



HAL
open science

Domaines et parois dans des systèmes de spin à interaction dipolaire tronquée

J.C.S. Levy

► **To cite this version:**

J.C.S. Levy. Domaines et parois dans des systèmes de spin à interaction dipolaire tronquée. Journal de Physique, 1983, 44 (2), pp.163-168. <10.1051/jphys:01983004402016300>. <jpa-00209582>

HAL Id: jpa-00209582

<https://hal.science/jpa-00209582v1>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Classification

Physics Abstracts

75.25 — 75.60C — 75.30H

Domaines et parois dans des systèmes de spin à interaction dipolaire tronquée (*)

J. C. S. Levy

Laboratoire de Magnétisme des Surfaces, Université Paris VII, 75251 Paris Cedex 05, France

(Reçu le 17 mai 1982, révisé le 18 octobre, accepté le 29 octobre 1982)

Résumé. — Les spins nucléaires dans un référentiel tournant interagissent entre eux par interaction dipolaire tronquée et les conditions expérimentales d'observation imposent la présence d'impuretés magnétiques d'origine électronique, rares mais de fort moment magnétique. Les observations récentes ont montré l'existence de domaines assez réguliers, ferromagnétiques, antiferromagnétiques ou héliamagnétiques, et d'un champ hyperfin remarquablement régulier sur les impuretés électroniques. Ici, nous minimisons l'énergie totale d'un tel système avec ou sans impuretés au moyen d'une méthode variationnelle « fine ». Ceci nous permet de trouver de multiples structures de volume, des structures de domaines et le caractère modulant de l'ensemble des impuretés sur la superstructure des domaines magnétiques.

Abstract. — Nuclear spins in a rotating frame only experience a truncated dipolar interaction. A few impurities with electronic spin are required for experimental purposes. Recent experiments have shown regular arrangements of magnetic domains, and a quite regular hyperfine field on these electronic impurities. Here we minimize the total energy of such a system, with or without impurities by means of a careful variational method. It enables us to find the numerous bulk structures, the wall structures and the modulation induced by the distribution of impurities on the overall structure.

Introduction. — L'étude de l'« Hamiltonien dipolaire tronqué » qui s'applique aux spins nucléaires est un sujet déjà classique [1-3], dont on connaît bien les solutions de volume par une méthode variationnelle approchée due à Luttinger et Tisza [4] à température nulle. Villain a mené une étude similaire à température finie, positive ou négative [5]. Les structures théoriques proposées sont très variées et ont été largement observées [2, 3, 6]. En effet le même Hamiltonien, quand on change quelque peu les paramètres physiques que sont l'orientation relative du champ extérieur et du réseau, ou la nature du réseau, conduit à des structures franchement différentes : ferromagnétique, antiferromagnétique, héliamagnétique ou conique. L'observation de ces structures est associée à l'observation simultanée d'une sorte de superstructure : l'organisation assez régulière en domaines magnétiques [6]. Malgré la diversité des structures gou-

vernées par l'Hamiltonien dipolaire tronqué, on ne peut soupçonner cet Hamiltonien d'être responsable d'une telle superstructure ; un élément de plus contre cette supposition est la non-périodicité de la répartition en domaines, même si l'épaisseur moyenne des domaines correspond à l'intervalle moyen entre les spins électroniques d'impuretés, dissoutes dans la matière cristalline afin d'observer les spins nucléaires [6]. Cette dernière remarque montre l'origine probable des domaines même si la concentration de telles impuretés ne peut être variée que dans des limites très étroites, pour des raisons expérimentales. L'interaction entre les spins électroniques et les spins nucléaires doit être aussi décrite par l'Hamiltonien dipolaire tronqué, avec les moments magnétiques correspondants, quand on néglige l'interaction locale $s.S$ réduite aux proches voisins du spin électronique et pondérée par la densité électronique sur ces sites. En conclusion de ce bref rappel de la situation, si l'on connaît les structures « fondamentales » d'un système de spins nucléaires, on ne connaît pas théoriquement les parois dans de tels systèmes ni leur mode d'accrochage aux impuretés de spin électronique.

(*) Le contenu de cet article a été présenté au Colloque du CNRS, *Parois et domaines* (RCP 608), Aussois, janvier 1982.

Le but du présent travail est donc à la fois d'étudier ces parois et leur accrochage. Ce qui nous permet d'atteindre un tel but est l'utilisation d'une méthode variationnelle fine où les variations sont des « distributions ». Une telle méthode a déjà été utilisée par nous pour étudier les effets de l'interaction par potentiel ou pseudopotentiel de paires scalaires [7]. Un avantage essentiel consiste à respecter la longueur de chaque spin, et non à respecter seulement la longueur totale de la somme des spins comme le font Luttinger et Tisza [4]. Il est clair que, parce que nous bloquons la longueur du spin individuel, nous pouvons étudier correctement la rotation des spins, c'est-à-dire les parois. Nous reviendrons en détail sur l'effet non linéaire caractéristique de la condition physique imposée, mais nous pouvons déjà déceler là l'effet de modulation sur la structure des spins nucléaires de la distribution des spins électroniques. D'autre part l'écriture locale de l'Hamiltonien nous amène à réécrire l'Hamiltonien sous une forme de Ginzburg-Landau généralisée et donc à reconsidérer la notion de champ moyen. Les équations des structures métastables ne sont pas linéaires. On discutera de nombreuses solutions plus ou moins approchées, et on tiendra compte des effets de champ démagnétisant pour stabiliser certaines solutions, comme du rôle des impuretés électroniques. L'interaction dipolaire tronquée DT tend à faciliter des liaisons ferromagnétiques ou antiferromagnétiques selon leur orientation et donc provoque des structures très complexes, car cette interaction DT est à longue portée.

Après avoir brièvement complété l'exposé du problème dans une première section, nous développerons la méthode variationnelle dans la seconde. Enfin nous étudierons les implications sur les structures de paroi et leur organisation en présence de l'ensemble des impuretés électroniques, et des contraintes de champ démagnétisant.

1. L'Hamiltonien et la géométrie du problème. Écriture « locale » de l'Hamiltonien. — L'interaction dipôle-dipôle « tronquée » doit sa « troncature » à la présence d'un champ magnétique qui définit l'axe z du référentiel tournant. Un repère sphérique s'impose; soit \mathbf{r}_{ij} le vecteur qui relie les sites i et j où sont situés les spins nucléaires \mathbf{S}_i et \mathbf{S}_j . Ce vecteur a pour longueur r_{ij} et fait un angle θ_{ij} avec l'axe z . L'Hamiltonien dipolaire tronqué H_{DT} s'écrit avec ces notations :

$$H_{DT} = \sum_{i,j} \frac{\gamma^2 \hbar}{4} \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{ij}}{r_{ij}^3} (3 S_i^z S_j^z - \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j), \quad (1)$$

où γ mesure le moment magnétique nucléaire. En appelant s_k le spin électronique situé au site k et Γ son moment magnétique, on obtient l'Hamiltonien d'interaction spin nucléaire-spin électronique, tronqué lui aussi H_{ST} :

$$H_{ST} = \sum_{i,k} \frac{\gamma \Gamma \hbar}{4} \frac{1 - 3 \cos \theta_{ik}}{r_{ik}^3} (3 S_i^z s_k^z - \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{s}_k), \quad (2)$$

où l'interaction locale spin-spin est négligée, ou

$$H_{ST} = \sum_{i,k} \frac{\gamma \Gamma \hbar}{4} \cdot \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{ik}}{r_{ik}^3} \cdot 2 S_i^z s_k^z, \quad (2)$$

quand l'on tient compte de la différence des fréquences de précession de Larmor.

La « troncature » découple les parties de spin et d'espace.

Pour les besoins de la méthode variationnelle utilisée, il faut réécrire cet Hamiltonien dans une version locale, c'est-à-dire où les contributions des différents sites sont découplées. On reconnaît ici le principe d'un Hamiltonien de Ginzburg-Landau écrit en fonction de \mathbf{S}_i et ses dérivées multiples [8], aussi nous appellerons cette forme de l'Hamiltonien, Hamiltonien de Ginzburg-Landau généralisé. Il est généralisé car nous ne pouvons pas arrêter à un ordre limité le développement en série de Taylor sous peine de modifier la nature essentielle, à longue portée, de cette interaction.

Soient x, y et z les composantes sur les axes du vecteur courant \mathbf{r}_{ij} . Les indices i et j sont provisoirement abandonnés car nous allons séparer les sommations sur i et j , il n'y aura donc pas d'ambiguïté. Nous considérerons un volume infini de matière, ce qui nous affranchira provisoirement d'effets de surface où le mélange des sommations sur i et j réapparaîtrait. Les effets de surface seront traités après la résolution des conditions de volume. De même nous omettrons l'indice i sur le spin \mathbf{S}_i et ses dérivées. Le spin \mathbf{S}_j s'écrit alors :

$$S_j^\alpha = \sum_{p,q,r:0}^{\infty} \frac{x^p y^q z^r}{p! q! r!} \frac{\partial^{p+q+r} S^\alpha}{\partial x^p \partial y^q \partial z^r} \quad (3)$$

où les indices p, q et r caractérisent les ordres de dérivation selon x, y et z respectivement. La forme de Ginzburg-Landau généralisée de l'Hamiltonien H_{DT} s'écrit :

$$H_{DT} = \frac{\gamma^2 \hbar}{4} \sum_{i,j} \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} \cdot \frac{x^p y^q z^r}{p! q! r!} \times [3 S^z \partial^{p+q+r} S^z - \mathbf{S} \cdot \partial^{p+q+r} \mathbf{S}] \quad (4)$$

où nous avons écrit ∂^{p+q+r} pour $\frac{\partial^{p+q+r}}{\partial x^p \partial y^q \partial z^r}$.

Dans chacun des termes de (4) la contribution des spins a un caractère local comme annoncé. Il est utile de tenir compte des symétries pour obtenir une écriture plus proche de la forme classique de Ginzburg-Landau traditionnelle. En effet, s'il existe un centre de symétrie au réseau, seules les valeurs paires de p , q et r vont donner des termes non nuls. Après un grand nombre d'intégrations par parties et en négligeant pour les raisons déjà indiquées les intégrales de surface qui apparaissent au cours de ce calcul, l'on obtient :

$$H_{DT} = \frac{\gamma^2 \hbar}{4} \sum_{i,j,p,q,r} \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} \cdot \frac{x^{2p} y^{2q} z^{2r}}{(2p)!(2q)!(2r)!} \times [3(\partial^{p+q+r} S^z)^2 - (\partial^{p+q+r} \mathbf{S})^2] \quad (5)$$

qui généralise bien les Hamiltoniens à la Ginzburg-Landau. Pour l'interaction spin électronique \times spin nucléaire, les formules sont analogues.

2. **Méthode variationnelle.** — Nous considérons ici des variations infinitésimales locales du spin \mathbf{S} autour de \mathbf{S}_0 sa valeur d'équilibre recherchée, en conservant la longueur du spin. D'où leur forme :

$$\mathbf{S}(\mathbf{M}) = \mathbf{S}_0 + c \delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0) \mathbf{S}_0 \wedge \mathbf{u} \quad (6)$$

où c est une constante arbitraire, infinitésimale et $\delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0)$ la fonction de Dirac centrée sur \mathbf{M}_0 assure le caractère local de la variation ; \mathbf{u} est un vecteur unitaire arbitraire, nous aurons à en considérer trois indépendants. Le produit vectoriel permet de conserver la norme de chaque spin. Rappelons que la méthode de Luttinger et Tisza [4] utilise une relation de conservation « faible » qui garantit seulement la conservation du spin total de tous les noyaux, ce qui est particulièrement désavantageux pour décrire les rotations des spins et donc les parois.

Soit ΔX la variation de X due à la variation de \mathbf{S} décrite dans l'équation (6) avec pour exemple $\Delta \mathbf{S} = \mathbf{S} - \mathbf{S}_0$. On donne ici quelques résultats démontrés en appendice et dus à la relation importante de théorie des distributions [9].

$$\frac{\partial}{\partial x} \delta(x - x_0) = -\delta'(x - x_0) \quad (7)$$

$$\Delta[\partial^{p+q+r}(\mathbf{S} \cdot \mathbf{k})] = 0 \quad \text{si } p + q + r \neq 0 \quad (8)$$

$$\Delta[(\partial^{p+q+r} \mathbf{S} \cdot \mathbf{k})^2] = 2c \sum_q \partial^{2p+2q+2r}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{k}_\alpha) \times (\mathbf{S}_0, \mathbf{u}, \mathbf{k}_\alpha) \delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0).$$

La minimisation de l'énergie totale donne les solutions stables ou métastables pour des températures positives près de 0 K, tandis que la maximisation de l'énergie donne les solutions stables ou métastables aux températures négatives voisines de 0 K. L'extrémisation de H_D s'écrit donc :

$$0 = \sum \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} \frac{x^{2p} y^{2q} z^{2r}}{(2p)!(2q)!(2r)!} \times [2 \partial^{2p+2q+2r}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{k}) \times (\mathbf{S}_0, \mathbf{u}, \mathbf{k}) - \partial^{2p+2q+2r}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{j}) \times (\mathbf{S}_0, \mathbf{u}, \mathbf{j}) - \partial^{2p+2q+2r}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{i}) \times (\mathbf{S}_0, \mathbf{u}, \mathbf{i})] \quad (9)$$

où \mathbf{i} , \mathbf{j} et \mathbf{k} sont les vecteurs unitaires selon les 3 axes. En présence d'un champ extérieur \mathbf{h} , il faut ajouter la contribution :

$$(\mathbf{S}_0, \mathbf{u}, \mathbf{h}). \quad (9a)$$

L'extension à l'interaction spin nucléaire \times spin électronique assimile l'effet de tous les spins électroniques à un champ extérieur ; il faut ajouter la contribution dans le cas de l'équation (2) :

$$\Gamma \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_i}{r_i^3} [3(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{k})(\mathbf{S}_0, \mathbf{u}, \mathbf{k}) - (\mathbf{s}_i, \mathbf{S}_0, \mathbf{u})] \quad (9b)$$

où la somme sur i est la somme sur les spins électroniques avec les définitions évidentes de θ_i et r_i qui paramètrent les sites d'impuretés.

On obtient ainsi trois équations locales aux dérivées partielles de \mathbf{S}_0 en choisissant \mathbf{u} selon les 3 axes. Ces équations sont quadratiques en \mathbf{S} , plus exactement elles sont la somme de termes produits de facteurs pro-

portionnels aux dérivées partielles de \mathbf{S} par des facteurs proportionnels à \mathbf{S} lui-même. On a donc intérêt à utiliser une représentation de Fourier qui permet de synthétiser les dérivées partielles d'ordre élevé, même si on ne peut éviter la convolution due au caractère quadratique.

3. **Analyse en représentation de Fourier des équations aux variations. Structures de volume. Parois. Influence des impuretés électroniques.** — On appellera ici \mathbf{k} le vecteur d'onde de la composante courante de Fourier, la confusion avec le vecteur unitaire du troisième axe étant facile à éviter.

Les composantes de Fourier s'écrivent :

$$\begin{aligned} S_{(r)}^x &= (2\pi)^{-1/2} \int A_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \\ S_{(r)}^y &= (2\pi)^{-1/2} \int B_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r} \\ S_{(r)}^z &= (2\pi)^{-1/2} \int C_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (10)$$

On utilise ici des intégrales de Fourier plutôt que des séries de Fourier, car la référence au cas continu plus générale mathématiquement a été de fait introduite depuis le début de ce travail. L'interaction s'écrit en Fourier :

$$v_{\mathbf{k}} = \frac{\gamma^2}{4} \sum \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} \cdot e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (11a)$$

et
$$w_{\mathbf{k}} = \gamma \frac{\Gamma}{4} \sum \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_i}{r_i^3} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}. \quad (11b)$$

La somme en (11a) est étendue à tous les sites du réseau, on y reconnaît les sommes dipolaires de Cohen-Keffler [10], si sensibles aux détails de la géométrie. En (11b) on a donc une somme dipolaire sur une distribution d'impuretés. Le découplage spin nucléaire \times spin électronique est ici fragile, il suppose une moyenne dans l'estimation de $w_{\mathbf{k}}$ et nous reviendrons sur une étude détaillée plus correcte, en conclusion.

Après quelques opérations simples, les équations (9) deviennent, en l'absence de spin électronique :

$$\int (2v_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}) C_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} d\mathbf{k} = hA_{\mathbf{k}} \quad (12a)$$

$$\int (2v_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}) C_{\mathbf{k}} B_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} d\mathbf{k} = hB_{\mathbf{k}} \quad (12b)$$

$$\int (v_{\mathbf{k}} - v_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}) A_{\mathbf{k}} B_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} d\mathbf{k} = 0. \quad (12c)$$

On peut trouver les mêmes équations en appliquant la même méthode variationnelle à l'Hamiltonien initial sans utiliser la forme locale à la Ginzburg-Landau, en profitant du découplage dû à la troncature. Néanmoins nous avons tenu à développer cette transformation de l'Hamiltonien car elle est générale et peut s'appliquer à d'autres interactions comme l'interaction dipolaire non tronquée par exemple.

En présence de spins électroniques, l'équation (12c) reste inchangée et signifie toujours la similitude des composantes transverses, tandis que les équations (12a et 12b) deviennent :

$$\int C_{\mathbf{k}} B_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}} (2v_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}}) d\mathbf{k} = hB_{\mathbf{k}} + 2s \int B_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}} w_{\mathbf{q}} d\mathbf{k} \quad (12d)$$

où k , k' et q désignent des vecteurs d'onde tridimensionnels. Bien entendu dans l'équation (12d), c'est la forme (2) de l'interaction spin électronique \times spin nucléaire qui a été retenue. Une équation analogue est obtenue pour la forme (2').

Nous allons rapidement énumérer quelques-unes des solutions exactes ou approchées des équations (12). Il faut rappeler les résultats de l'étude des $v_{\mathbf{k}}$ par Cohen-Keffler [10] : pour les grands r on peut utiliser une approximation continue ; pour les petits r , du fait du terme en $r^{-3} \cos^2 \theta$, les $v_{\mathbf{k}}$ sont très sensibles à la nature du réseau et à sa taille ainsi qu'à l'orientation du cristal par rapport au champ. D'où la grande variété des structures possibles. Ici nous n'avons pas considéré les solutions antiferromagnétiques afin de simplifier l'exposé.

3.1 SOLUTIONS FERROMAGNÉTIQUES. — On obtient deux séries de configurations possibles :

Solution longitudinale :

$$A_{\mathbf{k}} = B_{\mathbf{k}} = 0 \quad \text{et} \quad C_{\mathbf{k}} = C \delta(k) \quad (13a)$$

donc \mathbf{S} est selon z .

Solution inclinée :

$$C_{\mathbf{k}} = C \delta(k), \quad B_{\mathbf{k}} = b \delta(k) \quad \text{et} \quad A_{\mathbf{k}} = \lambda b \delta(k) \quad (13b)$$

avec $3v_0 C = h$.

L'amplitude longitudinale est proportionnelle au champ appliqué.

3.2 SOLUTION HÉLICOÏDALE. — La composante longitudinale est uniforme dans l'échantillon, tandis que les composantes transverses tournent avec $\pm \mathbf{k}_0$ pour vecteur d'onde :

$$\begin{aligned} C_{\mathbf{k}} &= C \delta(k), \quad A_{\mathbf{k}} = A \delta(k - k_0) + A^* \delta(k + k_0) \\ B_{\mathbf{k}} &= iA \delta(k - k_0) - iA^* \delta(k + k_0). \end{aligned} \quad (13c)$$

Soit dans l'espace réel :

$$\begin{aligned} S_{(r)}^x &= |A| \cos(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} + \phi), \\ S_{(r)}^y &= |A| \sin(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} + \phi), \\ S_{(r)}^z &= C. \end{aligned}$$

L'équation (12c) est satisfaite par un tel choix si $A^* = \pm iA$, ce qui entraîne $\phi = \pm \pi/2$. La compatibilité des équations (12a) et (12b) implique

$$C(2v_0 + v_{k_0}) = \pm ih. \quad (14)$$

Soit, en tenant compte de la réalité de C et h :

$$2v_0 + \text{Re } v_{k_0} = 0 \quad (15a)$$

et
$$C \text{Im } v_{k_0} = h. \quad (15b)$$

L'équation (15a) fixe k_0 , donc le pas de l'hélice, tandis que l'équation (15b) fixe l'amplitude C de la compo-

sante continue, et par voie de conséquence celle de A pour un spin de longueur donnée.

On a ainsi largement généralisé les résultats de Luttinger et Tisza [4], mais on peut trouver aisément d'autres solutions.

3.3 PAROIS. — Solution hélicoïdale pour la composante longitudinale.

Une telle hypothèse s'écrit :

$$C_k = C \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) + C^* \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1) \quad (16)$$

soit dans l'espace réel :

$$C(\mathbf{r}) = |C| \cos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} \mp \phi) \quad (16a)$$

où le vecteur d'onde \mathbf{k}_1 définit le pas $d = 2\pi/k_1$ de cette sorte d'hélice, donc la taille de la paroi. Les équations (12a) et (12b) entraînent pour les composantes A et B deux équations semblables quand on tient compte de l'hypothèse exprimée par l'équation (16) :

$$(2v_{\mathbf{k}_1} + v_{\mathbf{k}' - \mathbf{k}_1}) CA_{\mathbf{k}' - \mathbf{k}_1} + C^* A_{\mathbf{k}' + \mathbf{k}_1} (2v_{-\mathbf{k}_1} + v_{\mathbf{k}' + \mathbf{k}_1}) = hA_{\mathbf{k}'}. \quad (17)$$

Cette équation couple le vecteur d'onde \mathbf{k}' aux vecteurs d'onde $\mathbf{k}' \pm \mathbf{k}_1$, et donc par récurrence aux vecteurs d'onde $\mathbf{k}' \pm n\mathbf{k}_1$. L'arrêt de cette récurrence vers les grands vecteurs d'onde s'écrit :

$$2v_{-\mathbf{k}_1} + v_{\mathbf{k}_p + \mathbf{k}_1} = 0 \quad (18)$$

et signifie que $A_{\mathbf{k}_p}$ n'est pas couplé à $A_{\mathbf{k}_p + \mathbf{k}_1}$; elle entraîne aussi l'équation complexe conjuguée :

$$2v_{\mathbf{k}_1} + v_{-\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_1} = 0 \quad (18a)$$

qui signifie la fin de cette récurrence vers le bas pour le vecteur d'onde $-\mathbf{k}_p$. L'application des équations à $\mathbf{k}_p = N\mathbf{k}_1$ avec N entier, grand, limite de part et d'autre la récurrence. C'est cette condition qui restreint le caractère abrupt des parois que nous décrivons, les autres étant franchement discontinues. Donc, dans ces parois relativement douces, pour n grand $v_{\mathbf{k}_m - n\mathbf{k}_1} \ll v_{\mathbf{k}_1}$ d'où la résolution approchée de (17) :

$$B_{\mathbf{k}_p - n\mathbf{k}_1} = \left(\frac{2v_{\mathbf{k}_0} C}{k} \right)^{-n} B_{\mathbf{k}_p} \quad (19)$$

et en revenant à l'espace réel :

$$B_{(x)} = \frac{h e^{i\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{x}}}{h - 2v_{\mathbf{k}_0} C e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{x}}} + \text{termes conjugués} \quad (20)$$

qui n'a de sens que si $2v_{\mathbf{k}_1} |C| < h$. On a ici une résolution approchée du problème soliton, c'est-à-dire fondamentalement non linéaire, de la paroi. La composante longitudinale est retournée de 180° sur la distance (π/k_1) . La composante transverse est aussi gouvernée par \mathbf{k}_1 avec une plus ou moins forte modulation due à \mathbf{k}_p . L'équation (18) qui détermine \mathbf{k}_p et \mathbf{k}_1 dépend fortement du réseau, à cause des v_k . Nous avons trouvé

ici des solutions « hélimagnétiques complexes » comme états métastables approchés de l'Hamiltonien. Or les parois sont *a priori* des états métastables de l'Hamiltonien de base, stabilisées par la présence de perturbations. Comme nos solutions « hélimagnétiques complexes » permettent le retournement de la partie longitudinale de l'aimantation, elles sont assimilables à un empilement de parois. La paroi unique correspond à un renversement de la composante longitudinale et donc à un changement de phase de 180° seulement.

De telles parois sont intrinsèques au matériau. Elles sont stabilisées par des effets de surface comme la minimisation de l'énergie de champ démagnétisant et par la présence des spins électroniques des impuretés [6], qui polarisent fortement les spins nucléaires.

3.4 RÔLE DES SPINS ÉLECTRONIQUES. — Nous avons expliqué le calcul de w_q comme un champ moyen créé par la distribution de spins électroniques. Il est alors facile de montrer [7] que w_q s'écrit comme une somme de fonctions de Dirac $\delta\left(|q| - 2\frac{p\pi}{r_0}\right)$, où r_0 est la distance moyenne entre impuretés et p un entier arbitraire. r_0 est ici le rayon de coupure d'une distribution qui fait intervenir des fonctions de Bessel. Si l'on veut tenir compte plus concrètement de l'étalement des distances entre ces sites, il faut remplacer la distribution de Dirac par une fonction plus réaliste comme une Gaussienne. Néanmoins, l'utilisation d'une fonction de Dirac donne dans l'équation (12c) l'effet essentiel suivant :

$$\int C_k B_{\mathbf{k}' - \mathbf{k}} (2v_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}' - \mathbf{k}}) dk = hB_{\mathbf{k}'} + \sum_p 2\alpha_p sB_{\mathbf{k}' + \frac{2p\pi}{r_0}}. \quad (21)$$

Cette relation montre nettement la modulation des composantes transverses par la distribution des impuretés, même dans le cas d'une structure purement transverse. Cet effet de modulation est extrêmement fort et ne dépend pas de la forme précise de l'Hamiltonien ST dans sa forme (2) ou (2'). En effet l'Hamiltonien d'Ising de la forme (2') définit pour un spin électronique donné deux zones d'arrangement magnétique limitées par un cône. Dans la plaque de même z que le spin électronique, il règne un fort champ magnétique parallèle au spin électronique. Au contraire, sur l'axe du cône, il règne un champ magnétique « antiparallèle » au spin électronique, d'intensité moins forte que le précédent pour un même éloignement du spin électronique.

On aperçoit là la tendance des spins électroniques à se trouver au centre de plaques parallèles à z , où les composantes selon z des spins électroniques et nucléaires sont « parallèles », c'est-à-dire de même signe. Au-dessus et au-dessous de ces plaques, la tendance est localement inversée. Un tel effet résulte d'une optimisation finale de l'énergie entre différentes configurations *a priori* métastables. Comme on peut

le prévoir, la structure locale stable risque d'être fort complexe, mais la tendance qu'on vient de préciser conforte l'allure des résultats expérimentaux [6].

4. Conclusion. — La méthode variationnelle fine utilisée détermine de nombreuses structures métastables, dont des parois. De plus elle montre bien, d'une façon approchée, la modulation de ces structures par la distance moyenne entre les impuretés. Comme dans la méthode de Luttinger et Tisza [4], on obtient une interprétation proche du champ moléculaire. Pour tenir compte plus en détail de la distribution des impuretés, l'étude directe du champ dipolaire tronqué qu'elles créent est primordiale à cause de la sensibilité

des sommes de Cohen et Keffer [10] à la structure des réseaux. Rapidement on peut dire que chaque impureté va pincer le domaine autour d'elle, car les champs y sont très forts et très variables. Cette description correspond à la régularité observée des champs hyperfins sur les différentes impuretés [6]. Enfin on peut noter que les structures magnétiques complexes les plus probables : plaquettes pincées et déformées résultent d'un compromis, au prix de la frustration de nombreuses liaisons.

Remerciements. — L'auteur tient à remercier le Dr M. Goldman du C.E.A. pour de fructueuses discussions, et les rapporteurs pour d'utiles remarques et suggestions.

Appendice. — LE CALCUL DE QUELQUES VARIATIONS. — Avec les notations déjà introduites et en posant ici $\mathbf{u} \wedge \mathbf{k} = \mathbf{j}$, la première variation qui nous intéresse, s'écrit :

$$\Delta[\partial^{p+q+r}(\mathbf{S} \cdot \mathbf{k})] = c \partial^{p+q+r}(\delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0) \mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{j}). \quad (\text{A.1})$$

On reconnaît ici la dérivée d'un produit puisque $\delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0)$ et \mathbf{S}_0 dépendent de la position, d'où le développement « binomial » :

$$\partial^{p+q+r}[\delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0) \mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{j}] = \sum_{p', q', r': 0}^{p, q, r} C_p^{p'} \times C_q^{q'} \times C_r^{r'} \times \partial^{p'+q'+r'}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{j}) \times \partial^{(p-p')+(q-q')+(r-r')} \delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0) \quad (\text{A.2})$$

où les $C_p^{p'}$ sont les nombres de combinaisons et où la notation $\partial^{(p-p')+(q-q')+(r-r')}$ reste claire : $(p - p')$ dérivations par rapport à x , suivies de $(q - q')$ dérivations par rapport à y , etc. En utilisant la propriété de dérivation des fonctions de Dirac qui est donnée dans l'équation (7), on obtient :

$$\partial^{(p-p')+(q-q')+(r-r')} \delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0) = (-1)^{p+q+r-p'-q'-r'} \times \delta_{(x-x_0)}^{(p-p')} \delta_{(y-y_0)}^{(q-q')} \delta_{(z-z_0)}^{(r-r')}. \quad (\text{A.3})$$

Le report de ce résultat dans (A.3) conduit au calcul de $(1 + (-1))^p \times (1 + (-1))^q \times (1 + (-1))^r$ qui factorise la dérivée $(p + q + r)$ de \mathbf{S}_0 . Si au moins un des p, q ou r est différent de zéro, ces puissances sont bien évidemment nulles. D'où le résultat :

$$\Delta[\partial^{p+q+r}(\mathbf{S} \cdot \mathbf{k})] = 0 \quad (\text{A.4})$$

avec pour seul cas contraire $p = q = r = 0$.

Le deuxième calcul des variations que nous avons à effectuer concerne le carré de la dérivée $(p + q + r)$ -ième. La variation de cette fonction s'écrit au premier ordre en c , la quantité infinitésimale :

$$\Delta[(\partial^{p+q+r} \mathbf{S} \cdot \mathbf{k})^2] = 2 c \partial^{p+q+r}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{k}) \partial^{p+q+r}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{j} \delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0)) \quad (\text{A.5})$$

où \mathbf{j} signifie encore $\mathbf{u} \wedge \mathbf{k}$. Les équations (A.2) et (A.3) permettent de développer le dernier facteur de (A.5). On a encore à étudier le produit $\partial^{p+q+r}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{k}) \cdot \partial^{p'+q'+r'}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{j})$. D'où le résultat après sommation sur les p', q', r' et p'', q'', r'' qui seront introduits :

$$\Delta[(\partial^{p+q+r} \mathbf{S} \cdot \mathbf{k})^2] = 2 c [\partial^{2p+2q+2r}(\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{k})] \cdot (\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{j}) \delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0). \quad (\text{A.6})$$

La variation de $(\partial^{p+q+r} \mathbf{S})^2$ s'écrit comme la somme de trois termes semblables à (A.6).

Bibliographie

- | | |
|---|--|
| [1] HERPIN, A., <i>Théorie du Magnétisme</i> (PUF, Paris) 1968. | [6] GOLDMAN, M., R.C.P. Domaines et Parois, Aussois, 1981. |
| [2] GOLDMAN, M., CHAPPELLIER, M., CHAU, V. H. et ABRAGAM, A., <i>Phys. Rev. B</i> 10 (1974) 226. | [7] LEVY, J. C. S., <i>Surf. Sci.</i> 104 (1981) 1. |
| [3] GOLDMAN, M., <i>Phys. Rep. C</i> 32 (1977) 1. | [8] LANDAU, L. et LIFSHITZ, I., <i>Mécanique Statistique</i> (MIR, Moscou) 1967. |
| [4] LUTTINGER, J. M. et TISZA, L., <i>Phys. Rev.</i> 70 (1946) 954 ; 72 (1947) 257. | [9] SCHWARTZ, L., <i>Méthodes Mathématiques pour les Sciences Physiques</i> (Hermann, Paris) 1960. |
| [5] VILLAIN, J., <i>J. Phys. Chem. Solids</i> 11 (1959) 303. | [10] COHEN, M. H. et KEFFER, F., <i>Phys. Rev.</i> 99 (1955) 1128. |