



HAL
open science

Étude optique des structures des lignes de Grandjean dans les cholestériques à très grands pas

G. Malet, J.C. Martin

► **To cite this version:**

G. Malet, J.C. Martin. Étude optique des structures des lignes de Grandjean dans les cholestériques à très grands pas. *Journal de Physique*, 1979, 40 (4), pp.355-373. 10.1051/jphys:01979004004035500 . jpa-00209117

HAL Id: jpa-00209117

<https://hal.science/jpa-00209117>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification

Physics Abstracts

61.30 — 61.70 — 78.50 — 42.20

Étude optique des structures des lignes de Grandjean dans les cholestériques à très grands pas

G. Malet et J. C. Martin

Groupe de Dynamique des Phases Condensées (*), Laboratoire de Cristallographie,
Université des Sciences et Techniques du Languedoc, place Eugène-Bataillon, 34060 Montpellier, France

(Reçu le 11 octobre 1978, accepté le 22 décembre 1978)

Résumé. — L'étude optique des lignes de Grandjean obtenues dans un coin de Cano cholestérique avec ancrage des molécules aux parois, permet de discuter la validité des différents modèles de structures proposés pour ces lignes. Les observations sont effectuées à partir de cholestériques à très grands pas, et au moyen des dispositifs d'éclairage normal, de contraste de phase et de strioscopie. La théorie de la propagation de la lumière dans de telles structures permet d'expliquer les images obtenues ainsi que les phénomènes de biréfringence apparente qui se manifestent aussi bien dans les zones perturbées par la présence des lignes qu'en dehors de ces zones. L'ensemble des interprétations confirme le modèle planaire proposé pour la première ligne simple et ceux à paires de disinclinaisons $\tau^- \lambda^+$ pour les autres lignes simples et $\lambda^- \lambda^+$ pour les lignes doubles.

Abstract. — Optical studies on Grandjean lines observed in a cholesteric Cano wedge with strong anchored surfaces, enable a discussion to be given of the different models proposed for the structure of these lines. Observations are made on cholesterics with very large pitches under various kinds of illumination : bright field, phase contrast and dark field. Using light propagation theory in such structures, we explain the apparent birefringence and we confirm the validity of the planar model for first single line, the disclination pairs $\tau^- \lambda^+$ for other single lines and the disclination pairs $\lambda^- \lambda^+$ for the double lines.

1. Introduction. — Lorsqu'on insère un cristal liquide cholestérique dans un coin d'épaisseur variable limité par deux faces imposant une direction d'ancrage planaire des molécules, il apparaît des striations régulières que l'on peut observer facilement au microscope. Ces striations ont été signalées pour la première fois par Grandjean [1]. G. Friedel [2] avait suggéré qu'elles devaient correspondre à une discontinuité de la torsion du cholestérique. Ceci a été démontré par les études de Chatelain et Cano [3] : ces auteurs ont les premiers utilisé une géométrie cylindrique (coin de Cano) très pratique, en introduisant le liquide entre une lame plane et une lentille cylindrique en verre, préalablement frottées ; on obtient par ce procédé de belles striations parallèles à la génératrice de contact. Chatelain et Cano ont établi, par des études de pouvoir rotatoire, que la torsion du cholestérique est un multiple entier de π et est constante entre deux striations successives mais qu'elle change brutalement de π au niveau de chaque striation, ce qui correspond à un saut discret du demi-pas. De Gennes [4] a par la suite montré, en utilisant un

modèle planaire et les équations de l'élasticité des cristaux liquides, que le raccord entre deux régions correspondant à une telle discontinuité de la torsion implique l'existence d'une ligne de disinclinaison perpendiculaire à l'axe hélicoïdal. En fait, lorsqu'on étudie des cholestériques à grands pas, on distingue facilement deux catégories de lignes de Grandjean que l'on appelle généralement *lignes simples* et *lignes doubles*. Les lignes simples apparaissent dans les régions proches de la génératrice de contact et correspondent aux striations étudiées par Cano ; les lignes doubles découvertes par Chatelain et Brunet [5] et par le groupe des Cristaux Liquides d'Orsay [6] sont observables dans les régions de plus grande épaisseur et correspondent à une discontinuité de la torsion égale à 2π , c'est-à-dire à un saut discret du pas.

— Deux modèles ont été proposés pour interpréter la structure des lignes de Grandjean obtenues dans un coin d'épaisseur variable ; ces modèles constituent une belle illustration de la notion de dislocation de rotation ou disinclinaison.

Le premier modèle déjà cité [4] est de type planaire et a été calculé par De Gennes. Il correspond à une disinclinaison χ (axe de rotation parallèle à l'axe hélicoïdal du cholestérique) coin (ligne perpendicu-

(*) Laboratoire associé au C.N.R.S. (LA 233).

laire à l'axe de rotation). Cette disinclinaison est équivalente à une dislocation de translation de vecteur de Burgers égal au demi-pas.

Le deuxième modèle élaboré par Kléman et Friedel [7] comporte une paire de disinclinaisons ; ces dernières correspondent à un axe de rotation situé dans le plan cholestérique, et parallèle aux molécules (disinclinaison λ) ou perpendiculaire à celles-ci (disinclinaison τ) ; elles sont dirigées suivant l'axe de rotation qui leur a donné naissance par le processus de Volterra. Une rotation de π autour de l'axe de rotation conduit à la création d'une disinclinaison λ^- ou τ^- et correspond à un ajout de matière dans le processus de Volterra. une rotation de $-\pi$ introduit une disinclinaison λ^+ ou τ^+ et correspond à un retrait de matière. D'après Kléman et Friedel, les lignes simples successives seraient le résultat de l'appariement de deux disinclinaisons τ^- et λ^+ ou λ^- et τ^+ , les paires $\tau^- \lambda^+$ et $\lambda^- \tau^+$ étant distribuées en alternance dans le coin cholestérique ; les lignes doubles résulteraient de l'appariement de deux disinclinaisons τ (couple

$\tau^- \tau^+$), ou λ (couple $\lambda^- \lambda^+$). Ces différentes paires envisagées permettent bien l'introduction d'une couche supplémentaire d'épaisseur égale au demi-pas ou au pas suivant qu'il s'agit de lignes simples ou doubles :

Les paires $\tau^- \lambda^+$ ou $\lambda^- \tau^+$ proposées pour les lignes simples sont équivalentes à longue distance à une dislocation de translation de vecteur de Burgers égal au demi-pas, ou à une disinclinaison χ de rang 1/2.

Les paires $\lambda^- \lambda^+$ ou $\tau^- \tau^+$ proposées pour les lignes doubles sont équivalentes à longue distance à une dislocation de translation de vecteur de Burgers égal au pas, ou à une disinclinaison χ de rang 1.

On remarque d'autre part qu'un défaut du type τ correspond, au niveau de la disinclinaison, à une discontinuité du directeur, alors que celui du type λ ne présente pas une telle singularité ; ce dernier est certainement de plus faible énergie que le précédent, le modèle $\lambda^- \lambda^+$ est donc privilégié. Notons enfin que l'orientation des molécules entre deux disinclinaisons d'une même paire, présente une distribution radiale des axes cholestériques, permettant d'expliquer en

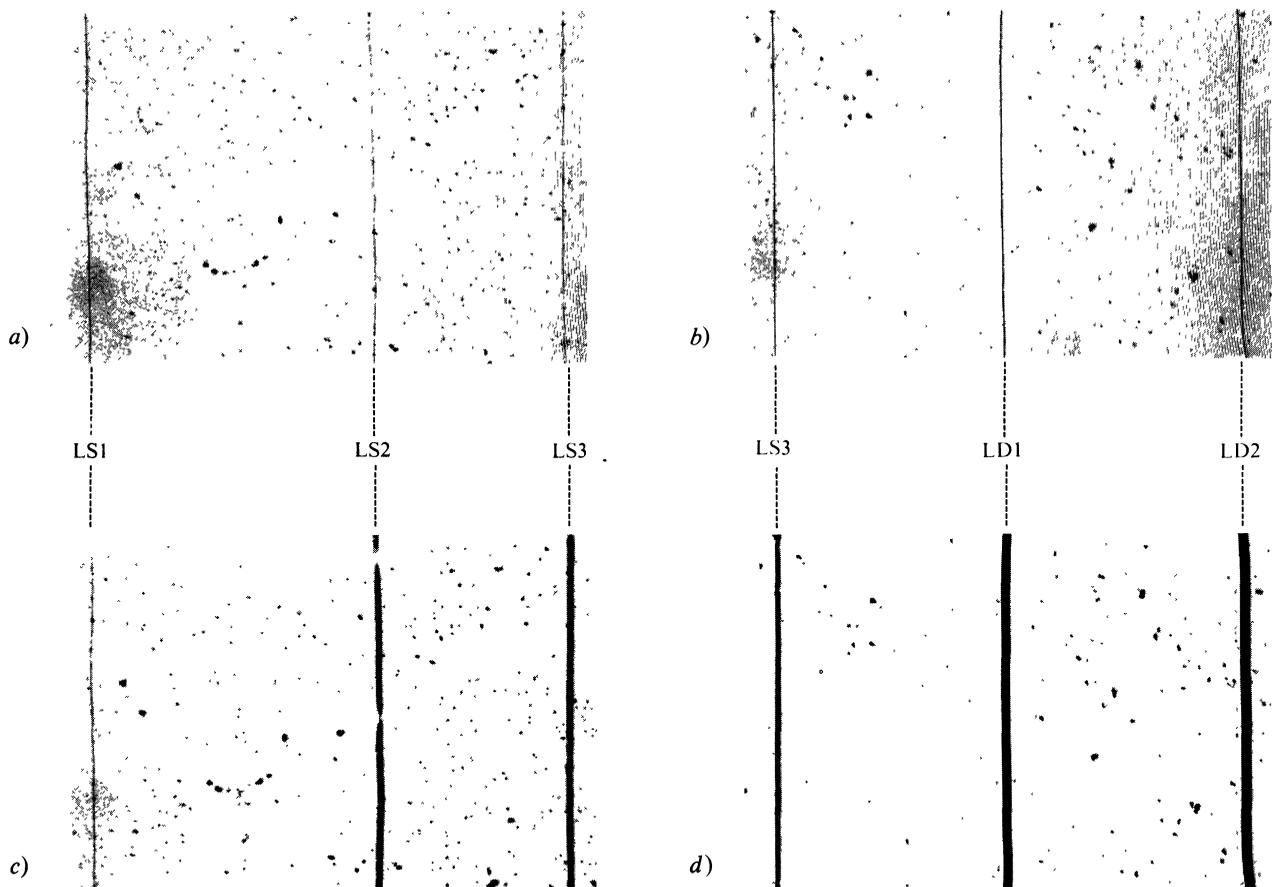


Fig. 1. — Ensemble de lignes simples et doubles dans un coin de Cano. Préparation 1 (pas normal $P_0 = 92,3 \mu$, rayon de la lentille $R = 159,7$ mm), objectif Pl 2.5/0.08 P. a), c) LS1, LS2, LS3. a) $OP \perp n_E$; c) $OP \parallel n_E$. b), d) LS3, LD1, LD2. b) $OP \perp n_E$; d) $OP \parallel n_E$. La direction de polarisation de l'onde incidente est repérée par la vibration OP que laisse passer le polariseur P. La direction d'ancrage des molécules sur le dioptre d'entrée du coin de Cano est donnée par le directeur n_E .

[Set of single and double lines in a Cano wedge. Sample 1 (unperturbed pitch $P_0 = 92.3 \mu$, lens radius $R = 159.7$ mm). Objective Pl 2.5/0.08 P. a), c) LS1, LS2, LS3. a) $OP \perp n_E$; c) $OP \parallel n_E$. b), d) LS3, LD1, LD2. b) $OP \perp n_E$; d) $OP \parallel n_E$. Incident light polarization : OP . The anchoring direction on the entering plate in the Cano wedge is given by the director n_E .]

particulier le phénomène d'ondulations des lignes doubles sous champ magnétique, observé par le groupe d'Orsay [6, 7].

— L'étude des lignes de Grandjean au microscope polarisant, dans le cas de cholestériques à très grands pas ($P_0 \gtrsim 30 \mu$) présente un grand intérêt, car elle permet d'observer des différences notables d'aspect optique entre les lignes, différences plus difficilement décelables dans le cas de pas inférieurs. L'observation d'ensemble des lignes à partir d'objectifs à faibles grandissements permet déjà d'en donner une première illustration : lorsque le coin de Cano est éclairé par une vibration lumineuse perpendiculaire à la direction d'ancrage des molécules, les lignes simples ont l'aspect classique de fils fins noirs sur fond clair, et les lignes doubles de fils légèrement plus épais (Fig. 1a et b).

Par contre, quand la vibration incidente est parallèle à la direction d'ancrage des molécules, l'ensemble des lignes se présente sous trois aspects nettement différents. La première ligne simple (LS1), qui est la plus proche de la génératrice de contact, est toujours comparable à un fil fin, tandis que les autres lignes simples (LS2, LS3, ...) présentent deux zones sombres élargies parallèles à la ligne ; quant aux lignes doubles (LD1, LD2, ...), elles offrent l'aspect de deux rubans noirs séparés par une frange claire, et précédés du côté interne (côté des faibles épaisseurs) par une zone grisâtre (Fig. 1c et d). Ces premières observations suggèrent donc trois types de modèles de structures, correspondant à ces trois aspects optiques.

Dans une étude systématique et très détaillée, basée entre autres sur une analyse topologique des décroche-

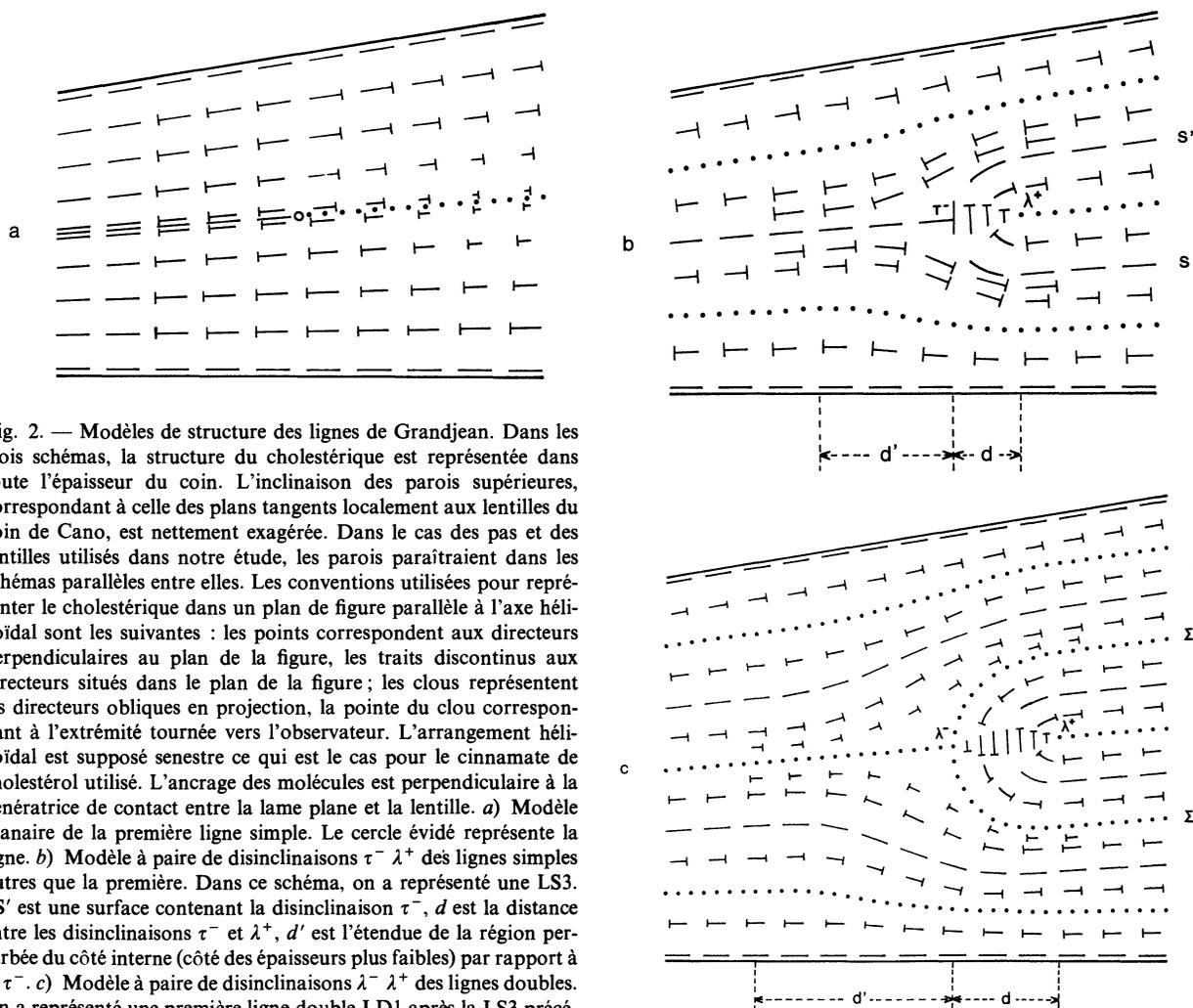


Fig. 2. — Modèles de structure des lignes de Grandjean. Dans les trois schémas, la structure du cholestérique est représentée dans toute l'épaisseur du coin. L'inclinaison des parois supérieures, correspondant à celle des plans tangents localement aux lentilles du coin de Cano, est nettement exagérée. Dans le cas des pas et des lentilles utilisés dans notre étude, les parois paraîtraient dans les schémas parallèles entre elles. Les conventions utilisées pour représenter le cholestérique dans un plan de figure parallèle à l'axe hélicoïdal sont les suivantes : les points correspondent aux directeurs perpendiculaires au plan de la figure, les traits discontinus aux directeurs situés dans le plan de la figure ; les clous représentent les directeurs obliques en projection, la pointe du clou correspondant à l'extrémité tournée vers l'observateur. L'arrangement hélicoïdal est supposé senestre ce qui est le cas pour le cinnamate de cholestérol utilisé. L'ancrage des molécules est perpendiculaire à la génératrice de contact entre la lame plane et la lentille. a) Modèle planaire de la première ligne simple. Le cercle évidé représente la ligne. b) Modèle à paire de disinclinaisons $\tau^- \lambda^+$ des lignes simples autres que la première. Dans ce schéma, on a représenté une LS3. SS' est une surface contenant la disinclinaison τ^- , d est la distance entre les disinclinaisons τ^- et λ^+ , d' est l'étendue de la région perturbée du côté interne (côté des épaisseurs plus faibles) par rapport à la τ^- . c) Modèle à paire de disinclinaisons $\lambda^- \lambda^+$ des lignes doubles. On a représenté une première ligne double LD1 après la LS3 précédente. $\Sigma\Sigma'$ est une surface contenant la disinclinaison λ^- , d est la distance entre les disinclinaisons λ^- et λ^+ , d' est l'étendue de la région perturbée du côté interne par rapport à la λ^- .

[Structure patterns of Grandjean lines, in a cholesteric with a left handed helix. The easy axis of strong anchoring are normal to the contact generator between the cylindrical lens and flat plate. Dots = directors normal to the figure plane. Broken lines = directors in the figure plane. Nails = tilted directors. a) Planar model

for the first single line. The open circle corresponds to the line. b) $\tau^- \lambda^+$ disclinations pair model proposed for the other single lines (here a LS3) SS' is a surface including the τ^- defect, d is the distance between the τ^- and λ^+ lines; d' is the range of the distorted region on the left of the τ^- . c) $\lambda^- \lambda^+$ disclinations pair model for the double lines (here a LD1 following LS3). $\Sigma\Sigma'$ is a surface including the λ^- defect, d is the distance between the λ^- and λ^+ lines; d' is the range of the distorted region on the left of the λ^- .]

ments observés dans les deux cas d'ancrage perpendiculaire ou parallèle à la génératrice de contact, Bouligand [8] a proposé les modèles suivants :

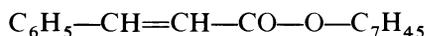
1) La première ligne simple serait de type planaire. Dans un travail récent, le groupe de Montpellier [9] a approfondi ce modèle en calculant de façon très détaillée la configuration des molécules dans le voisinage immédiat de la ligne (Fig. 2a).

2) Les autres lignes simples qui lui succèdent seraient uniquement des paires de disinclinaisons $\tau^- \lambda^+$ (Fig. 2b).

3) Les lignes doubles correspondraient enfin à des paires de disinclinaisons $\lambda^- \lambda^+$ (Fig. 2c).

Dans le travail que nous présentons ici, nous avons effectué, à partir de cholestériques à très grands pas, l'étude optique détaillée des lignes de Grandjean, au microscope polarisant, en contraste de phase et en strioscopie, dans le but de comparer ces observations aux trois modèles proposés.

2. Dispositifs expérimentaux. — Pour obtenir des cristaux liquides cholestériques à grands pas, le procédé couramment utilisé consiste à dissoudre une faible quantité de cholestérique dans un nématique. Le cholestérique choisi est le cinnamate de cholestérol :



qui permet d'observer de belles lignes de Grandjean régulières. La matrice nématique est constituée d'un mélange équimolaire de tolanes de 4-méthoxy-4'-pentyl tolane (MPT) :



et de 4-propoxy-4'-heptyl tolane (PHT) :



Ce mélange présente le grand avantage d'être nématique à la température ambiante. Les différents titres en cinnamate de cholestérol réalisés couvrent une gamme allant de 0,21 % à 0,072 %.

— Les lames planes et les lentilles cylindriques utilisées sont réalisées en verre borosilicate crown, avec une précision sur la planéité et la cylindricité de $\lambda/2$ pour la lumière du sodium. Un vigoureux nettoyage préalable des lames et lentilles successivement par de l'acétone, puis une solution bouillante de RBS placée dans une cuve à ultrasons et enfin un mélange sulfochromique, est indispensable avant le traitement de surface permettant d'obtenir un bon ancrage. Ce traitement est réalisé par évaporation de SiO sous une incidence oblique de 70°. Le SiO est déposé dans un creuset de tantale comportant deux cavités séparées par une série de chicanes, ce qui permet d'éliminer pratiquement les projections. L'évaporation sur les

lames est déclenchée sous un vide de l'ordre de 2×10^{-6} mm de Hg ; l'intensité traversant le creuset est de 325 A pour une puissance de 425 W ; l'épaisseur de SiO déposée, variant entre 800 et 1 500 Å, est contrôlée à l'aide d'une balance à quartz. L'ensemble lame plane-lentille est ensuite logé sur un support spécial permettant une manipulation aisée, et le coin de Cano ainsi réalisé est contrôlé au moyen des franges d'interférences obtenues par réflexion en utilisant le dispositif d'éclairage en lumière incidente Opak qui s'adapte sur le microscope Leitz dialux ; en jouant sur le contact entre lame et lentille, on arrive à obtenir un bon parallélisme des franges avec la génératrice de contact.

— Le liquide cholestérique introduit par capillarité dans le coin de Cano est éclairé en lumière transmise par une lampe à vapeur de sodium, et observé au microscope binoculaire Leitz ortholux. Une bonne extinction entre polariseurs croisés respectivement perpendiculaire et parallèle à la direction d'ancrage, et de belles franges de *biréfringence apparente* parallèles, obtenues entre polariseurs à 45° de cette direction constituent, comme on le verra au § 3, des critères d'une bonne orientation du liquide cholestérique. Dans ces conditions, les lignes de Grandjean, généralement régulières et bien parallèles à la génératrice de contact, doivent être observées dans leur conformation définitive au bout de quelques heures. On arrive ainsi à obtenir de bonnes préparations couvrant de grandes surfaces (de 4 à 16 cm² dans le cas de nos échantillons) et correspondant à des épaisseurs maxima de l'ordre de 5 mm.

L'ensemble de l'étude expérimentale au microscope polarisant peut être divisé en trois types d'observations, correspondant respectivement à une onde incidente polarisée perpendiculairement à la direction d'ancrage des molécules, à une onde incidente polarisée parallèlement à cette direction et enfin à une onde incidente polarisée à 45°.

— Le dispositif à contraste de phase s'adapte sur le microscope ortholux et comprend un condenseur Heine, des objectifs à contraste de phase et une loupe de mise au point. Le condenseur permet de réaliser une source de lumière en forme d'anneau, de dimension variable par réglage en hauteur d'un miroir annulaire. Les objectifs sont munis d'un anneau de phase de Zernike (lame quart d'onde) située dans leur plan focal. La loupe de mise au point introduite dans un tube oculaire permet le centrage de l'anneau source et le réglage du dispositif en contraste de phase ou en strioscopie (fond noir). L'éclairage en contraste de phase est obtenu lorsque l'anneau lumineux formé par le condenseur donne une image qui recouvre complètement l'anneau de phase. L'éclairage en strioscopie s'obtient en relevant le miroir annulaire jusqu'à ce que l'image de l'anneau lumineux disparaisse derrière le diaphragme d'ouverture de l'objectif.

— Les photographies sont prises à l'aide du dispositif automatique orthomat adaptable sur le micro-

scope. Tous les clichés publiés dans ce travail sont présentés de telle façon que le sens des épaisseurs croissantes dans le coin de Cano soit de gauche à droite.

— Les mesures précises des rayons des lentilles utilisées, et des pas des préparations étudiées, sont effectuées par le procédé classique qui consiste à repérer symétriquement par rapport au centre deux couples de franges d'interférence du coin d'air de même ordre, pour la mesure du rayon, et deux couples

de lignes de Grandjean de même nature pour celle du pas. Les franges et les lignes sont repérées au réticule, et leurs positions sont mesurées à l'aide du vernier micrométrique de la platine de déplacement sur laquelle est posé le coin de Cano.

En ce qui concerne les préparations citées dans ce travail, les rayons R des lentilles et les pas normaux P_0 correspondant aux différents titres en cinnamate de cholestérol sont les suivants :

préparation 1	: $R = 159,7 \pm 0,3$ mm ,	$P_0 = 92,3 \pm 0,3$ μ
préparation 2	: $R = 102,5 \pm 0,2$ mm ,	$P_0 = 94,4 \pm 0,3$ μ
préparation 3	: $R = 159,7 \pm 0,3$ mm ,	$P_0 = 95,6 \pm 0,4$ μ
préparation 4	: $R = 160,2 \pm 0,3$ mm ,	$P_0 = 116,8 \pm 0,5$ μ
préparation 5	: $R = 160,0 \pm 0,3$ mm ,	$P_0 = 168,0 \pm 0,6$ μ
préparation 6	: $R = 102,5 \pm 0,2$ mm ,	$P_0 = 172,6 \pm 0,8$ μ
préparation 7	: $R = 308,0 \pm 0,3$ mm ,	$P_0 = 261,9 \pm 0,7$ μ

Les rayons des lentilles ont des valeurs élevées : si l'on veut observer un nombre suffisant de lignes simples (de l'ordre de 3 à 5) dans le cas de cholestériques à très grands pas, il est en effet nécessaire de choisir de grands rayons.

Les directions d'ancrage des molécules sont perpendiculaires à la génératrice de contact dans les préparations 1, 2, 4, 6 et 7 et parallèles à cette génératrice dans les préparations 3 et 5.

— Les mesures des dimensions des structures particulières observées en éclairage normal, en contraste de phase et en strioscopie, sont effectuées à l'aide d'un oculaire micrométrique à tambour préalablement étalonné pour chaque objectif utilisé.

3. Biréfringence apparente. — De façon générale, la propagation de la lumière dans les phases cholestériques, parallèlement à l'axe hélicoïdal, est décrite au moyen de deux ondes polarisées elliptiquement. Ce résultat a été établi par De Vries [10] en utilisant un système d'axes tournants lié au directeur \mathbf{n} . En fait, chacune de ces deux ondes (ondes de De Vries) résulte de la superposition de deux vibrations circulaires couplées, l'une gauche, l'autre droite, d'amplitudes différentes, se propageant simultanément avec des vecteurs d'onde différents. Cette décomposition des ondes de De Vries a été proposée par De Gennes [11] dans une théorie utilisant un système d'axes fixes, mais elle peut également se déduire des résultats de De Vries en revenant à un système d'axes fixes [12].

Les modules des vecteurs d'onde des composantes j^+ et j^- d'une onde j de De Vries ($j = 1, 2$ suivant l'onde considérée) sont donnés par l'expression [13] :

$$k_j^\pm = (\mu_j \pm 1) q_0$$

avec

$$\mu_j^2 = \kappa_0^2 + 1 + (-1)^j (4\kappa_0^2 + \alpha^2 \kappa_0^2)^{1/2} \quad (3.1)$$

les différents paramètres étant définis à partir des constantes diélectriques $\varepsilon_{\parallel} = n_e^2$, $\varepsilon_{\perp} = n_o^2$ et du pas P_0 de la structure cholestérique par les relations :

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}}{2\bar{\varepsilon}}, \quad \varepsilon = \bar{n}^2 = \frac{\varepsilon_{\parallel} + \varepsilon_{\perp}}{2}, \quad (3.2)$$

$$\kappa_0 = \frac{P_0 \bar{n}}{\lambda}, \quad q_0 = \frac{2\pi}{P_0}$$

λ est la longueur d'onde de la lumière utilisée dans le vide.

— Dans le cas d'un cholestérique à grand pas ($P_0 \gg \lambda$), la théorie montre que les deux composantes d'une même onde de De Vries ont des amplitudes sensiblement égales ; les ondes de De Vries sont alors polarisées rectilignement ; cependant leur direction de polarisation varie le long de l'axe hélicoïdal, celle de l'onde 1 restant toujours perpendiculaire au directeur, celle de l'onde 2 lui étant toujours parallèle. Ceci signifie par conséquent que dans le cas d'un échantillon cholestérique d'épaisseur donnée, une vibration incidente polarisée rectilignement parallèle (ou perpendiculaire) au directeur \mathbf{n} , se propagera dans le milieu en restant parallèle (ou perpendiculaire) à \mathbf{n} , c'est-à-dire que son plan de polarisation tournera en suivant le directeur, et la vibration émergente sera encore une vibration rectiligne parallèle (ou perpendiculaire) à \mathbf{n} . Toutefois, il est évident que la phase de cette vibration émergente dépendra du chemin optique parcouru.

Pour rendre compte des phases des vibrations émergentes, il est plus simple de se placer, suivant la théorie de De Vries [10], dans le référentiel tournant lié au directeur. Dans un tel système d'axes, la propagation d'une onde de De Vries est décrite au moyen d'un *pseudo-indice* m_j dont l'expression en fonction de μ_j est [12] :

$$m_j = \mu_j \frac{\lambda}{P_0}. \quad (3.3)$$

Le chemin optique parcouru par une vibration rectiligne incidente parallèle (ou perpendiculaire) à \mathbf{n} , après traversée d'une épaisseur Z de cholestérique est alors :

$$\delta_j = m_j Z .$$

Cependant, dans le cas des grands pas ($P_0 \gg \lambda$ donc $1/\kappa_0 \ll 1$), il est non seulement légitime d'assimiler les ondes de De Vries à des ondes polarisées rectilignement, mais encore on peut montrer [13] que l'expression de μ_j (3.1) devient, en négligeant les termes en $1/\kappa_0^2$:

$$\mu_j = \kappa_0 [1 + (-1)^j \alpha]^{1/2} . \quad (3.4)$$

On établit alors facilement à partir des équations (3.4); (3.2) et (3.3) les relations :

$$m_1 = n_o , \quad m_2 = n_e . \quad (3.5)$$

Les pseudo-indices m_1 et m_2 et par voie de conséquence les chemins optiques parcourus δ_j sont indépendants du pas.

En définitive, la propagation de la lumière parallèlement à l'axe hélicoïdal dans un cholestérique à grand pas est donc toujours décrite au moyen de deux ondes de De Vries, toutefois :

- ces deux ondes sont polarisées rectilignement,
- leur plan de polarisation suit la rotation du directeur,
- les pseudo-indices relatifs à chacune des deux ondes sont indépendants du pas.

Dans le cas où la structure du cholestérique est distordue, on peut admettre que les ondes de De Vries possèdent encore les propriétés précédentes tant que l'axe hélicoïdal reste parallèle à la direction moyenne de propagation de la lumière ($\mathbf{n} \perp \mathbf{k}$), donc tant que la structure reste planaire, et que le pas local du cholestérique $(\mathbf{n} \cdot \text{rot } \mathbf{n})^{-1}$ reste grand devant la longueur d'onde; c'est le cas, par exemple, de la région distordue entourant la première ligne simple de Grandjean décrite dans un modèle planaire [9], si l'on excepte la zone située au niveau même de la discontinuité, zone qui est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de la lumière, et qui comme on le verra au § 4 donne lieu à un phénomène de diffraction.

— Dans le cas des coins de Cano avec ancrage aux parois, le directeur a une direction imposée constante \mathbf{n}_E sur tout le dioptré d'entrée, et de même une direction constante \mathbf{n}_S sur tout le dioptré de sortie, ces deux directions pouvant être différentes. En tout point de la préparation, sauf au voisinage des lignes de Grandjean, la structure cholestérique régulière se développe, le pas variant d'un point à l'autre du cristal liquide pour respecter les conditions d'ancrage.

Si l'on reprend alors les trois types d'observations au microscope polarisant citées au § 2, on distinguera dans les domaines cholestériques non distordus par la présence de lignes de Grandjean, les cas suivants :

a) Vibration incidente rectiligne perpendiculaire à \mathbf{n}_E : après traversée d'une épaisseur Z de cholestérique, la vibration émergente sera perpendiculaire à \mathbf{n}_S , et le chemin optique parcouru sera :

$$\delta_1 = m_1 Z = n_o Z .$$

b) Vibration incidente rectiligne parallèle à \mathbf{n}_E : la vibration émergente sera parallèle à \mathbf{n}_S et le chemin optique parcouru sera :

$$\delta_2 = m_2 Z = n_e Z .$$

c) Vibration incidente polarisée rectilignement suivant une direction oblique par rapport à \mathbf{n}_E : elle sera décomposée suivant les deux ondes de De Vries, c'est-à-dire suivant deux vibrations rectilignes rectangulaires et en phase, respectivement perpendiculaire et parallèle à \mathbf{n}_E . Après traversée du cholestérique, on retrouvera deux vibrations émergentes rectilignes rectangulaires respectivement perpendiculaire et parallèle à \mathbf{n}_S mais présentant entre elles un déphasage de :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{2\pi}{\lambda} (\delta_2 - \delta_1) \\ &= \frac{2\pi(m_2 - m_1)Z}{\lambda} = \frac{2\pi(n_e - n_o)Z}{\lambda} \end{aligned} \quad (3.6)$$

ou encore en terme de différence de chemin optique :

$$\delta = (n_e - n_o) Z(x) . \quad (3.7)$$

D'après cette dernière relation, le retard est indépendant du pas et varie linéairement en fonction de l'épaisseur Z . Cette variation est représentée sur la figure 3; les portions en pointillés correspondent aux zones perturbées entourant les lignes de Grandjean, zones qui seront étudiées dans les paragraphes suivants.

— Dans nos études expérimentales, nous avons réalisé des coins de Cano avec ancrage aux parois

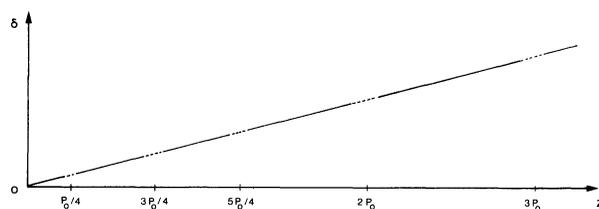


Fig. 3. — Variation théorique du retard optique δ en fonction de l'épaisseur Z . La pente de la demi-droite correspond à la biréfringence $n_e - n_o = 0,26$ du mélange nématique de tolanes. Les parties en pointillés correspondent aux régions perturbées entourant les lignes de Grandjean. Les valeurs $P_0/4 \dots$ des épaisseurs Z indiquées sont celles pour lesquelles apparaissent successivement LS1, LS2, LS3, LD1 et LD2.

[Optical path difference δ versus thickness Z : theoretical curve corresponding to the birefringence value $n_e - n_o = 0.26$ for the tolanes nematic mixture. The dashed lines correspond to the perturbed regions around Grandjean lines. The corresponding thickness values are given.]

parallèle ou perpendiculaire à la génératrice de contact. Dans les deux cas, les directions de \mathbf{n}_E et \mathbf{n}_S sont parallèles. On peut dès lors justifier les deux critères de bonne orientation utilisés au § 2 :

1) Si la vibration lumineuse incidente est perpendiculaire (ou parallèle) à \mathbf{n}_E (cas *a*) et *b*), une seule onde de De Vries est générée et l'émergente correspondante qui doit être perpendiculaire (ou parallèle) à \mathbf{n}_S sera encore perpendiculaire (ou parallèle) à \mathbf{n}_E : entre polariseur et analyseur croisés, on observera l'extinction. Par contre, lorsque l'analyseur est parallèle au polariseur, on aura un fond homogène clair.

2) Si la vibration incidente est à 45° de \mathbf{n}_E (cas *c*)), deux ondes de De Vries sont générées avec des amplitudes égales et on observera, entre polariseur et analyseur croisés, l'interférence des deux vibrations émergentes présentant le retard (3.7), qui se traduira, comme le montre la figure 4*a, b*, par un système de franges d'égale épaisseur, d'aspect strictement identique à un système de franges de biréfringence (biréfringence apparente) et parallèles à la génératrice de contact. L'angle de 45° offre évidemment le meilleur contraste entre les franges. D'autre part, une rotation de 90° de l'analyseur fera apparaître le système de

franges de biréfringence complémentaires (Fig. 4*c* et *d*).

D'après la figure 3, la biréfringence apparente du cholestérique qui correspond à la pente de la demi-droite $\delta = f(Z)$ est constante, alors qu'il faut rappeler que le pas varie entre deux lignes consécutives de Grandjean, l'amplitude de variation dépendant du couple de lignes considéré. On peut vérifier ce résultat théorique en mesurant la biréfringence entre divers couples de lignes consécutives : les valeurs expérimentales doivent être constantes et égales à la biréfringence de la structure détordue jusqu'à l'état nématique.

Sur les clichés de la figure 4 on peut constater que le système de franges d'interférence est généralement interrompu au niveau des lignes de Grandjean. En fait, d'après la courbe $\delta = f(Z)$ (Fig. 3), si ce système est modifié dans les zones perturbées entourant les disinclinaisons, on doit retrouver au-delà de ces zones le système de franges comme s'il n'avait pas été interrompu. Pour vérifier ceci, on peut mesurer la différence d'épaisseur du cholestérique entre deux franges de même nature situées de part et d'autre d'une discontinuité, et en multipliant cette épaisseur par la biréfringence, on doit trouver un retard égal à

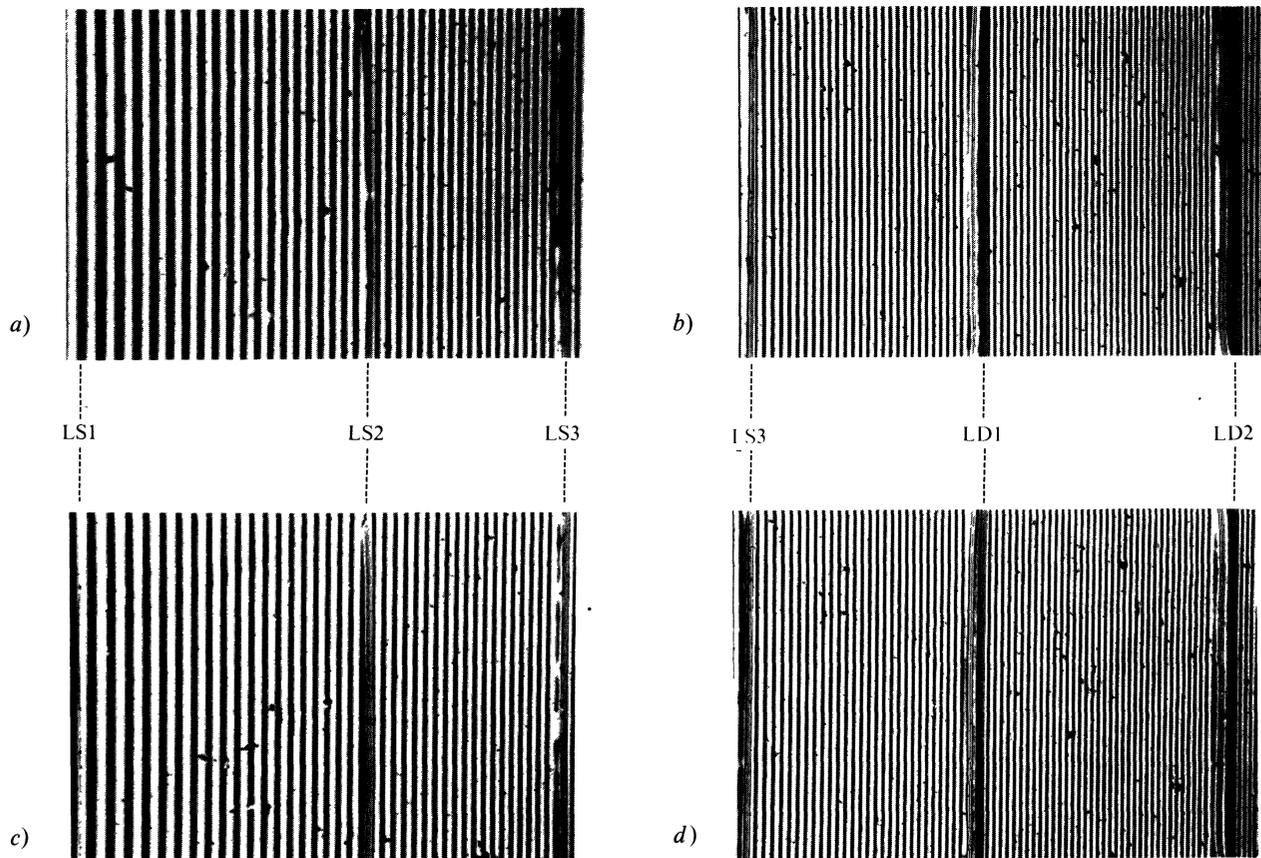


Fig. 4. — Franges de biréfringence apparente. Préparation 1, objectif Pl 2.5/0.08 P. *a, c*) LS1, LS2, LS3; **OP** à 45° de \mathbf{n}_E . *a*) A \perp P; *c*) A \parallel P. *b, d*) LS3, LD1, LD2; **OP** à 45° de \mathbf{n}_E . *b*) A \perp P; *d*) A \parallel P.

[Apparent double refraction fringes. Sample 1, objective Pl 2.5/0.08 P. *a, c*) LS1, LS2, LS3; **OP** $\pi/4$ \mathbf{n}_E . *a*) A \perp P; *c*) A \parallel P. *b, d*) LS3, LD1, LD2; **OP** $\pi/4$ \mathbf{n}_E . *b*) A \perp P; *d*) A \parallel P. A = analyzer; P = polarizer.]

un nombre entier de fois la longueur d'onde de la lumière utilisée.

Mesures. — Le coin de Cano est éclairé en lumière monochromatique du sodium ($\lambda = 5893 \text{ \AA}$) par une onde polarisée à 45° de la direction d'ancrage. L'analyseur est perpendiculaire au polariseur.

La première série de mesures a consisté à évaluer la biréfringence du cristal liquide non seulement entre deux couples de lignes de Grandjean consécutives, mais aussi dans la zone précédant la première ligne simple (côté interne) où la structure est complètement détordue (cristal liquide nématique). Si Z_n est l'épaisseur de mésophase traversée par l'onde au niveau de la n -ième frange noire, comptée à partir du centre de la préparation ou d'une ligne donnée, et Z_{n+k} l'épaisseur traversée au niveau de la $n+k$ -ième frange noire, la différence de chemin optique correspondante est :

$$\Delta\delta = (n_e - n_o)(Z_{n+k} - Z_n) = k\lambda. \quad (3.8)$$

La différence d'épaisseur $\Delta Z = Z_{n+k} - Z_n$ se déduit des distances respectives par rapport au centre, des

n -ième et $(n+k)$ -ième franges. Pour éviter l'indétermination sur la position absolue du centre, on repère de part et d'autre de celui-ci les deux n -ièmes et $(n+k)$ -ièmes franges noires et on mesure à l'aide du vernier micrométrique de la platine de déplacement leurs distances relatives Δx_{n+k} et Δx_n . Si R est le rayon de la lentille utilisée, on a :

$$\Delta Z = Z_{n+k} - Z_n = \left[\left(\frac{\Delta x_{n+k}}{2} \right)^2 - \left(\frac{\Delta x_n}{2} \right)^2 \right] / 2R$$

d'où l'on déduit à partir de (3.8) la biréfringence $n_e - n_o$.

Les résultats des mesures sont regroupés dans le tableau I. On peut constater que les valeurs de $n_e - n_o$ sont constantes. D'autre part, étant donné le très faible pourcentage de cinnamate de cholestérol contenu dans nos produits, cette biréfringence doit être égale à celle du mélange de tolanes seuls, c'est-à-dire à la valeur suivante, déduite des mesures des indices n_e et n_o réalisées à partir de préparations prismatiques [14] :

$$n_e - n_o = 0,259 \pm 0,005.$$

Tableau I. — Mesures de la biréfringence apparente $n_e - n_o$ du cholestérique entre différents couples de lignes de Grandjean consécutives.

[Apparent birefringence $n_e - n_o$ measurements between pairs of consecutive Grandjean lines.]

	Zones de mesures	Nombre d'interfranges	
		k	$\Delta Z \text{ } \mu\text{m}$
Préparation 5	côté interne de LS1	15	$34,5 \pm 0,2$
	entre LS1 et LS2	34	$78,4 \pm 0,4$
	entre LS2 et LS3	33	$76,1 \pm 0,5$
	côté externe de LS3	15	$34,2 \pm 0,5$
	côté interne de LS2	31	$71,5 \pm 0,3$
Préparation 4	entre LS2 et LS3	23	$53,1 \pm 0,4$
	entre LS3 et LD1	33	$76,3 \pm 0,5$
	entre LD1 et LD2	44	$101,5 \pm 0,6$
	côté externe de LD2	8	$18,0 \pm 0,6$

Tableau II. — Vérification de la continuité du réseau de franges de biréfringence apparente de part et d'autre d'une ligne de Grandjean.

[Test of the continuous character of the set of apparent birefringence fringes on each side of a Grandjean line.]

	Zones de mesures	$\Delta Z \text{ } \mu\text{m}$	k
$n_e - n_o = 0,256 \pm 0,001$	de part et d'autre de LS1	$4,5 \pm 0,2$	$2,0 \pm 0,1$
	de part et d'autre de LS2	$6,9 \pm 0,3$	$3,0 \pm 0,1$
	de part et d'autre de LS3	$9,3 \pm 0,4$	$4,0 \pm 0,2$
$n_e - n_o = 0,255 \pm 0,001$	de part et d'autre de LS2	$4,5 \pm 0,3$	$1,9 \pm 0,1$
	de part et d'autre de LS3	$6,7 \pm 0,3$	$2,9 \pm 0,1$
	de part et d'autre de LD1	$11,2 \pm 0,4$	$4,8 \pm 0,2$
	de part et d'autre de LD2	$14,3 \pm 0,5$	$6,2 \pm 0,2$

L'ensemble de nos résultats expérimentaux (tableau I) est compatible avec les valeurs suivantes :

$$n_e - n_o = 0,256 \pm 0,001 \quad \text{pour la préparation 5}$$

$$n_e - n_o = 0,255 \pm 0,001 \quad \text{pour la préparation 4 .}$$

Dans la deuxième série de mesures, nous avons évalué, en appliquant la méthode décrite précédemment, la différence d'épaisseur ΔZ séparant deux franges noires situées de part et d'autre d'une discontinuité ; en utilisant les valeurs de $n_e - n_o$ trouvées précédemment, la relation (3.8) permet d'en déduire le nombre k qui doit être, si la théorie est exacte, un nombre entier. Le tableau II regroupe les valeurs de k pour différentes lignes de Grandjean. On constate encore un très bon accord entre la théorie et l'expérience.

4. Première ligne simple (LS1). — Dans l'étude optique plus détaillée de la structure des régions perturbées entourant les lignes de Grandjean, nous avons utilisé des objectifs de plus forts grossissements. Dans la suite, la direction de polarisation de l'onde incidente sera repérée par la vibration **OP** que laisse passer le polariseur **P** ; l'analyseur sera symbolisé par la lettre **A**.

En ce qui concerne la première ligne simple, les observations sont les suivantes :

a) **OP** parallèle ou perpendiculaire à \mathbf{n}_E : selon que **A** est parallèle ou perpendiculaire à **P**, la discontinuité apparaît sous la forme d'un fil noir sur fond clair ou d'un fil clair sur fond noir.

b) **OP** à 45° de \mathbf{n}_E , **A** étant parallèle ou perpendicu-

laire à **P** : on observe le système de franges de biréfringence apparente décrit dans le § 3, système qui n'est pas modifié par la présence de la ligne (Fig. 5*a*).

c) En contraste de phase et en strioscopie, que **OP** soit perpendiculaire ou parallèle à \mathbf{n}_E , la ligne présente l'aspect d'un fil sombre (contraste de phase) ou brillant (strioscopie) sur un fond homogène (Fig. 5*b*, *c*).

Ces observations sont en parfait accord avec le modèle planaire (Fig. 2*a*) proposé pour la structure de cette ligne. En effet, d'après les remarques sur la propagation de la lumière faites au § 3, les deux ondes de De Vries doivent, dans une telle structure, se propager normalement, de telle sorte que si la polarisation de l'onde incidente correspond à celle de l'un des deux modes de De Vries, la polarisation de l'onde émergente sera celle du même mode, et ceci de part et d'autre de la ligne jusqu'en son voisinage immédiat, ce qui est conforme avec l'observation *a*).

De plus, dans un tel modèle, les molécules étant situées dans des plans parallèles aux parois du coin, la propagation des deux ondes dans le système d'axes tournants est toujours décrite au moyen des pseudo-indices m_1 et m_2 , ces ondes se propagent donc sans modification de leur vitesse de propagation. L'observation *c*) traduit bien ce résultat, car une telle modification entraînerait une variation de phase décelable en contraste de phase ou en strioscopie.

Dans le cas où **OP** est oblique par rapport à \mathbf{n}_E , le déphasage entre les deux ondes de De Vries émergentes sera donc encore exprimé par la relation (3.6) et leur interférence entre **P** et **A** croisés ou parallèles doit produire un système de franges qui ne sera pas perturbé par la présence de la ligne (observation *b*)).

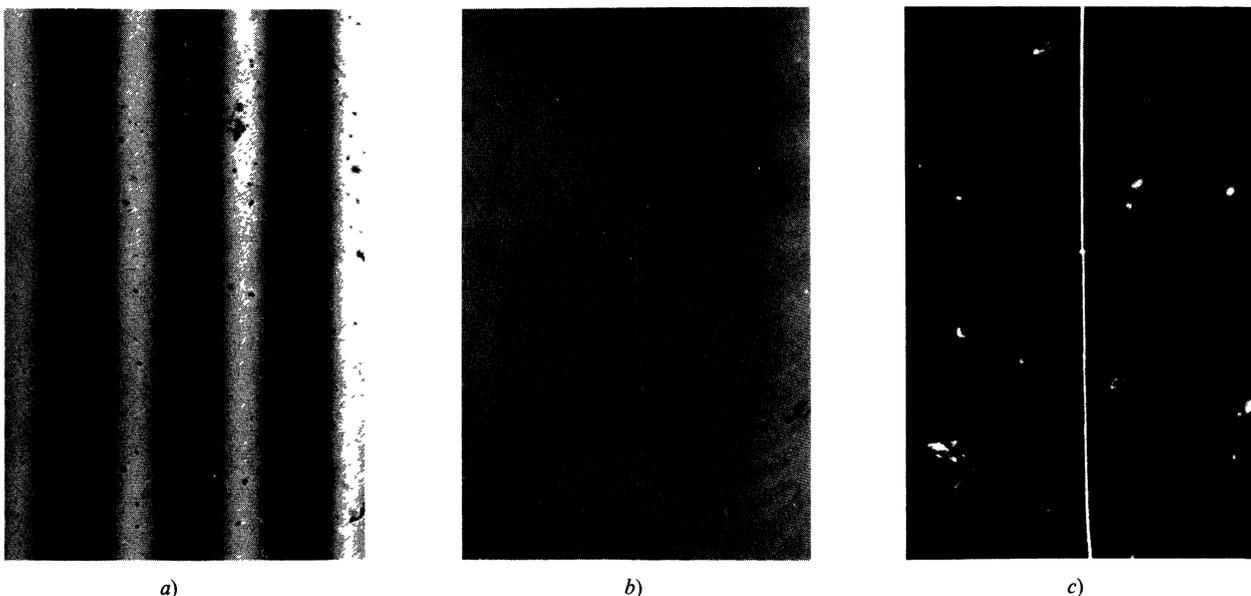


Fig. 5. — Première ligne simple (LS1). *a)* Préparation 2, objectif UM 20/0.33, **OP** à 45° de \mathbf{n}_E , **A** \perp **P** ; *b)* Préparation 6, contraste de phase, objectif Pv 10/0.25, **OP** \parallel \mathbf{n}_E ; *c)* Préparation 6, strioscopie, objectif Pv 10/0.25, **OP** \parallel \mathbf{n}_E .

[First single line (LS1). *a)* Sample 2, objective UM 20/0.33, **OP** $\pi/4$ \mathbf{n}_E , **A** \perp **P** ; *b)* Sample 6, phase contrast, objective Pv 10/0.25, **OP** \parallel \mathbf{n}_E ; *c)* Sample 6, dark field, objective Pv 10/0.25, **OP** \parallel \mathbf{n}_E .]

Toutefois, il faut remarquer que de part et d'autre de celle-ci les deux ondes sont déphasées de π en raison du saut de torsion du directeur, mais ce déphasage ne peut être mis en évidence par nos expériences.

L'aspect de la ligne sous forme d'un fil net peut s'expliquer en remarquant qu'au niveau de la dis-

clinaison, il y a juxtaposition de deux demi-plans d'indices différents, les directeurs étant perpendiculaires de part et d'autre du défaut ; le bord de chacun des demi-plans provoque un phénomène classique de diffraction, et l'ensemble des ondes diffractées contribue à la formation de l'image de la ligne.

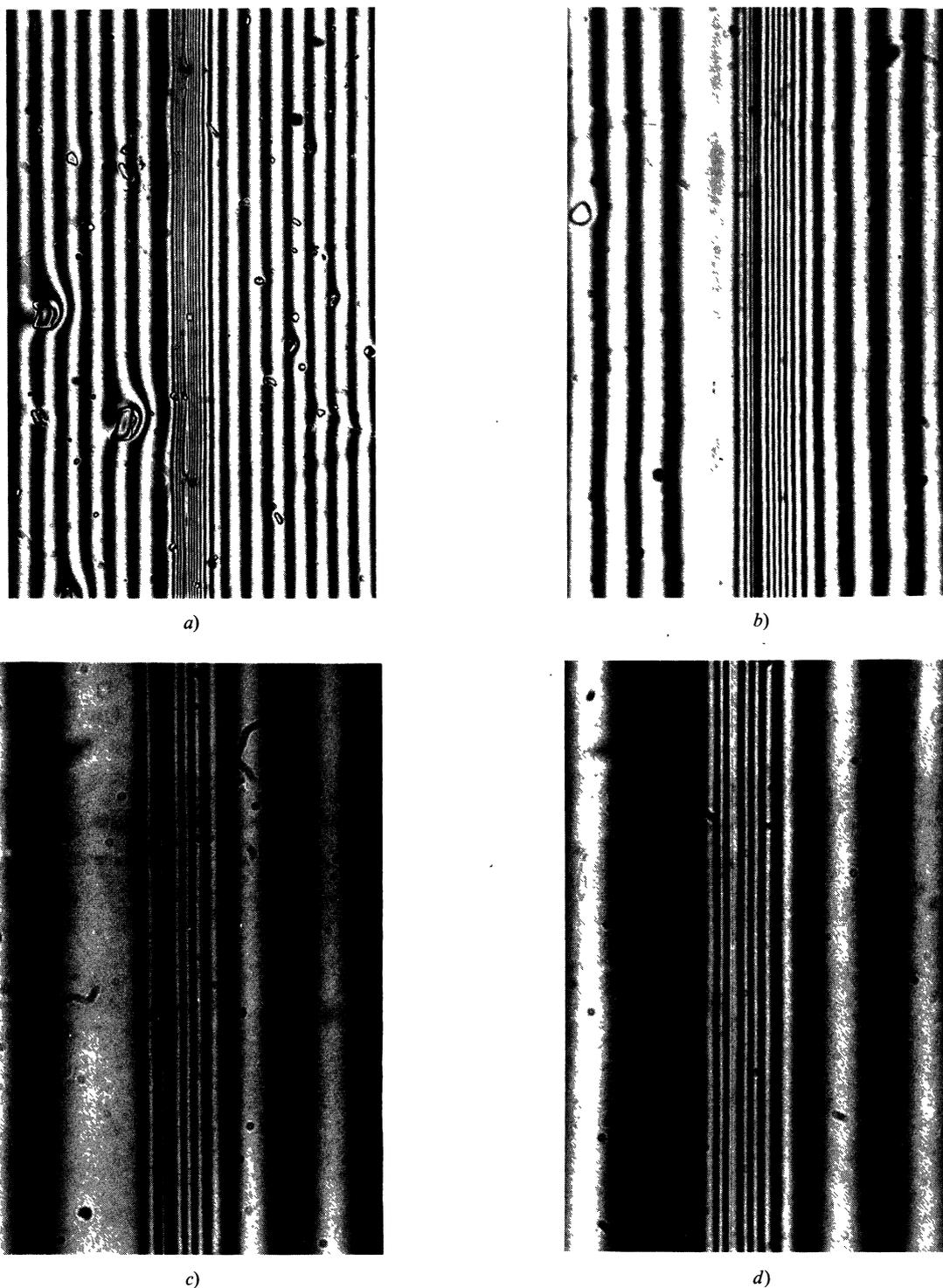


Fig. 6. — Lignes simples autres que la première. *a), b)* Préparation 6, OP à 45° de n_E , $A \perp P$. *a)* LS2, objectif UM 10/0.22 ; *b)* LS3, objectif UM 20/0.33. *c), d)* Préparation 4, objectif UMK 32/0.60, LS3. *c)* OP à 45° de n_E , $A \perp P$; *d)* OP à 45° de n_E , $A \parallel P$.

[Single lines of upper order (> 1). *a), b)* Sample 6, OP $\pi/4$ n_E , $A \perp P$. *a)* LS2, objective UM 10/0.22 ; *b)* LS3, objective UM 20/0.33. *c), d)* Sample 4, objective UMK 32/0.60, LS3. *c)* OP $\pi/4$ n_E , $A \perp P$; *d)* OP $\pi/4$ n_E , $A \parallel P$.]

5. **Autres lignes simples (LS2, LS3, ...).** — L'étude optique des régions perturbées autour des lignes est conduite de la même manière que pour la première ligne simple, mais nous sommes amenés à distinguer un plus grand nombre de cas, les observations étant différentes suivant que l'onde incidente est polarisée perpendiculairement ou parallèlement à \mathbf{n}_E .

a_1) **OP** perpendiculaire à \mathbf{n}_E : on observe encore un fil noir sur fond clair, l'aspect étant inchangé si on interpose A parallèlement à P. Dans le cas où A est perpendiculaire à P, on voit un fil clair sur fond noir.

a_2) **OP** parallèle à \mathbf{n}_E : l'image du défaut est différente ; son aspect observé à faible grandissement a déjà été décrit au § 1 ; si l'on augmente le grandissement, on constate que les deux zones sombres signalées (Fig. 1c et d) se diluent de plus en plus en présentant un fourmillement intense à l'intérieur duquel se détache très nettement un fil noir. Ce phénomène est d'autant plus visible que le pas du cholestérique est grand. L'interposition de A parallèle à P ne modifie en rien les images obtenues, le fond étant toujours clair ; par contre si A est perpendiculaire à P, le champ est complètement éteint, seul demeure visible un fil clair.

b) **OP** à 45° de \mathbf{n}_E : avec A perpendiculaire ou parallèle à P, apparaît le réseau de franges de biréfringence décrit au § 3, mais celui-ci est modifié au voisinage de la ligne. On distingue successivement en suivant le sens des épaisseurs croissantes (Fig. 6a, b, c, d) : côté interne de la ligne une zone assez large d'aspect généralement uniforme (*zone vague*), suivie d'un réseau serré de franges étroites qui précède le fil noir ; côté externe, à nouveau un réseau serré de

franges en nombre plus élevé que le précédent et venant se raccorder au réseau primitif. Précisons, d'autre part, qu'une rotation de 90° de A fait apparaître le système de franges complémentaires, aussi bien pour le réseau primitif que pour les deux réseaux serrés, la zone vague étant elle aussi inversée (Fig. 6c, d).

c_1) En contraste de phase et en strioscopie, si **OP** est perpendiculaire à \mathbf{n}_E , l'aspect de la ligne est identique à celui de la première ligne simple (Fig. 7a).

c_2) Toujours en contraste de phase et en strioscopie, mais avec **OP** parallèle à \mathbf{n}_E , la ligne est bordée de part et d'autre de deux bandes contrastées par rapport au fond (Fig. 7b et c), celles observées en strioscopie étant plus étendues, surtout du côté interne de la ligne.

D'après l'observation a_2), on peut déduire qu'à une onde incidente polarisée rectilignement parallèle à \mathbf{n}_E correspond toujours une onde émergente polarisée rectilignement parallèle à \mathbf{n}_S . Tout se passe comme si le milieu laissait se propager sans déformation une onde du type 2. Cependant les observations c_2) montrent qu'au voisinage et de part et d'autre de la ligne, la vitesse de propagation de l'onde est modifiée, ce qui entraîne un déphasage visible en contraste de phase et en strioscopie sous forme de bandes sombres ou brillantes par rapport au fond. Le chemin optique parcouru par l'onde après traversée d'une épaisseur Z de cholestérique, dans le voisinage de la ligne, peut alors s'écrire :

$$\delta_2^* = m_2^* Z \quad \text{avec} \quad m_2^* \neq m_2.$$

D'après l'observation a_1), quand la polarisation de l'onde incidente est celle d'une onde 1 de De Vries,

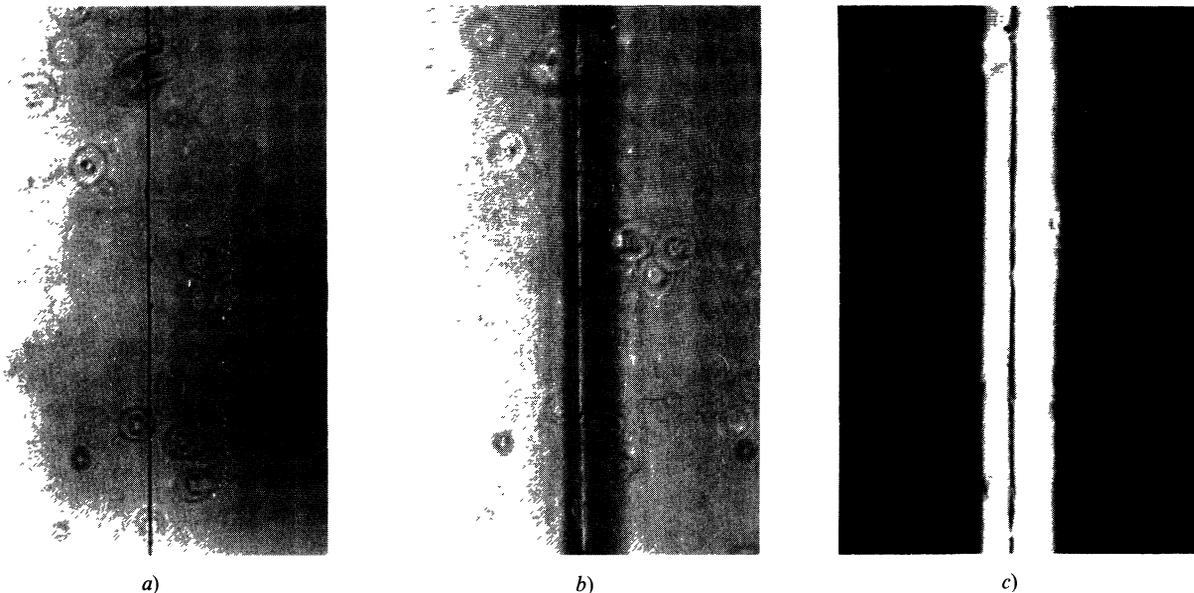


Fig. 7. — Lignes simples autres que la première. Préparation 7, objectif Pv 10/0.25, LS3. a) Contraste de phase, **OP** \perp \mathbf{n}_E ; b) Contraste de phase, **OP** \parallel \mathbf{n}_E ; c) Strioscopie, **OP** \parallel \mathbf{n}_E .

[Single lines of upper order (> 1) sample 7, objective Pv 10/0.25, LS3. a) Phase contrast, **OP** \perp \mathbf{n}_E ; b) Phase contrast, **OP** \parallel \mathbf{n}_E ; c) Dark field, **OP** \parallel \mathbf{n}_E .]

tout se passe comme si le milieu laissait se propager cette onde sans déformation, mais aussi sans modification de la vitesse de propagation (observation c_1). Le chemin optique parcouru par l'onde après traversée d'une épaisseur Z de cholestérique s'écrira donc partout :

$$\delta_1 = m_1 Z.$$

Si la vibration incidente est oblique par rapport à \mathbf{n}_E , elle est décomposée selon les deux modes de De Vries et le déphasage entre les deux ondes émergentes au voisinage de la ligne n'est plus donné par la relation (3.6) mais par :

$$\Delta\varphi^* = \frac{2\pi(m_2^* - m_1)Z}{\lambda} \quad (5.1)$$

ce qui doit se traduire par une modification du système de franges de biréfringence apparente de part et d'autre de la ligne. Les observations b) confirment cette conclusion.

La topologie du modèle à paire de disinclinaisons $\tau^- \lambda^+$ proposé pour ces lignes simples (Fig. 2b), montre qu'il existe un domaine perturbé par la dislocation dans lequel les molécules ne sont plus toutes situées dans des plans parallèles aux parois du coin de Cano et présentent des inclinaisons variables par rapport à ceux-ci. En particulier, au niveau de la disinclinaison τ^- apparaît une brusque discontinuité du directeur, celui-ci devenant parallèle à l'axe hélicoïdal de la structure cholestérique normale; l'indice de réfraction subit donc une discontinuité, ce qui, comme dans le cas de la première ligne simple, doit provoquer un phénomène de diffraction permettant de visualiser la ligne à cet endroit sous forme d'un fil contrasté; par contre, en ce qui concerne la disinclinaison λ^+ l'inclinaison du directeur varie de façon continue; il n'y a donc pas de discontinuité optique: la ligne λ^+ ne peut pas apparaître sous forme d'un fil.

Pour rendre compte des variations de pseudo-indices signalés précédemment, il est commode d'introduire le tenseur diélectrique local [11]. Le cholestérique étant très dilué dans la matrice nématique, il est raisonnable de supposer que le milieu est localement uniaxe; ce tenseur peut donc être représenté par un ellipsoïde de révolution dont l'axe est parallèle au directeur. Dans ces conditions, on peut admettre que pour une onde plane polarisée rectilignement perpendiculaire au directeur (onde 1), et se propageant dans une direction oblique par rapport à celui-ci, le milieu aura toujours comme pseudo-indice $m_1 = n_0$, l'ellipse section de l'ellipsoïde par le plan d'onde ayant toujours son petit axe égal à n_0 . Par contre, pour une onde de type 2 se propageant dans une direction oblique par rapport au directeur, le grand axe de l'ellipse section a une valeur inférieure à n_e . On peut donc admettre que pour cette onde, le milieu a un pseudo-indice $m_2^* < m_2$. L'ensemble de ces considérations permet bien de justifier l'interprétation des observations a_1), c_1) et a_2), c_2) que nous avons donnée.

Dans le cas a_2), nous avons signalé un fourmillement visible de part et d'autre de la ligne. Ce dernier peut être attribué aux fluctuations d'orientation du directeur dues à l'agitation thermique. L'effet de ces fluctuations d'orientation sur les indices est, dans le cas d'une structure planaire, du second ordre. Si les molécules s'inclinent, cet effet reste du deuxième ordre pour n_0 , mais devient du premier ordre pour n_e ; le pseudo-indice m_1 relatif à une onde de type 1 peut donc être considéré comme constant au second ordre près, ce qui n'est pas le cas du pseudo-indice relatif à une onde 2. Cet effet sera donc visible dans les régions où les molécules sont inclinées, et en éclairage correspondant à une onde de type 2, ce que vérifie l'observation a_2).

On peut enfin interpréter de façon qualitative l'aspect observé en b) : si l'on considère la variation de l'inclinaison du directeur à l'approche du défaut (Figs. 2b et 8), on constate, en partant du côté des faibles épaisseurs, que le directeur s'incline de plus en plus jusqu'au niveau de la disinclinaison τ^- ; le pseudo-indice m_2^* va donc diminuer au fur et à mesure que l'épaisseur de cholestérique augmente, et par voie de conséquence m_1 étant toujours constant, la biréfringence apparente $m_2^* - m_1$ va également décroître.

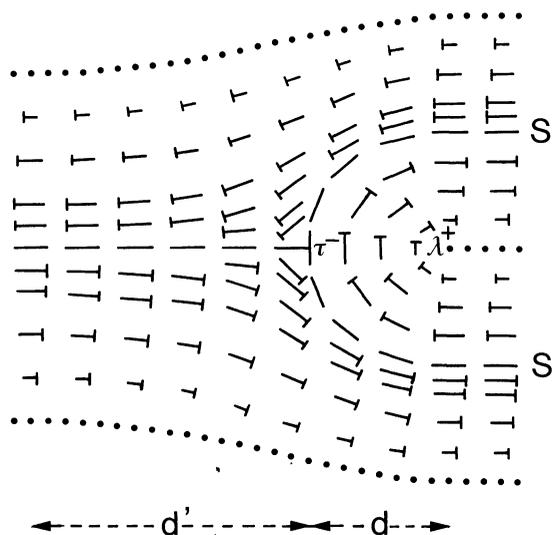


Fig. 8. — Modèle $\tau^- \lambda^+$: représentation plus détaillée de la région perturbée entourant les disinclinaisons τ^- et λ^+ .

[Details of the perturbed region around the τ^- and λ^+ disclinations.]

Reprenons alors la courbe $\delta = f(Z)$ (Fig. 3); dans la zone normale (extérieure au domaine perturbé), le retard $\delta = (m_2 - m_1) Z$ croît régulièrement avec Z , la biréfringence étant constante ($m_2 - m_1 = n_e - n_0$); à l'approche de la ligne τ^- , la biréfringence $m_2^* - m_1$ diminue, Z continue à croître, mais étant donné la faible étendue du domaine perturbé, Z varie très peu et la diminution de la biréfringence est prépondérante de sorte que la courbe $\delta = f(Z)$ présentera un maximum suivi d'une décroissance jusqu'au niveau

de la τ^- . Au-delà de cette disinclinaison, à l'extérieur de la surface SS' (Figs. 2b, 8), l'inclinaison du directeur diminue pour se raccorder à la structure planaire ; à l'intérieur de SS', cette inclinaison diminue également jusqu'au niveau de la disinclinaison λ^+ . Au total, le retard va donc augmenter rapidement et la courbe $\delta = f(Z)$ doit présenter une croissance rapide pour venir se raccorder à la droite donnant le retard dans la zone normale, comme cela a été montré au § 3.

La figure 9 représente l'allure de la variation de δ en fonction de Z après traversée de la préparation et en tenant compte des variations locales que nous venons de décrire. On peut distinguer sur cette courbe trois parties importantes :

— Un intervalle AB dans lequel le retard varie très peu et présente un extrémum. Dans les conditions d'observation des franges de biréfringence, ceci se traduit par une zone d'éclairement pratiquement uniforme appelée *zone vague* dans l'observation b).

— Un intervalle BC dans lequel le retard diminue continûment. Cette variation de retard conduit au réseau serré de franges situé côté interne par rapport au fil.

— Un intervalle CD où le retard augmente rapidement, ce qui se traduit par le réseau serré de franges situé de l'autre côté du fil.

Cet ensemble se raccorde de part et d'autre au réseau normal de franges de biréfringence apparente.

Nous avons mesuré, à l'aide de l'oculaire micrométrique à tambour, les dimensions des zones perturbées dont l'aspect en éclairage normal, en contraste de phase et en strioscopie a été décrit dans les observations b) et c₂).

Le tableau III regroupe les valeurs de la dimension d de la zone perturbée située du côté externe par rapport au fil.

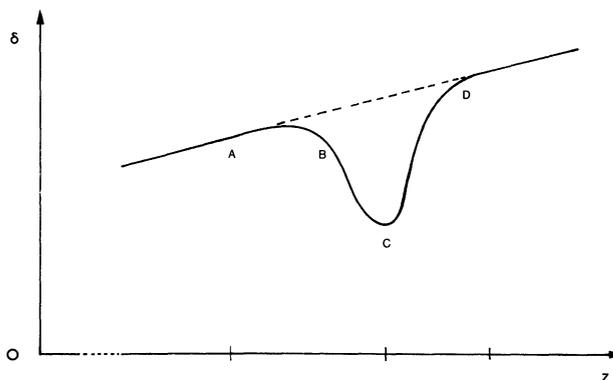


Fig. 9. — Allure de la variation du retard optique δ en fonction de l'épaisseur du cholestérique Z , dans la région perturbée entourant une ligne simple autre que la première. La partie CD de la courbe correspond à la variation de δ entre les disinclinaisons τ^- et λ^+ .

[Qualitative curve giving the optical path difference δ versus the cholesteric thickness Z , in the perturbed region around a single line of higher order. CD part corresponds to the δ variation between the τ^- and λ^+ disclinations.]

D'après le modèle de structure (paire $\tau^- \lambda^+$) proposé, et l'interprétation des observations que nous avons donnée, la dimension de cette zone doit être égale à la distance qui sépare les disinclinaisons τ^- et λ^+ . Les valeurs numériques de ce tableau montrent que cette distance est égale au quart du pas normal

$$d = P_0/4 .$$

Les mesures effectuées en éclairage normal sont les moins précises, car il est en général difficile d'apprécier le lieu où le système de franges serrées se raccorde au système normal.

Du côté interne par rapport au fil, l'étendue d' de la zone perturbée doit correspondre, dans sa traduction en terme de retard optique, à la partie AC de

Tableau III. — Mesures de la distance d entre les disinclinaisons τ^- et λ^+ .

[Measurements of the distance d between τ^- and λ^+ disclinations.]

Préparations	Lignes	Contraste de phase $d \mu\text{m}$	Strioscopie $d \mu\text{m}$	Eclairage normal P 45° n _E , A ⊥ P $d \mu\text{m}$
4	LS2	28 ± 2	31 ± 3	29 ± 3
$P_0 = 116,8 \mu$	LS3	29 ± 2	31 ± 3	29 ± 3
$\frac{P_0}{4} = 29,2 \mu$	LS4	30 ± 2	34 ± 3	30 ± 5
6				
$P_0 = 172,6 \mu$	LS2	41 ± 3	44 ± 3	45 ± 8
$\frac{P_0}{4} = 43,1 \mu$				
7				
$P_0 = 261,9 \mu$	LS2	64 ± 3	64 ± 3	69 ± 7
$\frac{P_0}{4} = 65,5 \mu$	LS3	66 ± 4	65 ± 4	73 ± 8

la courbe $\delta = f(Z)$ (Fig. 9), c'est-à-dire en éclairage normal à l'ensemble zone vague plus franges serrées situées avant la ligne. Son ordre de grandeur mesuré dans ce type d'éclairage est de l'ordre du demi-pas normal

$$d' \simeq P_0/2.$$

Les mesures de d' en contraste de phase et en strioscopie donnent des valeurs inférieures recoupant l'intervalle BC et une partie de l'intervalle AB. Ceci est peut-être dû au fait que la variation de δ dans AB est au départ très lente, traduisant une très faible variation du pseudo-indice m_2^* qui devient difficilement décelable en strioscopie et encore plus en contraste de phase.

L'ensemble des résultats précédents est donc favorable au modèle $\tau^- \lambda^+$ choisi pour décrire ces lignes. En particulier, dans l'hypothèse d'un modèle $\lambda^- \tau^+$, le fil serait situé au niveau de la disinclinaison τ^+ , et les zones perturbées auraient été observées du côté interne par rapport au fil.

Complétons cette étude optique des lignes simples par les observations suivantes qui confirment des remarques déjà données par Bouligand [8] :

— L'étude par nos dispositifs d'éclairage, des décrochements que peuvent présenter les lignes simples (Fig. 10a), montre qu'au niveau du décrochement il y a disparition des zones perturbées, le fil présentant à cet endroit un aspect analogue à celui d'une première ligne simple (Fig. 10b, c). A ce niveau donc, la structure de la ligne devrait être de type planaire.

— L'étude du mouvement des lignes sous champ magnétique [9] montre que les lignes simples autres

que la première présentent dans leur déplacement le même aspect que celle-ci (fils fins avec $\mathbf{OP} \parallel \mathbf{n}_E$) et reprennent leur aspect initial lorsqu'elles atteignent leur position d'équilibre. Ces lignes paraissent donc adopter, lorsqu'elles sont en mouvement, une structure de type planaire.

Ce résultat est confirmé par l'expérience suivante : si l'on soumet le coin de Cano à une pression très brève (impulsion de pression), on observe un déplacement rapide des lignes suivi d'un retour plus lent à leurs positions d'équilibre. L'observation optique entre P et A croisés et à 45° de la direction d'ancrage, montre que les réseaux serrés de franges entourant les lignes simples autres que la première disparaissent lorsque ces lignes sont en mouvement : leur structure est donc modifiée et s'apparente à celle de la première ligne ; leur déplacement ne peut s'expliquer par leur seul entraînement par le fluide, il doit y avoir déplacement des lignes par rapport au liquide. Ce mouvement s'explique aisément dans l'hypothèse où ces lignes adoptent une configuration planaire : le déplacement d'une ligne planaire se fait par simple rotation locale du directeur, sans mouvement associé du fluide (*Back-Flow*) [9] ; les lignes planaires seront donc plus mobiles que les paires $\tau^- \lambda^+$ dont le mouvement est associé à un *Back-Flow*. Il est possible que la transformation ($\tau^- \lambda^+$) \rightarrow planaire s'effectue au niveau des décrochements.

6. **Lignes doubles (LD1, LD2, ...).** — Les observations à fort grandissement des régions perturbées entourant les lignes doubles, présentent, malgré quelques détails supplémentaires, une certaine ana-

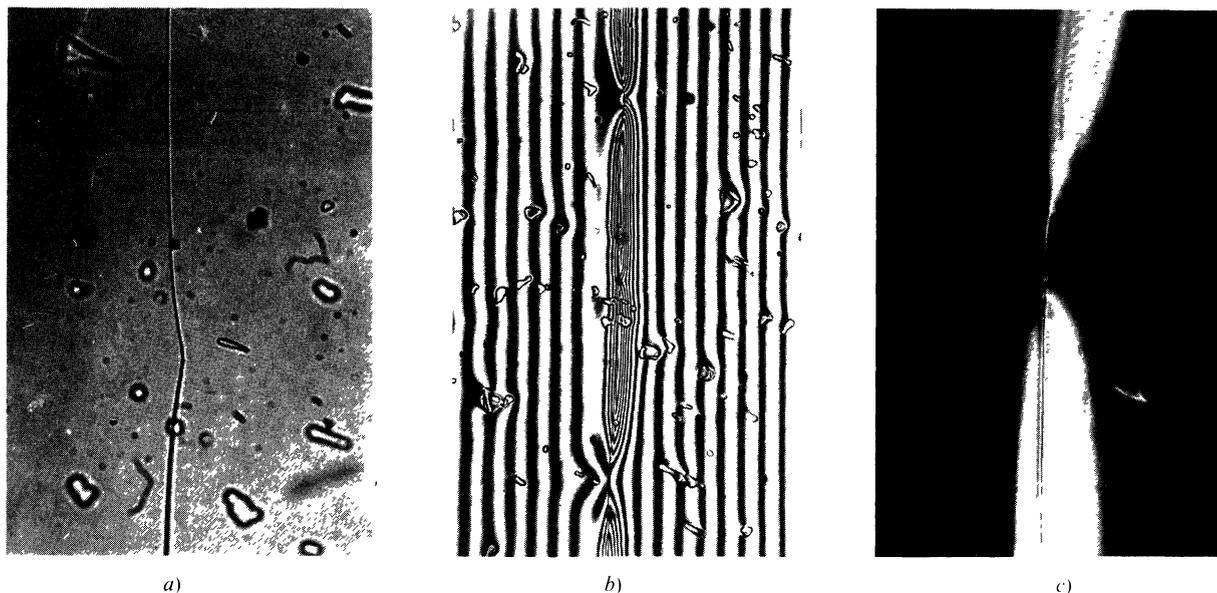


Fig. 10. — Décrochements sur les lignes simples. a) Préparation 6, objectif UM 20/0.33, LS2, $\mathbf{OP} \perp \mathbf{n}_E$; b) Préparation 6, objectif UM 10/0.22, LS2, \mathbf{OP} à 45° de \mathbf{n}_E , $\mathbf{A} \perp \mathbf{P}$. c) Préparation 7, objectif Pv 10/0.25, LS2, strioscopie $\mathbf{OP} \parallel \mathbf{n}_E$.

[Kinks on single lines. a) Sample 6, objective UM 20/0.33, LS2, $\mathbf{OP} \perp \mathbf{n}_E$; b) Sample 6, objective UM 10/0.22, LS2, $\mathbf{OP} \pi/4 \mathbf{n}_E$, $\mathbf{A} \perp \mathbf{P}$; c) Sample 7, objective Pv 10/0.25, LS2, dark field, $\mathbf{OP} \parallel \mathbf{n}_E$.]

logie avec celles des lignes simples autres que la première. Nous distinguerons donc les mêmes cas qu'au paragraphe précédent.

a_1) $OP \perp n_E$: on observe sur fond clair deux franges parallèles, l'une noire, l'autre brillante et située du côté des épaisseurs croissantes. Ces franges sont d'autant moins nettes que le grandissement de l'objectif et le pas du cholestérique sont élevés (Fig. 11a). Lorsque A est parallèle à P, le fond est toujours clair, si A est perpendiculaire à P, apparaît une frange brillante sur fond noir (Fig. 11b).

a_2) $OP // n_E$: avec A parallèle à P, on obtient sur fond clair deux rubans noirs séparés par une frange claire (Fig. 11c) et du côté des faibles épaisseurs, une bande présentant un fort fourmillement qui correspond à la zone grisâtre décrite au § 1 dans le cas d'une observation à faible grandissement. Une résolution plus poussée (très fort grandissement et pas élevé) montre que les rubans noirs sont en réalité des zones présentant un fourmillement très intense. Avec A perpendiculaire à P, le fond du champ, traversé par une frange brillante, est noir.

b) OP à 45° de n_E : avec A perpendiculaire ou parallèle à P, on observe successivement dans le sens des épaisseurs croissantes et en partant du réseau normal de franges de biréfringence (Fig. 12a, b) :

- une première zone (α) d'éclairement à peu près uniforme,
- un réseau (β) de quelques franges serrées nettes,
- une deuxième zone (γ) où l'éclairement varie très peu et où apparaissent parfois quelques franges,
- un réseau (δ) de nombreuses franges très serrées

limité par les franges décrites en a_1) qui permettent de visualiser la *ligne double*,

- un réseau (ε) de nombreuses franges très serrées venant se raccorder au réseau normal.

Une rotation de 90° de l'analyseur donne la même succession d'images avec l'éclairement complémentaire.

c_1) *Contraste de phase*, $OP \perp n_E$: l'image obtenue est celle des deux franges noire et brillante sur fond clair, déjà observée en a_1); *strioscopie*, $OP \perp n_E$: on voit une frange claire sur fond noir.

c_2) *Contraste de phase et strioscopie* $OP // n_E$: dans un fond homogène apparaissent des zones sombres ou brillantes suivant le dispositif d'éclairage utilisé (Fig. 12c, d).

De ces observations, on déduit, par les mêmes raisonnements que ceux du paragraphe précédent, les conséquences suivantes :

Une onde 1 de De Vries paraît se propager dans le milieu sans modification de son état de polarisation a_1); sa vitesse de propagation est constante même dans le voisinage immédiat de la ligne c_1). Une onde 2 paraît également se propager sans modification de son état de polarisation a_2) mais sa vitesse de propagation au voisinage de la ligne est modifiée c_2) de sorte que le déphasage entre les ondes émergeant dans cette région et correspondant à une onde incidente polarisée obliquement par rapport à n_E peut être exprimé sous la forme :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(m_2^* - m_1)Z}{\lambda} \quad \text{avec} \quad m_2^* \neq m_2.$$

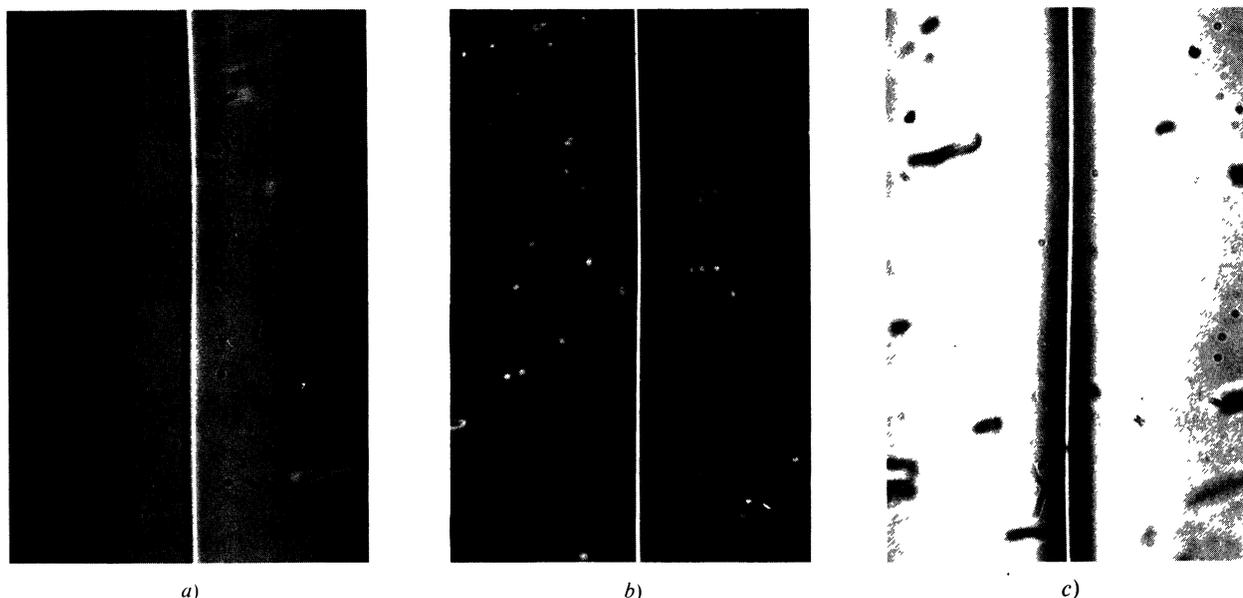


Fig. 11. — Lignes doubles. a) Préparation 3, objectif UMK 32/0.60, LD1, $OP \perp n_E$; b) Préparation 7, objectif UM 10/0.22, LD1, $OP \perp n_E$, $A \perp P$; c) Préparation 3, objectif UMK 32/0.60, LD1, $OP // n_E$, $A // P$.
 [Double lines. a) Sample 3, objective UMK 32/0.60, LD1, $OP \perp n_E$; b) Sample 7, objective UM 10/0.22, LD1, $OP \perp n_E$, $A \perp P$; c) Sample 3, objective UMK 32/0.60, LD1, $OP // n_E$, $A // P$.]

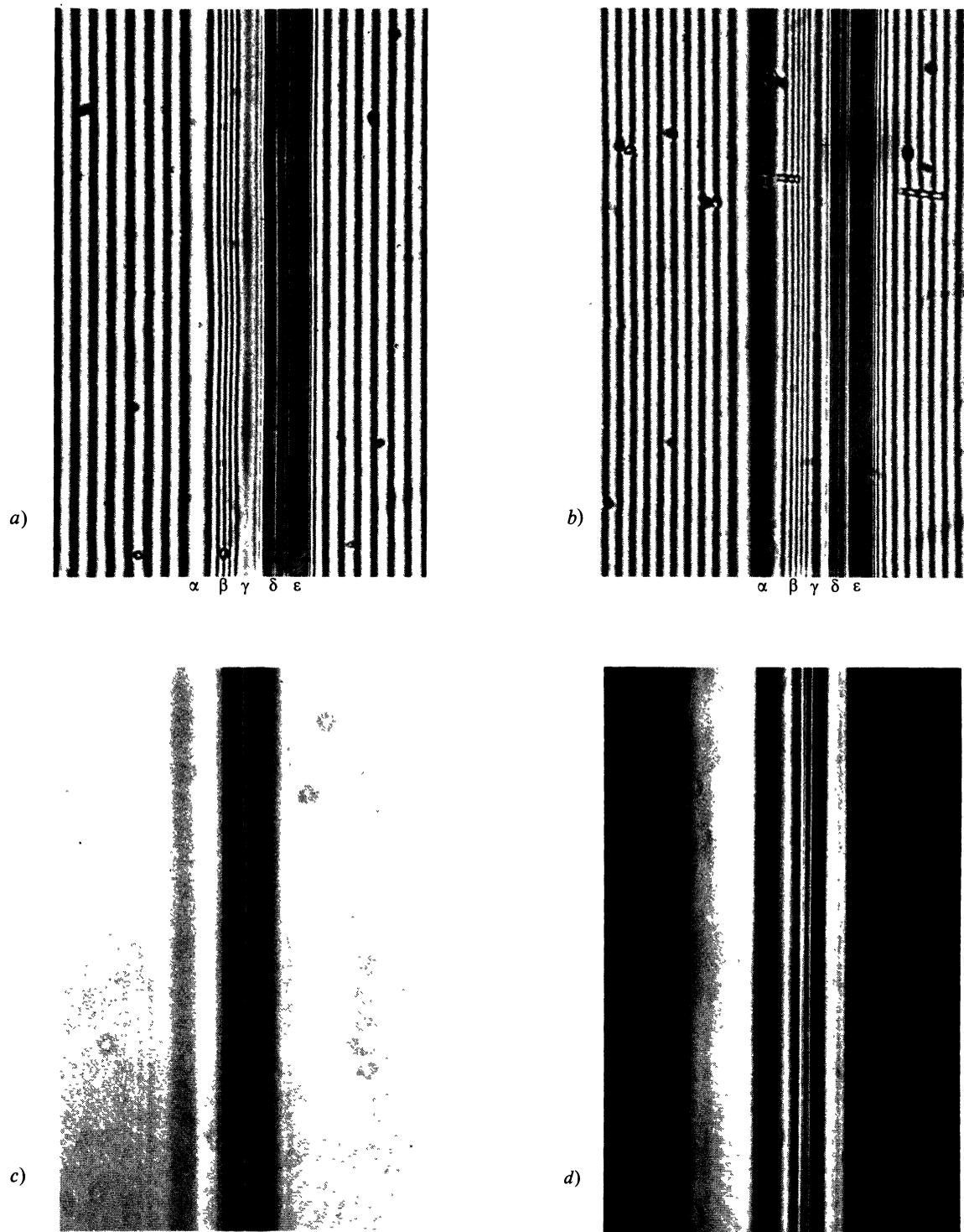


Fig. 12. — Lignes doubles. *a), b)* Préparation 6, objectif UM 10/0.22, OP à 45° de n_E , $A \perp P$. *a)* LD1 ; *b)* LD2. *c), d)* Préparation 6, objectif Pv 10/0.25, $OP \parallel n_E$, LD2. *c)* Contraste de phase ; *d)* Strioscopie.

[Double lines. *a), b)* Sample 6, objective UM 10/0.22, $OP \pi/4 n_E$, $A \perp P$. *a)* LD1 ; *b)* LD2. *c), d)* Sample 6, objective Pv 10/0.25, $OP \parallel n_E$, LD2. *c)* Phase contrast ; *d)* Dark field.]

Ce déphasage est différent de celui des ondes émergeant en dehors des régions proches de la ligne (éq. (3.6)) et donne lieu à une modification du système de franges de biréfringence apparente *b)*.

Les zones présentant un fort fourmillement décrites en a_2) doivent correspondre à des domaines où le

directeur est incliné. Ces régions perturbées doivent être plus étendues et plus épaisses que dans le cas des lignes simples du § 5 puisque les rubans observés sont nettement plus larges et plus contrastés.

Considérons le modèle $\lambda^- \lambda^+$ proposé pour les lignes doubles (Figs. 2c et 13). Sa topologie montre

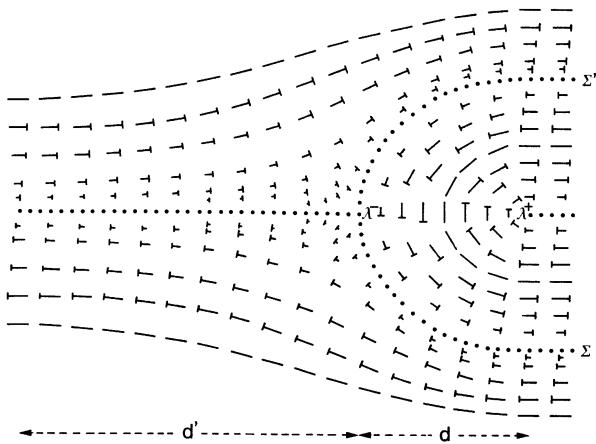


Fig. 13. — Modèle $\lambda^- \lambda^+$: représentation plus détaillée de la région perturbée entourant les disinclinaisons λ^- et λ^+ .
[Details of the perturbed region around the λ^- and λ^+ disclinations.]

que l'inclinaison du directeur varie régulièrement et ne présente jamais de discontinuité. Ceci permet d'expliquer le fait que l'image du défaut n'ait plus l'aspect d'un fil fin comme dans le cas des lignes simples. En effet, nous n'avons plus ici juxtaposition de deux milieux d'indices différents, mais seulement un domaine entre les deux disinclinaisons où l'indice varie d'une manière continue. Remarquons d'autre part que le modèle $\tau^- \tau^+$ ne peut pas satisfaire nos observations, car les brusques discontinuités du directeur au niveau des deux disinclinaisons τ devraient se traduire par l'apparition de deux fils fins.

Les variations de pseudo-indices s'interprètent à partir des inclinaisons du directeur de la même façon qu'au § 5, et il est possible, en étudiant le retard δ en fonction de l'épaisseur Z , d'expliquer qualitativement le détail des observations *b*).

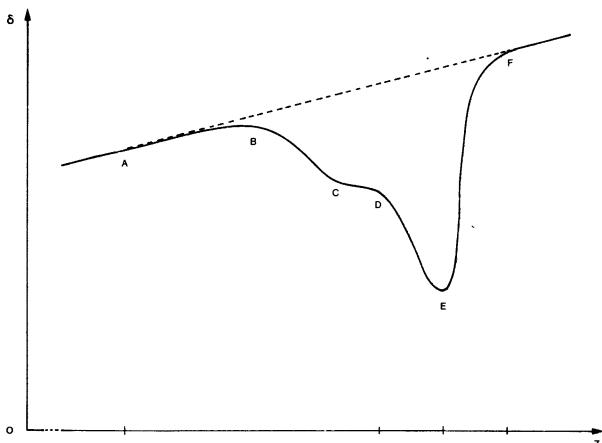


Fig. 14. — Allure de la variation du retard optique δ en fonction de l'épaisseur Z de cholestérique, dans la région perturbée entourant une ligne double. La partie DEF de la courbe correspond à la variation de δ entre les disinclinaisons λ^- et λ^+ .

[Qualitative curve giving optical path difference δ versus the cholesteric thickness Z , in the perturbed region around a double line. DEF part corresponds to the δ variation between the λ^- and λ^+ disclinations.]

En partant du côté des faibles épaisseurs et en se déplaçant dans le sens des épaisseurs croissantes, la topologie du domaine perturbé jusqu'au niveau de la disinclinaison λ^- est semblable à celle des lignes simples jusqu'à la disinclinaison τ^- , mis à part le fait que l'épaisseur perturbée est ici plus grande. La courbe $\delta = f(Z)$ aura donc la même allure que pour les lignes simples (partie ABCD de la figure 14) et présentera un extrémum suivi d'une décroissance BC jusqu'à une sorte de palier CD qui correspond au minimum de la courbe de la figure 9. Au-delà, à l'intérieur de la surface $\Sigma\Sigma'$ (Figs. 2c et 13), la rotation du directeur entre les disinclinaisons λ^- et λ^+ entraîne une diminution puis une augmentation rapides de la biréfringence; à l'extérieur de $\Sigma\Sigma'$, le redressement du directeur se poursuit d'une manière continue, la biréfringence croît lentement. Au total, la courbe $\delta = f(Z)$ présentera, contrairement à ce qui se passe pour les lignes simples, une nouvelle décroissance DE puis une croissance rapide EF pour se raccorder en F à la droite de retard normal.

Les différentes parties de la courbe permettent de comprendre les figures de biréfringence observées. Dans la partie AB, le retard varie peu et il lui correspond la zone d'éclairement uniforme α . De B en C, la décroissance du retard se traduit par le réseau de franges β . Au palier CD correspond la zone vague γ ; enfin, de D en E et de E en F, les variations rapides du retard conduisent aux deux systèmes de franges très serrées δ et ε .

D'après ce qui précède, l'étendue de la zone $\delta + \varepsilon$ doit correspondre à la distance des deux disinclinaisons λ^- et λ^+ ; il est donc possible de mesurer sa dimension d en éclairage normal. Cette mesure peut être répétée en contraste de phase car, dans ce dispositif d'éclairage, l'interposition du polariseur et de l'analyseur croisés et à 45° de \mathbf{n}_E permet de voir les deux réseaux δ et ε qui apparaissent à la place de la zone très contrastée de la figure 12c traversée par une frange claire. L'autre zone sombre de la figure correspond à peu près au réseau de franges β . L'éclairage en strioscopie constituant un procédé plus brutal que le contraste de phase, permet de déceler des variations d'indices plus faibles, c'est pourquoi les zones brillantes observées dans la figure 12d sont plus étendues. Ce dispositif ne peut donc être utilisé pour la mesure de d . Les valeurs numériques de d sont regroupées dans le tableau IV; on constate que cette distance est très voisine du demi-pas normal :

$$d \simeq P_0/2.$$

Nous avons d'autre part évalué l'ordre de grandeur de l'étendue de la zone distordue du côté interne de la disinclinaison λ^- qui est traduite en éclairage normal par les images $\alpha + \beta + \gamma$ (observation *b*)). Sa dimension est de l'ordre du pas normal :

$$d' \simeq P_0.$$

Tableau IV. — Mesures de la distance d entre les disinclinaisons λ^- et λ^+ .
 [Measurements of the distance d between λ^- and λ^+ disclinations.]

Préparations	Lignes	Contraste de phase OP // \mathbf{n}_E d en μm	Eclairage normal OP à 45° de \mathbf{n}_E , A.⊥ P d en μm
4			
$P_0 = 116,8 \mu$	LD1	58 ± 2	57 ± 3
$P_0/2 = 58,4 \mu$			
6	LD1	86 ± 2	86 ± 3
$P_0 = 172,6 \mu$	LD2	86 ± 2	87 ± 4
$P_0/2 = 86,3 \mu$	LD3	86 ± 2	88 ± 3
7			
$P_0 = 261,9 \mu$	LD1	132 ± 3	135 ± 5
$P_0/2 = 131 \mu$			

7. **Conclusion.** — L'étude optique, en éclairage normal, en contraste de phase et en strioscopie, d'une structure cholestérique se déroulant dans un coin de Cano, permet de rendre compte de la configuration du directeur aussi bien dans les domaines où la structure régulière se développe, que dans les régions perturbées par la présence des défauts représentés par les lignes de Grandjean. Ces différents dispositifs d'éclairage se complètent mutuellement, l'éclairage normal permettant de rendre compte de l'état de polarisation des ondes émergeant du coin, le contraste de phase et la strioscopie permettant de visualiser les régions où ces ondes ont subi une modification de leur vitesse de propagation.

D'autre part, l'utilisation conjuguée de structures à très grands pas et d'objectifs à forts grossissements, permet de déceler distinctement les images particulières obtenues dans les régions de fortes distorsions. Nous avons pu ainsi montrer que les lignes de Grandjean se différencient en trois types : première ligne simple, autres lignes simples et lignes doubles, qui doivent correspondre à trois structures différentes.

L'interprétation de l'ensemble des observations, à partir de la théorie de la propagation de la lumière dans un milieu cholestérique à très grand pas, limité par un coin d'épaisseur variable avec ancrage fort aux parois, nous conduits aux conclusions suivantes :

— Une telle structure cholestérique manifeste une biréfringence apparente. Cette biréfringence est constante en dehors des zones perturbées par les lignes, et présente une continuité au passage de ces régions. Les mesures ont montré que la valeur de la biréfrin-

gence est égale à celle du cholestérique complètement détordu (nématique).

— La première ligne simple correspond à un modèle de structure de type planaire.

— Les autres lignes simples s'interprètent très bien dans un modèle à paire de disinclinaisons $\tau^- \lambda^+$.

— Les lignes doubles sont conformes au modèle à paire de disinclinaisons $\lambda^- \lambda^+$.

— Des mesures précises, dans les différents dispositifs d'éclairage utilisés, montrent que la distance d entre les disinclinaisons τ^- et λ^+ est égale au quart du pas normal et celle qui sépare les disinclinaisons λ^- et λ^+ est égale au demi-pas normal. D'autre part, les domaines perturbés situés du côté des faibles épaisseurs par rapport aux disinclinaisons τ^- et λ^- s'étendent sur des distances d' égales approximativement au demi-pas normal pour les lignes simples et au pas normal pour les lignes doubles.

— Il semble d'autre part que les lignes simples d'ordre supérieur à 1 changent de structure lors d'un déplacement, passant de la configuration $\tau^- \lambda^+$ à une configuration planaire. Nous pensons que cette configuration devrait se développer à partir des décrochements. Une étude complémentaire est en cours pour confirmer ce point.

Remerciements. — L'évaporateur sous vide qui nous a permis d'obtenir de bons ancrages aux parois a été réalisé au laboratoire par G. Page.

Nous avons bénéficié de l'aide de O. Parodi et M. Brunet et de fructueuses discussions avec Y. Bouligand.

Bibliographie

- [1] GRANDJEAN, F., *C.R. Hebd. Séan. Acad. Sci.* **172** (1921) 71.
[2] FRIEDEL, G., *Ann. Phys.* **18** (1922) 273.
[3] CANO, R., *Bull. Soc. Fr. Minéral. Cristallogr.* **90** (1967) 333 ;
91 (1968) 20.
[4] DE GENNES, P. G., *C.R. Hebd. Séan. Acad. Sci.* **B 266** (1968)
571.
[5] CHATELAIN, P. et BRUNET-GERMAIN, M., *C.R. Hebd. Séan.
Acad. Sci.* **268** (1969) 1010.
[6] ORSAY LIQUID CRYSTAL GROUP, *Phys. Lett.* **28A** (1969) 687.
[7] KLÉMAN, M. et FRIEDEL, J., *J. Physique Colloq.* **30** (1969)
C4-43.
[8] BOULIGAND, Y., *J. Physique* **35** (1974) 959.
[9] MALET, G., MARIGNAN, J., PARODI, O., *J. Physique* **37** (1976)
865.
[10] DE VRIES, H., *Acta Cryst.* **4** (1951) 219.
[11] DE GENNES, P. G., *The Physics of Liquid Crystals* (Clarendon
Press, Oxford) 1974.
[12] MARTIN, J. C., Thèse, Montpellier (1975).
[13] MARTIN, J. C., PARODI, O., *J. Physique Colloq.* **36** (1975)
C1-273.
[14] BRUNET, M., CABOS, C., SICART, J., *C.R. Hebd. Séan. Acad.
Sci.* **B 281** (1975) 109-111.
-