



**HAL**  
open science

## Défauts dans les smectiques C chiraux. III - Défauts toriques de surface

A. Perez, M. Brunet, O. Parodi

► **To cite this version:**

A. Perez, M. Brunet, O. Parodi. Défauts dans les smectiques C chiraux. III - Défauts toriques de surface. *Journal de Physique*, 1981, 42 (11), pp.1559-1568. 10.1051/jphys:0198100420110155900 . jpa-00209349

**HAL Id: jpa-00209349**

**<https://hal.science/jpa-00209349>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification  
 Physics Abstracts  
 61.30 — 61.70

## Défauts dans les smectiques C chiraux. III — Défauts toriques de surface

A. Perez, M. Brunet et O. Parodi

Groupe de Dynamique des Phases Condensées (\*), Université des Sciences et Techniques du Languedoc,  
 Place Eugène Bataillon, 34060 Montpellier Cedex, France

(Reçu le 25 mai 1981, accepté le 17 juillet 1981)

**Résumé.** — Une étude topologique et des considérations de symétrie permettent de prévoir la même structure des domaines toriques en phase C et C chirale. Expérimentalement, nous avons surtout observé, à l'état C\*, dans les produits présentant les phases  $S_{C^*} \rightarrow N^* \rightarrow I$ , des demi-domaines toriques (ou quasi toriques) accrochés aux lames couvre ou porte-objet ayant subi une évaporation oblique de SiO. Les résultats obtenus dépendent de la qualité de cet ancrage : dans le cas d'un ancrage planaire assez fort, une ligne singulière perpendiculaire aux couches smectiques dessine un losange près du plan de déchiralisation contenant l'axe du tore. Une interprétation topologique montre d'une part que l'on peut éviter, dans ces demi-tores, le diamètre singulier topologiquement nécessaire dans un tore complet ; elle nous conduit, d'autre part, à proposer un modèle expliquant la présence du losange.

**Abstract.** — A topological study and symmetry considerations imply that toric domains have the same structure in C and C\* phases. In the C\* phase, we have observed half toric domains stuck to plates treated by oblique evaporation of SiO, in liquid crystals showing the following set of phase transitions :  $S_{C^*} \rightarrow N^* \rightarrow I$ . The results depend on the quality of the anchorage : in the case of a rather strong planar anchorage, a singular line, normal to the smectic layers, draws a rhombus close to the dechiralization plane containing the toric axis. A topological interpretation shows that the singular diameter, which is topologically necessary in the case of a complete torus, can be avoided when one deals with a half-torus ; on the other hand, this interpretation leads to a model which explains the rhombus formation.

1. **Introduction.** — Parmi les phases smectiques, trois phases, A, C et C\* présentent un ordre unidimensionnel sur la position des centres de gravité des molécules : il s'agit d'une structure en couche, où la position des molécules dans chaque couche est désordonnée.

G. Friedel [1] a montré l'existence de défauts caractéristiques d'un tel ordre, les coniques cofocales, lignes singulières d'une configuration où les couches prennent la forme de cyclides de Dupin. Il a été montré plus récemment que les cyclides de Dupin sont effectivement, dans le cas des smectiques A, des solutions approchées de l'équation d'équilibre.

En fait, les coniques cofocales ont été observées depuis longtemps dans les smectiques A et les cholestériques. Une étude récente nous a permis de montrer qu'elles existaient également dans les smectiques C [2] mais que leur configuration y était plus complexe :

aux deux coniques focales, lignes singulières pour les couches, s'ajoute une ligne de disinclinaison, ligne singulière pour l'orientation des molécules.

Le problème se posait donc de savoir si la troisième phase, à savoir les smectiques C chiraux, C\*, où l'ordre translationnel est proprement unidimensionnel, présente également des textures à coniques focales et quelle est la structure exacte du défaut.

Nous avons abordé ce problème dans un cas très particulier, celui de demi-tores piégés en surface. Cette géométrie permet en particulier d'avoir des renseignements très précis sur la configuration des couches au voisinage de la surface : lorsqu'on impose une orientation uniforme, il existe au voisinage de la surface une zone de déchiralisation décorée par un réseau de lignes de disinclinaison parallèles aux couches et distantes du pas hélicoïdal [3]. Dans la géométrie retenue, ces lignes permettent d'observer une coupe méridienne du tore.

Par ailleurs, des défauts toriques (ou presque toriques) sont d'autant plus fréquents que ces défauts n'induisent pas un changement d'orientation des

(\*) L.A. 233.

couches à longue distance, et peuvent ainsi exister comme défauts isolés.

**2. Expérience.** — Un dispositif expérimental très simple constitué d'une platine chauffante et d'un microscope polarisant permet d'observer les textures des phases cristal liquide. Les produits portés à une température telle qu'ils se trouvent en phase cholestérique ou, à défaut liquide isotrope, sont introduits par capillarité entre deux lames de verre. La température est alors abaissée jusqu'à ce que la phase smectique C chirale apparaisse, puis stabilisée dans le domaine d'existence de cette phase. Il importe que la transformation  $I \rightarrow S_{C^*}$  ou  $N^* \rightarrow S_{C^*}$  s'opère de manière extrêmement lente pour que s'établisse une structure simple.

Les résultats des observations dépendent d'une part de la séquence de phases du matériau, mais aussi du traitement subi par les lames couvre et porte-objet le contenant.

Les substances mésomorphes utilisées présentent la séquence de phases  $S_{C^*} \rightarrow N^* \rightarrow I$ ; elles sont obtenues par mélange soit de p-p' di(méthyl 5 heptyl) oxyazoxybenzène et d'octyloxyazoxybenzène, soit par des mélanges de cinnamate de cholestérol et de DOBCP <sup>(1)</sup>, et sont placées entre deux lames traitées au SiO dont les directions d'ancrage sont parallèles.

Dans ces conditions, on observe, le plus souvent, des demi-domaines focaux accrochés en surface pouvant se présenter sous deux aspects : l'ellipse est parallèle aux lames de verre, ou bien plus fréquemment c'est l'hyperbole qui se trouve dans ce plan.

Cet article porte sur l'étude de ce dernier cas <sup>(2)</sup>.

**3. Description des demi-domaines focaux.** — Des demi-domaines toriques ou focaux (le plus souvent quasi toriques) accrochés en surface se forment spontanément en phase  $S_{C^*}$  (nous ne les avons jamais remar-

qués dans la phase cholestérique observée avant le refroidissement).

L'axe (ou l'hyperbole) des demi-domaines toriques (ou focaux) se situe dans un des plans de déchiralisation (plan contenant les lignes de déchiralisation) <sup>(3)</sup> et le demi-cercle (ou la demi-ellipse), dans un plan perpendiculaire, s'étend quasiment jusqu'à l'autre plan de déchiralisation (Fig. 1, photos 1 et 2).

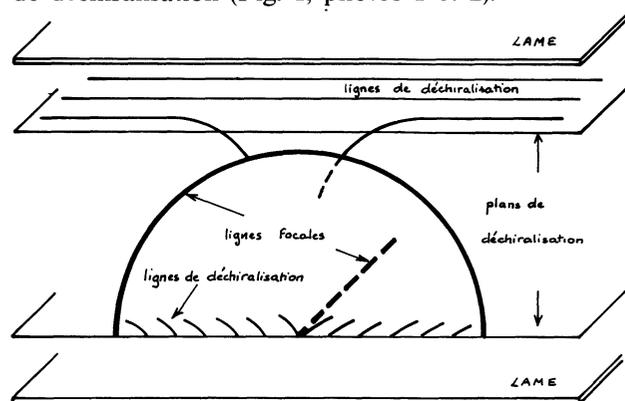
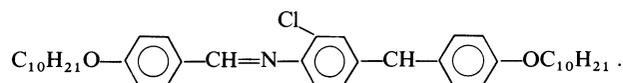
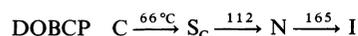
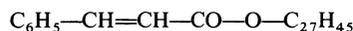
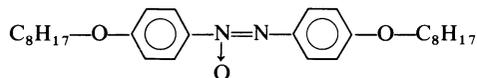
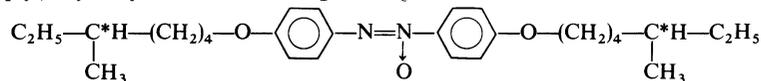
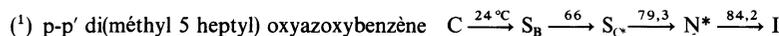


Fig. 1. — Demi-domaine torique isolé accroché en surface. Les lignes de déchiralisation décorent les couches smectiques. Le rayon du cercle singulier est pratiquement égal à la distance qui sépare les deux plans de déchiralisation. Un de ces plans contient la droite singulière. Une des lignes de déchiralisation quitte l'autre plan pour s'enfoncer dans la préparation.

[Isolated half-toric domain stuck on the boundary surface. The dechiralization lines decorate the smectic layers. The radius of the singular circle is approximately equal to the distance between the two dechiralization planes. One of these planes contains the singular straight line. One of the dechiralization lines leaves the other plane and sinks into the sample.]

La configuration des lignes de déchiralisation accompagnant ces coniques permet de visualiser une coupe méridienne de l'enroulement des couches smectiques en tores (Photo 1a) (ou en cyclides de Dupin (Photo 2a)) lorsqu'on observe le plan de déchiralisation contenant la droite (ou l'hyperbole).



<sup>(2)</sup> Des situations moins fréquentes dans le type (IN\*C\*) sont décrites dans [4].

<sup>(3)</sup> Plus exactement, avec le plus fort grossissement utilisable, l'hyperbole et les lignes de déchiralisation sont au point en même temps.

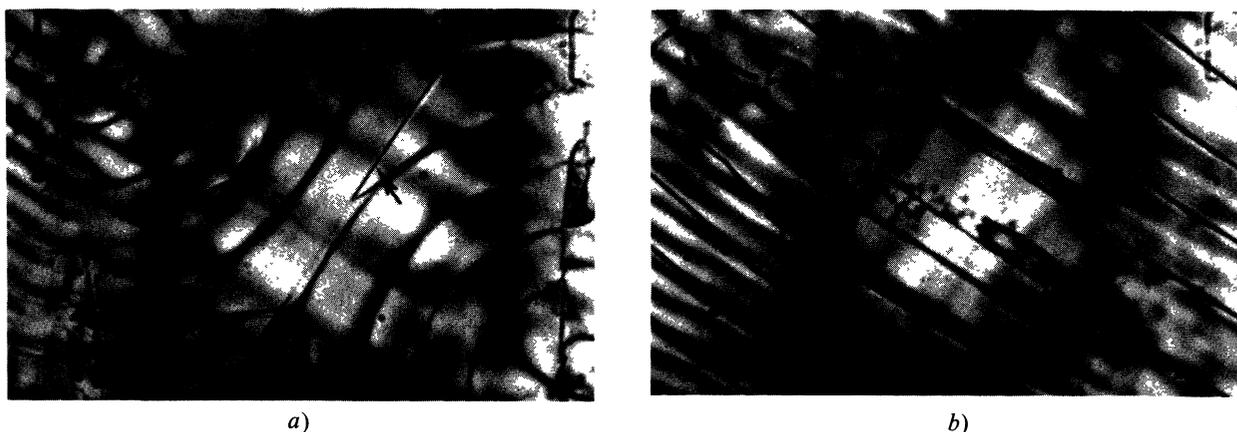


Photo 1. — Demi-domaine torique isolé accroché en surface ; dessin des lignes de déchiralisation : *a*) au niveau de la droite du domaine torique (indiquée par une flèche) ; on se situe près de la lame porte-objet ; *b*) près du couvre objet, dans le plan de déchiralisation situé au-dessus du demi-cercle vertical, les lignes sont à peu près droites et parallèles.

[Isolated half-torus domain stuck to the boundary surface ; pattern of the dechiralization lines : *a*) close to the lower plate, at the level of the straight line of the torus domain (black arrow) ; *b*) close to the upper plate, in the dechiralization plane located above the vertical half-circle, the lines are approximately straight and parallel.]

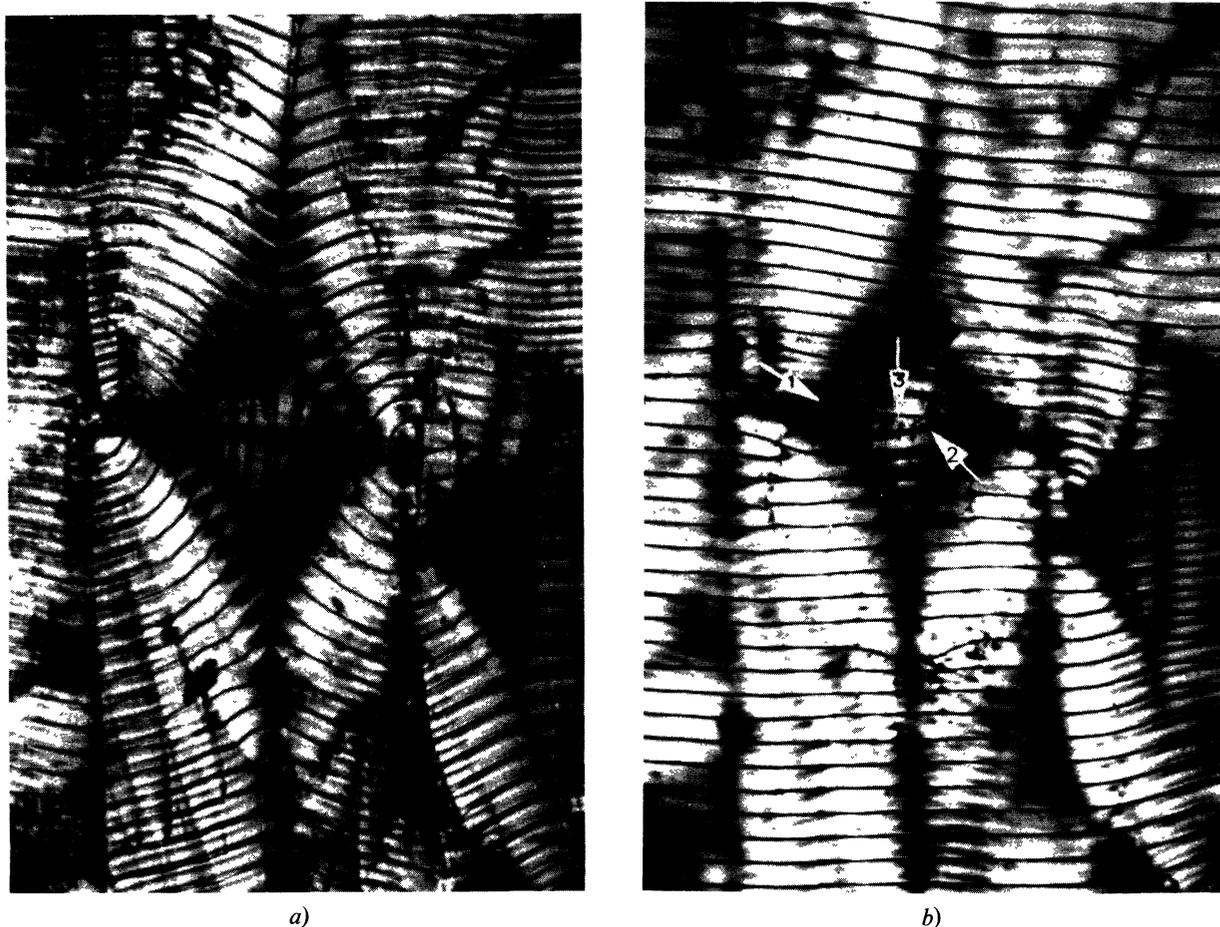


Photo 2. — Demi-domaine focal accroché en surface ; dessin des lignes de déchiralisation : *a*) près de la lame porte-objet, au niveau de l'hyperbole du domaine focal, visualisation de l'enroulement des couches en cyclides de Dupin ; *b*) près du couvre objet et dans le plan de déchiralisation situé au-dessus de la demi-ellipse verticale, les lignes dessinent une dislocation coin dans le domaine alors qu'elles sont régulières dans la partie gauche de la préparation. (Les flèches 1 et 2 indiquent des lignes et la 3, l'ellipse vue de profil.)

[Half focal domain stuck to the boundary surface ; pattern of the dechiralization lines : *a*) close to the lower plate, at the level of the hyperbolae of the focal domain, visualization of the layers rolls up as Dupin cyclides ; *b*) close to the upper plate, in the dechiralization plane located above the vertical half-ellipses, the lines figure an edge dislocation in the focal domain, but are regular in the left part of the picture (the arrows 1 and 2 show the lines and 3 shows the ellipse seen in profile).]



a)



b)

Dans l'autre plan de déchiralisation, les lignes ne sont pas perturbées par le demi-domaine torique isolé (Photo 1*b*) alors qu'elles dessinent une dislocation coin dans le cas plus général du demi-domaine focal (Photo 2*b*); on notera, toujours dans ce plan, qu'une des lignes cesse d'être visible au-dessus de la conique verticale et s'enfonce dans la préparation.

De plus, lorsque l'ancrage planaire <sup>(4)</sup> est fort, on observe très nettement un défaut linéaire supplémentaire en forme de losange; la latitude de mise au point ne permet pas de mettre en évidence une différence de niveau entre ce losange et l'hyperbole (ou la droite) d'une part, et le plan de déchiralisation d'autre part. Très souvent de part et d'autre de cette nouvelle singularité, les lignes de déchiralisation se décalent d'une fraction de pas (Photos 3*a* et *b*). Le losange est plus ou moins bien formé suivant les domaines focaux observés: il peut être constitué d'une ligne brisée (Photo 3*b*); quelquefois aussi, il est incomplet dans les régions où se concentre un nombre relativement grand de défauts.

Enfin, on a systématiquement remarqué que, dans le cas des demi-domaines toriques isolés, le dessin des lignes de déchiralisation dans le plan contenant la droite singulière, n'est pas symétrique par rapport à un plan contenant cette droite et perpendiculaire aux lames, ni par rapport à un plan contenant le cercle (Photos 1*a*, 3*a*, 3*b*). On note une dissymétrie analogue dans le cas des demi-domaines focaux (Photo 2*a*).

**4. Discussion.** — Lorsque les lignes de déchiralisation ne sont pas rectilignes et parallèles, il est clair que l'ancrage planaire tel que nous le définissons n'est pas respecté: on pense que le directeur, contraint en surface à rester dans le plan de la lame, ne garde cependant pas dans ce plan une direction constante; nous parlerons alors « d'ancrage planaire dégénéré ».

Nous nous proposons d'employer un processus d'étude topologique analogue à celui qui nous a

<sup>(4)</sup> Lorsque les lames de verre limitant l'échantillon sont traitées au SiO, les molécules à leur contact, s'orientent en moyenne suivant la direction *D* (dans le plan de la lame et perpendiculaire au plan d'incidence du SiO). Ainsi en surface, le directeur est parallèle à la lame et à la même direction en tout point de ce plan. C'est cette situation que nous appelons situation d'« ancrage planaire ».

Photo 3. — Défaut de surface en forme de losange. Les lignes de déchiralisation sont décalées lorsqu'elles franchissent ce défaut: *a*) losange (flèche 1) à peu près régulier; la flèche 2 indique l'axe du demi-tore; *b*) losange constitué d'une ligne brisée. Dans les deux cas, la configuration des lignes de déchiralisation ressemble à celle prévue figure 10, lors de l'étude topologique.

[Surface boundary defect presenting a rhombus shape. The dechiralization lines shift upon crossing this defect: *a*) almost regular rhombus (arrow 1); the arrow 2 shows the axis of the half-torus; *b*) rhombus outlined by a broken line. In both cases, the configuration of the dechiralization lines are in agreement with the previsions of the topological study (Fig. 10).]

déjà servi à étudier les domaines toriques isolés dans les phases smectiques C simples [2]. Les données du problème sont modifiées. Il intervient ici la chiralité dans des conditions précises : les demi-torcs sont situés presque entièrement dans la région chirale mais accrochés en surface c'est-à-dire dans une région déchiralisée.

De plus, les conditions d'ancrages qui imposent aux couches smectiques d'être perpendiculaires aux surfaces limites dans la région non perturbée par le défaut, définissent la position du demi-cercle et de la droite : ils sont respectivement perpendiculaire et parallèle aux lames de verre <sup>(5)</sup>.

**5. Interprétation topologique.** — Limitons le problème au cas simple du demi-domaine torique isolé. Le cas, topologiquement équivalent, des demi-domaines focaux, peut être traité comme une généralisation du cas précédent.

Pour simplifier les schémas, on suppose que la section du domaine torique par le plan de la lame donne un dessin des couches identique à celui qui produit la section par le plan de déchiralisation le plus proche. La distance qui les sépare est en effet négligeable par rapport au rayon du cercle singulier. Cela revient à dire que les couches restent perpendiculaires à la surface, même dans le domaine torique,

entre ces deux plans. On verra qu'on est amené à distinguer les deux cas suivants :

**5.1 ANCRAGE PLANAIRE DÉGÉNÉRÉ.** — Pour étudier la topologie du défaut, le plus simple est d'établir une carte du directeur couche par couche. La condition de raccordement avec des couches non perturbées à l'extérieur du domaine focal impose les conditions aux limites. On essaie ensuite d'établir une carte présentant le minimum de distorsion du directeur, de façon à minimiser l'énergie de courbure. Nous sommes amenés à établir une carte du  $\tau$ -directeur (vecteur unitaire suivant l'intersection du plan de tilt et du plan tangent à la couche). On utilise une projection stéréographique locale [2].

Imaginons tout d'abord le cas d'un domaine torique entier isolé dans un milieu parfaitement chirale et dont la droite est perpendiculaire aux surfaces limites (on trouve de telles situations des coniques focales dans les produits de type  $S_{C^*} \rightarrow S_A \rightarrow I$  [4]).

Prenons comme plan de figure le plan AA'B'B parallèle au plan de tilt de la zone non perturbée (extérieure au domaine focal) dans le plan équatorial du défaut (Fig. 2a). Dans ce plan de tilt équatorial, le raccordement de l'intérieur du domaine torique à l'extérieur se fait sans distorsion du directeur.

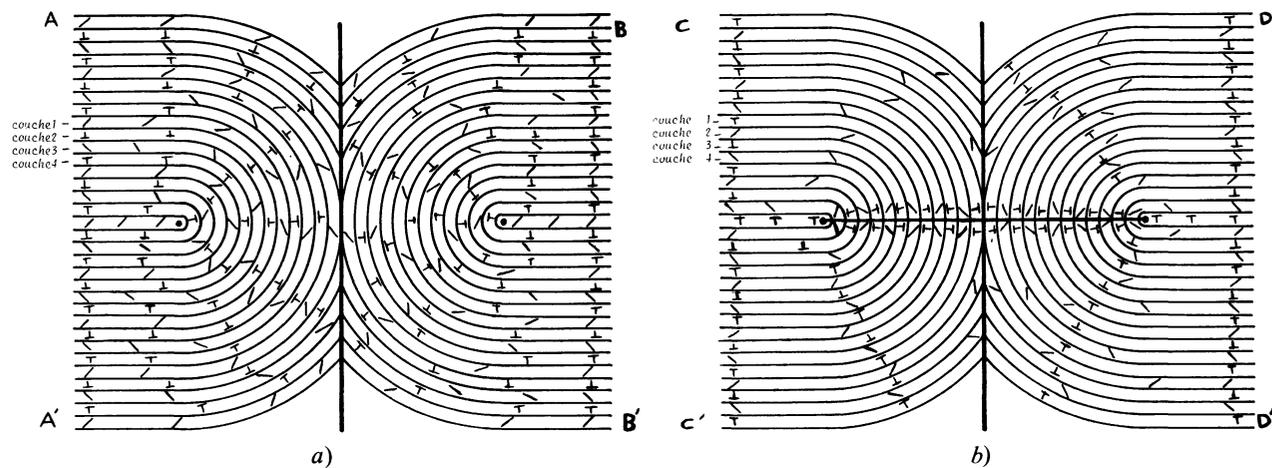


Fig. 2. — Domaine torique isolé entier dans un milieu parfaitement chirale ; plans méridiens AA'B'B (a) et CC'D'D (b).

[Entire toric domain isolated in a perfectly chiral medium : meridian planes AA'B'B (a) and CC'D'D (b).]

Une couche smectique C chirale isolée est identique à une couche smectique C, cependant si l'on considère une coupe méridienne du tore dans un smectique C, le  $\tau$ -directeur, après retournement de la couche autour du défaut, reste parallèle à lui-même dans la zone non perturbée alors que dans un smectique C chirale, il subit une symétrie par rapport au plan de figure.

Isolons la couche n° 1 dont le  $\tau$ -directeur est dans le plan AA'B'B (Fig. 2a) ; en établissant une cartographie de  $\tau$ -directeur, on est amené à créer une disinclinaison d'ordre  $S = -1$  en C'' et D'' (Fig. 3a).

On peut ensuite établir une carte du  $\tau$ -directeur pour une couche où il est perpendiculaire au plan de figure (couche n° 2) ; on est également amené à créer une disinclinaison  $S = -1$  en C'' et D'' (Fig. 3b).

Toute situation peut alors se traiter comme une superposition des deux précédentes.

Il résulte de cette étude que, dans le cas d'un domaine torique entier, une ligne singulière supplémentaire

<sup>(5)</sup> L'ancrage homéotrope conduit à des demi-domaines toriques dont la demi-droite est perpendiculaire aux lames [5].

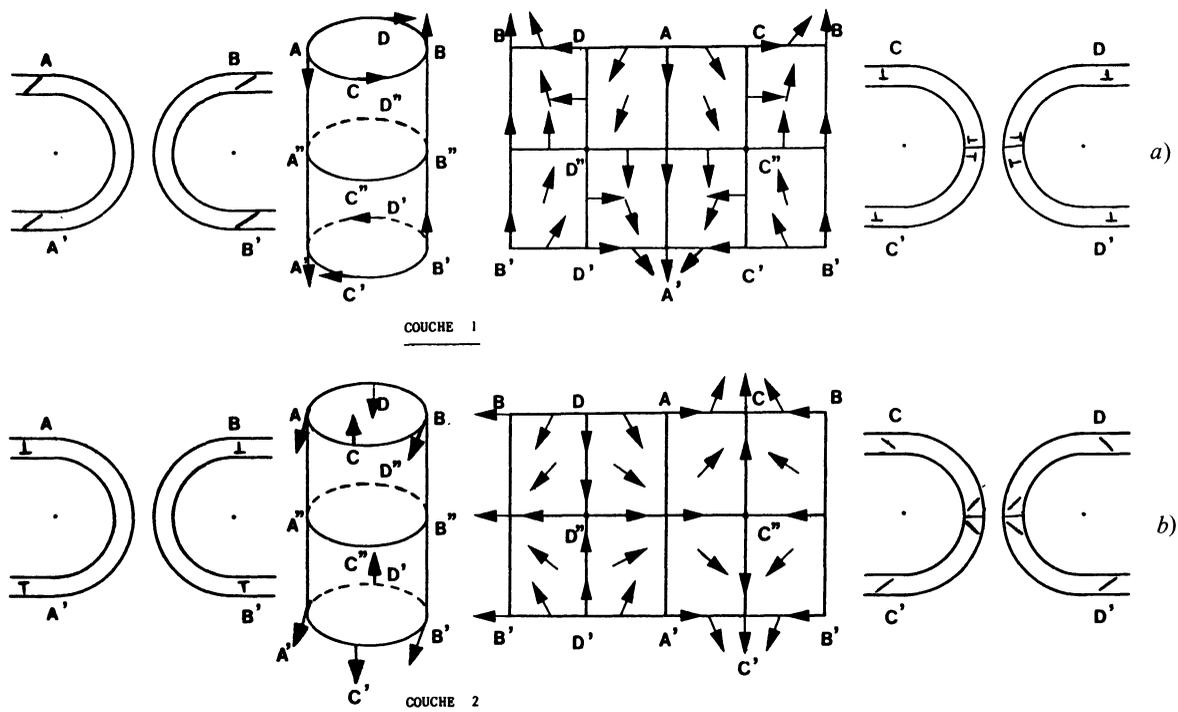


Fig. 3. — Cartographies du  $\tau$ -directeur dans les couches nos 1 et 2 de la figure 2a. Dans le domaine torique, on passe de la couche 1 à la couche 2 par une translation verticale du  $1/4$  du pas hélicoïdal vers le bas pour la partie supérieure (AB), vers le haut pour la partie inférieure (A'B'). Ce qui explique pourquoi, lors du changement de couche, on a une rotation du  $\tau$ -directeur opposée dans chacune des deux parties ( $\pm \pi/2$ ).

[Maps of the  $\tau$ -director in layers 1 and 2 of figure 2a. In the toric domain one passes from layer 1 to layer 2 by a vertical translation of  $1/4$  of the helicoidal pitch, downwards in the upper part (AB) and upwards in the lower part (A'B'). This explains why, from one layer to the next, there is an opposite rotation of the  $\tau$ -director in the two parts ( $\pm \pi/2$ ).]

joignant deux points diamétralement opposés du cercle à l'axe du tore est nécessairement topologiquement. Ce diamètre est perpendiculaire aux surfaces limites si le plan de tilt équatorial leur est parallèle et parallèle aux lames si ce plan leur est perpendiculaire; il existe également toutes les possibilités intermédiaires.

On prévoit donc que le domaine torique isolé entier a même structure en phase C simple et en phase C chirale (Fig. 2b).

Ceci nous conduit à quelques considérations de symétrie sur les domaines toriques isolés dans les milieux smectiques A, C et C\* :

Le défaut torique est, dans les  $S_A$ , un défaut isolé qui se raccorde à grande distance à des couches non perturbées. Il présente une singularité locale (cercle) et une à longue portée (axe). Cette singularité axiale a même symétrie que la phase A.

Dans les  $S_C$  et  $S_{C^*}$ , la droite du tore n'est plus un axe de révolution, mais il apparaît une singularité du  $\tau$ -directeur, qui s'ajoute à celles des couches. Cette singularité est un axe binaire perpendiculaire au plan de tilt équatorial et a donc même symétrie que les milieux C et C chirale (cf. Annexe).

Mais n'oublions pas qu'il s'agit ici de demi-tores seulement; on distingue alors les trois situations suivantes :

5.1.1 Si le plan de tilt équatorial est parallèle aux surfaces limites, le diamètre singulier que nous venons d'introduire leur est perpendiculaire (ce n'est d'ailleurs plus ici qu'un demi-diamètre (Fig. 4b)) et la configuration des lignes de déchiralisation topologiquement prévue pour ce type de situation est représentée figure 4a; elle ne correspond pas à nos observations (cf. dernière remarque du paragraphe 3).

5.1.2 Si le plan de tilt équatorial est perpendiculaire aux surfaces limites, la ligne singulière supplémentaire a tendance à relaxer remplacée par une certaine torsion du  $\tau$ -directeur qui réclame moins d'énergie (Fig. 5a). La configuration des lignes de déchiralisation correspondante est indiquée figure 5b. On remarquera qu'elle est identique à celle effectivement observée Photo 4.

5.1.3 Si le plan de tilt équatorial fait un angle compris entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$  avec le plan de déchiralisation, il est probable que le demi-domaine torique aura tendance à éviter cette situation au profit de la situation précédente qui réclame moins d'énergie puisqu'elle permet au diamètre de relaxer. Cela revient à dire qu'il s'effectue un « glissement » le long de l'axe hélicoïdal jusqu'à ce que le plan de tilt équatorial soit perpendiculaire à la surface limite.

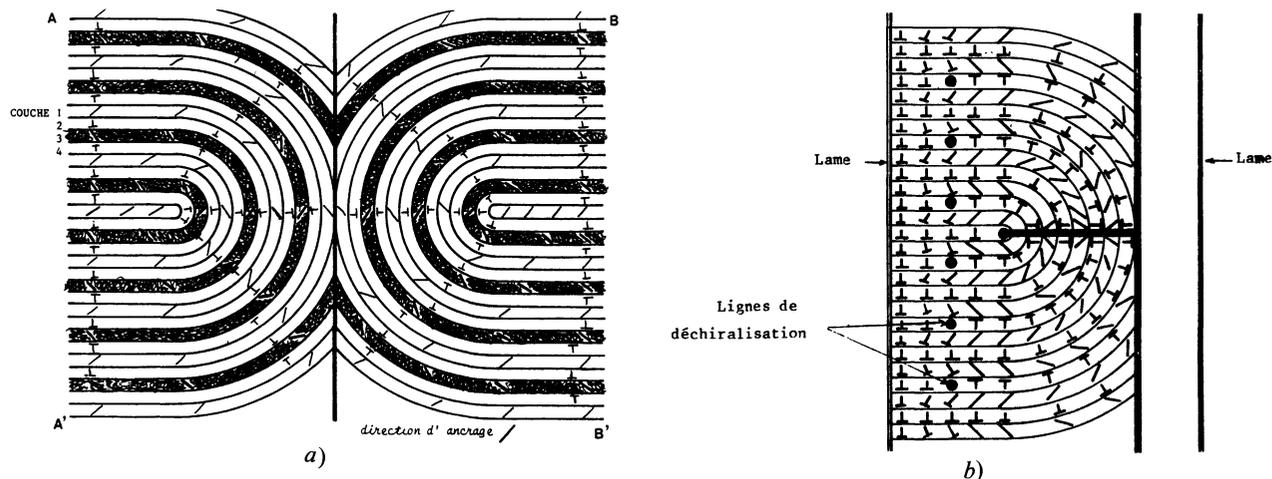


Fig. 4. — Coupe méridienne du demi-tore : a) plan de tilt équatorial parallèle aux lames ; configuration des lignes de déchiralisation si la direction imposée par l'ancrage est celle de la couche 1 ; b) coupe perpendiculaire à la coupe a) ; elle contient le demi-diamètre singulier.  
 [Meridian cut of the half-torus : a) equatorial tilt plane parallel to the plates ; configuration of the dechiralization lines if the direction imposed by the anchorage is as in layer 1 ; b) section normal to section a) ; it contains the singular half-diameter.]

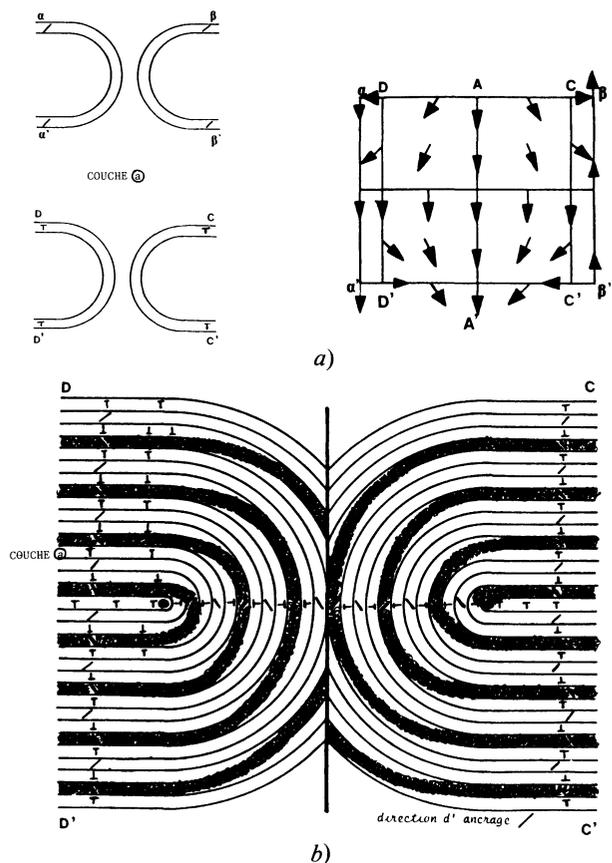


Fig. 5. — Le diamètre, parallèle à la surface limite est remplacé par des distorsions : a) carte du  $\tau$ -directeur ; b) lignes de déchiralisation (zones noircies).  
 [The diameter, parallel to the boundary surface is replaced by distortions : a) map of the  $\tau$ -director ; b) dechiralization lines (blackened regions).]



Photo 4. — Mise au point sur les lignes de déchiralisation et sur l'hyperbole d'un domaine quasi-torique. La configuration des lignes ressemble à celle prévue figure 5b, lors de l'étude topologique.  
 [Picture focused on the dechiralization lines and the hyperbolae of the quasi-toric domain. The configuration of the lines appears also as in the prevision of the topological study (Fig. 5b).]

En conclusion, la distorsion nous paraît être la situation topologique la plus favorable.

Nous allons aborder dans le paragraphe suivant l'interprétation topologique du cas où se rajoute aux lignes singulières des cyclides de Dupin un défaut linéaire supplémentaire en forme de losange.

5.2 ANCRAGE PLANAIRE PEU DÉGÉNÉRÉ. — Les demi-domaines focaux accompagnés d'un losange se trouvent dans des régions de l'échantillon où l'ancrage planaire est assez fort (lignes de déchiralisation régulières le plus souvent) ; des défauts sont probablement provoqués par une irrégularité locale du traitement de la lame de verre à laquelle ils sont accrochés.

Quelle est donc la nature et le rôle de ce losange ?

Soit  $\theta_0$  l'angle qui repère la direction du directeur imposée par l'ancrage au niveau de la lame. Le directeur s'écarte de cette direction d'un angle  $(\theta - \theta_0)$  qui atteint  $90^\circ$  dans le plan équatorial du défaut (Fig. 6a). L'énergie de surface de la forme  $F(\cos^2(\theta - \theta_0))$  est maximale pour  $\theta - \theta_0 = \pi/2$ . Pour minimiser cette énergie, on conçoit un modèle où s'ajoute un défaut de surface en forme de losange (Fig. 6b) de telle sorte que le  $\tau$ -directeur tourne de  $\pi$  lorsqu'on franchit cette ligne singulière. Dans la configuration ainsi obtenue,  $(\theta - \theta_0)$  n'est jamais supérieur à  $45^\circ$  (ancrage planaire peu dégénéré).

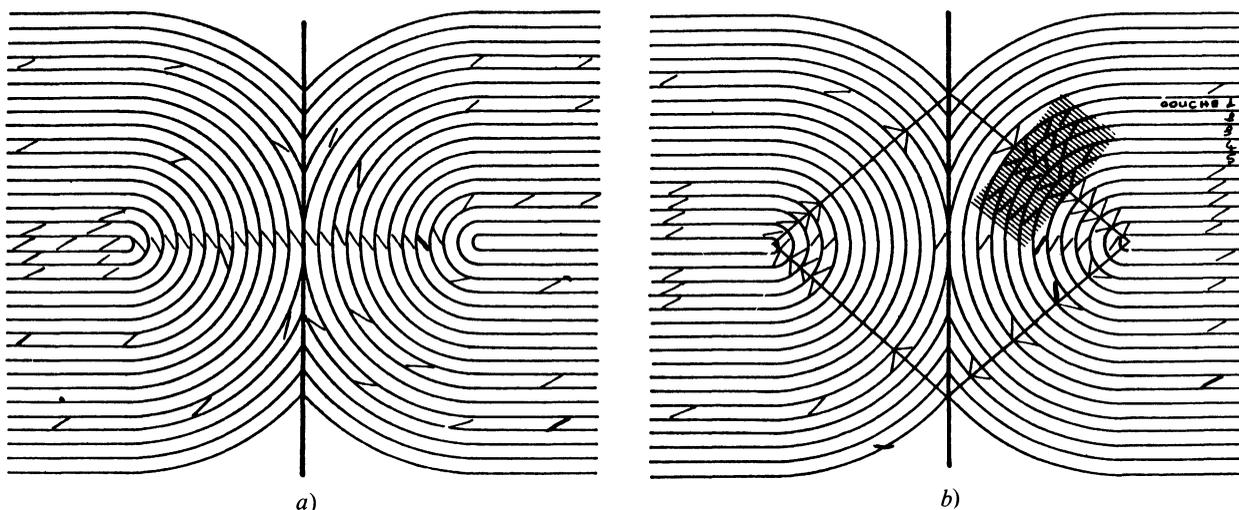


Fig. 6. — a) plan niveau lame sans losange ; b) losange : défaut de surface.  
[a) plate plane without rhombus ; b) rhombus : defect on the surface.]

Pour mieux étudier ce losange et voir comment il s'adapte au milieu, isolons la partie hachurée (Fig. 6b) et déroulons les couches (Fig. 7, zone A).

Pour traiter ce problème, nous choisissons seulement l'un des cas étudiés lors de l'étude topologique

du demi-domaine torique : celui où il n'y a pas de distorsion dans le plan de déchiralisation, c'est-à-dire celui où le diamètre est perpendiculaire à la surface limite (cas 5.1.1).

On repère, sur la figure 7, cinq zones A, B, C, D, E,

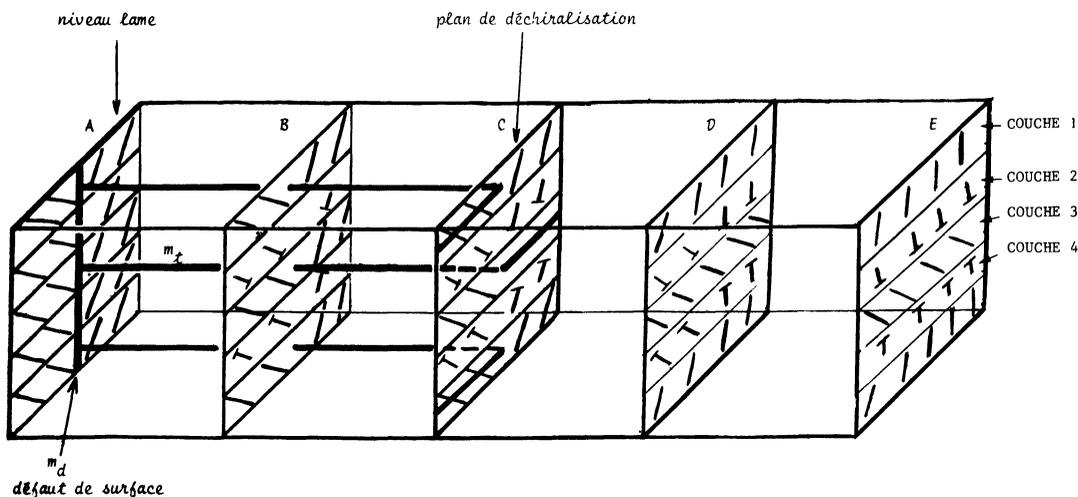


Fig. 7. — Association des lignes de disinclinaison torse ( $m_t$ ) et dièdres ( $m_d$ ).  
[Association of  $m_t$  and  $m_d$  disclinations.]

correspondant : au niveau lame (A), au niveau du plan de déchiralisation (C), à la région chirale sans distorsion (E); (B) et (D) sont des niveaux intermédiaires. Cette figure représente des plans de ces différents zones, parallèles à la lame. L'hypothèse du défaut de surface conduit, au niveau C, à un décalage des lignes de déchiralisation, elles changent donc de couche.

Des coupes parallèles aux couches (Fig. 8) vont nous permettre de visualiser le trajet des lignes, et d'identifier leur nature.

Les lignes de déchiralisation (disclinaisons torses  $m_t$  [6]) se prolongent, tout en restant dans une même couche (donc toujours disclinaisons torses  $m_t$ )

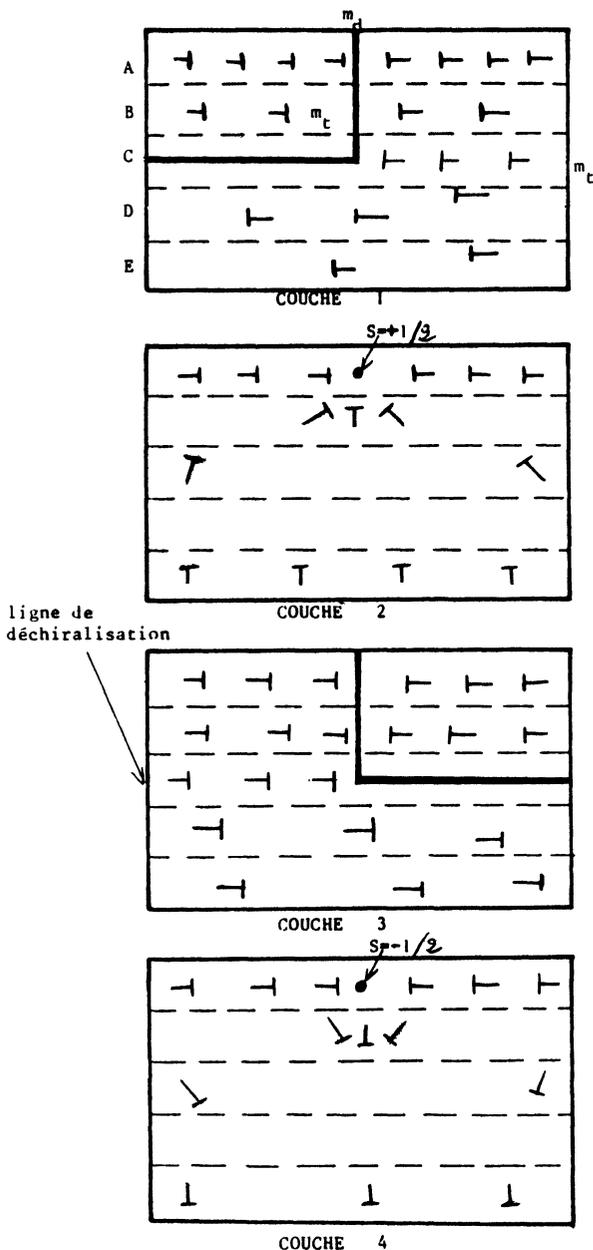


Fig. 8. — Plans parallèles aux couches (disclinaisons torses  $m_t$  et dièdres  $m_d$ ).  
[Planes parallel to the layers ( $m_t$ ) and ( $m_d$ ) disclinations.]

jusqu'à la surface limite où elles rejoignent le défaut losange qui, lui, est une disclinaison dièdre  $m_d$  [6] (perpendiculaire à la lamellation smectique).

La disclinaison  $m_d$  est de rang  $S = + 1/2$  dans la couche 2 et  $S = - 1/2$  dans la couche 4 (Fig. 8). Autrement dit, la ligne  $m_d$  de surface change de signe chaque fois qu'une ligne  $m_t$  vient la rejoindre [6].

On peut également établir la carte du  $\tau$ -directeur (Fig. 9) à partir des hypothèses du modèle et en introduisant le moins de distorsions possible, ce qui conduit aussi à créer des demi-disclinaisons de rang  $S = - 1/2$  et  $S = + 1/2$  en surface; le signe du rang de cette disclinaison change chaque fois qu'elle rencontre une ligne de déchiralisation.

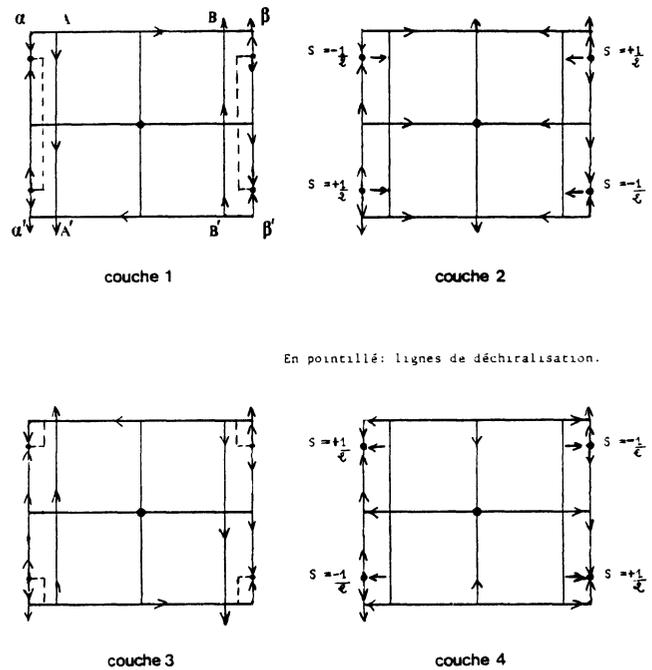


Fig. 9. — Carte du  $\tau$ -directeur dans le cas du losange lorsque le diamètre est perpendiculaire à la surface limite ( $\alpha\alpha'\beta\beta'$ ).

[Map of the  $\tau$ -director in the case of the rhombus, when the diameter is normal to the boundary surface ( $\alpha\alpha'\beta\beta'$ ).]

La figure 7 illustre les associations de disclinaisons dans ce modèle.

Les autres situations topologiques envisagées, c'est-à-dire celles où on peut éviter le diamètre singulier, peuvent s'adapter aussi à l'existence d'un losange en surface : il suffit, pour cela, de remplacer dans les cartes (Fig. 5a) les projections du  $\tau$ -directeur au niveau de la surface de la lame (suivant  $\alpha\alpha'$  et  $\beta\beta'$ ) par les projections indiquées sur la figure 9 à ce même niveau.

La configuration des lignes de déchiralisation dans le cas où le plan de tilt équatorial est perpendiculaire à la surface, et où le losange existe, est représentée figure 10. C'est d'ailleurs cette situation correspondant à une distorsion du  $\tau$ -directeur permettant d'éviter le diamètre singulier, qui paraît la plus favorable

également dans le cas d'un ancrage planaire peu dégénéré. Le dessin des lignes topologiquement prévu (Fig. 10) correspond d'ailleurs à celui effectivement observé (Photo 3b).

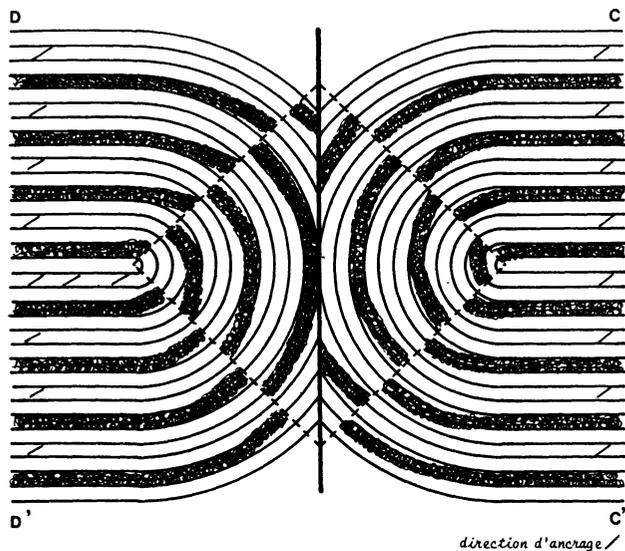


Fig. 10. — Configuration des lignes de déchiralisation (noircies) dans le cas du losange où le diamètre, parallèle à la surface limite, est remplacé par des distortions.

[Configuration of the dechiralization lines (blackened regions) in the case of the rhombus, when the diameter parallel to the boundary surface is replaced by distortions.]

**6. Conclusion.** — La richesse et la complexité des défauts rencontrés dans la phase  $S_{C^*}$  nous a conduit à nous limiter ici à un type de défaut. Cette étude pourra donc être complétée.

De plus, il faut souligner que les modèles ont été simplifiés : il est peu probable, par exemple, que les lignes torsées et dièdres se coupent à angle droit.

Néanmoins, il ressort de cette étude que les demi-domaines toriques accrochés en surface et formés spontanément en phase C chirale dans les composés du type  $S_{C^*} \rightarrow N^* \rightarrow I$  ont une topologie propre et différent des tores complets essentiellement par le fait que le diamètre singulier n'est pas absolument nécessaire.

Le défaut de surface en forme de losange observé lorsque l'ancrage planaire est fort permet de relaxer

partiellement la torsion du directeur liée à la courbure des couches.

**Annexe.** — Pour caractériser clairement les éléments d'un groupe spatial, il est commode de les noter  $\{\alpha | \mathbf{t}\}$  où  $\alpha$  est une rotation ou une réflexion quelconque, et  $\mathbf{t}$  une translation simultanée [7].

L'action de  $\{\alpha | \mathbf{t}\}$  sur le rayon vecteur d'un point quelconque est définie par :  $\{\alpha | \mathbf{t}\} \mathbf{r} = \alpha \cdot \mathbf{r} + \mathbf{t}$  :

— Dans le cas des smectiques C (groupe ponctuel  $C_{2h} = \{E, C_2, I, \sigma_h\}$ ), le groupe T des translations est le produit direct de 2 groupes :

1° le groupe des translations non quantifiées dans le plan des couches, isomorphe à  $\mathbb{R}^2$  ;

2° le groupe des translations  $\{E | n d \mathbf{Z}\}$  isomorphe à  $\mathbb{Z}$

$$T = \mathbb{Z} \times \mathbb{R}^2 .$$

— Pour les smectiques  $C^*$ , le groupe ponctuel est rabaisé à  $C_2$ . Les translations suivant  $\mathbf{Z}$  sont remplacées par les mouvements hélicoïdaux  $\{n \alpha_{\mathbf{Z}} | n d \mathbf{Z}\}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n \alpha_{\mathbf{Z}}$  désignant une rotation autour de l'axe  $\mathbf{Z}$  d'un angle  $n \frac{2 \pi d}{p}$ .

L'ensemble H des mouvements hélicoïdaux possède une structure de groupe pour la composition des applications.

Le produit de deux éléments de H est

$$\begin{aligned} \{n \alpha_{\mathbf{Z}} | n d \mathbf{Z}\} \{m \alpha_{\mathbf{Z}} | m d \mathbf{Z}\} \\ = \{(n + m) \alpha_{\mathbf{Z}} | (n \alpha_{\mathbf{Z}})(m d \mathbf{Z}) + n d \mathbf{Z}\} \\ = \{(n + m) \alpha_{\mathbf{Z}} | (n + m) d \mathbf{Z}\} . \end{aligned}$$

On voit immédiatement que H est isomorphe à  $\mathbb{Z}$ . Le groupe de symétrie complet est donc :

$$C_2 \times \mathbb{R}^2 \times \mathbb{Z} .$$

Le groupe des translations dans les  $S_C$  est isomorphe au produit du groupe des translations et des mouvements hélicoïdaux dans les  $S_{C^*}$ .

**Remerciements.** — Nous tenons à remercier particulièrement Monsieur le Professeur Kléman avec qui nous avons pu discuter les résultats de cet article, ainsi que Monsieur P. Keller d'Orsay pour nous avoir fourni les matériaux utilisés.

### Bibliographie

- [1] FRIEDEL, G. et GRANDJEAN, F., *Bull. Soc. Fr. Miner.* **33** (1910) 192, 409 ; *C.R. Hebd. Séan. Acad. Sci.* **151** (1910) 762.  
FRIEDEL, G., *Ann. Phys.* **18** (1922) 273.  
BOULIGAND, Y., *J. Physique* **33** (1972) 525.  
[2] PEREZ, A., BRUNET, M., PARODI, O., *J. Physique Lett.* **39** (1978) L-256.  
[3] BRUNET, M. et WILLIAMS, Cl., *Ann. Phys.* nos 2, 3, 4 (1978), v. 3.  
[4] PEREZ, A., Thèse de 3<sup>e</sup> Cycle, U.S.T.L. Montpellier (1980).

- [5] BOURDON, L., Thèse de 3<sup>e</sup> Cycle, Paris VI (1980).  
[6] BOULIGAND, Y. et KLÉMAN, M., *J. Physique* **40** (1979) 79.  
[7] Pour un approfondissement des groupes spatiaux, on pourra consulter :  
KOSTER, G. F., *Solid State Physics*, Volume 5.  
LANDAU, L., LIFSCHITZ, E., *Physique Statistique* (Ed. MIR) chapitre XIII.