac{1}{4(1+S)^{3/2}} \cdot \left[\frac{A}{D_1^2} + \frac{B}{D_2^2 D_3} + \frac{B'}{(D_2^2 D_3)^*} \right] \\ &+ \frac{1}{4(1+S)} \left[\frac{(1 - \sqrt{1+S})^2 C}{D_2 D_3^2} - S \left(\frac{C}{D_2 D_3^2} \right)^* \right] \end{aligned} \right]$$

avec

$$D_1 = (S + 4 \Delta^2 + 4 i\Delta)$$

$$D_2 = 1 + \sqrt{1+S} + 2 i\Delta$$

$$D_3 = (\sqrt{1+S} + i\Delta)(5S + 8\sqrt{1+S} + 8 - 4 \Delta^2 + i\Delta(8\sqrt{1+S} + 8))$$

$$A = \left\{ \begin{aligned} &- S^2 + \Delta^2 [8S\sqrt{1+S} - 4S + 8\sqrt{1+S} - 8] \\ &+ i\Delta [-4S^2 - 12S + 8\sqrt{1+S} - 8] \end{aligned} \right\}$$

$$B = \left\{ \begin{aligned} &- 6S^3\sqrt{1+S} - S^3 + 6S^2 + 8S\sqrt{1+S} + 8S \\ &+ \Delta^2 (32S^2\sqrt{1+S} - 69S^2 + 38S\sqrt{1+S} - 98S + 16\sqrt{1+S} - 16) \\ &+ \Delta^4 (4S) \\ &+ i\Delta (-26S^3 + 26S^2\sqrt{1+S} - 18S^2 + 34S\sqrt{1+S} + 14S) \\ &+ i\Delta^3 (12S^2 - 44S\sqrt{1+S} + 40S - 40\sqrt{1+S} + 40) \end{aligned} \right\}$$

$$B' = \left\{ \begin{aligned} &6S^3\sqrt{1+S} + 13S^3 + 20S^2\sqrt{1+S} + 28S^2 + 16S\sqrt{1+S} + 16S \\ &+ \Delta^2 (-32S^2\sqrt{1+S} - 17S^2 - 42S\sqrt{1+S} - 30S) \\ &+ 4S\Delta^4 \\ &+ i\Delta (-26S^3 - 32S^2\sqrt{1+S} - 60S^2 - 40S\sqrt{1+S} - 40S) \\ &+ i\Delta^3 (12S^2 + 4S\sqrt{1+S} + 25S) \end{aligned} \right\}$$

$$C = \left\{ \begin{aligned} &33S^3 + 86S^2\sqrt{1+S} + 142S^2 + 112S\sqrt{1+S} + 112S \\ &+ \Delta^2 (-289S^2 - 340S\sqrt{1+S} - 380S) \\ &+ \Delta^4 (128S - 36\sqrt{1+S} + 36) \\ &+ i\Delta (154S^2\sqrt{1+S} + 292S^2 + 320S\sqrt{1+S} + 320S) \\ &+ i\Delta^3 (-272S\sqrt{1+S} - 122S - 12\sqrt{1+S} + 12) \\ &+ i\Delta^5 (24\sqrt{1+S} - 24) \end{aligned} \right\}$$

Bibliographie

- [1] YARIV, A., *IEEE J. Quantum Electron. QE* **14** (1978) 650 ; aussi dans *Laser Spectroscopy IV, Springer Series in Optical Sciences*, vol. 21, p. 492 (Springer Verlag, Berlin) 1979.
- [2] DUCLOY, M., *Adv. Solid State Phys.* **22** (1982) 35 (Viegweg, Braunschweig).
- [3] LIAO, P. F., BLOOM, D. M. et ECONOMOU, N. P., *Appl. Phys. Lett.* **32** (1978) 813.
- [4] WANDZURA, S. D., *Opt. Lett.* **4** (1979) 208.
- [5] DUCLOY, M. et BLOCH, D., *J. Physique* **42** (1981) 711.
- [6] BLOCH, D., RAJ, R. K., PENG, K. S. et DUCLOY, M., *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 719.
- [7] BLOCH, D. et DUCLOY, M., *JOSA* **73** (1983) 635 et *erratum* **73** (1983) 1844.
- [8] GRYNBERG, G., PINARD, M. et VERKERK, P., *Opt. Commun.* **50** (1984) 261.
- [9] GRYNBERG, G., KLEINMANN, B. et PINARD, M., *Opt. Commun.* **47** (1983) 291.
- [10] GRYNBERG, G., KLEINMANN, B., PINARD, M. et VERKERK, P., *Opt. Lett.* **8** (1983) 614.
- [11] Nous avons étudié l'effet du caractère gaussien des faisceaux lorsque $\Omega_p \lesssim ku$ en intégrant sur l'espace la formule analytique obtenue dans la référence [8]. Ceci nous a permis de montrer que l'effet est moins marqué lorsqu'on tient compte de l'effet Doppler ($\Omega_p \lesssim ku$) que pour des atomes immobiles ($\Omega_p \gg ku$).
- [12] HAROCHE, S. et HARTMANN, F., *Phys. Rev. A* **6** (1972) 1280.
- [13] STEEL, D. G. et LIND, R. C., *Opt. Lett.* **6** (1981) 587.
- [14] DUCLOY, M. et BLOCH, D., *Opt. Commun.* **47** (1983) 351.
- [15] PINARD, M., VERKERK, P. et GRYNBERG, G., *Opt. Lett.* **9** (1984) 399.
-