HAL
open science

Relaxation nucléaire de 3He ↑ dans un champ magnétique inhomogène

V. Lefevre-Seguin, P.J. Nacher, F. Laloë

▶ **To cite this version:**

V. Lefevre-Seguin, P.J. Nacher, F. Laloë. Relaxation nucléaire de 3He ↑ dans un champ magnétique inhomogène. Journal de Physique, 1982, 43 (5), pp.737-753. 10.1051/jphys:01982004305073700 . jpa-00209446

HAL Id: jpa-00209446

https://hal.science/jpa-00209446v1

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
33.25 — 67.00

Relaxation nucléaire de ^{3}He↑ dans un champ magnétique inhomogène

V. Lefèvre-Seguin, P. J. Nacher et F. Laloë

Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure,
24, rue Lhomond, F 75231 Paris Cedex 05, France

(*Reçu le 26 novembre 1981, accepté le 21 janvier 1982*)

Résumé. — On présente dans cet article une étude théorique de la relaxation de spin d'un gaz atomique dilué, produite par un gradient de champ magnétique de faible intensité. La théorie est valide à la fois en champ faible ou modéré (cas où le temps de corrélation du gaz qui joue un rôle est le temps de diffusion dans son récipient) et en champ fort (c'est alors le temps entre collisions qui joue le rôle essentiel). Elle tient compte des effets quantiques d'indiscernabilité des atomes. Si les effets de divergence du libre parcours moyen dans un gaz polarisé à température nulle ne jouent ici aucun rôle, contrairement à ce qui se produit pour la viscosité par exemple, les effets de « rotation des spins identiques » peuvent être importants.

Abstract. — This article gives a theoretical study of the effects of weak magnetic field gradients on the spin relaxation of a dilute atomic gas. The theory is valid for low or moderate values of the field (the relevant correlation time of the gas is then the diffusion time across the container) as well as for high fields (the intercollision time then plays the most important role). Quantum effects due to particle indistinguishability are included. No consequences of the divergence of the atomic mean free path in a polarized gas at zero temperature are found, in contrast to the situation for viscosity and heat conductivity. On the other hand, substantial effects due to « identical spin rotation effects » are predicted.

Dans un gaz atomique tel que ^{3}He, une orientation des spins nucléaires peut être obtenue par diverses méthodes, telles que le pompage optique, ou encore l'action d'un champ magnétique homogène intense à très basse température. Il est bien connu que les gradients du champ magnétique dans le volume occupé par le gaz, en pratique inévitables, sont responsables d'une relaxation supplémentaire des spins, qui vient s'ajouter à celle due aux collisions en phase gazeuse, aux collisions sur les parois, etc... Les effets d'un gradient magnétique sur les raies de résonance magnétique ont été étudiées par Kleppner, Goldenberg et Ramsey dès 1962 [1], dans le cas du maser à hydrogène où la transition étudiée est une transition hyperfine dans un gaz atomique d'hydrogène à basse pression, et où le libre parcours moyen des atomes est relativement élevé (régime moléculaire). Cette théorie n'est pas directement transposable aux expériences sur ^{3}He car ces dernières sont généralement effectuées à des densités de gaz nettement plus fortes, où le libre parcours moyen des atomes est bien plus petit que les dimensions du récipient. Des calculs théoriques de l'effet des inhomogénéités magnétiques dans une telle situation ont cependant été présentés par divers auteurs [2-8], tous à partir d'un même type de raisonnement : on suit par l'esprit un atome donné dans son mouvement, aléatoire, et on étudie les effets du champ magnétique « vu » par cet atome, qui est une fonction rapidement fluctuante du temps. On suppose de plus que les fluctuations de ce champ aléatoire perdent toute mémoire avant que leur action ne devienne notable (temps de corrélation court), hypothèse qui permet de se placer dans le cadre de la « théorie B.P.P. » [9] de la relaxation dans les liquides et dans les gaz, ou encore théorie du « rétrécissement par le mouvement » [10, 11]. Les calculs précédemment cités peuvent cependant se ranger en deux catégories distinctes, suivant l'échelle de temps sur laquelle les fluctuations du champ aléatoire vu par un atome sont étudiées :

- Dans les références [2, 3 et 4], le temps de corrélation qui intervient est le temps entre collisions τ_{ic} (temps moyen entre deux collisions successives subies par un atome donné en phase vapeur). Ces théories ont permis d'interpréter une série d'expériences détaillées de la relaxation magnétique de ^{3}He gazeux, en fonction de divers paramètres expérimentaux (valeur du champ magnétique statique, pression, etc.), d'en tirer des mesures de τ_{ic} et d'en déduire une valeur pour la section efficace de collision He-He.

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jphys:01982004305073700

• Dans les références [5 et 7], c'est toutefois un point de vue assez différent qui est utilisé : le mouvement de chaque atome est étudié dans le cadre de l'équation de diffusion, ce qui revient en quelque sorte à prendre la limite du raisonnement précédent où τ_{ic} est infiniment court ; en revanche, la présence des parois de la cellule qui contient le gaz est explicitement prise en compte, alors qu'elle était totalement ignorée dans les références [2, 3 et 4]. On aboutit ainsi à une théorie où le temps de corrélation qui joue un rôle essentiel est le temps de diffusion τ_D des atomes dans la cellule contenant le gaz ($\tau_D \gg \tau_{ic}$) et où la taille de cette dernière apparaît explicitement dans la probabilité de relaxation (contrairement au premier type de théorie). Il est d'ailleurs possible de calculer ainsi, non seulement les temps de relaxation longitudinale et transversale de l'orientation des spins, mais également un déplacement de leur fréquence de résonance. Comme les précédentes, cette théorie a fait l'objet de vérifications expérimentales détaillées et a permis de mesurer le coefficient de diffusion de spin dans ^{3}He avec précision, soit à température ordinaire [6], soit à 4,2 K [12].

Les deux types d'approche, bien qu'entrant tous deux dans le cadre du « rétrécissement par le mouvement », sont donc assez dissemblables. Ils ne conduisent pas à prédire la même dépendance du temps de relaxation, soit en fonction de la densité n du gaz, soit de ω_0 ($\omega_0/2\,\pi$ est la fréquence de précession de Larmor des spins dans la partie homogène du champ magnétique), et ne s'accordent ni à la limite $\omega_0 \to \infty$, ni à celle où $\omega_0 \to 0$. Dans ce dernier cas, on peut d'ailleurs remarquer que les théories des références [2, 3 et 4], contrairement à celles de [5 et 7], prévoient une divergence de la probabilité de relaxation, physiquement peu plausible.

Le premier but de cet article est de résoudre cette apparente contradiction en fournissant un cadre théorique qui englobe les deux points de vue ci-dessus et reste valable pour toute valeur de ω_0. De plus, chaque collision binaire sera traitée quantiquement, alors que dans les références [2, 3 et 4] le temps τ_{ic} était introduit phénoménologiquement dans un point de vue classique ; nous obtiendrons ainsi une expression précise du temps τ_{ic} en fonction des déphasages associés au potentiel d'interaction entre deux atomes d'hélium ([1]). Une ébauche du calcul que nous allons présenter peut être trouvée dans [13], mais nous allons développer ici une méthode plus générale, permettant éventuellement de tenir compte de l'existence de plusieurs temps τ_{ic}, inspirée des méthodes classiques de linéarisation et de résolution approchée de l'équation de Boltzmann en théorie du transport dans les gaz [14]. L'expression des temps de relaxation que nous allons calculer permet de tester la validité des théories précédemment citées. A la limite où $\omega_0\,\tau_D \gg 1$ (mais $\omega_0\,\tau_{ic} \gtrless 1$), nous verrons que l'on obtient des résultats semblables à ceux des références [2, 3 et 4], bien que plus généraux. En revanche, à la limite où $\omega_0\,\tau_{ic} \ll 1$ (mais $\omega_0\,\tau_D \gtrless 1$), que nous désignerons par champs modérés (ou faibles si $\omega_0\,\tau_D \ll 1$), ce sont des résultats du type de ceux des références [5 et 7] qui seront obtenus. Nous verrons que la situation des champs modérés (ou faibles) est celle où les relations hydrodynamiques constitutives du fluide polarisé, qui lient courants et gradients d'aimantation, ne sont pas perturbées par le champ statique ; à l'opposé, la situation des « champs forts » est celle où la perturbation en question est dominante.

Le second but de cet article est cependant son but principal : dans un gaz où le taux de polarisation nucléaire est quelconque, c'est-à-dire éventuellement proche de 100 % (^{3}He↑), il est intéressant de comprendre en détail le rôle de l'indiscernabilité des atomes (principe de Pauli). Un raisonnement « naïf » permet en effet d'attendre des effets marqués de la polarisation nucléaire sur son taux de relaxation : on sait en effet [15] qu'à basse température le libre parcours moyen l des atomes peut être beaucoup plus grand dans ^{3}He↑ que dans ^{3}He, entraînant des variations spectaculaires de la conductivité calorifique et de la viscosité du gaz. Comme, à température T fixée, τ_{ic} est proportionnel à l alors que τ_D est inversement proportionnel à cette même grandeur, on peut s'attendre à des changements dans les fonctions de corrélation de la perturbation agissant sur chaque atome et, en conséquence, à des variations spectaculaires du temps de relaxation. Il est cependant clair qu'un tel raisonnement est en fait insuffisant : lorsque des atomes identiques entrent en collision, il est impossible en général de suivre l'un d'entre eux à la trace, de sorte que la notion même de fonction de corrélation de la position d'un atome donné perd toute signification physique. Il faut donc utiliser une approche différente, et raisonner exclusivement en termes de quantités physiquement bien définies : aimantation de spin en chaque point, courants d'aimantation, etc... Nous verrons d'ailleurs qu'aucune des conclusions du « raisonnement naïf » précédent ne résiste à une analyse détaillée.

L'approche du problème que nous allons utiliser est fondée sur un point de vue hydrodynamique de l'étude de la relaxation [16, 17], par opposition au point de vue traditionnel où l'on « suit » un atome donné dans son mouvement ; nous partirons des équations hydrodynamiques écrites dans un travail antérieur [18], fondées elles-mêmes sur une étude microscopique détaillée de l'effet d'une collision entre atomes identiques sur le courant d'aimantation. Rappelons qu'il faut prendre quelque soin pour tenir compte correctement du principe de Pauli dans l'étude des propriétés de transport macroscopique dans les gaz, et que de nombreuses erreurs peuvent être

([1]) Nous supposerons qu'aucun hamiltonien n'agit sur les spins durant la collision, puisque nous nous intéressons ici à la relaxation induite par un champ magnétique appliqué de l'extérieur. Nous ignorons ainsi la relaxation due aux interactions magnétiques dipôle-dipôle, ce qui est parfaitement fondé pour un gaz dilué.

trouvées dans la littérature. Une clarification importante a été apportée par V. Emery [19] qui, le premier, a signalé que le rôle de l'indiscernabilité des particules était très différent pour la diffusion de spin et, par exemple, pour la conduction de la chaleur ; dans le premier cas, il est presque négligeable pour un gaz non polarisé. Nous renvoyons le lecteur à la référence [18] pour une discussion plus détaillée de ces différences, et de l'effet d'une polarisation nucléaire importante (« effet de rotation des spins identiques »). Rappelons simplement que, dans certaines situations simples, il s'avère suffisant de considérer que le gaz est constitué de deux espèces d'atomes, correspondant aux deux états de spin accessibles, et d'ignorer tous les effets d'indiscernabilité dans les collisions entre atomes de spins opposés. Un tel point de vue permet de bien comprendre physiquement les résultats de Emery [19]. Cependant, une telle approche devient insuffisante dès qu'interviennent les cohérences (éléments non diagonaux) de la matrice densité de spin, et nous ne pourrons pas l'utiliser dans le présent article ; il n'est d'ailleurs pas étonnant *a priori* que l'étude de la relaxation, phénomène où par essence les atomes changent d'état de spin nucléaire, entre mal dans le cadre d'un raisonnement où l'on assimile les états de spin à des espèces atomiques distinctes.

Le plan de cet article est le suivant. Nous commencerons (§ 1) par étudier en détail la relaxation magnétique en champ modéré ; ceci nous permettra de partir directement des équations hydrodynamiques de [18], sans modification, et de discuter un certain nombre de phénomènes physiques introduits par l'effet de « rotation des spins identiques », tels que le « blocage » de la relaxation d'un gaz très fortement polarisé à basse température, les déplacements de fréquence ou le caractère anisotrope de la relaxation. Nous étudierons ensuite (§ 2) la relaxation magnétique en champ B_0 élevé, commençant par un calcul du courant d'aimantation dans des conditions où ceux de la référence [18] ne sont plus valables. Les mêmes méthodes que précédemment nous permettront alors de discuter la relaxation nucléaire longitudinale et transversale du gaz, dans le cadre d'une théorie qui redonne à la limite où les effets d'indiscernabilité sont ignorés, soit les résultats des références [2, 3, 4] en champ élevé, soit ceux de [5 et 6] en champ modéré ou faible.

1. **Relaxation en champ magnétique modéré.** — Nous commençons donc par étudier les effets d'un champ magnétique inhomogène sur la relaxation de l'aimantation nucléaire, en supposant que la partie homogène $\mathbf{B}_0$ du champ magnétique (valeur moyenne du champ sur l'échantillon) satisfait la condition :

$$\omega_0 \tau_{ic} \ll 1 \tag{1}$$

où la fréquence de Larmor $\omega_0/2\pi$ des spins est définie par :

$$\omega_0 = -\gamma B_0 \tag{2}$$

(γ : facteur gyromagnétique des spins) et τ_{ic} est un temps de l'ordre du temps entre deux collisions successives subies par un atome en phase vapeur. La condition (1) correspond à ce que nous appelons « champ modéré ». Le raisonnement que nous allons mener ne fait intervenir à aucun stade d'atome numéroté, et les effets d'indiscernabilité des atomes y sont exactement pris en compte dans la mesure où les hypothèses de [18] sont satisfaites (gaz dilué, non dégénéré, où seules les collisions binaires interviennent).

1.1 EQUATIONS HYDRODYNAMIQUES DU GAZ ; NOTATIONS. — En chaque point $\mathbf{r}$ du gaz, nous désignons par $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ le vecteur polarisation (ou aimantation de spin) relative, avec :

$$0 \leqslant M(\mathbf{r}) \leqslant 1 .$$

La densité du gaz est supposée constante. L'axe Oz d'un trièdre orthonormé $Oxyz$ étant choisi parallèle à $\mathbf{B}_0$, nous poserons :

$$M_\pm(\mathbf{r}) = M_x \pm iM_y .$$

La partie inhomogène du champ sera notée $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$ et le champ local $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ vaut donc :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}(\mathbf{r}) \tag{3}$$

où, par définition même de la partie homogène $\mathbf{B}_0$:

$$\int_V \mathrm{d}^3r\, \delta\mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \tag{4}$$

(l'intégrale est calculée sur le volume V de la cellule contenant le gaz). On pose :

$$\delta B_\pm(\mathbf{r}) = \delta B_x \pm i\,\delta B_y .$$

Les équations d'évolution des composantes de $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ sont obtenues en ajoutant à l'effet du champ $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ celui de la diffusion de spin dans le gaz (nous supposons ici qu'il n'y a pas de dépolarisation du spin total dans une collision) :

$$\frac{\partial}{\partial t} M_z(\mathbf{r}) = \left[\frac{i}{2}\gamma\,\delta B_-(\mathbf{r})\,M_+(\mathbf{r}) + \text{c.c.}\right] - \nabla.\mathbf{J}(M_z) \tag{5a}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} M_+(\mathbf{r}) = i\omega_0 M_+(\mathbf{r}) - i\gamma\,\delta B_z(\mathbf{r})\,M_+(\mathbf{r}) + i\gamma\,\delta B_+(\mathbf{r})\,M_z(\mathbf{r}) - \nabla.\mathbf{J}(M_+) \tag{5b}$$

(où + c.c. signifie qu'il faut ajouter le nombre complexe conjugué). Dans les équations précédentes, le vecteur courant d'aimantation $\mathbf{J}(M_i)$ associé à la composante $i = x, y, z$ de $\mathbf{M}$ est défini par :

$$\mathbf{J}(M_i) = \frac{1}{n}\int \mathrm{d}^3p\,\frac{\mathbf{p}}{m}\,\mathrm{Tr}\,\{\,\sigma_i\,\rho_S(\mathbf{r},\mathbf{p})\,\} \tag{6}$$

avec les notations de la référence [18] : n est le nombre d'atomes par unité de volume, $\mathbf{p}$ est l'impulsion d'un atome, m sa masse, σ_i l'opérateur de spin associé à la i-ième matrice de Pauli (où, si le spin nucléaire I des atomes est supérieur à 1/2, l'opérateur associé à leur moment cinétique de spin divisé par $I\hbar$), et $\rho_S(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ l'opérateur densité semi-classique obtenu par transformée de Wigner de l'opérateur densité quantique à un atome. Dans (5*b*), la notation $\mathbf{J}(M_\pm)$ désigne le vecteur complexe :

$$\mathbf{J}(M_\pm) = \mathbf{J}(M_x) \pm i\,\mathbf{J}(M_y)\,. \tag{7}$$

Pour utiliser les équations d'évolution (5), il faut connaître la valeur des courants $\mathbf{J}$ en fonction des gradients de $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ (relations constitutives). Comme nous désirons tenir compte des effets d'indiscernabilité des atomes, nous ne pouvons pas ici nous contenter des équations de Torrey [20]. Dans la deuxième partie de la référence [18], on montre qu'une bonne approximation de ces courants est donnée par :

$$J_{x_i}(M_j) = -\frac{D_0}{1+\mu^2 M^2} \times \\ \times \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} M_j - \varepsilon\mu\left(\mathbf{M}\times\frac{\partial}{\partial x_i}\mathbf{M}\right)_j + \mu^2 M_j\left(\mathbf{M}\cdot\frac{\partial}{\partial x_i}\mathbf{M}\right)\right\} \tag{8a}$$

où D_0 est le coefficient de diffusion classique dans le gaz (pas d'effets d'indiscernabilité), μ est un coefficient sans dimensions qui est petit ou grand devant 1 suivant que les effets d'indiscernabilité sont négligeables ou importants dans le gaz considéré, et $\varepsilon = +1$ ou -1 suivant que les atomes sont des bosons ou des fermions. Dans des axes locaux $O\tilde{x}\tilde{y}z$ choisis en chaque point $\mathbf{r}$ de façon que $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ soit parallèle à $O\tilde{z}$, les relations (8*a*) prennent la forme explicite plus simple :

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{J}(\tilde{M}_z) &= -D_0\,\nabla(\tilde{M}_z) \\ \mathbf{J}(\tilde{M}_+) &= -\frac{D_0}{1+\mu^2 M^2}(1 - i\varepsilon\mu M)\,\nabla\tilde{M}_+ \end{aligned}\right\}\,. \tag{8b}$$

Aucun effet d'indiscernabilité n'affecte donc le courant de la composante longitudinale $\tilde{M}_z$ (²), propriété simple qui a été soulignée pour la première fois par Emery [19]. En revanche, les courants des composantes transversales subissent une certaine rotation autour de $\mathbf{M}$ par rapport aux gradients d'aimantation auxquels ils sont proportionnels (« effets de rotation des spins identiques ») [18]. Le même type d'effet a été prédit dans ^{3}He liquide normal par A. J. Leggett [21].

Les équations précédentes fournissent le point de départ des calculs qui vont suivre. Il nous sera commode d'introduire les modes de diffusion φ_{nlm} dans la cellule contenant le gaz [22] ; ce sont les solutions de l'équation aux valeurs propres :

$$\Delta\varphi_{nlm}(\mathbf{r}) = -(k_{nl})^2\,\varphi_{nlm}(\mathbf{r}) \tag{9a}$$

satisfaisant des conditions aux limites de nullité de la dérivée normale sur les parois de la cellule (nous ignorons dans tout cet article les effets de la relaxation paroi ; c'est très souvent une excellente approximation dans le cas d'expériences sur un gaz de ^{3}He orienté). Le temps de diffusion $\tau_{n,l}$ associé à $\varphi_{n,l,m}(\mathbf{r})$ est (³) :

$$\tau_{nl} = [D_0(k_{nl})^2]^{-1}\,. \tag{9b}$$

Les modes sont supposés orthonormés et le mode fondamental, le seul qui soit non amorti (τ_{10} est infini), est simplement donné par la constante :

$$\varphi_{100}(\mathbf{r}) = V^{-1/2} \tag{9c}$$

où V est le volume de la cellule. Pour une cellule sphérique de rayon R, le temps τ_{nl} le plus long est τ_{11} [22], qui sera appelé « temps de diffusion τ_D dans la cellule », et vaut :

$$\tau_D = \tau_{11} \simeq 0{,}231\,\frac{R^2}{D_0}\,. \tag{9d}$$

On peut développer la partie inhomogène $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$ en tout point $\mathbf{r}$ intérieur à la cellule suivant :

$$\delta B_z(\mathbf{r}) = -\frac{\sqrt{V}}{\gamma}\sum_{nlm}\beta^z_{nlm}\,\varphi_{nlm}(\mathbf{r}) \tag{10a}$$

$$\delta B_\pm(\mathbf{r}) = -\frac{\sqrt{V}}{\gamma}\sum_{nlm}\beta^\pm_{nlm}\,\varphi_{nlm}(\mathbf{r}) \tag{10b}$$

où les facteurs $-\sqrt{V}/\gamma$ ont été introduits par pure commodité.

La valeur quadratique moyenne de l'inhomogénéité transversale est :

$$\frac{1}{V}\int \mathrm{d}^3r\,|\,\delta B_+(\mathbf{r})\,|^2 = \frac{1}{\gamma^2}\sum_{nlm}|\,\beta^+_{nlm}(\mathbf{r})\,|^2\,. \tag{10c}$$

Nous supposerons dans toute la suite que :

$$|\,\beta^{\pm,z}_{nlm}\,| \times \tau_{nl} \ll 1 \tag{11a}$$

condition qui, dans la plupart des situations simples, est équivalente à :

$$\frac{1}{\gamma}\,\delta B\,\tau_D \ll 1 \tag{11b}$$

(²) Ceci n'est en fait vrai que dans le cadre de l'approximation de la « méthode des moments » qui conduit à (8) ; comme signalé dans [19] et discuté plus en détail dans [18], il existe de petites corrections dans $\mathbf{J}(\tilde{M}_z)$ qui dépendent des effets d'indiscernabilité et de la valeur de M.

(³) Pour une cellule sphérique (ou cylindrique), l'invariance par rotation entraîne que $\tau_{n,l}$ est indépendant de m. Si la cellule a une forme plus compliquée, il suffit d'ajouter une dépendance en m dans les calculs qui vont suivre.

où δB est de l'ordre de grandeur de la valeur quadratique moyenne de l'inhomogénéité $\delta B(\mathbf{r})$ sur le volume de la cellule. Les inégalités (11) sont l'équivalent, dans le point de vue hydrodynamique que nous allons prendre, de la condition de « rétrécissement par le mouvement » dans le point de vue où l'on considère les fluctuations du champ agissant sur un atome donné, supposé discernable.

En l'absence du champ inhomogène $\delta\mathbf{B}$, l'aimantation du gaz est homogène et vaut $\mathbf{M}_0(t)$. En présence du champ inhomogène $\delta\mathbf{B}$, nous poserons :

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{M}_0(t) + \delta\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) . \tag{12}$$

Comme $\delta\mathbf{B}$, la fonction $\delta\mathbf{M}$ peut être développée sur les modes propres de diffusion :

$$\delta\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{V} \sum_{nlm} \mathbf{X}_{nlm}(t)\, \varphi_{nlm}(\mathbf{r}) . \tag{13}$$

De même, on peut poser :

$$\mathbf{J}(M_i) = \sqrt{V} \sum_{nlm} \mathbf{Z}^{(i)}_{nlm}(t)\, \varphi_{nlm}(\mathbf{r}) . \tag{14}$$

Le problème est maintenant d'écrire, à partir de (5), les équations d'évolution couplées des $\mathbf{X}_{nlm}$ et $\mathbf{Z}^{(i)}_{nlm}$, et de les résoudre ; la méthode que nous allons utiliser est perturbative et limitée au second ordre par rapport aux paramètres petits qui apparaissent au premier membre des inégalités (11).

1.2 Relaxation longitudinale. — Nous commençons par l'étude d'un cas simple, celui où $\mathbf{M}_0$ est parallèle à l'axe Oz qui porte le champ magnétique $\mathbf{B}_0$; le cas général sera étudié dans le paragraphe 1.3 suivant.

1.2.1 *Calcul du temps de relaxation T_1.* — La grandeur physique dont nous voulons calculer l'évolution est l'aimantation moyenne $\mathcal{M}(t)$ définie par :

$$\mathcal{M}(t) = \frac{1}{V} \int \mathrm{d}^3 r\, \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$$
$$= \mathbf{M}_0(t) + \frac{1}{V} \int \mathrm{d}^3 r\, \delta\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) . \tag{15}$$

Par intégration de (5*a*), on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \mathcal{M}_z = \frac{i\gamma}{2V} \int \mathrm{d}^3 r\, \delta B_-(\mathbf{r})\, \delta M_+(\mathbf{r}) + \text{c.c.} \tag{16a}$$

(l'absence de relaxation sur la paroi entraîne la disparition du terme en $\nabla.\mathbf{J}$). Compte tenu de (4), du développement (10*b*) et de l'orthonormalisation des φ_{nlm}, cette équation devient :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \mathcal{M}_z = - \left\{ \frac{i}{2} \sum_{nlm}{}' \beta^-_{nlm} X^+_{nlm} + \text{c.c.} \right\} \tag{16b}$$

où le $\sum'$ symbolise une sommation sur tous les modes de diffusion sauf le mode fondamental non amorti ($\beta_{100} = 0$ par définition de $\delta\mathbf{B}$).

A l'ordre zéro en δB, l'orientation transversale, et donc les fonctions X^+_{nlm}, sont nulles. Il nous faut donc évaluer ces fonctions au premier ordre, puis reporter le résultat dans (16*b*), ce qui permet d'obtenir l'évolution de $\mathcal{M}_z$ au second ordre. L'équation (5*b*) nous montre que la valeur au premier ordre de δM_+ est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\delta M_+(\mathbf{r})] =$$
$$= i\omega_0\, \delta M_+(\mathbf{r}) + i\gamma\, \delta B_+(\mathbf{r})\, M_0 - \nabla.\mathbf{J}(M_+) \tag{17}$$

où le second terme du membre de droite apparaît comme le « terme source » créé par l'inhomogénéité, proportionnel à M_0, tandis que le terme de diffusion n'a besoin d'être connu qu'au premier ordre en δM. Dans cette approximation, les effets de rotation spatiale des axes locaux $O\tilde{x}\tilde{y}z$ par rapport aux axes $Oxyz$ sont négligeables, ne contribuant que par des corrections au second ordre, de sorte que les équations (8) donnent simplement :

$$\nabla.\mathbf{J}(M_+) \simeq - \frac{D_0}{1 + \mu^2 M_0^2} (1 - i\varepsilon\mu M_0)\, \Delta M_+(\mathbf{r}) . \tag{18}$$

Les équations d'évolution des coefficients X^+_{nlm} sont donc, au premier ordre en δB :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} X^+_{nlm} = \left[i\omega_0 - \frac{1}{\tau_{nl}} \frac{1}{1 + i\varepsilon\mu M_0} \right] X^+_{nlm} - iM_0\, \beta^+_{nlm} \tag{19a}$$

dont la solution stationnaire s'écrit :

$$X^+_{nlm} = \beta^+_{nlm} \frac{-iM_0\, \tau_{nl}(1 + i\varepsilon\mu M_0)}{1 - i\omega_0\, \tau_{nl}(1 + i\varepsilon\mu M_0)}$$
$$= \beta^+_{nlm} \frac{-iM_0\, \hat{\tau}_{nl}(M_0)}{1 - i[\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl}(M_0)]\, \hat{\tau}_{nl}(M_0)} \tag{19b}$$

avec les définitions :

$$\hat{\tau}_{nl}(M_0) = \tau_{nl}(1 + \mu^2 M_0^2) \tag{20a}$$

$$\delta\hat{\omega}_{nl}(M_0) = \frac{\varepsilon\mu M_0}{\hat{\tau}_{nl}(M_0)} = \frac{1}{\tau_{nl}} \frac{\varepsilon\mu M_0}{1 + \mu^2 M_0^2} . \tag{20b}$$

Reportant ces résultats dans (16*b*), nous obtenons l'évolution de $\mathcal{M}_z$ au second ordre en δB :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \mathcal{M}_z = - \frac{1}{2} \mathcal{M}_z \sum_{nlm}{}' |\beta^+_{nlm}|^2 \times$$
$$\times \left\{ \frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 - i(\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl})\, \hat{\tau}_{nl}} + \text{c.c.} \right\} \tag{21a}$$

ce qui nous montre que le taux $1/T_1$ de relaxation longitudinale est donné par :

$$\frac{1}{T_1} = \sum_{nlm}{}' |\beta^+_{nlm}|^2 \frac{\hat{\tau}_{nl}(M_0)}{1 + \{\hat{\tau}_{nl}(M_0)\, [\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl}(M_0)]\}^2} . \tag{21b}$$

Cette formule ne diffère de celle obtenue dans le cadre d'une théorie classique ([4]), comme celle de la référence [5], que par le remplacement de τ_{nl} par $\hat{\tau}_{nl}$ et de ω_0 par $\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl}$. C'est ainsi que s'introduit une dépendance du taux de relaxation en fonction de l'aimantation M_0.

1.2.2 *Discussion physique.* — Remarquons en premier lieu que l'aimantation transversale δM_+ reste constamment faible devant l'aimantation longitudinale M_0, comme on peut le vérifier sur (19*b*) compte tenu de la condition (11*a*) (dans laquelle il faudrait en toute rigueur remplacer τ_{nl} par $\hat{\tau}_{nl}$ si μM est grand). Notre calcul au second ordre est donc valable. Physiquement, ceci tient au fait que nous avons supposé que le processus de diffusion est suffisamment rapide (temps τ_{nl} courts, sauf bien sûr pour le mode fondamental) pour empêcher les inhomogénéités magnétiques de créer un fort gradient d'aimantation dans le gaz. En d'autres termes, il y a peu de corrélation entre la position des atomes et leur aimantation ; on comprend bien physiquement que cette condition de « diffusion hydrodynamique rapide » soit dans notre point de vue l'équivalent de celle de « rétrécissement par le mouvement » dans le point de vue où l'on suit le mouvement d'un atome discernable (cf. Introduction).

L'équation (16*a*) montre cependant que c'est dans la mesure où les variations spatiales de $\delta\mathbf{M}(\mathbf{r})$ et de $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$ restent faiblement corrélées que $\mathcal{M}_z$ évolue ; on vérifie d'ailleurs facilement sur les équations (21) que $1/T_1$ s'annule à la limite où le coefficient de diffusion D_0 devient infini. De même, dans la théorie de la relaxation en régime de « rétrécissement par le mouvement », c'est seulement dans la mesure où les cohérences (éléments non diagonaux de la matrice densité) ont des variations partiellement corrélées avec la perturbation aléatoire que cette dernière produit une relaxation longitudinale ; il s'agit cependant dans ce point de vue de corrélations temporelles et non spatiales.

Les équations (20) et (21) montrent que les effets d'indiscernabilité des atomes peuvent jouer un rôle important dans le taux de relaxation longitudinale, lorsque μM_0 n'est pas négligeable devant 1 ([5]). Les variations de $1/T_1$ en fonction de ω_0 restent celles d'une fonction de Lorentz, comme le montre la figure 1 où l'on a tracé ces variations pour deux valeurs $\mu M_0 = 0$ et $\mu M_0 = 0{,}5$ [on suppose ici pour simplifier qu'un seul mode de diffusion, de temps τ_D, intervient dans la sommation (21)] ; cependant, la position et la largeur de la courbe de Lorentz sont modifiées par les effets d'indiscernabilité. On peut remarquer

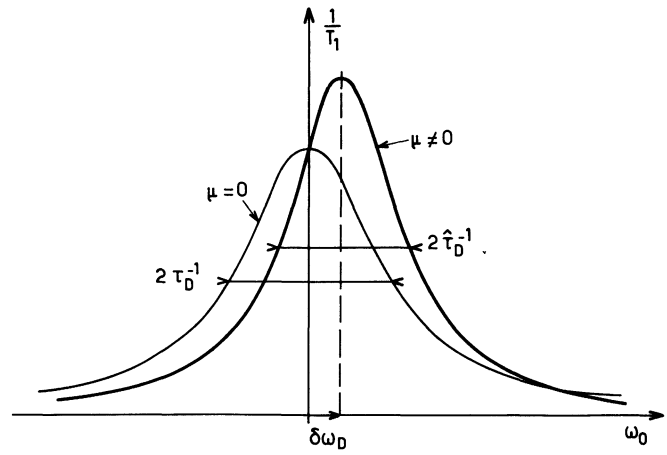

Fig. 1. — Variation de la probabilité de relaxation longitudinale $1/T_1$ en fonction de ω_0, soit dans le cas où les effets d'indiscernabilité sont absents ($\mu = 0$), soit dans le cas où ces effets sont notables ($\mu \neq 0$; nous avons pris ici $\mu M_0 = 0{,}5$). Pour simplifier, on a représenté la contribution d'un seul mode de diffusion, de temps caractéristique τ_D.

[Variation of the longitudinal relaxation probability $1/T_1$ *versus* ω_0 either if particle identity effects are zero ($\mu = 0$) or if these effects are present ($\mu \neq 0$; $\mu M_0 = 0.5$). For the sake of simplicity, we have shown the contribution of only one diffusion mode with diffusion time τ_D.]

que ces derniers n'interviennent que grâce au coefficient μ, introduit dans les équations (8) pour tenir compte de l'effet de rotation des spins identiques ; il n'apparaît ici aucun autre coefficient lié à l'échange tels que ceux qui introduisent la divergence du libre parcours moyen dans ^{3}He à basse température [18]. Ainsi, les conclusions du « raisonnement naïf » mentionné dans l'introduction sont-elles complètement inexactes.

Il n'est peut-être pas inutile de revenir ici à une description microscopique de la diffusion dans le gaz, bien que les équations hydrodynamiques que nous avons écrites soient plutôt de caractère macroscopique. Ceci donne un point de vue plus détaillé sur les phénomènes qui sont responsables des modifications du temps de relaxation T_1 et, de plus, permet de faire le lien avec la discussion de A. J. Leggett [21] concernant les effets du « champ moléculaire » dans ^{3}He liquide. Certes, dans ce dernier cas, il s'agissait d'effets de dégénérescence dans un système dense, et non d'un gaz dilué où les effets de statistique n'interviennent que durant les collisions. Cependant, dans l'équation de Boltzmann quantique de la référence [18] dont nous sommes en fait partis, puisque c'est elle qui conduit aux expressions (8) des courants d'aimantation, apparaît au second membre un terme de collision vers l'avant qui est analogue à un terme de « champ

([4]) Comme dans ce type de théorie, chaque mode diffusion produit une relaxation proportionnelle à sa contribution dans la valeur quadratique moyenne de l'inhomogénéité transversale [cf. (10*c*)].

([5]) Les calculs numériques de C. Lhuillier montrent que, dans ^{3}He gazeux, le coefficient μ prend des valeurs de l'ordre de un pour des températures de l'ordre de 1 à 2 Kelvin.

moléculaire » (il peut être regroupé avec le terme de vol libre) ([6]).

Pour mener la discussion simultanément dans les deux cas et désigner, soit un champ moléculaire, soit le champ traduisant l'effet collisionnel de rotation des spins identiques, nous parlerons ici de champ d'échange. Pour chaque classe de vitesse $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m$, ce champ d'échange vient ajouter son effet à celui du champ extérieur $\mathbf{B}_0$, introduisant ainsi une rotation supplémentaire des spins. Cependant, si l'on intègre sur les vitesses pour calculer l'évolution de l'aimantation moyenne locale $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, l'effet de ce champ magnétique d'échange disparaît puisqu'il est par essence toujours parallèle à $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ en tout point $\mathbf{r}$ (le fait que l'aimantation moyenne n'évolue pas directement dans le gaz sous l'effet du champ d'échange pouvait, bien sûr, être prévu directement puisque les collisions n'affectent pas l'aimantation totale). En revanche, le champ d'échange peut parfaitement faire précesser les courants $\mathbf{J}$ associés aux composantes transversales de $\mathbf{M}$ [équations (18) et (19)] ([7]). Ceci introduit une modification indirecte de l'évolution de l'aimantation $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, et entraîne deux conséquences :

a) Il apparaît un déplacement de fréquence $\delta\hat{\omega}_{nl}(M_0)$, qui s'ajoute à ω_0 dans (21), et introduit le déplacement latéral de la courbe de Lorentz visible sur la figure 1 ; c'est bien sûr un pur effet d'indiscernabilité des atomes, qui change de signe pour des bosons ou des fermions.

b) La précession des spins autour du champ d'échange tend à réduire les courants $\mathbf{J}$ associés aux composantes transversales ; lorsque μM_0 est grand, la rotation rapide des spins moyenne le courant à zéro. Cet effet rappelle celui de « dépolarisation magnétique » (ou « effet Hanle ») en physique atomique, bien que l'origine du champ soit différente puisqu'elle est liée à l'indiscernabilité des atomes. La diffusion transversale de spin est donc ralentie, voire bloquée si $|\mu M_0| \gg 1$, de la même façon pour bosons et fermions. Ainsi s'explique le fait que les temps de diffusion $\hat{\tau}_{nl}$, toujours supérieurs aux τ_{nl} [cf. (20*a*)], jouent dans l'expression (21*b*) le rôle habituel de ces derniers ; c'est également l'origine de la diminution de largeur de la courbe Lorentzienne de la figure 1.

A la limite où $|\mu M_0| \gg 1$, c'est l'effet *b*) ci-dessus qui domine. En revanche, si $|\mu M_0| \ll 1$, c'est l'effet de déplacement *a*) puisque la formule (20*b*) montre que $\delta\hat{\omega}_{nl}$ varie alors proportionnellement à μM_0 ($\delta\hat{\omega}_{nl}$ passe par un maximum $1/2\,\tau_{nl}$ lorsque $\mu M_0 = 1$).

Remarques. — (i) En pratique, les situations où $\mu M_0 \gtrsim 1$ peuvent s'avérer difficiles à réaliser. Il est donc intéressant de calculer la correction à $1/T_1$ au premier ordre en μM_0. Un calcul simple montre que cette correction vaut, en valeur relative ([8]) :

$$\varepsilon\mu M_0 \frac{2\,\omega_0\,\tau_D}{1 + (\omega_0\,\tau_D)^2} + O(\mu^2\,M_0^2)\,.$$

Elle est donc maximale et vaut $\varepsilon\mu M_0$ lorsque $\omega_0\,\tau_D = 1$, ce qui montre l'existence d'effets du premier ordre en M_0 avec un coefficient qui peut être de l'ordre de 1. Rappelons que, en revanche, les effets d'indiscernabilité ne se manifestent qu'au second ordre en M_0 sur la viscosité et la conduction calorifique du gaz [15]. Des mesures de la relaxation induite par un gradient de champ magnétique peuvent donc fournir un moyen commode pour mettre en évidence des effets macroscopiques de la polarisation nucléaire.

(ii) Il est souvent commode, pour diverses raisons pratiques, d'effectuer des expériences en champ B_0 pas trop faible, dans une situation où $\omega_0\,\tau_D$ est grand devant 1, ce qui réduit en conséquence les effets du premier ordre en μM_0. On peut cependant tourner la difficulté en utilisant, comme dans la référence [5], un champ oscillant inhomogène de fréquence $\omega/2\,\pi$. Il faut alors, dans (21*b*), remplacer ω_0 par l'écart à résonance $\omega_0 - \omega$; si $|\omega_0 - \omega|\,\tau_D \lesssim 1$, c'est-à-dire si le champ oscillant est presque résonnant, on retrouve alors une situation favorable à l'observation d'effets du premier ordre.

(iii) Dans certains cas, les variations du taux de relaxation $1/T_1$ avec M_0 peuvent conduire à des phénomènes de bistabilité. Un tel phénomène ne se produit pas en champ nul puisque la formule (21*b*) prévoit une probabilité de relaxation indépendante de M_0. En revanche, si $\omega_0\,\tau_D \gg 1$, la formule (21*b*) se simplifie en :

$$\frac{1}{T_1}(M_0) \simeq \sum_{nlm}{}' \,|\beta^+_{nlm}|^2 \frac{1}{\omega_0^2\,\tau_{nl}(1 + \mu^2\,M_0^2)}\,. \quad (21c)$$

La relaxation magnétique est donc d'autant plus lente que l'aimantation M_0 est grande. Ceci laisse penser qu'il existe des situations de bistabilité par pompage optique, les effets de ce dernier n'étant plus combattus par une relaxation rapide lorsque M_0 est suffisamment grand.

1.3 Relaxation en présence d'orientation transversale. — Nous considérons maintenant une situation où l'orientation $\mathbf{M}_0$ du gaz possède une

([6]) Rappelons cependant que pour un gaz dilué, la référence [18] montre que μ contient deux contributions, l'une due à la diffusion vers l'avant, l'autre à la diffusion latérale.

([7]) En écrivant les équations (8), nous avons négligé l'effet du champ $\mathbf{B}_0$ sur les courants $\mathbf{J}$, ne gardant que la précession due au champ d'échange, ce qui est correct tant que cette dernière est la plus grande, c'est-à-dire que $\omega_0\,\tau_{ic} \ll 1$. L'étude du cas général, où $\omega_0\,\tau_{ic}$ est quelconque, est précisément l'objet du paragraphe 2.

([8]) Nous appelons ici τ_D le temps τ_{nl} du (ou des) mode qui ont le poids le plus grand dans la sommation de (21*b*) ; en pratique, on a souvent $\tau_D = \tau_{11}$.

direction quelconque. A l'ordre zéro en δB, on a donc maintenant :

$$\mathcal{M}(t) = \mathbf{M}_0(t) = \mathcal{R}(t)\,\mathbf{M}_0(0)$$

où $\mathcal{R}(t)$ est la rotation d'angle $\omega_0\, t$ autour de l'axe Oz qui porte $\mathbf{B}_0$. Comme dans le paragraphe 1.2 précédent, nous allons poser :

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{M}_0(t) + \delta\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$$

et calculer $\delta\mathbf{M}$ au premier ordre en δB. L'évolution de l'orientation moyenne $\mathcal{M}(t)$ sera alors calculée au second ordre grâce à l'équation [cf. (5*b*)] :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathcal{M}_+(t) = i\omega_0\,\mathcal{M}_+(t) - \frac{i\gamma}{V}\int_V \mathrm{d}^3r\;\delta B_z(\mathbf{r})\,\delta M_+(\mathbf{r}) + \frac{i\gamma}{V}\int_V \mathrm{d}^3r\;\delta B_+(\mathbf{r})\,\delta M_z(\mathbf{r}) \quad (22a)$$

pour la composante transverse $\mathcal{M}_+$ et à l'équation (16*a*) pour la composante longitudinale $\mathcal{M}_z$.

1.3.1 *Calcul de l'évolution de* $\mathcal{M}$. — Compte tenu de (10) et (13), l'équation (22*a*) peut encore s'écrire :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathcal{M}_+(t) = i\omega_0\,\mathcal{M}_+(t) + i\sum_{nlm}{}' \left[\beta^z_{nlm}\,X^+_{nlm} - \beta^+_{nlm}\,X^z_{nlm}\right] \quad (22b)$$

où, comme dans (16*b*), la somme $\sum'$ inclut tous les modes sauf le fondamental. Il sera commode pour la suite d'introduire le vecteur $\boldsymbol{\beta}_{nlm}$, de composantes β^z_{nlm} et $\beta^\pm_{nlm}$, correspondant au développement :

$$\delta\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\frac{\sqrt{V}}{\gamma}\sum_{nlm}{}'\,\boldsymbol{\beta}_{nlm}\,\varphi_{nlm}(\mathbf{r})\,. \quad (23)$$

Il nous faut maintenant écrire une équation d'évolution de $\delta\mathbf{M}$ qui soit valable au premier ordre en δB. Une équation exacte serait compliquée à écrire car les effets de la diffusion feraient apparaître la divergence du second membre de (8*a*), qui comprend de nombreux termes. Cependant, au premier ordre en δB (ou δM), le fait que $\mathbf{M}_0(t)$ soit indépendant de $\mathbf{r}$ conduit à l'équation au premier ordre.

$$\frac{\partial}{\partial t}[\delta\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)] = -\gamma\,\delta\mathbf{B}(\mathbf{r}) \times \mathbf{M}_0(t) - \gamma\mathbf{B}_0 \times \delta\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) + \frac{D_0}{1 + \mu^2 M_0^2} \times \left\{\Delta[\delta\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)] - \varepsilon\mu\mathbf{M}_0(t) \times \Delta[\delta\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)] + \mu^2\,\mathbf{M}_0(t)\Big(\mathbf{M}_0(t).\Delta[\delta\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)]\Big)\right\} \quad (24a)$$

qui est équivalente [cf. équations (9)] à :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{X}_{nlm}(t) = \boldsymbol{\beta}_{nlm} \times \mathbf{M}_0(t) + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{X}_{nlm}(t) - \frac{1}{1 + \mu^2 M_0^2}\,\frac{1}{\tau_{nl}} \times \left\{\mathbf{X}_{nlm}(t) - \varepsilon\mu\mathbf{M}_0(t) \times \mathbf{X}_{nlm}(t) + \mu^2\,\mathbf{M}_0(t)\Big(\mathbf{M}_0(t).\mathbf{X}_{nlm}(t)\Big)\right\} \quad (24b)$$

($\boldsymbol{\omega}_0$ est le vecteur de longueur ω_0 parallèle à Oz). C'est donc cette équation qu'il nous faut résoudre en cherchant la valeur quasi stationnaire des $\mathbf{X}_{nlm}(t)$. Pour éliminer la dépendance en temps des coefficients, il est commode de poser (passage dans le référentiel tournant) :

$$\mathbf{F}_{nlm}(t) = \mathcal{R}^{-1}(t)\,\mathbf{X}_{nlm}(t) \quad (25)$$

où la rotation $\mathcal{R}(t)$ est celle définie plus haut. On obtient alors :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{F}_{nlm}(t) = \mathbf{b}_{nlm}(t) \times \mathbf{M}_0 - \frac{1}{\tau_{nl}}\,\frac{1}{1 + \mu^2 M_0^2}\left\{\mathbf{F}_{nlm} - \varepsilon\mu\mathbf{M}_0 \times \mathbf{F}_{nlm} + \mu^2\,\mathbf{M}_0(\mathbf{M}_0.\mathbf{F}_{nlm})\right\} \quad (26)$$

où :

$$\mathbf{M}_0 = \mathbf{M}_0(t = 0)$$

et :

$$\begin{aligned}\mathbf{b}_{nlm}(t) &= \mathcal{R}^{-1}(t)\,\boldsymbol{\beta}_{nlm}\\ &= \beta^z_{nlm}\,\mathbf{u}_z + \tfrac{1}{2}(\mathrm{e}^{-i\omega_0 t}\,\beta^+_{nlm}\,\mathbf{u}_- + \text{c.c.})\end{aligned} \quad (27a)$$

avec :

$$\mathbf{u}_\pm = \mathbf{u}_x \pm i\mathbf{u}_y \quad (27b)$$

$$\mathcal{R}^{-1}(t)\,\mathbf{u}_\pm = \mathrm{e}^{\pm i\omega_0 t}\,\mathbf{u}_\pm \quad (27c)$$

($\mathbf{u}_x$, $\mathbf{u}_y$ et $\mathbf{u}_z$ sont les vecteurs unitaires des 3 axes). Nous supposons que l'origine des temps est choisie de façon que $\mathbf{M}_0$ soit dans le plan xOz. Le vecteur unitaire $\mathbf{u}_0$, contenu dans ce plan, est perpendiculaire à $\mathbf{M}_0$ [cf. Fig. 2].

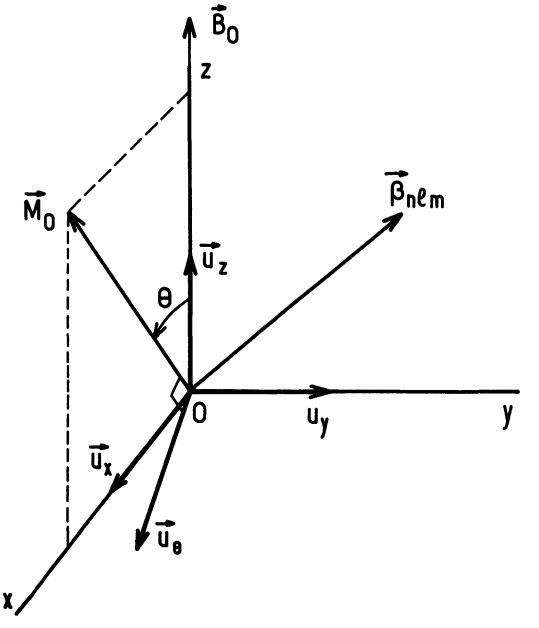

Fig. 2. — Disposition relative de divers vecteurs intervenant dans le calcul. L'angle θ est celui de $\mathbf{M}_0$ avec la partie homogène $\mathbf{B}_0$ du champ magnétique statique.

[This figure shows the position of various vectors used in the calculation. The angle θ is the tilt angle of the magnetization $\mathbf{M}_0$ with respect to the homogeneous part $\mathbf{B}_0$ of the static magnetic field.]

Soit $F^{\parallel}_{nlm}$ la composante de $\mathbf{F}_{nlm}$ parallèle à $\mathbf{M}_0$. L'équation (26) donne immédiatement :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} F^{\parallel}_{nlm} = -\frac{1}{\tau_{nl}} F^{\parallel}_{nlm} \tag{28a}$$

de sorte que, en régime permanent :

$$F^{\parallel}_{nlm} = 0\,. \tag{28b}$$

Appelons maintenant F^{θ}_{nlm} et F^{y}_{nlm} les composantes de $\mathbf{F}_{nlm}$ sur $\mathbf{u}_\theta$ et $\mathbf{u}_y$. Leur évolution est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} F^{\theta}_{nlm} &= b^{y}_{nlm}(t)\, M_0 - \frac{1}{\tau_{nl}} \frac{1}{1 + \mu^2 M_0^2} [F^{\theta}_{nlm} + \varepsilon\mu M_0 F^{y}_{nlm}] \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} F^{y}_{nlm} &= -\, b^{\theta}_{nlm}(t)\, M_0 - \frac{1}{\tau_{nl}} \frac{1}{1 + \mu^2 M_0^2} [-\, \varepsilon\mu M_0 F^{\theta}_{nlm} + F^{y}_{nlm}] \end{aligned} \tag{29a}$$

équations qui, si l'on pose :

$$\tilde{F}^{+}_{nlm} = F^{\theta}_{nlm} + i F^{y}_{nlm} \tag{29b}$$

prennent la forme simple :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \tilde{F}^{+}_{nlm} = -\, i[b^{\theta}_{nlm}(t) + i b^{y}_{nlm}(t)]\, M_0 - \frac{1}{\tau_{nl}} \frac{1}{1 + i\varepsilon\mu M_0} \tilde{F}^{+}_{nlm} \tag{29c}$$

avec, d'après (27*a*) :

$$\left.\begin{aligned} b^{\theta}_{nlm}(t) &= -\sin\theta\, \beta^{z}_{nlm} + \frac{\cos\theta}{2} (\mathrm{e}^{-i\omega_0 t} \beta^{+}_{nlm} + \text{c.c.}) \\ b^{y}_{nlm}(t) &= -\frac{1}{2} (i\, \mathrm{e}^{-i\omega_0 t} \beta^{+}_{nlm} + \text{c.c.})\,. \end{aligned}\right\} \tag{29d}$$

En régime permanent, on a donc :

$$\begin{aligned} \tilde{F}^{+}_{nlm} = i \sin\theta\, M_0\, \tau_{nl}[1 + i\varepsilon\mu M_0]\, \beta^{z}_{nlm} - \frac{i}{2}(1 + \cos\theta)\, M_0 \frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 - i(\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl})\, \hat{\tau}_{nl}} \mathrm{e}^{-i\omega_0 t} \beta^{+}_{nlm} + \\ + \frac{i}{2}(1 - \cos\theta)\, M_0 \frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 + i(\omega_0 - \delta\hat{\omega}_{nl})\, \hat{\tau}_{nl}} \mathrm{e}^{i\omega_0 t} \beta^{-}_{nlm} \end{aligned} \tag{30}$$

[rappelons que $\hat{\tau}_{nl}$ et $\delta\hat{\omega}_{nl}$ ont été définis en (20)]. Le vecteur $\mathbf{F}_{nlm}$ vaut alors :

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{nlm} &= \frac{1}{2}\tilde{F}^{+}_{nlm}[\mathbf{u}_\theta - i\mathbf{u}_y] + \text{c.c.}\\ &= -\frac{1}{2}\tilde{F}^{+}_{nlm}\left[\sin\theta\,\mathbf{u}_z + \left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)\mathbf{u}_+ - \left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)\mathbf{u}_-\right] + \text{c.c.}\end{aligned} \tag{31}$$

et l'application de la rotation $\mathcal{R}(t)$ [retour au référentiel fixe] donne :

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{nlm} = \frac{iM_0}{2}\Bigg\{ &-\sin\theta\,\tau_{nl}[1 + i\varepsilon\mu M_0]\,\beta^z_{nlm} + \\ &+ \mathrm{e}^{-i\omega_0 t}\left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)\frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 - i(\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}}\beta^+_{nlm} - \mathrm{e}^{i\omega_0 t}\left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)\frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 + i(\omega_0 - \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}}\beta^-_{nlm}\Bigg\}\\ &\times\left\{\sin\theta\,\mathbf{u}_z + \mathrm{e}^{-i\omega_0 t}\left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)\mathbf{u}_+ - \mathrm{e}^{i\omega_0 t}\left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)\mathbf{u}_-\right\} + \text{c.c.}\end{aligned} \tag{32}$$

Si maintenant l'on reporte ce résultat dans (16*b*), on obtient l'évolution de $\mathcal{M}_z$ au second ordre. Lorsque l'on néglige les termes en $\mathrm{e}^{\pm i\omega_0 t}$, qui sont non séculaires ([9]), il vient :

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathcal{M}_z &= -\frac{M_0}{2}\sum_{nlm}{}'\left\{\left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)^2 |\beta^+_{nlm}|^2\frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 - i(\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}} - \right.\\ &\qquad\left. - \left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)^2 |\beta^-_{nlm}|^2\frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 - i(\omega_0 - \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}} + \text{c.c.}\right\}\\ &= -M_0\sum_{nlm}{}'|\beta^+_{nlm}|^2\left\{\left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)^2\frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 + [(\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}]^2} - \right.\\ &\qquad\left. - \left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)^2\frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 + [(\omega_0 - \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}]^2}\right\}.\end{aligned} \tag{33}$$

Pour l'évolution de $\mathcal{M}_+$, un calcul semblable à partir de (22*a*) donne :

$$\begin{aligned}\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} - i\omega_0\right)\mathcal{M}_+(t) &= -\sum_{nlm}{}'\Bigg\{|\beta^z_{nlm}|^2\sin\theta\,\tau_{nl}\,M_0\,\mathrm{e}^{i\omega_0 t}[1 + i\varepsilon\mu M_0\cos\theta] + \\ &\quad + \frac{1}{2}|\beta^+_{nlm}|^2 M_0\,\mathrm{e}^{i\omega_0 t}\sin\theta\left[\left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)\frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 + i(\omega_0 - \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}}\right.\\ &\quad\left. + \left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)\frac{\hat{\tau}_{nl}}{1 + i(\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}}\right]\Bigg\}\\ &= -\mathcal{M}_+(t)\sum_{nlm}{}'\Bigg\{|\beta^z_{nlm}|^2\tau_{nl}[1 + i\varepsilon\mu M_0\cos\theta]\\ &\quad + \frac{1}{2}|\beta^+_{nlm}|^2\left[\left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)\hat{\tau}_{nl}\frac{1 - i(\omega_0 - \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}}{1 + (\omega_0 - \delta\hat{\omega}_{nl})^2(\hat{\tau}_{nl})^2} + \right.\\ &\qquad\left. + \left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)\hat{\tau}_{nl}\frac{1 - i(\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl})\,\hat{\tau}_{nl}}{1 + (\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{nl})^2(\hat{\tau}_{nl})^2}\right]\Bigg\}.\end{aligned} \tag{34}$$

1.3.2 *Discussion physique.* — (i) Relaxation de l'orientation longitudinale

La formule (33) généralise (21*a*) au cas où l'angle θ est quelconque. Lorsque $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$, on peut remplacer dans le second membre M_0 par $\pm\,\mathcal{M}_z$; on trouve ainsi que :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathcal{M}_z = -\mathcal{M}_z \times \frac{1}{T_1(\pm)}$$

([9]) Nous supposons que $\omega_0\,T_R \gg 1$, où T_R est un temps de relaxation quelconque (longitudinale ou transversale) de $\mathcal{M}$.

où $T_1(+)$ est donné par (21*b*), $T_1(-)$ étant obtenu en changeant le signe des $\delta\hat{\omega}_{nl}$ dans le second membre de cette égalité. Un tel résultat était d'ailleurs prévisible sans calcul, soit à partir de (20*b*), soit par un raisonnement général de symétrie.

Dans le cas général où θ prend des valeurs intermédiaires, on peut remplacer $M_0 \cos\theta$ par $\mathcal{M}_z$ dans le second membre de (33) (approximation du second ordre) et il vient :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathcal{M}_z = -\mathcal{M}_z \frac{1}{2}\left[\frac{1}{T_1(+)} + \frac{1}{T_1(-)}\right] - \\ - M_0\left(\frac{1+\cos^2\theta}{4}\right)\sum_{nlm}{}' \,|\beta^+_{nlm}|^2 \frac{4\,\omega_0\,\delta\hat{\omega}_{nl}(\hat{\tau}_{nl})^3}{[1+(\omega_0+\delta\hat{\omega}_{nl})^2\,\hat{\tau}^2_{nl}]\,[1+(\omega_0-\delta\hat{\omega}_{nl})^2\,\hat{\tau}^2_{nl}]}. \tag{35}$$

Le premier terme du second membre correspond à une « relaxation moyenne », pondérée entre les deux valeurs qu'elle prend lorsque $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$. Le second terme correspond à un couplage entre $\mathcal{M}_z$ et l'orientation transversale ; il donne une évolution de $\mathcal{M}_z$ même lorsque $\cos\theta$ (et donc $\mathcal{M}_z$) est nul. Le coefficient de couplage est proportionnel à $\delta\hat{\omega}_{nl}$ c'est-à-dire à $\varepsilon\mu M_0$ lorsque $M_0 \ll 1$; il introduit donc un effet du premier ordre en M_0.

Insistons sur le fait que ce couplage anisotrope, non linéaire, est distinct des effets linéaires d'anisotropie de la relaxation décrits dans la référence [5]. Ici, nous obtenons un couplage séculaire induit par l'effet de rotation des spins identiques et ne faisant intervenir que les composantes transverses de l'inhomogénéité statique. Par contre, dans les résultats de [5] (où l'on fait $\omega = 0$ pour que l'inhomogénéité soit également statique), les termes anisotropes sont non séculaires et dépendent d'effets croisés entre composantes transversale et longitudinale [cf. équations (13.7) de cette référence] ; ce n'est qu'en combinant inhomogénéités statique et oscillante que l'on introduit des couplages séculaires, donnant lieu à des distorsions des courbes de résonance [cf. Fig. 2 de [5]].

(ii) Relaxation de l'orientation transversale

D'après (34), l'effet du champ inhomogène sur $\mathcal{M}_+$ peut être décrit par un temps de relaxation transversale T_2 donné par :

$$\frac{1}{T_2} = \left\{\sum_{nlm}{}' \,|\beta^z_{nlm}|^2\,\tau_{nl} + \left(\frac{1+\cos\theta}{4}\right)\frac{1}{T_1(+)} + \left(\frac{1-\cos\theta}{4}\right)\frac{1}{T_1(-)}\right\} \tag{36a}$$

ainsi que par un déplacement de fréquence $\Delta\omega_R$ de précession dont l'expression est :

$$\Delta\omega_R = -\sum_{nlm}{}'\left\{|\beta^z_{nlm}|^2\,\tau_{nl}\,\varepsilon\mu\mathcal{M}_z + |\beta^+_{nlm}|^2\,(\hat{\tau}_{nl})^2\left[\left(\frac{1+\cos\theta}{4}\right)\frac{\omega_0+\delta\hat{\omega}_0}{1+(\omega_0+\delta\hat{\omega}_{nl})^2\,\hat{\tau}^2_{nl}} \right.\right. \\ \left.\left. + \left(\frac{1-\cos\theta}{4}\right)\frac{\omega_0-\delta\hat{\omega}_0}{1+(\omega_0-\delta\hat{\omega}_{nl})^2\,\hat{\tau}^2_{nl}}\right]\right\}. \tag{36b}$$

Contrairement à l'évolution de $\mathcal{M}_z$, celle de $\mathcal{M}_+$ reste toujours nulle si $\mathcal{M}_+$ est nulle (toujours en négligeant les effets non séculaires).

Dans (36*a*) apparaissent deux contributions. La première est créée par les composantes longitudinales de l'inhomogénéité et constitue le « terme adiabatique » de la relaxation transversale ; ce terme ne dépend que de τ_{nl} et non des temps de diffusion modifiée $\hat{\tau}_{nl}$; il n'est affecté par aucun effet d'indiscernabilité des atomes (ni ε ni μ n'y apparaissent). La deuxième contribution à $1/T_2$ dépend par contre des temps $\hat{\tau}_{nl}$, de sorte qu'elle est sensible aux effets de « blocage » de la diffusion (lorsque $\mu M_0 \gg 1$) ; cette contribution traduit l'effet de la relaxation longitudinale sur la relaxation de $\mathcal{M}_+$ ([10]).

([10]) Beaucoup d'expériences sont cependant faites en champ B_0 suffisamment élevé pour que $T_2 \ll T_1$, de sorte que T_2 reste dominé par le terme adiabatique.

La seconde partie du membre de droite de (36*b*), qui dépend des inhomogénéités transversales, correspond au déplacement de fréquence noté $\delta\omega_0^*$ dans [5], modifié par les effets d'indiscernabilité des atomes si $\mu M_0 \neq 0$. Ces effets changent les temps de diffusion τ_{nl} qui deviennent les temps $\hat{\tau}_{nl}$ plus longs ; ils introduisent également les déplacements de fréquence $\delta\hat{\omega}_{nl}$.

En revanche, la première partie du membre de droite de (36*b*) est entièrement nouvelle et due aux effets d'indiscernabilité ; elle est proportionnelle à $\mu\mathcal{M}_z$ et a des signes opposés pour des bosons et pour des fermions ; elle ne dépend que des composantes longitudinales de l'inhomogénéité.

Remarques. — (i) Ce dernier déplacement de fréquence n'apparaît pas si, partant d'une orientation

longitudinale, on la bascule d'un quart de tour par une impulsion de radiofréquence (« pulse $\pi/2$ »), puisque $\mathcal{M}_z$ est alors nul ; en revanche, il se produit si l'impulsion de radiofréquence fait tourner $\mathcal{M}$ d'un petit angle.

(ii) Comme dans [5], il serait possible d'étendre les précédents calculs aux cas où $\omega_0 T_{1,2} \lesssim 1$ en gardant les termes non séculaires dans les équations. De même, on pourrait étudier les effets croisés d'inhomogénéités statiques et oscillantes à la fréquence $\omega \simeq \omega_0$; même en ne gardant que les termes séculaires, un nombre plus grand de termes d'anisotropie apparaîtrait alors dans la matrice de relaxation. Dans un but de simplicité, nous ne développerons pas ici ces calculs.

2. **Relaxation en champ magnétique élevé.** — Les calculs du paragraphe 1 précédent sont fondés sur les expressions (8) du courant d'aimantation, où le champ magnétique $\mathbf{B}_0$ n'apparaît pas explicitement. La dépendance en ω_0 des temps de relaxation que nous avons obtenus provient, non d'une dépendance en B_0 des courants eux-mêmes, mais de ce que l'évolution de $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ est obtenue par superposition des effets de la diffusion et du champ magnétique. On peut cependant se demander s'il n'existe pas des effets croisés entre ces deux causes d'évolution de l'aimantation ; étant donné que le champ magnétique agit sur les spins, il n'est en effet pas évident que les courants doivent toujours avoir la même expression qu'en champ B_0 nul.

Pour répondre à cette question, il faut revenir à la façon dont les équations (8) ont été établies dans [18] et examiner quel peut être le rôle d'un champ magnétique sur la réponse du gaz à un gradient d'aimantation. Cette démarche conduit à reprendre l'équation de Boltzmann généralisée de [18] et à chercher si le champ modifie la valeur quasi stationnaire de l'opérateur densité $\rho_S(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, à partir de laquelle on calcule les courants $\mathbf{J}(M_i)$. C'est ce que nous allons faire dans le paragraphe 2 ; nous verrons que les expressions (8) de ces courants ne sont en fait valables qu'en champ magnétique faible ou « modéré », c'est-à-dire tant que $\omega_0 \tau_{ic} \ll 1$ (où τ_{ic} est un temps de l'ordre du temps intercollisions pour un atome donné). Lorsque $\omega_0 \tau_{ic} \gtrsim 1$, nous trouverons des expressions plus générales des courants, à partir desquelles nous reprendrons la théorie de la relaxation magnétique développée dans le paragraphe 1 précédent.

2.1 Evolution des courants d'aimantation en présence d'un champ. — La démarche que nous allons suivre est très proche de celle du second article de [18], où l'on utilise une méthode de base tronquée comme technique d'approximation permettant la résolution de l'équation de Boltzmann linéarisée (développement de Chapman-Enskog au premier ordre). La seule différence est que, au lieu de nous limiter d'emblée aux solutions stationnaires, nous allons conserver ici la dépendance temporelle de la correction au premier ordre $\delta\overline{\rho}_S$ à $\rho_S(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, et donc du courant d'aimantation. Pour alléger l'écriture, nous nous référerons directement, sans les réécrire, aux équations de la seconde partie de [18], dont nous garderons les notations.

L'évolution de $\delta\overline{\rho}_S$ est donnée par l'équation (1*a*) de cette référence :

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta\overline{\rho}_S(\mathbf{r}, \mathbf{p}) + \frac{\mathbf{p}}{m}\cdot\nabla_{\mathbf{r}}\{\overline{\rho}_S^0(\mathbf{r}, \mathbf{p})\} + \\ + \frac{i}{2}\left[\boldsymbol{\omega}_0\cdot\boldsymbol{\sigma}, \delta\overline{\rho}_S(\mathbf{r}, \mathbf{p})\right] = I_{\text{coll.}}[\delta\overline{\rho}_S(\mathbf{r}, \mathbf{p})]. \quad (37)$$

Dans le premier membre, le dernier terme (qui n'apparaît pas explicitement dans [18]) traduit l'effet du champ magnétique statique $\mathbf{B}_0$; $\boldsymbol{\omega}_0$ est un vecteur parallèle à l'axe Oz qui porte $\mathbf{B}_0$ ([11]) et $\boldsymbol{\sigma}$ l'opérateur spin divisé par $\hbar/2$. Dans le second membre, $I_{\text{coll.}}$ est l'intégrale de collision ; rappelons [équation (1*b*) de [18]] qu'elle contient non seulement un terme « classique », mais également plusieurs termes introduits par les effets d'indiscernabilité des atomes, et ayant la forme d'anticommutateurs (effets de symétrisation sur les sections efficaces totales) et de commutateurs (effets de « rotation des spins identiques »).

Multiplions (37) par $p_k\,\boldsymbol{\sigma}/m$ (avec $k = x, y, z$), prenons la trace sur les variables de spin et intégrons sur d^3p. Il vient ([12]), compte tenu de la définition du courant $\mathbf{J}(M_i)$, donnée par l'équation (6) de [18] :

$$\frac{\partial}{\partial t}J_k(\mathbf{M}) + \frac{1}{m\beta}\frac{\partial}{\partial x_k}\mathbf{M} - \boldsymbol{\omega}_0 \times J_k(\mathbf{M}) = \\ = \left[\frac{d}{dt}J_k(\mathbf{M})\right]_{\text{coll.}}. \quad (38)$$

Le second membre de cette égalité a en général une structure compliquée qui dépend des propriétés détaillées de l'opérateur de collision linéarisé $\Gamma_{\text{coll.}}$. Aussi allons-nous ici recourir à une approximation, du type de la « méthode des moments », en admettant que l'opérateur $\delta\overline{\rho}_S$ prend la forme simplifiée (3*c*) de [18], où la dépendance en $\mathbf{p}$ est linéaire ; ceci revient à considérer que, si l'opérateur de collision peut avoir une action quelconque dans l'espace de spin, il n'introduit pas de distorsion du second membre de l'équation de Boltzmann linéarisée (terme de « vol libre » dépendant linéairement de $\mathbf{p}$). Dans ces conditions, $\delta\overline{\rho}_S$ peut s'exprimer directement en fonction

([11]) Nous ignorons à ce stade les effets de la partie inhomogène du champ, supposée beaucoup plus petite que la partie homogène (seule cette dernière est supposée être assez grande pour modifier les courants d'aimantation).

([12]) Nous notons, dans (38) et les équations suivantes, $J_k(\mathbf{M})$ un vecteur dont les 3 composantes sont $J_k(M_x)$, $J_k(M_y)$ et $J_k(M_z)$. C'est une notation commode mais $J_k(\mathbf{M})$ n'est pas à proprement parler un courant d'aimantation, étant relatif à plusieurs composantes de $\mathbf{M}$ distinctes.

des 3 courants d'aimantation, ce qui permet de mettre le second membre de (37) sous la forme simple :

$$\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} J_k(\mathbf{M})\right]_{\text{coll.}} = \\ = -\frac{1}{\tau_{\text{ic}}}\{ J_k(\mathbf{M}) + \varepsilon\mu\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \times J_k(\mathbf{M}) \} \quad (39a)$$

où le temps τ_{ic}, de l'ordre du temps intercollisions pour un atome donné, est défini par [notation de [18]] :

$$\tau_{\text{ic}} = -\frac{m}{n\beta X_1} = \frac{3}{8}\frac{1}{n\Omega^{(1,1)}_{[\sigma_k]}} = m\beta D_0 . \quad (39b)$$

Le premier terme du second membre est le terme classique de collision, calculé dans le cadre de l'approximation des moments choisie. Cette approximation fait d'ailleurs complètement disparaître les anticommutateurs de $I_{\text{coll.}}$ et il ne reste que les effets de « rotation des spins identiques », qui apparaissent dans (39*a*) comme très semblables à ceux d'un champ magnétique qui serait parallèle à **M**.

L'équation (38) devient alors :

$$\tau_{\text{ic}}\frac{\partial}{\partial t} J_k(\mathbf{M}) + J_k(\mathbf{M}) - [\tau_{\text{ic}}\boldsymbol{\omega}_0 - \varepsilon\mu\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)] \times \\ \times J_k(\mathbf{M}) = -D_0\frac{\partial}{\partial x_k}\mathbf{M} \quad (40)$$

qui donne l'évolution temporelle des courants d'aimantation et sert de point de départ aux calculs qui suivent. Cette équation est linéaire, mais certains de ses coefficients dépendent du temps [précession de $\mathbf{M}(t)$ autour de $\mathbf{B}_0$]. Il faut garder ce fait à l'esprit si l'on cherche les valeurs des courants en régime permanent, compte tenu des effets d'indiscernabilité des atomes.

Pour obtenir les variations locales de l'aimantation, il suffit maintenant de calculer à partir de (40) les divergences des 3 courants d'aimantation.

2.2 Etude de la relaxation de l'aimantation totale. — 2.2.1 *Evolution de l'aimantation.* — Comme dans le paragraphe 1, nous nous restreindrons à des situations où l'inhomogénéité magnétique $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$ est suffisamment faible pour que l'aimantation $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ reste presque uniforme dans le gaz [conditions (11)], ce qui nous permettra d'effectuer un calcul à l'ordre le plus bas en δB.

A l'ordre zéro, l'aimantation **M** est uniforme et vaut $\mathbf{M}_0$ [cf. (12)], vecteur qui dépend en général du temps (précession de Larmor). Les courants $\mathbf{J}(M_i)$ sont alors nuls en régime permanent.

A l'ordre un en δB, l'aimantation **M** n'est plus uniforme et peut être calculée à partir des équations (5), où intervient la divergence des courants $\mathbf{J}(M_i)$. A cet ordre, on peut remplacer $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ par $\mathbf{M}_0(t)$ dans le premier membre de (40) et il vient ([13]) :

$$\left[\tau_{\text{ic}}\frac{\partial}{\partial t} + 1\right]\nabla.\mathbf{J}(\mathbf{M}) - [\tau_{\text{ic}}\,\boldsymbol{\omega}_0 - \varepsilon\mu\mathbf{M}_0(t)] \times \nabla.\mathbf{J}(\mathbf{M}) = -D_0\,\Delta\mathbf{M} . \quad (41)$$

Si nous posons, de façon analogue à (13) :

$$\nabla.\mathbf{J}(\mathbf{M}) = \sqrt{V}\sum_{nlm}\mathbf{Q}_{nlm}(t)\,\varphi_{nlm}(\mathbf{r}) \quad (42)$$

le report de (41) dans les équations (5) conduit à :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{X}_{nlm}(t) = \boldsymbol{\beta}_{nlm} \times \mathbf{M}_0(t) + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{X}_{nlm}(t) - \mathbf{Q}_{nlm}(t) \\ \tau_{\text{ic}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{Q}_{nlm}(t) = \frac{1}{\tau_{nl}}\mathbf{X}_{nlm}(t) - \mathbf{Q}_{nlm}(t) + [\tau_{\text{ic}}\,\boldsymbol{\omega}_0 - \varepsilon\mu\mathbf{M}_0(t)] \times \mathbf{Q}_{nlm}(t) . \quad (43)$$

Ce groupe d'équations couplées pour les aimantations et leurs courants remplace l'équation (24*b*).

Nous suivons maintenant pas à pas le calcul du paragraphe 1.3.1 précédent. Pour éliminer la dépendance en temps des coefficients du système différentiel linéaire (43), nous posons :

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{F}_{nlm}(t) &= \mathcal{R}^{-1}(t)\,\mathbf{X}_{nlm}(t)\\ \mathbf{H}_{nlm}(t) &= \mathcal{R}^{-1}(t)\,\mathbf{Q}_{nlm}(t)\end{aligned}\right\} \quad (44)$$

et nous obtenons le système qui remplace (26) :

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{F}_{nlm}(t) &= \mathbf{b}_{nlm}(t) \times \mathbf{M}_0 - \mathbf{H}_{nlm}(t)\\ \tau_{\text{ic}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{H}_{nlm}(t) &= \frac{1}{\tau_{nl}}\mathbf{F}_{nlm}(t) - \mathbf{H}_{nlm}(t) - \varepsilon\mu\mathbf{M}_0 \times \mathbf{H}_{nlm}(t) .\end{aligned}\right\} \quad (45)$$

([13]) Nous notons ici $\nabla.\mathbf{J}(\mathbf{M})$ un vecteur de composantes $\nabla.\mathbf{J}(M_x)$, $\nabla.\mathbf{J}(M_y)$ et $\nabla.\mathbf{J}(M_z)$.

La projection de ces équations sur un axe parallèle à $\mathbf{M}_0$ montre immédiatement que les composantes parallèles $F^{\parallel}_{nlm}$ et $G^{\parallel}_{nlm}$ sont nulles en régime permanent. Pour obtenir les composantes perpendiculaires, nous posons [cf. (29*b*)] :

$$\left.\begin{aligned} \tilde{F}^{+}_{nlm} &= F^{\theta}_{nlm} + iF^{y}_{nlm} \\ \tilde{H}^{+}_{nlm} &= H^{\theta}_{nlm} + iH^{y}_{nlm} \end{aligned}\right\} \tag{46a}$$

et il vient :

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{F}^{+}_{nlm} &= -\,i[b^{\theta}_{nlm}(t) + ib^{y}_{nlm}(t)]\,M_0 - \tilde{H}^{+}_{nlm} \\ \tau_{\mathrm{ic}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{H}^{+}_{nlm} &= \frac{1}{\tau_{nl}}\tilde{F}^{+}_{nlm} - [1 + i\varepsilon\mu M_0]\,\tilde{H}^{+}_{nlm} \end{aligned}\right\} \tag{46b}$$

où $b^{\theta}_{nlm}(t)$ et $b^{y}_{nlm}(t)$ sont donnés par (29*d*). Un calcul simple montre alors qu'en régime permanent, on a :

$$\begin{aligned} \tilde{F}^{+}_{nlm} = i\sin\theta\, M_0\,\tau_{nl}[1 + i\varepsilon\mu M_0]\,\beta^{z}_{nlm} - \frac{i}{2}(1 + \cos\theta)\,M_0\,\frac{\hat{\tau}^{(-)}_{nl}}{1 - i(\omega_0 + \delta\hat{\omega}^{(-)}_{nl})\,\hat{\tau}^{(-)}_{nl}}\,\mathrm{e}^{-i\omega_0 t}\,\beta^{+}_{nlm} \\ + \frac{i}{2}(1 - \cos\theta)\,M_0\,\frac{\hat{\tau}^{(+)}_{nl}}{1 + i(\omega_0 - \delta\hat{\omega}^{(+)}_{nl})\,\hat{\tau}^{(+)}_{nl}}\,\mathrm{e}^{i\omega_0 t}\,\beta^{-}_{nlm} \end{aligned} \tag{47a}$$

avec :

$$\hat{\tau}^{(+,-)}_{nl} = \tau_{nl}[1 + (\varepsilon\mu M_0 \pm \omega_0\,\tau_{\mathrm{ic}})^2] \tag{47b}$$

$$\delta\hat{\omega}^{(+,-)}_{nl} = \frac{\varepsilon\mu M_0 \pm \omega_0\,\tau_{\mathrm{ic}}}{\hat{\tau}^{(+,-)}_{nl}}\,. \tag{47c}$$

Ces nombres se réduisent à $\hat{\tau}_{nl}$ et $\delta\hat{\omega}_{nl}$ à la limite où τ_{ic} tend vers zéro [cf. (20)]. L'équation (32) doit donc être remplacée par une équation très semblable où $\hat{\tau}_{nl}$ et $\delta\hat{\omega}_{nl}$ sont remplacés par $\hat{\tau}^{(-)}_{nl}$ et $\delta\hat{\omega}^{(-)}_{nl}$ pour les termes en $\mathrm{e}^{-i\omega_0 t}\,\beta^{+}_{nlm}$, par $\hat{\tau}^{(+)}_{nl}$ et $\delta\hat{\omega}^{(+)}_{nl}$ pour les termes en $\mathrm{e}^{i\omega_0 t}\,\beta^{-}_{nlm}$. Une substitution analogue effectuée dans (33) et (34) donne enfin l'évolution de $\mathcal{M}_z$ et $\mathcal{M}_+$.

2.2.2 *Discussion physique.* — Supposons par exemple que l'orientation totale soit longitudinale ($\theta = 0$). Il vient alors :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathcal{M}_z = -\,M_0\sum_{nlm}{}'\,|\,\beta^{+}_{nlm}\,|^2\,\frac{\hat{\tau}^{(-)}_{nl}}{1 + [(\omega_0 + \delta\hat{\omega}^{(-)}_{nl}\,\hat{\tau}^{(-)}_{nl})]^2} \tag{48}$$

qui nous montre que le temps de relaxation T_1 est maintenant donné par :

$$\frac{1}{T_1} = \sum_{nlm}{}'\,|\,\beta^{+}_{nlm}\,|^2\,\frac{\hat{\tau}^{(-)}_{nl}}{1 + [(\omega_0 + \delta\hat{\omega}^{(-)}_{nl}\,\hat{\tau}^{(-)}_{nl})]^2}\,. \tag{49}$$

A la limite où $\tau_{\mathrm{ic}} \to 0$, on retrouve évidemment les résultats du paragraphe 1 précédent.

Pour discuter physiquement le résultat (49), il est commode dans un premier temps d'ignorer les effets d'indiscernabilité des atomes, ce qui peut être fait très simplement en remplaçant, dans les définitions (47) des $\hat{\tau}^{(+,-)}_{nl}$ et $\delta\hat{\omega}^{(+,-)}_{nl}$ le produit $\varepsilon\mu$ par zéro. Les résultats ainsi obtenus doivent alors être les mêmes que ceux d'une théorie du type de celles mentionnées dans l'introduction, où l'on individualise un atome pour calculer la fonction de corrélation de la perturbation qu'il subit, du fait de son mouvement aléatoire dans le gradient du champ magnétique. Pour simplifier encore, nous supposons que les β_{nlm} ne sont importants que pour un couple donné de valeurs de n et l, et notons τ_{D} le temps de diffusion correspondant. La formule (49) devient alors :

$$\frac{1}{T_1} = \sum_{m}|\,\beta^{+}_{nlm}\,|^2\,\frac{\tau_{\mathrm{D}}[1 + (\omega_0\,\tau_{\mathrm{ic}})^2]}{1 + [\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{\mathrm{D}}]^2\,\tau_{\mathrm{D}}^2[1 + (\omega_0\,\tau_{\mathrm{ic}})^2]^2} \tag{50a}$$

avec :

$$\delta\hat{\omega}_{\mathrm{D}} = -\,\omega_0\,\frac{\tau_{\mathrm{ic}}}{\tau_{\mathrm{D}}[1 + (\omega_0\,\tau_{\mathrm{ic}})^2]}\,. \tag{50b}$$

Lorsque $\omega_0\,\tau_{\mathrm{D}} \gg 1$, il vient :

$$\frac{1}{T_1} \simeq \sum_{m}|\,\beta^{+}_{nlm}\,|^2\,\frac{1}{\tau_{\mathrm{D}}}\,\frac{1}{[\omega_0 + \delta\hat{\omega}_{\mathrm{D}}]^2\,[1 + (\omega_0\,\tau_{\mathrm{ic}})^2]}\,. \tag{50c}$$

Cette formule montre clairement les limites de la théorie développée au paragraphe 1 : tant que $\omega_0 \tau_{ic} \ll 1$, il est possible de négliger les effets du champ $\mathbf{B}_0$ sur les courants $\mathbf{J}(M_i)$. En revanche, en champ fort, il faut tenir compte du fait que ces courants ont un temps de réponse fini, de l'ordre du temps intercollision. Lorsque, par exemple, ces courants sont excités par un gradient d'orientation transversale statique, ils ont le temps de tourner sous l'effet du champ $\mathbf{B}_0$ d'un angle appréciable lorsque $\omega_0 \tau_{ic} \gtrsim 1$, et cette rotation modifie la réponse du gaz polarisé. Il en résulte une modification de la probabilité de relaxation.

Le même phénomène peut être compris dans le point de vue où l'on raisonne sur un atome individualisé [2, 13] ; le mouvement de ce dernier peut être décrit par une équation de diffusion pour des temps très supérieurs à τ_{ic}, mais pas pour des temps comparables à τ_{ic}, car le mouvement devient alors du type « vol libre » (distance parcourue proportionnelle au temps et non à sa racine carrée). Il en résulte une modification de la transformée de Fourier de la fonction de corrélation de la position d'un atome, pour les valeurs de la fréquence qui sont comparables ou supérieures à $[\tau_{ic}]^{-1}$.

En particulier, on remarque que T_1 devient proportionnel à ω_0^4 lorsque $\omega_0 \tau_{ic} \gg 1$, alors que la théorie simplifiée du paragraphe 1 prévoyait seulement une dépendance en ω_0^2. Pour les temps très courts, le mouvement d'un atome est relativement régulier (il ne subit pas de collisions) et ceci diminue la valeur du spectre de la fonction de corrélation aux fréquences élevées.

On peut également remarquer dans les expressions (50) la présence d'un déplacement de fréquence $\delta\omega_0$, qui n'apparaît pas dans les résultats des références [3 et 4]. Comme cependant généralement $\tau_{ic} \ll \tau_D$, on a alors $|\delta\omega_D| \ll |\omega_0|$ et on retrouve alors les résultats des références [3 et 4]. Dans ces conditions, et pour un gradient linéaire, le temps de relaxation du gaz devient indépendant de la taille de la cellule qui le contient, et ne dépend plus que de τ_{ic} et du gradient $\mathcal{G}$ (par unité de longueur) du champ magnétique ([14]) (alors qu'en champ faible, c'est la valeur quadratique moyenne de l'inhomogénéité sur la cellule qui intervient) ; c'est pourquoi les théories des références [3 et 4] peuvent à juste titre ignorer complètement les effets des parois de la cellule.

Si maintenant on tient compte des effets d'indiscernabilité, il suffit de revenir aux expressions complètes (47*b*) des $\hat{\tau}_{nl}^{(+,-)}$ et $\delta\hat{\omega}_{nl}^{(+,-)}$. Comme l'effet de $\mathbf{B}_0$ sur le courant d'aimantation, celui de « rotation des spins identiques » tend à faire tourner les courants $\mathbf{J}(M_i)$; plus précisément, il couple entre eux les courants des composantes perpendiculaires à $\mathbf{M}$. L'analogie des deux effets de rotation se traduit bien sur les formules (47) où apparaît la fonction $\omega_0 \tau_{ic} \pm \varepsilon\mu M$.

Remarque. — La théorie que nous avons développée au paragraphe 1 peut être considérée comme une théorie à une seule fonction vectorielle, l'aimantation $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. En effet, nous avons supposé [équation (8*a*)] que les courants $\mathbf{J}(M_i)$ suivaient sans aucun retard les variations temporelles des gradients de $\mathbf{M}(\mathbf{r})$; écrivant alors que les variations locales de $\mathbf{M}$ dues à la diffusion sont données par $-\nabla.\mathbf{J}(\mathbf{M})$, il est possible de totalement éliminer les courants $\mathbf{J}$.

En revanche, dans le paragraphe 2, il s'agit d'une théorie à deux fonctions vectorielles indépendantes : $\mathbf{M}$ et $\nabla.\mathbf{J}(\mathbf{M})$: lorsque τ_{ic} n'est pas nul, les effets de retard qui apparaissent dans l'évolution de $\mathbf{J}$ en font une fonction réellement indépendante.

Aucune des théories précédentes n'est réellement exacte, puisqu'elles résultent d'un certain choix limité pour la famille des opérateurs d'essai $\delta\overline{\rho}_S$. Il est clair qu'on peut élargir cette famille d'essai (base tronquée mais avec un plus grand nombre de composantes), mais il apparaîtrait alors dans les équations d'évolution d'autres grandeurs physiques indépendantes que $\mathbf{M}$ et $\mathbf{J}$. On peut se demander si l'on obtiendrait de cette façon une expression très différente pour la probabilité de relaxation. Ainsi, puisqu'une théorie à une fonction vectorielle conduit en champ fort à une dépendance en ω_0^{-2} de la probabilité de relaxation, une théorie à deux fonctions à une dépendance en ω_0^{-4}, faut-il attendre une décroissance encore plus rapide d'une théorie plus générale ?

Les calculs des parties 1 et 2 étaient basés sur la forme (3*c*) de la seconde partie de la référence [18], pour la famille d'essai linéaire de $\delta\overline{\rho}_S$. La forme (18*a*) de cette même référence donne un bon exemple de famille d'essai plus large. Pour simplifier, nous supposons que $\mathbf{g}_0$ est nul et qu'aucun gradient de température n'existe dans le gaz. Introduisons le vecteur $\mathbf{G}$ par :

$$\mathbf{G}(M_i) = \frac{2}{5}\frac{1}{n}\int \mathrm{d}^3p\, f_0(p)\,\varphi_0(p)\,\frac{\mathbf{p}}{m}\,\mathrm{Tr}\,\{\,\sigma_i\,\delta\overline{\rho}_S(\mathbf{p})\,\}\,. \tag{51}$$

Ce vecteur ne diffère de $\mathbf{J}(M_i)$ que par l'introduction de la fonction $\varphi_0(p)$ sous l'intégrale ; bien que semblable à $\mathbf{J}(M_i)$, $\mathbf{G}(M_i)$ n'est pas un courant d'aimantation et n'apparaît pas directement dans l'équation d'évolution de $\mathbf{M}$. Alors, les équations (29) de [18] conduisent à remplacer (39*a*) par :

$$\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}J_k(\mathbf{M})\right]_{\mathrm{coll.}} = -\frac{1}{\tau_{ic}}\{\,J_k(\mathbf{M}) + \nu G_k(\mathbf{M}) + \varepsilon\mu\mathbf{M}\times[J_k(\mathbf{M}) + \nu' G_k(\mathbf{M})]\,\} \tag{52}$$

([14]) Dans (50*c*), la valeur quadratique moyenne de l'inhomogénéité $\left[\sum_m |\beta_{11m}|^2\right]$ est proportionnelle à $\mathcal{G}^2 L^2$, où L est la taille de la cellule, mais τ_D est aussi proportionnel à L^2, de sorte que la dépendance en L disparaît.

tandis que l'évolution globale de **G** est donnée par ([15]) :

$$\frac{\partial}{\partial t} G_k(\mathbf{M}) = \boldsymbol{\omega}_0 \times G_k(\mathbf{M}) - \\ - \frac{1}{\tau_{ic}} \{ \nu J_k(\mathbf{M}) + [\xi + \varepsilon\xi'] G_k(\mathbf{M}) \\ + \varepsilon\mu \mathbf{M} \times [\nu' J_k(\mathbf{M}) + \nu'' G_k(\mathbf{M})] \} \quad (53)$$

avec (notations de [18]) :

$$\nu = \frac{V_1}{X_1} \quad \nu' = \frac{V_4}{X_4} \quad \nu'' = \frac{W_4}{X_4}$$

$$\xi + \varepsilon\xi' = [W_1 + \varepsilon W_3]/X_1 .$$

Pour retrouver les équations que nous avons utilisées plus haut, il suffit de supposer que les vecteurs **G** sont constamment nuls. Or, en pratique, ces vecteurs tendent effectivement vers zéro lorsque $\omega_0 \to \infty$, dans un certain nombre de cas. Intéressons-nous par exemple uniquement à la relaxation longitudinale et supposons que $\theta = 0$. Le vecteur $\mathbf{M}_0(t)$ est alors en fait indépendant du temps et, en régime permanent, les vecteurs **J** et **G** sont des vecteurs constants dans le référentiel du laboratoire. Il est alors clair sur (53) que les composantes transversales stationnaires de $G_k(\mathbf{M})$ sont $\omega_0 \tau_{ic}/\nu$ fois plus faibles que celles de $J_k(\mathbf{M})$, de sorte qu'elles ne jouent pour ces dernières qu'un rôle négligeable en champ fort. En conséquence, la théorie que nous avons développée plus haut est une bonne approximation en champ fort et la dépendance de $1/T_1$ est toujours en ω_0^{-4} lorsque $\omega_0 \tau_{ic} \gg 1$.

D'ailleurs, comme mentionné dans [13], cette dépendance en champ fort peut être comprise de façon générale dans le point de vue où l'on individualise un atome : l'intégrale sur ω de $1/T_1(\omega)$ est proportionnelle à la fonction de corrélation temporelle de la position d'un atome, prise pour un retard $\tau = 0$; celle de $\omega^2/T_1(\omega)$ à la fonction de corrélation de sa vitesse pour $\tau = 0$; celle de $\omega^4/T_1(\omega)$ à la fonction de corrélation de son accélération, toujours pour $\tau = 0$. Une théorie du type diffusion est en fait une théorie où la vitesse des atomes est infinie ($v \to \infty$, le libre parcours moyen $l \to 0$, le produit $D_0 = vl$ restant constant), de sorte que la fonction de corrélation de la vitesse diverge. Par contre, aucune singularité n'existe en ce qui concerne la fonction de corrélation de la position de la particule. On s'attend donc à ce que l'intégrale de $1/T_1(\omega)$ soit finie, mais pas celle de $\omega^2/T_1(\omega)$, ce qui se produit effectivement si

$$1/T_1(\omega) \sim \omega^{-2}$$

lorsque $\omega \to \infty$. En revanche, une théorie fondée sur l'équation de Boltzmann utilise des vitesses finies des atomes, mais des accélérations infinies (les collisions sont traitées comme des percussions de durée infiniment courte). Il est donc logique que l'on obtienne un comportement de T_1 tel que l'intégrale de $\omega^4/T_1(\omega)$ diverge.

Bien sûr, si l'on développait une théorie valide à l'échelle des temps de collision τ_c (dans un gaz dilué, $\tau_c \ll \tau_{ic}$), toutes les fonctions de corrélation deviendraient finies et $1/T_1(\omega)$ décroîtrait plus vite que toute puissance de ω lorsque $\omega \to \infty$. Une telle théorie ne différerait sensiblement de celle que nous avons utilisée que pour des champs B_0 tels que $\omega_0 \tau_c \gtrsim 1$, c'est-à-dire des champs extrêmement élevés.

3. **Conclusion.** — Les calculs développés dans cet article permettent d'obtenir une expression détaillée de la probabilité de relaxation, compte tenu de l'existence de deux temps de corrélation très différents τ_D et τ_{ic}. On retrouve ainsi comme cas limites (champs magnétiques faibles ou élevés) les expressions déjà connues du taux de relaxation. Cependant, le temps τ_{ic}, au lieu d'être défini de façon phénoménologique, est ici obtenu par un traitement complètement quantique de la collision, ce qui permet de l'exprimer en fonction des déphasages δ_l associés au potentiel d'interaction. En fait, la théorie précise montre qu'il existe plusieurs temps de diffusion τ_D (les temps τ_{nl}) et plusieurs temps τ_{ic} (τ_{ic} lui-même, τ_{ic}/ν, etc...) et permet de calculer leur poids dans le résultat final.

De plus, la théorie que nous avons exposée permet de prévoir les effets d'indiscernabilité des atomes sur la relaxation magnétique d'un gaz tel que ^{3}He↑ ou H↑. Dans le premier cas, où les atomes sont des fermions, on aurait pu s'attendre à des conséquences importantes des effets de divergence du libre parcours moyen lorsque la température tend vers zéro dans un gaz très polarisé. En fait, rien de tel ne se produit, ni dans le régime des champs faibles où la relaxation dépend du temps de diffusion τ_D dans la cellule, ni dans le régime des champs élevés où c'est le temps entre collisions τ_{ic} qui intervient. Par contre, des conséquences considérables des « effets de rotation des spins identiques », caractérisés par un coefficient μ qui diverge si $T \to 0$, sont prévues. Il s'agit donc de phénomènes très différents par leur origine physique des variations de viscosité et de conduction calorifique de ^{3}He↑ prévues dans [15].

De façon générale, les résultats de cet article suggèrent des méthodes commodes d'étude des propriétés quantiques de ^{3}He↑. Il est en effet bien plus aisé, pour l'expérimentateur, d'appliquer sur l'échantillon un gradient de champ grâce à des bobines extérieures que d'insérer dans la cellule des sondes donnant accès à la viscosité ou la conductivité calorifique du gaz; diverses méthodes R.M.N. permettent de mesurer facilement le temps de relaxation longitudinale T_1 et transversale T_2. De plus, nous avons vu que certains effets prévus par la théorie sont du premier ordre (et non du second comme les changements de

([15]) La présence de la fonction φ_0 dans (51) entraîne que **G** n'est pas couplé directement à un gradient d'aimantation par le terme de vol libre, contrairement à **J**.

viscosité ou de conduction) en fonction de la polarisation nucléaire M ; ceci permet d'attendre des effets nettement plus élevés dans un gaz peu polarisé. Dans le cas de ^{3}He, des calculs récents de C. Lhuillier [23] montrent que le coefficient μ prend des valeurs de l'ordre de un à quelques Kelvin ; on attend donc des variations relatives de T_1 qui sont également importantes si le gaz est fortement polarisé.

Remerciements. — Les auteurs remercient vivement J. Dupont-Roc pour des échanges qui leur ont été extrêmement utiles ; en leur communiquant des notes, écrites par lui il y a plusieurs années mais non publiées, c'est lui qui leur a montré comment mener un calcul de la relaxation qui soit à la fois valide dans les deux limites, des champs forts et faibles.

Bibliographie

[1] KLEPPNER, D., GOLDENBERG, H. M. and RAMSEY, N. F., *Phys. Rev.* **116** (1962) 603.

[2] COLEGROVE, F. D., SCHEARER, L. D. and WALTERS, G. K., *Phys. Rev.* **132** (1963) 2561.
SCHEARER, L. D., Thesis, Rice University (1966).

[3] SCHEARER, L. D. and WALTERS, G. K., *Phys. Rev.* **139A** (1965) 1398.

[4] GAMBLIN, R. L. and CARVER, T. R., *Phys. Rev.* **138A** (1965) 946.

[5] BARBÉ, R., LEDUC, M. et LALOË, F., *J. Physique* **35** (1974) 699 et 935.

[6] BARBÉ, R., LEDUC, M. and LALOË, F., *Lett. Nuovo Cimento* **8** (1973) 915.

[7] THAN MYINT, M., Thesis, Harvard Univ. (1966).

[8] NOVIKOV, L., VOTIAKOV, S., POUTISRKY, V., *C.R. Hebd. Séan. Acad. Sci.* **277B** (1973) 175.
DOVGOPOL, S. P., PUTYRSKII, V. P. and VOTYAKOV, S. L., *Opt. Spektrosk.* **35** (1973) 1025 ; *Opt. Spectrosc.* **35** (1973) 596.
Voir aussi : GRINKO, I. E., KUZNETSOVA, A. N., OVCHARENKO, P. S., VINTENKOV, B. I. and PETUKHOV, Yu. M., *Opt. Spektrosk.* **34** (1973) 998 ; *Opt. Spectrosc.* **34** (1973) 576.

[9] BLOEMBERGEN, N., PURCELL, E. M. and POUND, R. V., *Phys. Rev.* **73** (1948) 679.

[10] ABRAGAM, A., *Principles of Nuclear Magnetism* (Clarendon Press, Oxford) ou *Les Principes du Magnétisme Nucléaire* (Presses Universitaires de France) 1961, chap. VIII.

[11] SLICHTER, C. P., *Principles of Magnetic Resonance* (Springer Verlag) 1978, chap. 5.

[12] BARBÉ, R., Thèse d'Etat, Paris VI (1977).

[13] NACHER, P. J., Thèse de 3e cycle, Paris VI (1979).

[14] CHAPMAN, S. and COWLING, T. G., *The Mathematical theory of non uniform gases* (Cambridge University Press) 1952.

[15] LHUILLIER, C. et LALOË, F., *J. Physique* **40** (1979) 239.

[16] CHEN, F. M. and SNIDER, R. F., *J. Chem. Phys.* **46** (1967) 3937.

[17] Ce point de vue est appelé « macroscopique » dans le § II de la référence [12], où une version préliminaire des calculs que nous présentons ici est publiée, les effets d'indiscernabilité étant ignorés.

[18] LHUILLIER, C. et LALOË, F., *J. Physique* **43** (1982) 197.

[19] EMERY, V. J., *Phys. Rev.* **133A** (1964) 661.

[20] TORREY, H. C., *Phys. Rev.* **104** (1956) 563.

[21] LEGGETT, A. J., *J. Phys. C* **12** (1970) 448.

[22] Voir par exemple l'appendice de la 1re partie de la référence [5].

[23] LHUILLIER, C., à paraître dans *J. Physique*.