



**HAL**  
open science

## Étude de la relaxation des niveaux de l'hélium excités par impact d'ions lourds : - II. - Relaxation du niveau de résonance 3 1P de HeI

M. Carré, M. Lombardi

► **To cite this version:**

M. Carré, M. Lombardi. Étude de la relaxation des niveaux de l'hélium excités par impact d'ions lourds : - II. - Relaxation du niveau de résonance 3 1P de HeI. *Journal de Physique*, 1977, 38 (6), pp.571-589. 10.1051/jphys:01977003806057100 . jpa-00208617

**HAL Id: jpa-00208617**

**<https://hal.science/jpa-00208617>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification  
 Physics Abstracts  
 5.250 — 5.280

## ÉTUDE DE LA RELAXATION DES NIVEAUX DE L'HÉLIUM EXCITÉS PAR IMPACT D'IONS LOURDS :

### II. — Relaxation du niveau de résonance $3^1P$ de HeI

M. CARRÉ

Laboratoire de Spectrométrie Ionique et Moléculaire (\*),  
 Université de Lyon I, Campus de la Doua, 69621 Villeurbanne, France

et

M. LOMBARDI

Laboratoire de Spectrométrie Physique (\*), Domaine Universitaire,  
 38041 Grenoble Cedex, France

(Reçu le 26 novembre 1976, accepté le 28 février 1977)

**Résumé.** — Le phénomène de recul anisotrope des atomes excités par impact ionique, mis en évidence dans le premier article, modifie considérablement les effets de la diffusion multiple qui régissent la relaxation des niveaux de résonance. Afin d'interpréter nos expériences de dépolarisation magnétique sur le niveau  $3^1P$  de HeI excité dans une cible basse pression par un faisceau de  $Na^+$  ou  $Li^+$ , nous avons été amenés à modifier les théories existantes et à résoudre numériquement les équations obtenues. Compte tenu de nombreuses approximations qui doivent être introduites dans le calcul, nous parvenons à des résultats qui sont en bon accord avec l'expérience.

**Abstract.** — Anisotropic recoil of atoms excited by ionic impact, pointed out in the first article, modifies considerably the multiple scattering phenomena which affect the relaxation of resonance levels. In order to analyse our magnetic depolarization experiments carried out on the  $3^1P$  level of HeI excited in a low pressure cell by  $Na^+$  or  $Li^+$  beams, we had to modify the existing theories and to solve the equations obtained. Despite the numerous approximations which had to be introduced in the calculation, we reached a theoretical result which is in satisfactory agreement with experiment.

1. **Introduction.** — Lorsqu'un atome d'une vapeur est excité dans un niveau de résonance, il émet, durant sa désexcitation vers le fondamental, un photon qui possède une probabilité d'être absorbé par les autres atomes. Ainsi, le rayonnement de résonance initial peut être absorbé et réémis plusieurs fois avant de sortir de la cellule d'expérience : c'est le phénomène bien connu de la diffusion multiple qu'on désigne aussi par *emprisonnement de la raie de résonance*. La diffusion multiple se caractérise par une augmentation de la durée d'émission des raies issues des niveaux de résonance [1]. L'étude théorique de ce phénomène a été réalisée par Holstein [2] et très récemment par Holt [3].

Si les atomes sont initialement excités dans une superposition cohérente de sous-niveaux magnétiques, les photons de résonance intermédiaires, qui, durant la diffusion multiple transportent l'énergie d'un atome

à un autre, peuvent transmettre aussi une partie de la cohérence de l'état excité, d'où le nom de *diffusion multiple cohérente* attribuée à ce processus. On a donc aussi une augmentation de la *durée de cohérence* de l'état excité, ce qui se traduit dans les expériences de dépolarisation magnétique ou de résonance magnétique par un affinement des courbes avec la pression.

L'étude théorique de la diffusion multiple cohérente a été développée dans le cas de l'alignement par Barrat [4] qui, dans son calcul effectué dans le cadre du formalisme de la matrice densité, pose l'hypothèse simplificatrice d'une distribution de vitesses isotrope monochromatique. Cette théorie a été par la suite généralisée par D'Yakonov et Perel [5] qui ont pris une distribution de vitesses plus réaliste (distribution maxwellienne). Les résultats de ces derniers, en ce qui concerne l'alignement, diffèrent de ceux de Barrat par une augmentation plus lente avec la pression du temps de cohérence, les valeurs à la saturation restant identiques.

(\*) Associé au C.N.R.S.

Saloman et Happer [6] ont étendu la théorie de la diffusion multiple cohérente au cas où le niveau de résonance peut aussi se désexciter sur des niveaux autres que le fondamental (cas des niveaux  $n^1P$  de HeI avec  $n \geq 3$ ). Ils ont montré et vérifié expérimentalement que pour une même pression tous les modes de désexcitation présentent la même durée de cohérence.

Ces théories, développées dans l'hypothèse où les distributions de vitesses des atomes initialement excités et des atomes au fondamental sont identiques, ne sont plus applicables pour une excitation ionique. En effet nous avons montré dans J.P. 1 que les atomes excités par chocs ioniques ont une distribution de vitesses très anisotrope avec des vitesses très supérieures aux vitesses thermiques, par conséquent les processus de diffusion multiple vont dépendre de la vitesse de recul des atomes excités au cours du choc et de la direction de propagation du rayonnement par rapport à la direction de recul. Le cas d'une anisotropie des vitesses des atomes émetteurs a été envisagé par Perel et Rogova qui ont modifié la théorie de D'Yakonov et Perel mais ils se sont limités au cas où l'emprisonnement est total [7] ou très important [8] (par une méthode de perturbation au premier ordre à partir du cas de l'emprisonnement total). Pour interpréter nos expériences il faut traiter le cas où l'emprisonnement est quelconque. Pour cela nous avons repris la théorie de Perel et Rogova qui est rappelée et complétée dans la première partie. Notons qu'en dehors de la série des auteurs précédents, qui s'occupaient du pompage optique et de phénomènes Laser, ce problème de diffusion de la lumière de résonance en présence d'un décalage Doppler, dû à une vitesse non thermique des atomes émetteurs, a été abordé par des astrophysiciens [9]. La différence de philosophie de leur traitement par rapport à celui que nous adoptons est la suivante : nous avons à traiter un problème où le rayonnement est décrit par 3 variables continues : la position (une variable continue seulement dans les géométries usuelles sphériques ou planes), la longueur d'onde reliée à la vitesse des atomes excités par l'effet Doppler et la direction de propagation des photons. Ce problème est numériquement trop complexe pour que l'on puisse correctement traiter ces trois continus. L'approche des astrophysiciens consiste à traiter le mieux possible les paramètres position et longueur d'onde au prix d'approximations très grossières sur la redistribution en angle et polarisation du rayonnement de résonance au cours du processus de diffusion. La ligne que nous suivons

est complémentaire : on traite de façon très approchée la variable de position (et nous justifierons cette approche pour nos conditions expérimentales, qui sont bien différentes de celles envisagées par les astrophysiciens) mais nous traitons de façon rigoureuse la redistribution en angle et en polarisation du rayonnement de fluorescence au cours de la diffusion. En dehors de l'interprétation de nos expériences, notre méthode permet d'évaluer de façon critique la validité des approximations dans leurs méthodes de traitement. Une différence plus formelle est que nous écrivons des équations pour les atomes excités au lieu des photons (position, module et direction de la vitesse des atomes correspondent à la position, longueur d'onde et direction du rayonnement). La seconde partie de cet article est consacrée à la résolution numérique de l'équation de diffusion multiple, dans le cas du niveau  $3^1P$ , pour un recul de l'ordre de celui obtenu sur le niveau  $4^1D$  excité par chocs d'ions  $Na^+$ , ceci pour plusieurs pressions afin de prévoir l'influence de la diffusion multiple sur l'évolution de l'intensité lumineuse et de la polarisation ainsi que sur la forme des courbes de dépolarisation magnétique.

L'observation expérimentale du phénomène a essentiellement porté sur les courbes de dépolarisation magnétique obtenues sur la transition latérale  $3^1P-2^1S$  à  $5015 \text{ \AA}$ . Celle-ci est présentée dans la dernière partie.

**2. Etude théorique de la diffusion multiple anisotrope.** — L'équation d'évolution de la matrice densité d'une vapeur excitée dans un niveau de résonance s'écrit en présence d'un champ magnétique :

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = -\Gamma \rho(t) + i\omega[\mathbf{J}, \mathbf{H}, \rho(t)] + \left[ \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} \right]_{\text{coll.}} + \left[ \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} \right]_{\text{DM}} + \Lambda(t). \quad (1)$$

Dans cet article nous exprimons la matrice d'excitation par  $\Lambda$  au lieu de  $\rho(0)$ . Dans l'équation (1) les trois premiers termes du deuxième membre ont été définis dans un article précédent [J.P. 1]. Notre objectif est de déterminer le terme de diffusion multiple  $[\partial \rho / \partial t]_{\text{DM}}$  dans le cas de l'excitation ionique pour laquelle nous avons montré l'existence de vitesses de recul très supérieures aux vitesses thermiques avec des directions faisant des angles importants avec l'axe du faisceau.

**2.1 THÉORIE DE D'YAKONOV ET PEREL [5].** — D'Yakonov et Perel ont établi l'équation très générale décrivant l'évolution de la matrice densité d'un atome excité lorsque le rayonnement est emprisonné. Cette équation s'écrit

$$\frac{\partial \rho_{mm'}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial t} + \mathbf{v}_p \cdot \nabla \rho_{mm'}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = -\Gamma \rho_{mm'}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \Gamma_0 \rho_{mm'}^D(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \Lambda_{mm'}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \quad (2)$$

où  $A_{mm'}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  est la matrice d'excitation des atomes par un processus externe et  $\Gamma_0 \rho_{mm'}^D(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  le terme de diffusion multiple.  $\Gamma_0$  est la probabilité de transition partielle sur la transition emprisonnée alors que  $\Gamma$  est la probabilité totale d'émission à partir du niveau supérieur (inverse de sa durée de vie). Le terme de diffusion multiple s'écrit :

$$\rho_{mm'}^D(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \int d^3\mathbf{p}' \int d^3\mathbf{r}' \sum_{m_1, m_1'} K_{mm'}^{m_1, m_1'}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{p}, \mathbf{p}') \rho_{m_1, m_1'}(\mathbf{r}', \mathbf{p}', t) \quad (3)$$

avec

$$K_{mm'}^{m_1, m_1'}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{p}, \mathbf{p}') = \frac{n_p}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} G_{mm'}^{m_1, m_1'}(\omega_0 \mathbf{n}) \delta(\mathbf{nv}_p - \mathbf{nv}_{p'}) \exp(-\mathcal{F}(\mathbf{nv}_p) |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \quad (4)$$

$K_{mm'}^{m_1, m_1'}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{p}, \mathbf{p}')$  représente l'excitation de l'atome  $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  par un photon émis par un autre atome  $(\mathbf{r}', \mathbf{p}')$ .

Les différents termes de l'expression (4) ont les significations suivantes :

- $\mathbf{n}$  est le vecteur-unité de la direction  $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$  ;
- $n_p = \frac{8\pi^{3/2} n_0}{p_0^3} \exp\left(-\frac{p^2}{p_0^2}\right)$  est la densité d'atomes absorbeurs de moment  $p$  (la distribution des atomes au fondamental est maxwellienne) ;
- $\frac{1}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}$  représente la répartition du photon sur une sphère centrée sur  $r'$  ;
- $\delta(\mathbf{nv}_p - \mathbf{nv}_{p'})$  est le terme Doppler : l'absorption ne peut avoir lieu que si les vitesses radiales de l'atome absorbeur et de l'atome émetteur sont égales ;
- $\exp(-\mathcal{F}(\mathbf{nv}_p) |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$  représente la probabilité d'absorption du rayonnement entre le point d'émission et le point d'absorption. Ce terme dépend de la partie radiale de la vitesse de l'atome absorbeur (ou émetteur), c'est-à-dire du déplacement Doppler, suivant  $\mathbf{n}$ , du photon émis en  $r'$  et absorbé en  $r$  :

$$\mathcal{F}(\mathbf{nv}_p) = \frac{\pi^{3/2} n_0}{\omega_0^3 v_0} \frac{2j_1 + 1}{2j_0 + 1} \Gamma \exp\left(-\frac{(\mathbf{nv}_p)^2}{v_0^2}\right) = k_0 \exp\left(-\frac{(\mathbf{nv}_p)^2}{v_0^2}\right) \quad (5)$$

$v_0$  est la vitesse la plus probable :  $v_0 = \left(\frac{2KT}{M}\right)^{1/2}$  ;

- $G_{mm'}^{m_1, m_1'}(\omega_0 \mathbf{n})$  est la partie angulaire du facteur de diffusion :

$$G_{mm'}^{m_1, m_1'}(\omega_0 \mathbf{n}) = \frac{(2\pi\omega_0)^2}{2j_0 + 1} \frac{\omega_0}{\Gamma} \sum_{\substack{\mu, \mu' \\ \lambda, \lambda'}} \langle m_1 | \mathbf{e}_\lambda \mathbf{d} | \mu' \rangle^* \langle m | \mathbf{e}_\lambda \mathbf{d} | \mu \rangle \langle m_1' | \mathbf{e}_{\lambda'} \mathbf{d} | \mu' \rangle \langle m' | \mathbf{e}_{\lambda'} \mathbf{d} | \mu \rangle^* \quad (6)$$

$\langle m | \mathbf{e}_\lambda \mathbf{d} | \mu \rangle$  correspond à l'émission suivant  $\mathbf{n}$  d'un photon de polarisation  $\mathbf{e}_\lambda$  au cours de la désexcitation  $j_1, m \rightarrow j_0, \mu$  tandis que la réabsorption de ce photon par l'autre atome qui passe de  $j_0, \mu'$  à  $j_1, m_1$  est caractérisée par  $\langle m_1 | \mathbf{e}_\lambda \mathbf{d} | \mu' \rangle^*$ . Les deux autres termes ont la même signification, ce sont les termes d'interférence avec le photon  $\mathbf{e}_{\lambda'}$ .

Dans l'équation (2) on peut négliger  $\mathbf{v}_p \cdot \nabla \rho_{mm'}$  si  $\rho_{mm'}$  reste à peu près constant sur une longueur comparable à la distance de parcours d'un atome durant sa désexcitation.

2.2 EQUATION DE LA DIFFUSION MULTIPLE DANS LE CAS DE L'EXCITATION PAR CHOC IONIQUE. — L'équation (2) est le point de départ de notre calcul qui s'inspire de celui de Perel et Rogova [7] qui ont considéré une distribution initiale de vitesses des atomes excités non maxwellienne dans le cas où l'emprisonnement est total ou presque total. Ainsi que nous l'avons annoncé dans l'introduction, nous voyons que l'équation (2) dépend des variables continues  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{p}$ . Pour simplifier le problème, d'une part nous supposons que l'excitation initiale est localisée au centre d'une sphère de rayon  $R$  égal au rayon de la cellule de collision et d'autre part, nous

admettons, dans le calcul des coefficients de diffusion, que les photons provenant de la diffusion précédente sont émis au centre de la sphère. Cette deuxième

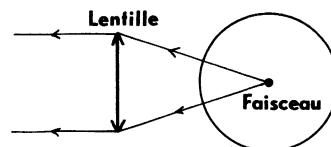


FIG. 1. — Conditions expérimentales d'observation de la transition latérale de HeI 3 1P-2 1S.  
[Experimental conditions of observation of the HeI lateral transition 3 1P-2 1S.]

approximation, qui a été introduite par Barrat ainsi que par D'Yakonov et Perel, est justifiée par le fait que nous observons une transition latérale et que cette observation s'effectue suivant la configuration indiquée sur la figure 1. En effet, à haute pression, la raie de résonance est totalement emprisonnée au

voisinage du centre de la sphère, la désexcitation s'effectuant entièrement par les transitions latérales tandis qu'à basse pression, les photons de diffusion émis dans tout le volume de la sphère ont un parcours moyen dans la vapeur sensiblement égal au rayon de la sphère.

Le terme de diffusion qui représente la partie de la matrice de l'état excité correspondant à l'absorption du rayonnement s'écrira, compte tenu des hypothèses précédentes :

$$\begin{aligned} \rho_{mm'}^D(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) &= \int d^3\mathbf{v}' \sum_{m_1 m_1'} K_{mm'}^{m_1 m_1'}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{v}') \rho_{m_1 m_1'}(0, \mathbf{v}', t) \\ &= \int d^3\mathbf{v}' \sum_{m_1 m_1'} \frac{n_v}{(2\pi)^3} \times \frac{1}{2\pi r^2} G_{mm'}^{m_1 m_1'}(\omega_0 \mathbf{n}) \delta(\mathbf{nv} - \mathbf{nv}') \exp(-\mathcal{F}(\mathbf{nv}) \mathbf{r}) \rho_{m_1 m_1'}(0, \mathbf{v}', t). \end{aligned} \quad (7)$$

L'équation d'évolution de la matrice densité sera obtenue :

- d'une part en intégrant sur  $\mathbf{r} = r\mathbf{n}$  (§ 2.2.1),
- d'autre part en introduisant une base tensorielle pour représenter la matrice densité  $\rho_{mm'}(\mathbf{v}, t)$ ; l'introduction de cette base permet de tenir compte de l'invariance par rotation de l'ensemble du système (atomes + rayonnement + excitation). Cette base est introduite dans le § 2.2.2. Le terme de diffusion multiple dans cette base se met sous la forme d'une intégrale multiple sur  $\Omega_n, \Omega_v$  et  $\mathbf{v}'$ . L'intégration correspondante est effectuée dans le § 2.2.3.

L'équation d'évolution que nous obtiendrons dépendra uniquement du module de la vitesse  $v$  (§ 2.3), la partie angulaire de  $\mathbf{v}$  apparaîtra alors dans le terme d'excitation (§ 2.4). C'est sous cette forme que nous la résoudrons, en effet nous supposons que la distribution des vitesses des atomes excités dans les collisions primaires est monocinétique et par conséquent d'après J.P. 1 que ces vitesses font avec l'axe du faisceau un angle fixe.

2.2.1 *Intégration sur  $\mathbf{r} = r\mathbf{n}$ .* — En posant

$$\rho(\mathbf{v}, t) = \int d^3\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \int d\Omega_n \int_0^R r^2 dr \rho(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t).$$

L'équation (2) devient :

$$\frac{\partial \rho_{mm'}(\mathbf{v}, t)}{\partial t} = -\Gamma \rho_{mm'}(\mathbf{v}, t) + \Gamma_0 \rho_{mm'}^D(\mathbf{v}', t) + A_{mm'}(\mathbf{v}, t). \quad (8)$$

Dans le terme de diffusion, l'intégration sur la partie radiale est immédiate. Tenant compte des équations (3), (4), (5) et (6), on obtient :

$$\begin{aligned} \rho_{mm'}^D(\mathbf{v}, t) &= F(v) v_0 \iint d^3\mathbf{v}' . d\Omega_n . \exp\left(\frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})^2}{v_0^2}\right) \times \\ &\times \left\{ 1 - \exp\left[-k_0 \exp\left(-\frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})^2}{v_0^2}\right) R\right] \right\} \delta(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}') \sum_{m_1 m_1'} S_{mm'}^{m_1 m_1'}(\mathbf{n}) \rho_{m_1 m_1'}(0, \mathbf{v}', t) \end{aligned} \quad (9)$$

avec

$$F(v) = \frac{1}{\pi^{3/2} v_0^3} \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right)$$

(fonction maxwellienne de distribution des vitesses) et

$$S_{mm'}^{m_1 m_1'}(\mathbf{n}) = \frac{9\pi^{-3/2}}{8} \cdot \frac{2j_1 + 1}{d^4} \sum_{\substack{\mu\mu' \\ \lambda\lambda'}} \langle m_1 | \mathbf{e}_\lambda \mathbf{d} | \mu' \rangle^* \langle m | \mathbf{e}_\lambda \mathbf{d} | \mu \rangle \langle m_1' | \mathbf{e}_{\lambda'} \mathbf{d} | \mu' \rangle \langle m' | \mathbf{e}_{\lambda'} \mathbf{d} | \mu \rangle^*. \quad (10)$$

2.2.2 *Intégration sur  $\Omega_v$  (partie angulaire de  $v$ )*. — On développe sur les  $\mathbf{T}_q^k$  la matrice densité  $\rho(v)$  relative aux atomes de vitesse  $v$ ; les coefficients du développement seront fonctions des coordonnées sphériques  $\theta$  et  $\varphi$  de  $v$  et nous pourrons les exprimer en fonction des harmoniques sphériques :

$$\rho_{mm'}(v) = \sum_{kq} \rho_q^k(v) | \mathbf{T}_q^k |_{mm'} \tag{11}$$

avec

$$\rho_q^k(v) = \sum_{LM} \rho_{qM}^{kL}(v) Y_M^L(\theta, \varphi).$$

La matrice densité est la somme des produits des opérateurs  $\mathbf{T}_q^k$  avec les fonctions  $Y_M^L(\theta, \varphi)$ . L'opérateur tensoriel ayant pour composantes ces produits n'est pas irréductible par rapport aux rotations et on obtiendra une base d'opérateurs tensoriels irréductibles  $\Psi_{kL}^{JS}(\theta, \varphi)$  par la transformation :

$$\Psi_{kL}^{JS}(\theta, \varphi) = \sum_{qM} \langle kLqM | JS \rangle \mathbf{T}_q^k Y_M^L(\theta, \varphi) \tag{12}$$

avec  $|k - L| \leq J \leq k + L$  (relation 86-c de Messiah [10]).

Sur cette nouvelle base, la matrice densité admet comme développement :

$$\rho(v) = \sum_{\substack{kL \\ JS}} \phi_{kL}^{JS}(v) \Psi_{kL}^{JS}(\theta, \varphi)$$

avec

$$\phi_{kL}^{JS}(v) = \sum_{qM} \langle kLqM | JS \rangle \rho_{qM}^{kL}(v)$$

tandis que  $\rho_q^k(v)$  et  $\phi_{kL}^{JS}(v)$  sont liés par la relation

$$\rho_q^k(v) = \sum_{\substack{LM \\ JS}} \langle kLqM | JS \rangle \phi_{kL}^{JS}(v) Y_M^L(\theta, \varphi). \tag{13}$$

Compte tenu du fait que les opérateurs  $\Psi_{kL}^{JS}(\theta, \varphi)$  sont orthonormés [8] nous multiplions les deux membres de l'équation par  $[\Psi_{k_0 L_0}^{J_0 S_0}(\theta, \varphi)]_{m'm}^+$  et nous sommes alors conduits à écrire l'équation d'évolution sous la forme

$$\frac{\partial \phi_{kL}^{JS}(v, t)}{\partial t} = -\Gamma \phi_{kL}^{JS}(v, t) + \Gamma_0 \phi_{kL}^{(D)JS}(v, t) + \Phi_{kL}^{JS}(v, t) \tag{14}$$

où  $\Phi_{kL}^{JS}$  représente le terme source.

Dans le terme de diffusion multiple on développe  $\Psi_{kL}^{JS}(\theta, \varphi)$  et  $\Psi_{k'L'}^{J'S'}(\theta', \varphi')$  suivant (12); ce qui nous permet d'exprimer le terme de diffusion par

$$\begin{aligned} \phi_{kL}^{(D)JS}(v, t) = & \Gamma_0 \sum_{\substack{k'L' \\ J'S'}} \sum_{\substack{q'M' \\ qM}} \langle k' L' q' M' | J' S' \rangle \langle kLJS | JS \rangle \times \\ & \times \iiint d\Omega_n d\Omega_v d^3v' F(v) v_0 \exp\left(\frac{(\mathbf{nv})^2}{v_0^2}\right) \delta(\mathbf{nv} - \mathbf{nv}') \\ & \times S_{kq}^{k'q'}(\mathbf{n}) Y_{M'}^{L'}(\theta', \varphi') Y_M^{L*}(\theta, \varphi) \left\{ 1 - \exp\left[-k_0 \exp\left(\frac{-(\mathbf{nv})^2}{v_0^2}\right) R\right] \right\} \\ & \times \phi_{k'L'}^{J'S'}(v', t) = \Gamma_0 \sum_{\substack{k'L' \\ J'S'}} K_{kLJS}^{k'L'J'S'} \phi_{k'L'}^{J'S'}(v', t) \end{aligned} \tag{15}$$

avec

$$S_{kq}^{k'q'}(\mathbf{n}) = \sum_{\substack{mm' \\ m_1 m_1'}} | T_q^{k+} |_{m'm} S_{mm'}^{m_1 m_1'}(\mathbf{n}) | T_{q'}^{k'} |_{m_1 m_1'}.$$

2.2.3 *Intégration des coefficients  $K_{kLJS}^{k'L'J'S'}$* . — Dans l'expression, les  $K_{kLJS}^{k'L'J'S'}$  sont exprimés dans un repère fixe  $Oxyz$ ; pour les intégrer sur  $\Omega_n$ ,  $\Omega_v$  et  $\mathbf{v}'$ , nous les exprimerons dans le repère intermédiaire  $OXYZ$  lié à  $\mathbf{n}$  dont la direction dans le repère fixe est définie par les angles  $\theta_n$  et  $\varphi_n$ . Nous obtenons :

$$K_{kLJS}^{k'L'J'S'} = \sum_{\substack{qM \\ q'M'}} \langle k' L' q' M' | J' S' \rangle \langle kLqM | JS \rangle \iiint d\Omega_n d\Omega_v d^3\mathbf{v}' \times \\ \times \sum_{\substack{M_1 M'_1 \\ q_1 q'_1}} R_{MM_1}^L(\varphi_n, \theta_n, 0) R_{MM'_1}^{L*}(\varphi_n, \theta_n, 0) R_{qq_1}^k(\varphi_n, \theta_n, 0) R_{q'_1}^{k*}(\varphi_n, \theta_n, 0) \\ \times S_{kq_1}^{k'q'_1}(0) F(v) v_0 \exp\left(\frac{(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v})^2}{v_0^2}\right) \delta(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{n}\cdot\mathbf{v}') Y_{M_1}^{L'}(\theta^{(n)}, \varphi^{(n)}) \\ \times Y_{M'_1}^{L*}(\theta^{(n)}, \varphi^{(n)}) \left\{ 1 - \exp\left[-k_0 \exp\left(-\frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}}{v_0^2}\right) R\right] \right\}. \quad (16)$$

L'intégration sur  $\Omega_v$  et  $\mathbf{v}'$  est effectuée en prenant comme nouvelles variables pour  $\mathbf{v}$  :  $v$ ,  $\zeta = v \cos \theta^{(n)}$  et  $\varphi^{(n)}$  et pour  $\mathbf{v}'$  :  $v'$ ,  $\zeta' = v' \cos \theta'^{(n)}$  et  $\varphi'^{(n)}$ , ce qui donne :

$$\iiint d\Omega_v d^3\mathbf{v}' \exp\left(\frac{(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v})^2}{v_0^2}\right) \delta(\mathbf{n}\cdot\mathbf{v} - \mathbf{n}\cdot\mathbf{v}') Y_{M_1}^{L'}(\theta^{(n)}, \varphi^{(n)}) Y_{M'_1}^{L*}(\theta^{(n)}, \varphi^{(n)}) \times \\ \times \left\{ 1 - \exp\left[-k_0 \exp\left(-\frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{v}}{v_0^2}\right) R\right] \right\} = \pi \sqrt{(2L+1)(2L'+1)} \\ \times \int_{-v}^{+v} \frac{d\zeta}{v} \exp\left(\frac{\zeta^2}{v_0^2}\right) P_L\left(\frac{\zeta}{v}\right) \left\{ 1 - \exp\left[-k_0 \exp\left(-\frac{\zeta}{v_0^2}\right) R\right] \right\} \int_{|\zeta|}^{\infty} v' dv' P_L\left(\frac{\zeta}{v'}\right). \quad (17)$$

En appliquant le théorème de Wigner-Eckart à  $S_{kq_1}^{k'q'_1}(0)$  et en utilisant la formule de combinaison des « 3 j », on trouve que  $q_1 = q'_1$  et l'intégration sur  $\Omega_n$  nous conduit alors au résultat suivant ( $M_1 = M'_1 = 0$  d'après le calcul précédent) :

$$\sum_{\substack{qM \\ q'M'}} \langle kLqM | JS \rangle \langle k' L' q' M' | J' S' \rangle \int d\Omega_n \sum_{q_1} R_{M_0}^L(\varphi_n, \theta_n, 0) R_{M'_0}^{L*}(\varphi_n, \theta_n, 0) R_{qq_1}^k(\varphi_n, \theta_n, 0) R_{q'_1}^{k*}(\varphi_n, \theta_n, 0) = \\ = \sum_{q_1} \langle kLq_1 0 | Jq_1 \rangle \langle k' L' q_1 0 | J' q_1 \rangle \frac{4\pi}{2J+1} \delta_{JJ'} \delta_{SS'}$$

Les coefficients de transfert avec  $J \neq J'$  et  $S \neq S'$  sont nuls, ce qui est une conséquence de l'invariance par rotation du système total.

2.3 FORMULE FINALE ET DISCUSSION. — Finalement si on pose  $u = v/v_0$ ,  $u' = v'/v_0$  et  $x = \zeta/v_0$  et si on inverse l'ordre des intégrations, l'équation de diffusion multiple se met sous la forme :

$$\frac{\partial \varphi_{kL}^{JS}(u, t)}{\partial t} = -\Gamma \varphi_{kL}^{JS}(u, t) + \Phi_{kL}^{JS}(u, t) + \Gamma_0 \sum_{k'L'} \frac{[1 + (-1)^{L+L'}]^2}{2} \sum_{q_1=0,2} B_{kL}^{q_1}(J) B_{k'L'}^{q_1}(J) \times \\ \times \frac{e^{-u^2}}{u} \int_0^{\infty} du' u' \varphi_{k'L'}^{JS}(u', t) \int_0^{\inf(u, u')} dx e^{x^2} P_L\left(\frac{x}{u}\right) P_{L'}\left(\frac{x}{u'}\right) [1 - \exp(-k_0 e^{-x^2} R)] \quad (18)$$

avec

$$B_{kL}^{q_1}(J) = 3 \sqrt{(2j_1+1)(2k+1)(2L+1)} \begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ -q_1 & q_1-1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & k & J \\ 0 & q_1 & -q_1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} k & 1 & 1 \\ j_0 & j_1 & j_1 \end{Bmatrix}$$

Cette équation est proche de celle utilisée par Perel et Rogova [7]. Elle comporte toutefois deux différences. D'une part nous avons fait l'approximation de ramener chaque atome diffuseur au centre d'une sphère (Perel

et Rogova qui étudièrent l'effet de la forme de la cellule sur le rayonnement ne pouvaient évidemment faire une telle approximation). D'autre part nous n'avons pas effectué le développement sur la base

correspondant à l'emprisonnement total car cette base n'est pas intéressante dans notre cas.

Compte tenu des valeurs possibles de  $J, k, L, k'$  et  $L'$ , et des conditions d'observation (on observe sur tout le profil Doppler ce qui impose  $L = 0$ ) l'évolution de l'alignement observable sera donnée par un système de quatre équations intégrales indépendantes de  $S$  qui couplent  $\varphi_{20}^{2S}, \varphi_{02}^{2S}, \varphi_{22}^{2S}$  et  $\varphi_{24}^{2S}$  tandis que l'évolution de la population sera obtenue par un système de deux équations couplées où interviennent uniquement  $\varphi_0^0$  et  $\varphi_{22}^0$ .

Physiquement  $\varphi_{k=2L=0}^{2S}$  correspond à un alignement avec une distribution isotrope des vitesses (c'est le seul terme qui existe dans le cas usuel d'une excitation avec une répartition maxwellienne isotrope des vitesses des atomes).  $\varphi_{k=0L=2}^{2S}$  correspond à une distribution anisotrope des vitesses des atomes excités, mais sans alignement.  $\varphi_{k=2L=2}^{2S}$  et  $\varphi_{k=2L=4}^{2S}$  correspondent à des corrélations entre alignement et anisotropie des vitesses.

2.4 CALCUL DU TERME D'EXCITATION  $\Phi_{kL}^{JS}(u)$ . — Le terme source  $\Phi_{kL}^{JS}(u)$  figurant dans l'équation (18) peut s'exprimer en fonction des composantes de la matrice d'excitation. Nous avons effectué le calcul dans les deux cas suivants : celui de l'approximation moléculaire de la collision, valable aux faibles vitesses d'impact, et celui de l'approximation de Born.

2.4.1 Approximation moléculaire. — Les atomes excités à partir d'un état pseudomoléculaire au cours de la collision sont alignés suivant l'axe de dissociation qui coïncide avec l'axe du faisceau. Dans cette approximation le peuplement des sous-niveaux magnétiques ne dépend pas directement des conditions angulaires de recul. Si la fonction de distribution angulaire correspondant à la vitesse  $v$  est  $f_v(\theta, \varphi)$  on écrira :

$$A_{mm'}(\mathbf{v}) = A_{mm'}(v) f_v(\theta, \varphi) = \sum_{\substack{kL \\ JS}} \Phi_{kL}^{JS}(v) [\Psi_{kL}^{JS}(\theta, \varphi)]_{mm'}. \quad (19)$$

D'où on tire

$$\Phi_{kL}^{JS}(v) = \sum_{qM} \langle kLqM | JS \rangle A_q^k(v) \times \int Y_M^{L*}(\theta, \varphi) f_v(\theta, \varphi) d\Omega_v.$$

La distribution de vitesses étant de révolution autour de l'axe du faisceau et si on admet que le recul s'effectue uniquement suivant un angle  $\theta_0$  fixe, le terme source de l'équation (18) s'exprimera en fonction des composantes tensorielles de la matrice d'excitation par

$$\Phi_{kL}^{JS=q}(u) = \langle kLq0 | Jq \rangle \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} P_L(\cos \theta_0) A_q^k(u). \quad (20)$$

2.4.2 Approximation de Born. — Dans ce cas, la probabilité d'excitation d'un atome au fondamental vers un état excité est proportionnelle à (d'après [11])

$$\int \Psi_0^*(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{K}\mathbf{r}} \Psi_n(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}$$

où  $\Psi_0(\mathbf{r})$  et  $\Psi_n(\mathbf{r})$  sont les fonctions d'onde du niveau fondamental et du niveau excité de l'atome cible.

$\mathbf{K} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$  est la variation d'impulsion de la particule incidente, elle est égale au moment cinétique de recul acquis durant la collision par l'atome cible supposé initialement au repos.

Dans l'axe du recul, seules les transitions avec  $\Delta m = 0$  sont permises et dans la représentation tensorielle  ${}^K T_q^k$  avec l'axe de recul  $\mathbf{K}$  comme axe de quantification, les composantes non nulles seront  ${}^K A_0^k$  avec  $k$  pair.

Dans le repère lié au faisceau, les composantes tensorielles s'expriment donc par :

$$A_q^k(\mathbf{v}) = {}^K A_0^k R_{q0}^k(\varphi, \theta, 0).$$

Contrairement à l'approximation précédente, la matrice d'excitation dépend directement de l'angle de recul.

En procédant de la même façon que pour l'approximation moléculaire on trouve que si le recul s'effectue suivant l'angle fixe  $\theta_0$  (la moyenne sur  $\varphi$  imposant  $q = 0$  en raison de la symétrie de révolution) :

$$\Phi_{kL}^{J0}(u) = \langle kL00 | J0 \rangle \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} (P_L(\cos \theta_0))^2 {}^K A_0^k. \quad (21)$$

2.5 EFFET DU CHAMP MAGNÉTIQUE. — En présence du champ magnétique il faut ajouter dans l'équation d'évolution de la matrice densité (équation (8)) le terme

$$i\mu_0 g[\mathbf{JH}, \rho_{mm'}(\mathbf{v}, t)].$$

On intègre sur la partie angulaire de  $\mathbf{v}$  en développant  $\rho$  sur la base des  $\Psi_{kL}^{JS}(\theta, \varphi)$ . L'intégration sur  $\Omega_v$  et la sommation sur  $m$  et  $m'$  conduisent à ajouter dans l'équation (14) en  $\Phi_{kL}^{JS}(v, t)$  le terme magnétique suivant :

$$i\mu_0 g \int d\Omega_v \sum_{mm'} \sum_{\substack{L'M' \\ k'q' \\ J'S'}} [\mathbf{JH}, | \mathbf{T}_{q'}^{k'} |_{mm'}] Y_{M'}^{L'}(\theta, \varphi) \langle k' L' q' M' | J' S' \rangle \varphi_{k'L'}^{J'S'}(v, t) \times \sum_{Mq} \langle kLqM | JS \rangle Y_M^{L*}(\theta, \varphi) | \mathbf{T}_q^{k+} |_{m'm}.$$



Si on prend comme axe de quantification l'axe du champ, le terme dépendant du champ magnétique s'exprime par

$$i\omega \sum_{\substack{qM \\ J'S'}} \langle kLqM | JS \rangle \langle kLqM | J' S' \rangle q \cdot \varphi_{kL}^{J'S'}(v, t)$$

avec  $\omega = \mu_0 gH$ .

Sachant que

$$q = \langle kq | J_z | kq \rangle = (-1)^{k-q} \begin{pmatrix} k & 1 & k \\ -q & 0 & q \end{pmatrix} \sqrt{k(k+1)(2k+1)}$$

nous obtenons finalement l'équation suivante en présence du champ magnétique :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_{kL}^{JS}(u, t)}{\partial t} = & -\Gamma \varphi_{kL}^{JS}(u, t) + \Gamma_0 \sum_{k'L'} K_{kLJS}^{k'L'} \varphi_{k'L}^{JS}(u') + \Phi_{kL}^{JS}(u, t) + \\ & + i\omega \sum_{J'} \sqrt{(2J+1)(2J'+1)k(k+1)(2k+1)} (-1)^{k-L-S+1} \begin{pmatrix} 1 & J & J' \\ 0 & S & -S \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & J & J' \\ L & k & k \end{Bmatrix} \varphi_{kL}^{J'S}(u, t). \end{aligned} \quad (22)$$

Le champ magnétique couple les  $\varphi_{kL}^{JS}$  de  $J$  différents car il lève l'invariance par rotation du système.

**3. Résolution numérique de l'équation de diffusion multiple. Application au niveau  $3^1P$  de HeI.** — Pour déterminer l'influence de la diffusion multiple anisotrope sur les grandeurs que nous pouvons observer expérimentalement, c'est-à-dire sur la population (par l'intermédiaire de l'intensité lumineuse) et l'alignement (par l'intermédiaire de la polarisation rectiligne) ainsi que sur les temps de relaxation correspondant à ces deux grandeurs, nous avons à résoudre, si on néglige l'influence des collisions secondaires, les équations :

$$\frac{\partial \rho_q^k}{\partial t} = -\Gamma \rho_q^k + \left[ \frac{\partial \rho_q^k}{\partial t} \right]_{DM} + A_q^k$$

pour  $k = 0$  et  $k = 2$ . (23)

La résolution de ces équations se ramène à la résolution de systèmes d'équations couplées intégral-différentielles semblables à (18).

**3.1 PRINCIPE DE RÉOLUTION DE L'ÉQUATION DE LA DIFFUSION MULTIPLE EN RÉGIME STATIONNAIRE.** — Dans ce cas

$$\frac{\partial \varphi_{kL}^{JS}(u, t)}{\partial t} = 0$$

et nous obtiendrons les solutions du système d'équations intégrales couplées du type de Fredholm (équation (18)) par une méthode itérative, le terme correspondant à la  $(n+1)$ -ième diffusion d'un photon étant calculé à partir de celui qui correspond à la  $n$ -ième par une méthode d'intégration numérique.

Formellement cette méthode revient à multiplier dans l'équation (2) ou (18) le terme de diffusion multiple par un paramètre  $\lambda$ , à reporter dans cette équation

un développement de  $\varphi$  en puissance de  $\lambda$ , à égaliser les coefficients puissances égales de  $\lambda$  et à faire tendre  $\lambda$  vers 1 dans le résultat final. On obtient ainsi (avec  $\lambda = 1$ )

$$\varphi_{kL}^{JS}(u) = \sum_{n=0}^{\infty} {}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}(u) \quad (24)$$

avec d'après l'équation d'ordre 0

$${}^{(0)}\varphi_{kL}^{JS}(u) = \frac{1}{\Gamma} \Phi_{kL}^{JS}(u)$$

et d'après l'équation d'ordre  $n$

$${}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}(u) = \frac{\Gamma_0}{\Gamma} \sum_{k'L'} K_{kLJS}^{k'L'} {}^{(n-1)}\varphi_{k'L}^{JS}(u)$$

où les  $K_{kLJS}^{k'L'}$  sont les opérateurs intégraux, définis dans l'équation (18), qui représentent l'effet d'un acte de diffusion élémentaire et les  ${}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}$  déterminent l'état de la vapeur (représenté par la matrice densité  ${}^{(n)}\varphi$ ) après  $n$  actes de diffusion.

Cette méthode est très inhabituelle en théorie du transfert radiatif. En effet il est connu depuis les premiers travaux sur ces problèmes qu'elle ne converge pas pour le calcul de l'intensité émise par la vapeur lorsque l'emprisonnement devient important parce que le nombre de diffusions qu'un photon subit avant de sortir tend vers l'infini. Mathématiquement le développement précédent n'est pas tant un développement en puissances d'un paramètre  $\lambda$  introduit arbitrairement qu'une itération de l'opérateur intégral  $K\Gamma_0/\Gamma$ . Ce développement convergera si cette itération est contractante, c'est-à-dire si à chaque itération

un module (convenablement défini) de  $\varphi$  est réduit. C'est le fait que ce module (l'intensité initiale) reste quasi constant à fort emprisonnement qui empêche cette méthode de converger dans les cas usuels. Toutefois le problème est très différent lorsqu'on calcule la polarisation. En effet dans ce cas, à chaque acte de diffusion seule une fraction (0,7 pour une transition  $1 \rightarrow 0$ ) de la polarisation est conservée de sorte qu'après une dizaine d'itérations elle a disparu. Même dans le cas du calcul de l'intensité émise, nous mettrons à profit le fait que le niveau supérieur  $3^1P$  possède en dehors de la transition emprisonnée  $3^1P-1^1S$  une transition non emprisonnée  $3^1P-2^1S$  qui est d'ailleurs la transition observée. Dans ce cas  $\Gamma_0/\Gamma < 1$  et l'opérateur  $K\Gamma_0/\Gamma$  sera contractant bien que  $K$  ne le soit pas. Physiquement ceci signifie qu'à cause de la fuite d'excitation par la transition latérale, le nombre d'actes de diffusion et donc le nombre d'itérations à calculer reste fini même à fort emprisonnement. En fait comme le rapport de branchement  $(\Gamma - \Gamma_0)/\Gamma$  de la transition latérale est faible (environ 2%), le taux d'excitation sera grossièrement réduit d'un facteur  $1/e$  après  $\Gamma/(\Gamma - \Gamma_0)$  itérations de sorte que cette convergence est très lente. Nous sommes toutefois arrivés rapidement au résultat en mettant à profit une méthode d'extrapolation (que nous avons d'ailleurs employée aussi dans le cas de la polarisation) pour abrégier les calculs. Qualitativement cette méthode est basée sur la propriété suivante bien connue des opérateurs intégraux. Si on développe  $K$  en ses éléments propres

$$\frac{\Gamma_0}{\Gamma} K = \sum_i |i\rangle \lambda_i \langle i|$$

( $|i\rangle$  est une notation abrégée pour un ensemble de fonctions  $\varphi_{kL}^{JS}$  couplées de même  $J$  et même  $S$ ), l'itéré d'ordre  $n$  sera

$$\left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)^n K^{(n)} \varphi^{(0)} = \sum_i |i\rangle \lambda_i^n \langle i| \varphi^{(0)} \rangle.$$

Si l'une des valeurs propres  $\lambda_i$  est supérieure aux autres et si le vecteur propre correspondant n'est pas orthogonal à la fonction de départ  $\varphi^{(0)}$ , le facteur  $\lambda_i^n$  lui donnera progressivement un poids prépondérant en sorte que

$$\left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)^n K^{(n)} \varphi^{(0)} \rightarrow |i\rangle \lambda_i^n \langle i| \varphi^{(0)} \rangle$$

l'itéré d'ordre  $n$  tendra vers le vecteur propre  $|i\rangle$  et le rapport de deux itérations successives sera égal à  $\lambda_i$ . Ceci est une méthode classique de calcul des valeurs propres et des vecteurs propres d'un opérateur intégral. Pratiquement nous avons employé une méthode conversationnelle.

Nous fixons une fonction de départ (pour  $J$  et  $S$  donnés) par

$$\Phi_{k'L'}^{JS}(u_0) = \frac{\delta(u - u_0)}{u_0^2} \delta_{kk'} \delta_{LL'}$$

Cette fonction de départ est définie à un facteur multiplicatif près qui dépend de la matrice d'excitation comme nous l'avons montré dans 2.4.

A chaque pas d'itération nous calculons l'intégrale

$${}^{(n)}\mathcal{D}_{k'L'}^{k'L'}(u_0) = \int_0^\infty {}^{(n)}\varphi_{k'L'}^{JS}(u) u^2 du \quad (25)$$

(avec  ${}^{(0)}\mathcal{D}_{k'L'}^{k'L'}(u_0) = \delta_{kk'} \delta_{LL'}$ ).

En effet par le fait que nous ne résolvons pas expérimentalement le profil Doppler, nos signaux ne dépendent que des quantités intégrées sur les vitesses. Les  ${}^{(n)}\mathcal{D}_{k'L'}^{k'L'}(u_0)$  sont les coefficients successifs de transfert d'excitation par diffusion et on définit les coefficients d'excitation totale après diffusion par (dans le cas d'atomes émetteurs de vitesse  $u_0 v_0$ )

$$\Delta_{k'L'}^{k'L'}(u_0) = \delta_{kk'} \delta_{LL'} + \sum_{n=1}^\infty \left( \prod_{j=1}^n {}^{(j)}\mathcal{D}_{k'L'}^{k'L'}(u_0) \right) \quad (26)$$

Nous arrêtons l'itération soit parce que chacun des  ${}^{(n)}\mathcal{D}_{k'L'}^{k'L'}(u_0)$  ( $k, L, J$  fixes,  $k' L'$  variables) est inférieur à un seuil donné ( $10^{-4}$ ) soit parce que l'ensemble des rapports

$${}^{(n)}R_{k'L'}^{k'L'}(u_0) = \frac{{}^{(n)}\mathcal{D}_{k'L'}^{k'L'}(u_0)}{{}^{(n-1)}\mathcal{D}_{k'L'}^{k'L'}(u_0)}$$

devient constant : ils sont alors tous égaux à une valeur propre  $\lambda_i$  de l'opérateur intégral et on le vérifie en traçant les fonctions non intégrées  ${}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}(u)$ ; en effet ces fonctions ont une forme constante et sont simplement divisées par  $\lambda_i$  à chaque itération. Dans ce dernier cas les termes restants de  $\Delta_{k'L'}^{k'L'}(u_0)$  sont extrapolés en sommant une série géométrique de raison  $\lambda_i$ .

Physiquement ce processus de convergence vers une fonction limite correspond à la maxwellisation des atomes excités par réabsorption des photons au centre de la raie. En effet pour  $J = 2$  par exemple, la fonction propre de plus grand module vers laquelle convergent les autres est celle qui correspond à

$$\varphi_{k=2,L=0}^{J=2,S} = e^{-u^2/2}$$

(alignement avec direction des vitesses isotrope), les autres  $\varphi_{kL}^{JS}$  étant très faibles.

En examinant de plus près la convergence de notre calcul pour diverses valeurs de  $u_0$  (0,2, 1 et 5) et de  $z = k_0 R$  (0,1, 1, 10, 100 et 500) nous avons pu tirer les conclusions suivantes :

Pour une excitation isotrope en vitesses ( $k = 2, L = 0$ ) il y a une convergence très rapide (souvent dès la première itération) vers cette solution, quels que soient  $u_0$  et  $z$ .

Pour une excitation anisotrope, le problème est un peu plus compliqué :

— Si  $u_0 \ll 1$ , la direction de la vitesse n'a plus de signification. Ceci se manifeste par le fait qu'après la première diffusion tous les  $\varphi_{kL}^{JS}$  avec  $L \neq 0$  sont très faibles. Ce point peut être démontré en étudiant la limite de l'équation (18) pour une excitation

$$\frac{\delta(u - u_0)}{u_0^2} \text{ quand } u_0 \rightarrow 0.$$

— Si  $u_0$  est suffisamment grand pour que la probabilité d'emprisonnement ne soit pas très grande, nous constatons qu'après la première diffusion, la fonction  $\varphi$  correspond déjà presque à une fonction isotrope en vitesse ( $k = 2, L = 0$ ) maxwellienne de sorte que la convergence est là aussi très rapide.

— Si  $u_0$ , sans être très inférieur à 1 comme dans le premier cas, est suffisamment faible pour qu'il y ait un fort emprisonnement ( $z$  devra être très grand) il résulte du calcul de Perel et Rogova pour un emprisonnement infini que l'anisotropie se conserve et qu'on ne tendra pas vers la fonction isotrope en vitesses. Ceci correspond au cas où la composante  $\langle i | \varphi^{(0)} \rangle$  de la fonction initiale sur la valeur propre de plus grand module est nulle. En fait ceci n'est qu'approché et si on poursuit suffisamment longtemps l'itération, on voit que l'on finit toujours par tendre vers la fonction maxwellienne isotrope en vitesses, mais à ce moment tous les  $\varphi$  sont très faibles. Pratiquement, comme nous détectons uniquement la composante  $L = 0, k = 2$ , ceci signifie que pour les forts emprisonnements l'anisotropie de la vitesse initiale ne donne pas d'effet observable, ce qui correspond aux études de Perel et Rogova.

Le seul cas où la convergence n'est pas très rapide est la limite entre les deux cas précédents. Ceci est dû au fait que la fonction  $\varphi_{kL}^{JS}$  passe au cours des premières itérations, où elle est importante, de sa valeur de départ ( $[k, L] \neq [2, 0]$ ) à la valeur isotrope en vitesse ( $[k, L] = [2, 0]$ ). Mais ceci, dans le cas où on observe la polarisation comme nous le faisons, est un cas suffisamment particulier pour ne pas poser de gros problèmes : la polarisation décroissant rapidement avec le nombre de diffusions, la plage de valeurs de profondeur optique pour laquelle ce phénomène se produit est très étroite. Le phénomène est plus gênant dans le cas où on observe l'intensité, car ce passage peut se faire au bout de 50 ou 100 itérations, alors que l'intensité est encore importante pour des valeurs de  $z$  plus éloignées de la transition entre les deux régimes. C'est dans ce cas que l'approximation usuellement faite en Astrophysique, à savoir qu'après une diffusion la distribution est maxwellienne, se trouve en défaut.

3.2 MÉTHODE D'INTÉGRATION NUMÉRIQUE. — La méthode la plus directe pour résoudre l'équation (18) par itérations consisterait à faire le choix d'une maille

de  $N$  points  $\{u_n\}$  sur l'axe des  $u$  et à calculer une fois pour toutes l'intégrale interne (qui donnerait une matrice pour chaque valeur de  $L, L'$  et  $k_0 R$ ). Chaque pas d'itération se ramènerait essentiellement à un produit d'une matrice  $N \times N$  représentant l'opérateur intégral  $K$  par un vecteur de dimension  $N$  représentant  $\varphi$ . Par cette méthode le nombre d'opérations croît avec  $N$  comme  $N^2$ . Nous avons utilisé une méthode plus rapide, linéaire en  $N$ , inspirée de la méthode utilisée par Wahl *et al.* [12] pour le calcul d'intégrales moléculaires. Le principe est le suivant : on développe les polynômes de Legendre sous la forme

$$P_L(y) = \sum_v C_v^L y^v$$

et on pose

$$F_{v+v'}(a) = \int_0^a d\left(\frac{x}{a}\right) e^{x^2} \left(\frac{x}{a}\right)^{v+v'} \times [1 - \exp(-k_0 e^{-x^2} R)].$$

La double intégrale de (18) s'écrit alors

$$I = \sum C_v^L C_{v'}^{L'} (I_1^{vv'}(u) + I_2^{vv'}(u)) \quad (27)$$

avec

$$I_1(u) = \int_0^u \varphi_{k'L'}^{JS}(u') du' \left(\frac{u'}{u}\right)^{v+1} u' F_{v+v'}(u') e^{-u^2}$$

$$I_2(u) = \int_u^\infty \varphi_{k'L'}^{JS}(u') du' \left(\frac{u'}{u}\right)^{v'} u' F_{v+v'}(u') e^{-u^2}$$

$F_{v+v'}$  est tabulée par intégration numérique au début du calcul. Les deux intégrales  $I_1(u)$  et  $I_2(u)$  s'évaluent d'un point de la maille  $\{u_n\}$  au suivant par une relation de récurrence de 0 à l'infini pour  $I_1$ , de l'infini à 0 pour  $I_2$ , basée sur l'intégration numérique entre  $u_n$  et  $u_{n-1}$ . La méthode d'intégration numérique, utilisée pour  $F$  comme pour  $I_1$  et  $I_2$ , est une modification de la règle de Simpson. Cette modification est rendue nécessaire par la présence de puissances élevées  $(x/a)^{v+v'}$   $(u'/u)^{v+1}$  de la variable à intégrer. Au voisinage de zéro, la fonction à intégrer ne peut être correctement représentée par un polynôme du second degré comme dans l'intégrale de Simpson, ce qui se manifeste par une convergence lente (linéaire au lieu de cubique) de l'intégrale en fonction du nombre de points  $N$  de la maille. On la représentera par un produit du type  $(x/a)^{v+v'}$   $(u_0 + a_1 x + a_2 x^2)$  pour  $F$  (et une expression analogue pour  $I_1$ ) qui sera intégré.

Il faut également noter que les fonctions initiales

$$\Phi_{k'L}^{JS}(u_0) = \frac{\delta(u - u_0)}{u_0^2} \delta_{k'k} \delta_{L'L}$$

présentent une discontinuité pour  $u = u_0$ , il ne faut pas que l'intégration se fasse à cheval sur cette discontinuité.

TABLEAU I

Valeurs des coefficients successifs de transfert d'excitation  ${}^{(m)}\mathcal{D}_{kLJ}^{k'L'}(u_0)$  et des coefficients d'excitation totale  $\Delta_{kLJ}^{k'L'}(u_0)$  dans le cas  $u_0 = 5$  ( $\mathcal{D}_0$  et  $\mathcal{D}_2$  sont les valeurs limites pour  $J = 0$  et  $J = 2$  des  ${}^{(m)}\mathcal{D}_{kLJ}^{k'L'}$ ).

$k_0 R$	0,1	1	10	100	500
${}^{(1)}\mathcal{D}_{000}^{00}$	0,016 7	0,125 5	0,323 7	0,441 6	0,507 0
${}^{(1)}\mathcal{D}_{000}^{22}$	- 0,005 5	- 0,041 3	- 0,100 0	- 0,122 8	- 0,129 7
${}^{(1)}\mathcal{D}_{202}^{20}$	0,011 7	0,087 9	0,226 6	0,309 1	0,354 9
${}^{(1)}\mathcal{D}_{202}^{02}$	> $-10^{-4}$	- 0,018 4	- 0,044 7	- 0,054 9	- 0,058 0
${}^{(1)}\mathcal{D}_{202}^{22}$	> $-10^{-4}$	- 0,034 9	- 0,084 5	- 0,103 8	- 0,109 6
${}^{(1)}\mathcal{D}_{202}^{24}$	< $10^{-4}$	0,011 8	0,024 2	0,021 3	0,016 1
${}^{(2)}\mathcal{D}_{000}^{00}$	0,066 2	0,467 0	0,908 5	0,954 7	0,963 5
${}^{(2)}\mathcal{D}_{000}^{22}$	0,067 0	0,473 3	0,920 2	0,964 8	0,972 8
${}^{(2)}\mathcal{D}_{202}^{20}$	0,046 3	0,326 1	0,632 5	0,665 9	0,672 6
${}^{(2)}\mathcal{D}_{202}^{02}$	—	0,331 3	0,644 6	0,675 5	0,681 0
${}^{(2)}\mathcal{D}_{202}^{22}$	—	0,331 1	0,641 0	0,673 8	0,680 3
${}^{(2)}\mathcal{D}_{202}^{24}$	—	0,342 8	0,667 7	0,702 5	0,714 1
$\mathcal{D}_0$	0,070 0	0,498	0,946	0,975	0,976
$\mathcal{D}_2$	—	0,351 6	0,664 6	0,682 2	0,683 5
$\Delta_{000}^{00}$	1,017 9	1,241 7	6,738	15,98	21,83
$\Delta_{000}^{22}$	- 0,006 0	- 0,081 0	- 1,798	- 4,214	- 5,386
$\Delta_{202}^{20}$	1,012 3	1,131 8	1,649 9	1,954 1	2,107 7
$\Delta_{202}^{02}$	- 0,002 6	- 0,027 8	- 0,130 2	- 0,171 4	- 0,182 8
$\Delta_{202}^{22}$	0,004 9	0,052 6	0,244 7	0,323 2	0,345 2
$\Delta_{202}^{24}$	0,001 7	0,018 1	0,072 5	0,068 6	0,052 5

Finalement l'avantage de la méthode est que, étant basée sur deux relations de récurrence en  $u$  et  $u'$ , elle est linéaire en  $N$ . Nous avons vérifié que pour une maille équirépartie de 40 points la durée d'une itération est sensiblement plus rapide qu'une multiplication d'une matrice  $40 \times 40$  par un vecteur.

3.3 RÉSULTATS DE L'INTÉGRATION NUMÉRIQUE. — Dans le tableau I nous avons porté pour les deux premières diffusions les valeurs des coefficients de transfert  ${}^{(m)}\mathcal{D}_{kLJ}^{k'L'}(u_0)$  calculées pour  $J = 0$  (population) et  $J = 2$  (alignement observable) avec  $L = 0$  puisqu'on observe tout le profil Doppler. Nous avons fait figurer uniquement les coefficients correspondant au cas  $u_0 = 5$ , ce qui correspond approximativement à la vitesse de recul des atomes de He excités dans le niveau  $4^1D$  par un faisceau de  $\text{Na}^+$  à 70 keV (voir J.P. 1). Les profondeurs optiques  $k_0 R$  comprises entre 0,1 et 500 correspondent pour un rayon  $R = 2,5$  cm à des pressions comprises entre  $1,74 \times 10^{-5}$  et  $8,70 \times 10^{-2}$  torr. Les valeurs de  $\Gamma$ , largeur du niveau  $3^1P$  et de  $\Gamma_0$ , probabilité de la transition de résonance, ont été tirées des tables de Wiese *et al.* [13].

On remarque que dès la deuxième diffusion, les  ${}^{(m)}\mathcal{D}_{kLJ}^{k'L'}(u_0)$  sont proches des valeurs limites  $\mathcal{D}_J$  qui sont atteintes après quelques itérations. Dans le bas du tableau nous donnons les valeurs des coefficients d'excitation totale après diffusion.

3.4 VARIATION DE L'INTENSITÉ LUMINEUSE ET DE LA POLARISATION AVEC LA PRESSION. — La partie

observable des composantes tensorielles  $\rho_q^k$  est donnée, comme on observe tout le profil de Doppler, par

$$\rho_q^k(u_0) = \sqrt{4\pi} \int_0^\infty \varphi_{k0}^q(u, u_0) u^2 du. \quad (28)$$

Les  $\varphi_{kL}^q$ , solutions des équations (18), s'expriment d'après les relations (24) et (26) en fonction des  $\Phi_{kL}^q$  qui eux-mêmes dépendent des composantes  $A_q^k$  de la matrice d'excitation initiale. Ainsi en supposant que nous sommes dans l'approximation moléculaire et en prenant l'axe du faisceau comme axe de quantification, nous pouvons exprimer, pour une vitesse de recul  $u_0 v_0$  et un angle de recul  $\theta_0$ , la population par

$$\rho^0(u_0) = \frac{1}{\Gamma} [\Delta_{000}^{00}(u_0) A_0^0 + P_2(\cos \theta_0) \Delta_{000}^{22}(u_0) A_0^2] \quad (29)$$

et l'alignement observable par :

$$\rho_0^2(u_0) = \frac{1}{\Gamma} \left\{ \left[ \Delta_{202}^{20}(u_0) - \frac{\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{7}} P_2(\cos \theta_0) \times \right. \right. \\ \times \Delta_{202}^{22}(u_0) + \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{7}} P_4(\cos \theta_0) \Delta_{202}^{24}(u_0) \left. \right] \\ \times A_0^2 + \sqrt{5} P_2(\cos \theta_0) \Delta_{202}^{02}(u_0) A_0^0 \left. \right\}. \quad (30)$$

La population est fonction de l'alignement initial, par conséquent l'intensité lumineuse dépendra de la polarisation initiale qui s'exprime par

$$P_{in.} = \frac{-3\sqrt{2}A_0^2}{4A_0^0 - \sqrt{2}A_0^2}.$$

L'expression de l'alignement observable montre que l'on a création d'alignement par diffusion anisotrope de la population, en particulier on pourra observer de la lumière polarisée rectilignement pour un alignement initial nul.

3.4.1 *Intensité lumineuse de la transition latérale 3<sup>1</sup>P-2<sup>1</sup>S.* — La variation de l'intensité lumineuse de la transition 3<sup>1</sup>P-2<sup>1</sup>S avec la pression est représentée sur la figure 2. Nous avons tenu compte du fait que la population initiale est proportionnelle à la pression de la cible. Sachant que pour une vitesse de recul de l'ordre de 5  $v_0$ , le recul se fait quasiment perpendiculaire au faisceau, nous avons tracé les courbes de variation d'intensité pour  $\theta_0 = 90^\circ$ , ceci pour les valeurs de  $P_{in.}$  égales à +1 et -1, en effet la courbe de variation est toujours comprise entre les courbes correspondant à ces deux valeurs. Nous avons aussi porté sur la figure la courbe relative à une distribution initiale des atomes émetteurs isotropes thermiques; cette courbe a été tracée à l'aide de la formule établie par D'Yakonov et Perel [5]. On remarque qu'en présence de recul l'emprisonnement est plus faible que dans une excitation maxwellienne thermique, ce qui *a priori* était prévisible sans faire les calculs.

3.4.2 *Polarisation de la transition 3<sup>1</sup>P-2<sup>1</sup>S.* — Si  $|P_{in.}|$  est élevé, la polarisation décroît moins rapi-

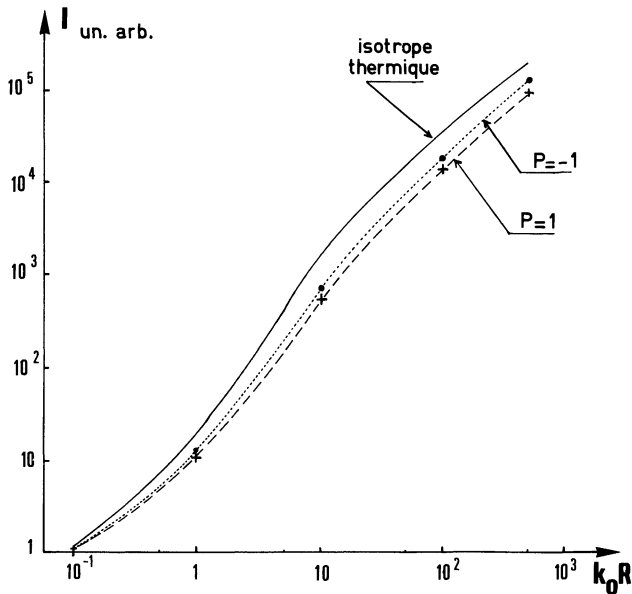


FIG. 2. — Courbes de variation d'intensité de la transition 3<sup>1</sup>P-2<sup>1</sup>S correspondant aux deux cas extrêmes de la polarisation initiale ( $P_{in.} = \pm 1$ ) pour les conditions de recul  $u_0 = 5$  et  $\theta_0 = 90^\circ$ . [Intensity variations of the 3<sup>1</sup>P-2<sup>1</sup>S transition for two extreme initial polarization cases ( $P_{in.} = \pm 1$ ) and for the recoil condition:  $u_0 = 5$  and  $\theta_0 = 90^\circ$ .]

dement que dans le cas isotrope thermique (Fig. 3a) et l'angle de recul  $\theta_0$  des atomes excités dans les chocs primaires n'agit pas de façon très sensible sur la variation de la polarisation. A plus faible polarisation initiale, la création d'alignement par diffusion anisotrope va modifier nettement les courbes de polarisation dont la variation va dépendre de  $\theta_0$ . Sur les figures 3b et 3c nous avons représenté les courbes pour de faibles valeurs de  $|P|$ : si  $P_{in.} > 0$ , pour  $\theta_0 = 90^\circ$  la courbe de polarisation décroît plus rapidement que celle relative au cas isotrope thermique et la polarisation devient même négative pour les fortes valeurs de  $k_0 R$  tandis que la courbe correspondant à  $\theta_0 = 60^\circ$  serait plus proche de la courbe isotrope thermique, ceci en raison de la faible valeur de  $P_2(\cos \theta_0)$ . Si  $P_{in.} < 0$  les courbes présentent un maximum qui est d'autant plus prononcé que  $\theta_0$  est important. Ces résultats montrent que pour un recul suivant un angle important la diffusion anisotrope du rayonnement introduit une polarisation négative. Cette polarisation a été calculée pour différentes valeurs de  $\theta_0$  (Fig. 3d) et on trouve en particulier qu'elle est positive pour les faibles valeurs de  $\theta_0$ . Les valeurs obtenues sont relativement importantes puisque pour  $\theta_0 = 90^\circ$ , la polarisation atteint -2,75%.

L'apparition de lumière polarisée négativement, dans le cas d'un alignement initial nul et pour un recul perpendiculaire au faisceau, s'interprète physiquement de la façon suivante :

La polarisation initiale étant nulle, le rayonnement émis au cours de la première diffusion est isotrope. Toutefois seul le rayonnement émis le long du faisceau, perpendiculairement au recul, est réabsorbé. Un faisceau lumineux, non polarisé, dirigé suivant Oz, est une lumière  $\sigma$  (combinaison incohérente de  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ ) et excite les niveaux  $m = \pm 1$ . La lumière émise par la suite est donc  $\sigma$  et la polarisation correspondante est négative.

3.5 *RÉSOLUTION DE L'ÉQUATION DE DIFFUSION MULTIPLE DANS LE CAS D'UNE EXCITATION INSTANTANÉE.* — Pour résoudre dans ce cas l'équation dépendant du temps, nous utilisons une méthode itérative analogue à celle utilisée dans la résolution de l'équation en régime stationnaire.

Les  ${}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}(t)$  correspondant aux diffusions successives sont données par les équations

$$\frac{\partial {}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}(t)}{\partial t} = -\Gamma {}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}(t) + \Gamma_0 \sum_{k'L'} K_{kLJS}^{k'L'}(u_0) {}^{(n-1)}\varphi_{k'L'}^{JS}(t) \quad (31)$$

dont la solution est de la forme :

$${}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}(t) = e^{-\Gamma t} \left[ \int_0^t dt_0 e^{\Gamma t_0} \Gamma \sum_{k'L'} \times \right. \\ \left. \times \frac{\Gamma_0}{\Gamma} K_{kLJS}^{k'L'}(u_0) {}^{(n-1)}\varphi_{k'L'}^{JS}(t_0) + {}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}(t=0) \right].$$

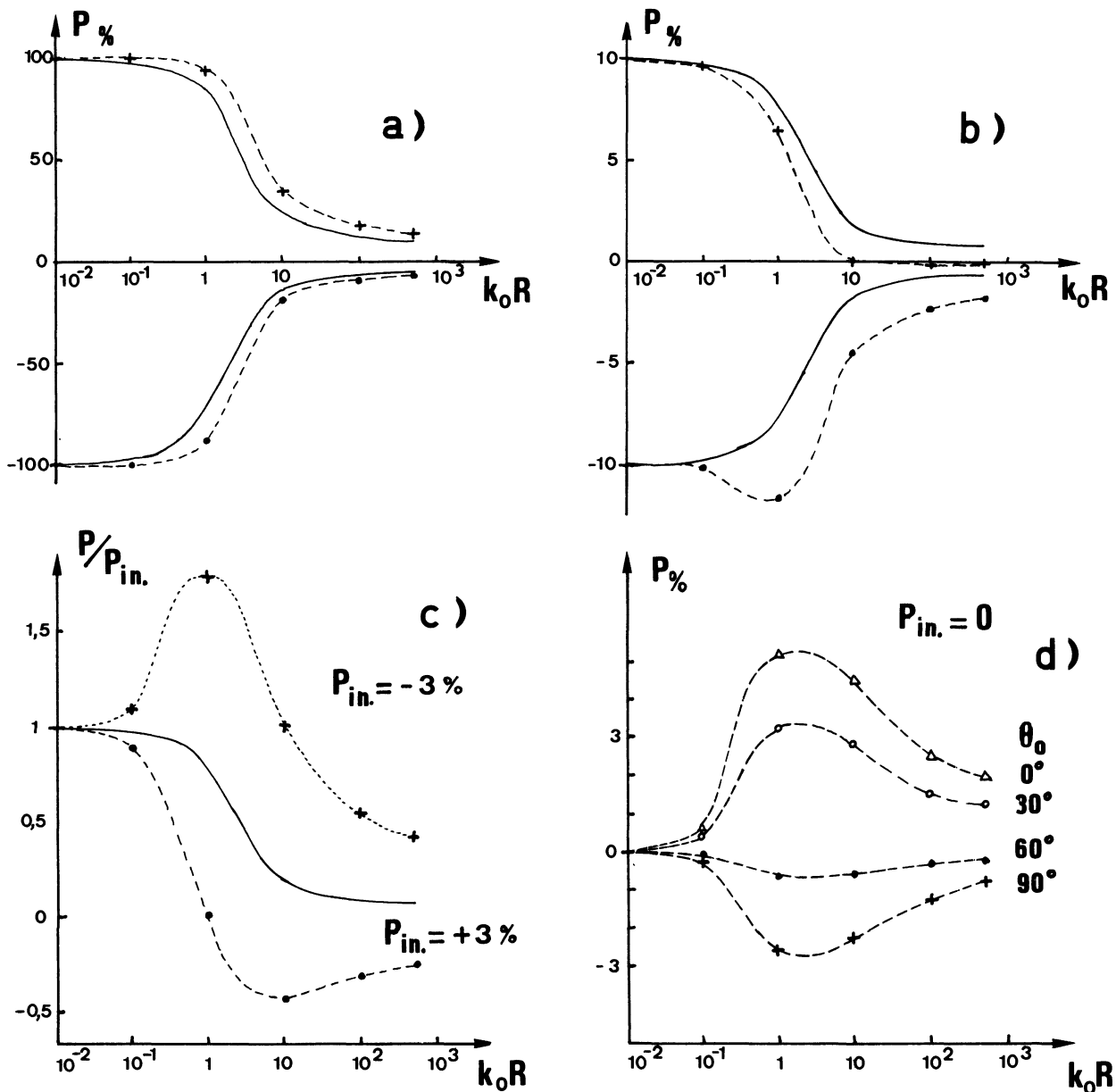


FIG. 3. — Courbes de variation de la polarisation de la transition  $3\ ^1P-2\ ^1S$  avec la profondeur optique dans le cas  $u_0 = 5, \theta_0 = 90^\circ$  pour différentes valeurs de la polarisation initiale : a)  $P_{in.} = \pm 100\%$ , b)  $P_{in.} = \pm 10\%$ , c)  $P_{in.} = \pm 3\%$ . Les courbes en trait plein représentent les variations de polarisation pour une distribution initiale isotrope thermique. Dans la figure d), correspondant au cas  $P_{in.} = 0$ , sont représentées les courbes obtenues pour d'autres valeurs de l'angle de recul  $\theta_0$ .

[Polarization of the  $3\ ^1P-2\ ^1S$  transition as a function of the optical depth for the case  $u_0 = 5, \theta_0 = 90^\circ$  and for various values of  $P_{in.}$  : a)  $P_{in.} = \pm 100\%$ , b)  $P_{in.} = \pm 10\%$ , c)  $P_{in.} = \pm 3\%$ . The full line curves represent the variations of the polarization for an initial isotropic thermal distribution. Figure d), corresponding to the case  $P_{in.} = 0$ , shows the curves obtained for other values of the recoil angle  $\theta_0$ .]

A l'instant initial les termes de diffusion multiple sont nuls,

$${}^{(n)}\varphi_{kL}^{JS}(t = 0) = 0$$

et on trouve finalement que les solutions des équations de diffusion multiple dépendant du temps s'expriment par, sachant que  ${}^{(0)}\mathcal{D}_{kLJ}^{k'L'} = \delta_{kk'} \delta_{LL'}$

$$\varphi_{kL}^{JS}(u_0, t) = e^{-\Gamma t} \left[ \Phi_{kL}^{JS} + \sum_{k'L'} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{t^n \Gamma^n}{n!} \times \right.$$

$$\left. \times \left( \prod_{j=1}^n {}^{(j)}\mathcal{D}_{kLJ}^{k'L'}(u_0) \right) \Phi_{k'L'}^{JS} \right]. \quad (32)$$

3.5.1 Evolution de la population (ou de l'intensité lumineuse). — Nous avons vu que dès la deuxième diffusion, les coefficients  ${}^{(j)}\mathcal{D}_{000}^{k'L'}(u_0)$  atteignent quasiment leur valeur limite  $\mathcal{D}_0(u_0)$ . Cela traduit le fait qu'après la première diffusion, la partie observable de la population des atomes excités à la suite de cette première diffusion du rayonnement correspond à une distribution maxwellienne isotrope de ces atomes.

TABLEAU II

Constantes de temps et amplitudes relatives initiales des deux exponentielles  
représentant l'évolution de l'intensité lumineuse ( $u_0 = 5$ ,  $\theta_0 = 90^\circ$ )  $\tau_1^{(0)} = \tau = 1,726$  ns

$k_0 R$	0,1		1		10		100		500	
$\tau_2^{(0)}$ (ns)	7,856		3,438		32,05		69,04		73,53	
$\tau_{\text{is.th.}}$ (ns)	1,852		3,390		27,77		67,11		72,99	
$P_{\text{in.}}$ (%)	$A_1^{(0)}$	$A_2^{(0)}$	$A_1^{(0)}$	$A_2^{(0)}$	$A_1^{(0)}$	$A_2^{(0)}$	$A_1^{(0)}$	$A_2^{(0)}$	$A_1^{(0)}$	$A_2^{(0)}$
100	0,817	0,183	0,807	0,193	0,733	0,267	0,637	0,363	0,575	0,425
33,3	0,775	0,225	0,763	0,237	0,677	0,323	0,570	0,430	0,504	0,496
0	0,761	0,239	0,748	0,252	0,658	0,342	0,548	0,542	0,481	0,519
- 33,3	0,750	0,250	0,736	0,264	0,643	0,347	0,530	0,470	0,462	0,538
- 100	0,734	0,266	0,719	0,271	0,621	0,379	0,504	0,496	0,434	0,566

Si on suppose que les  ${}^{(j)}\mathcal{D}_{000}^{k'L'}$  sont constants à partir de la deuxième diffusion, on peut alors écrire  $\varphi_{00}^0(u, t)$  sous la forme d'une somme de deux exponentielles, ce qui conduit à exprimer l'évolution de la population en fonction du temps par

$$\rho_0^0(u, t) = A_0^0(A_1^{(0)} e^{-\Gamma t} + A_2^{(0)} e^{-\Gamma(1 - \mathcal{D}_0(u_0))t}) \quad (33)$$

où  $A_1^{(0)}$  et  $A_2^{(0)}$  dépendent des  ${}^{(1)}\mathcal{D}_{000}^{k'L'}$ , de  $\mathcal{D}_0$  et du taux de polarisation initial.

Dans le tableau II, nous donnons les valeurs relatives des amplitudes et les constantes de temps des deux exponentielles pour les valeurs de  $k_0 R$  choisies, en prenant  $\theta_0 = 90^\circ$ . Pour  $\theta_0 = 60^\circ$  on trouve des valeurs de  $A_1^{(0)}$  qui sont peu différentes de celles du cas  $\theta_0 = 90^\circ$ .

Ainsi, dans le cas d'une diffusion anisotrope, au lieu d'avoir la décroissance habituelle de l'intensité lumineuse, c'est-à-dire suivant une exponentielle, nous obtenons une décroissance suivant deux exponentielles :

— l'une correspondant à la partie du rayonnement non emprisonné, avec une constante de temps égale à l'inverse de la largeur naturelle du niveau

$$\tau_1 = \tau = 1/\Gamma;$$

— l'autre correspondant à la partie emprisonnée,

$$\text{avec une constante de temps } \tau_2 = \frac{\tau}{1 - \mathcal{D}_0(u)}.$$

On remarque que la durée de vie  $\tau_2$  correspondant à l'emprisonnement du rayonnement est peu différente de celle relative à une distribution initiale isotrope thermique. Les valeurs correspondant au cas isotrope thermique ont été obtenues à partir des formules établies par D'Yakonov et Perel [5].

3.5.2 Evolution de l'alignement observable. — Comme pour la population, on peut exprimer l'alignement observable sous forme de deux exponentielles dont les amplitudes dépendent des  ${}^{(1)}\mathcal{D}_{202}^{k'L'}$  de  $\mathcal{D}_2$  et de  $P_{\text{in.}}$  :

$$\rho_0^{(2)}(u_0) = [A_1^{(2)} e^{-\Gamma t} + A_2^{(2)} e^{-\Gamma(1 - \mathcal{D}_2(u_0))t}] A_0^{(2)}. \quad (34)$$

Les amplitudes relatives des deux exponentielles calculées pour différentes valeurs de  $P_{\text{in.}}$  et de  $k_0 R$  sont données dans le tableau III, ceci dans le cas  $u_0 = 5$  avec un angle de recul  $\theta_0 = 20^\circ$ . Les résultats se caractérisent par l'apparition d'amplitudes  $A_1^{(2)}$  et  $A_2^{(2)}$  de signes opposés pour les faibles valeurs positives de  $P_{\text{in.}}$ . Ceci est dû à la création d'alignement au cours de la première absorption non isotrope du rayonnement.

TABLEAU III

Constantes de temps et amplitudes relatives des deux exponentielles  
représentant l'évolution de l'alignement observable ( $u_0 = 5$ ;  $\theta_0 = 90^\circ$ )  $\tau_1^{(2)} = 1,726$  ns

$k_0 R$	0,1		1		10		100		500		
$\tau_2^{(2)}$ (ns)	1,817		2,662		5,147		5,432		5,452		
$\tau_{\text{is.th.}}$ (ns)	1,811		2,595		5,024		5,427		5,453		
$P_{\text{in.}}$ (%)		$A_1^{(2)}$	$A_2^{(2)}$	$A_1^{(2)}$	$A_2^{(2)}$	$A_1^{(2)}$	$A_2^{(2)}$	$A_1^{(2)}$	$A_2^{(2)}$	$A_1^{(2)}$	$A_2^{(2)}$
100		0,831	0,169	0,788	0,212	0,683	0,317	0,503	0,497		
33		0,955	0,045	0,948	0,052	0,873 5	0,126 5	0,704	0,296		
10		1,390	- 0,390	1,506	- 0,506	1,542	- 0,542	1,408	- 0,408		
3	$A_1^{(2)} \gg A_2^{(2)}$	2,842	- 1,842	3,367	- 2,367	3,769	- 2,769	3,756	- 2,756		
- 3		- 1,306	2,306	- 1,950	2,950	- 2,595	3,595	- 2,952	3,952		
- 10		0,147	0,853	- 0,089	1,089	- 0,367	1,367	- 0,604	1,604		
- 33		0,582	0,418	0,469	0,531	0,301	0,699	0,110	0,890		
- 100		0,706	0,294	0,629	0,371	- 0,492	0,508	0,301	0,693		

3.6 COURBES DE DÉPOLARISATION MAGNÉTIQUE. —

L'évolution dans le temps de l'alignement suivant deux exponentielles se traduit, dans les expériences de dépolarisation magnétique en excitation continue, par une courbe formée de deux lorentziennes dont les largeurs sont proportionnelles à  $1/\tau_1$  et  $1/\tau_2$ . Ceci est valable si on suppose que dans l'équation d'évolution en présence de champ magnétique les termes de couplage entre les J différents sont négligeables, ce que nous n'avons pas pu vérifier par le calcul. Les amplitudes relatives des deux lorentziennes  $\mathcal{A}_1$  et  $\mathcal{A}_2$  ont été calculées pour  $u_0 = 5$  et  $\theta_0 = 90^\circ$  en tenant compte du fait que les phénomènes d'emprisonnement n'interviennent que sur la partie du rayonnement absorbée au cours de la première absorption. Les résultats sont rassemblés dans le tableau IV où on remarque que pour les faibles valeurs positives de  $P_{in}$ , on obtient une courbe formée de deux lorentziennes d'amplitudes opposées.

Sur la figure 4, nous avons représenté l'évolution de la forme de la courbe de dépolarisation magnétique avec le taux de polarisation initiale en prenant comme profondeur  $k_0 R = 100$ , ce qui correspond à une pression expérimentale de  $1,74 \times 10^{-2}$  torr. (Les courbes ont été normalisées sur la valeur de  $P$  en champ nul.) Pour les fortes valeurs positives de  $P_{in}$ , les amplitudes étant de même signe, les courbes sont comprises entre les deux lorentziennes correspondant à  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . Quand  $P_{in}$  diminue, l'amplitude  $\mathcal{A}_2$  de la lorentzienne étroite correspondant au rayonnement emprisonné diminue jusqu'à devenir nulle pour  $P_{in} \approx 17,2\%$ , c'est-à-dire que la courbe totale tend vers la lorentzienne large. Pour  $P_{in} < 17,2\%$ ,  $\mathcal{A}_2 < 0$ , la courbe est formée de deux lorentziennes d'amplitudes opposées.

Pour un alignement initial nul nous n'obtenons évidemment que la lorentzienne étroite. Lorsque  $P_{in} < 0$ , la courbe est formée de deux lorentziennes de même signe, l'amplitude  $\mathcal{A}_1$  de la large augmentant quand  $|P_{in}|$  croît.

Si on considère maintenant l'évolution de la courbe en fonction de la profondeur optique, d'après les résultats du tableau IV, on observe une décroissance

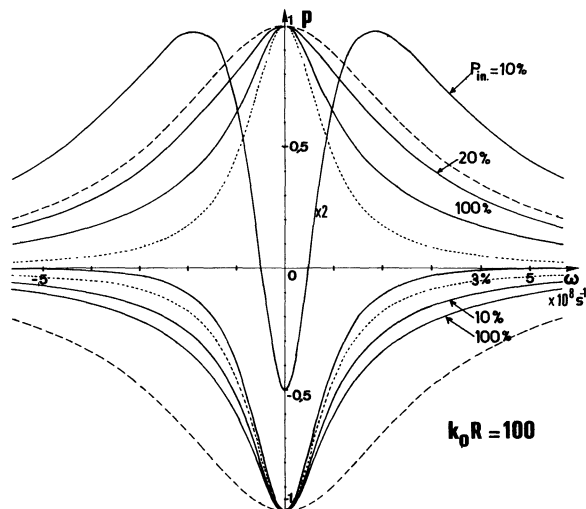


FIG. 4. — Evolution de la forme de la courbe de dépolarisation magnétique de la transition  $3\ ^1P-2\ ^1S$  en fonction de la polarisation initiale pour  $u_0 = 5$ ,  $\theta_0 = 90^\circ$  et  $k_0 R = 100$ . Les courbes en trait discontinu et en pointillé sont les lorentziennes qui correspondent respectivement à  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .

[Evolution of the magnetic depolarization line shape of the  $3\ ^1P-2\ ^1S$  transition as a function of the initial polarization for  $u_0 = 5$ ,  $\theta_0 = 90^\circ$  and  $k_0 R = 100$ . The broken line and the dotted line are the Lorentzian curves respectively associated with  $\tau_1$  and  $\tau_2$ .]

du rapport amplitude de la lorentzienne large sur amplitude de l'étroite, qui correspond à un emprisonnement de plus en plus grand. Ceci se manifeste sur la courbe compositante, dans le cas où les amplitudes sont de même signe, par une diminution de la largeur apparente de la courbe globale (cette courbe diffère très peu d'une lorentzienne de même largeur à mi-hauteur en raison du faible rapport, environ 3, des largeurs des lorentziennes composantes).

4. Observation expérimentale de la diffusion multiple anisotrope sur la transition  $3\ ^1P-2\ ^1S$  de HeI à  $5\ 015\ \text{\AA}$ .

— Nous venons de montrer l'influence de la diffusion multiple anisotrope sur l'évolution avec la pression de l'intensité, de la polarisation et de la forme des courbes de dépolarisation magnétique, mais dans l'étude expérimentale, nous avons orienté notre

TABLEAU IV

Amplitudes relatives des deux lorentziennes, composantes de la courbe de dépolarisation magnétique

$k_0 R$	0,1		1		10		100		500	
	$\mathcal{A}_1$	$\mathcal{A}_2$	$\mathcal{A}_1$	$\mathcal{A}_2$	$\mathcal{A}_1$	$\mathcal{A}_2$	$\mathcal{A}_1$	$\mathcal{A}_2$	$\mathcal{A}_1$	$\mathcal{A}_2$
$P_{in}$ (%)										
100	0,980	0,020	0,837	0,163	0,536	0,464	0,415	0,585	0,361	0,639
33	0,986	0,014	0,891	0,109	0,681	0,319	0,548	0,452	0,476	0,524
20	0,992	0,008	0,952	0,048	0,936	0,064	0,810	0,190	0,700	0,300
10	1,008	- 0,008	1,184	- 0,184	14,04	- 13,04	4,250	- 5,250	3,967	- 4,967
3	1,088	- 0,088	38,81	- 37,81	0,218	- 1,218	0,146	- 1,146	0,123	- 1,123
- 3	0,887	0,113	0,411	0,589	0,115	0,885	0,080	0,920	0,070	0,930
- 10	0,948	0,052	0,628	0,372	0,246	0,754	0,177	0,823	0,155	0,845
- 33	0,968	0,032	0,747	0,253	0,375	0,625	0,279	0,721	0,243	0,757
- 100	0,974	0,026	0,790	0,210	0,441	0,559	0,333	0,667	0,290	0,710



travail uniquement sur l'observation de la dépolarisation magnétique. Nous avons bien tenté de mettre en évidence cette anisotropie dans des mesures d'intensité, mais elles se sont révélées difficiles en raison de la précision qu'il fallait obtenir pour que ces mesures aient une signification ; aussi entre l'excitation avec  $\text{Na}^+$  à 70 keV (maximum de recul) et celle avec  $\text{Li}^+$  à 110 keV nous n'avons pas observé de différence très nette dans l'évolution de l'intensité. De plus pour pouvoir faire une comparaison significative il aurait fallu effectuer des mesures à des pressions extrêmement basses (dans la zone où la diffusion est très faible) de façon à pouvoir normaliser les courbes l'une par rapport à l'autre. Pour la polarisation, la précision des mesures était suffisante mais pour établir des comparaisons, il nous fallait connaître le taux de polarisation initiale, c'est-à-dire si on se reporte aux courbes théoriques précédentes, mesurer comme pour l'intensité, la polarisation à des pressions correspondant à une profondeur optique inférieure à 1. Or la pression minimale pour laquelle les mesures étaient possibles était  $5 \times 10^{-4}$ , pression où la dépolarisation par diffusion multiple est déjà très importante ; il était donc impossible de mettre en évidence le phénomène dans nos conditions expérimentales.

Toutefois nous avons pu observer une variation de la polarisation avec l'énergie et la nature de l'ion incident, en particulier nous avons remarqué qu'avec  $\text{Na}^+$  la polarisation changeait de signe au voisinage de 50 keV. Nous avons donc dans une première étape étudié l'évolution des courbes de dépolarisation en fonction de l'énergie de façon à nous ramener au cas théorique que nous avons examiné. Nous avons ensuite étudié leur variation en fonction de la pression en nous plaçant dans des conditions de recul très différentes, c'est-à-dire en bombardant la cible successivement par  $\text{Na}^+$  et  $\text{Li}^+$ . Le dispositif expérimental utilisé pour la réalisation de ces expériences est décrit en détail dans J.P. 1.

4.1 ETUDE DES COURBES DE DÉPOLARISATION MAGNÉTIQUE AVEC L'ÉNERGIE. — Nous avons fait varier l'énergie du faisceau de  $\text{Na}^+$  entre 35 et 110 keV en choisissant comme pression  $1,18 \times 10^{-2}$  torr, ce qui correspond à une profondeur optique moyenne. A cette pression, la diffusion multiple est importante et les taux de polarisation sont très faibles, ce qui nous a obligés à moyenniser les courbes de dépolarisation sur un très grand nombre de passages. Les différentes formes de courbes que nous avons obtenues sont présentées dans la figure 5. Au-dessus de 70 keV les courbes ont la forme de celle enregistrée à 75 keV, le sommet anormalement pointu est dû à la présence de cascades à partir des niveaux  $n^1\text{D}$ . Quand on descend en énergie, c'est-à-dire pour une polarisation initiale plus faible, on voit apparaître les deux lorentziennes de signes opposés. Lorsque la polarisation devient négative ( $E < 50$  keV) on observe essentiellement la courbe étroite et vers les plus basses énergies

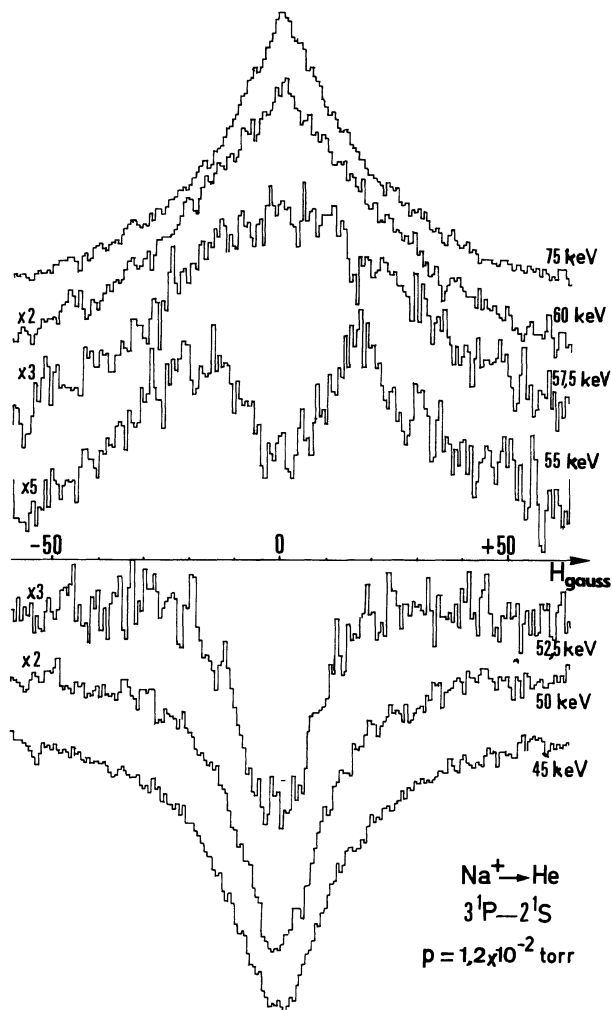


FIG. 5. — Courbes expérimentales de dépolarisation magnétique de la transition  $3^1\text{P}-2^1\text{S}$  obtenues avec  $\text{Na}^+$  à différentes énergies pour une pression  $p = 1,2 \times 10^{-2}$  torr.

[Experimental magnetic depolarization curves of the  $3^1\text{P}-2^1\text{S}$  transition as obtained after  $\text{Na}^+$  impact in He gas at a pressure of  $1.2 \times 10^{-2}$  torr for various incident energies.]

la courbe de dépolarisation s'élargit. L'évolution des courbes reproduites sur la figure est rigoureusement analogue à ce que nous avons obtenu théoriquement. Ce résultat confirme donc l'existence, pour les atomes excités de la cible, des vitesses de recul importantes suivant des angles proches de  $90^\circ$  par rapport à l'axe du faisceau.

Sur la figure 6 nous avons représenté l'évolution avec l'énergie de l'amplitude (polarisation) et de la largeur apparente à mi-hauteur des courbes de dépolarisation magnétique, ceci dans le cas où les amplitudes des deux lorentziennes composantes sont de même signe. Cette figure montre que lorsque  $P > 0$  la lorentzienne large correspondant au rayonnement non emprisonné est dominante, tandis que pour  $P < 0$  la courbe étroite, relative au rayonnement emprisonné, devient prépondérante. Vers les hautes énergies la décroissance simultanée de la polarisation et de la largeur avec l'énergie est certainement due à une diminution de la vitesse de recul, comme nous l'avons constaté sur le niveau  $4^1\text{D}$ .

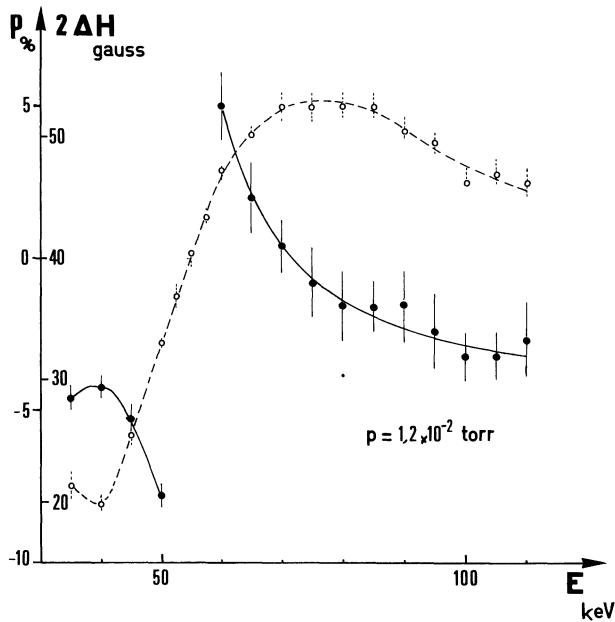


FIG. 6. — Variations avec l'énergie de  $\text{Na}^+$ , à pression fixe ( $1,2 \times 10^{-2}$  torr), de la largeur à mi-hauteur de la courbe de dépolarisation magnétique et du taux de polarisation de la transition  $3\ ^1\text{P}-2\ ^1\text{S}$ .

[Variation with  $\text{Na}^+$  incident energy at a given target pressure ( $1,2 \times 10^{-2}$  torr) of the full width at half maximum of the magnetic depolarization curve and of the polarization ratio of the  $3\ ^1\text{P}-2\ ^1\text{S}$  transition.]

D'autre part les taux de polarisation obtenus pour une pression de  $1,2 \times 10^{-2}$  torr à 80 keV (5 %) et à 40 keV (− 8 %) laissent supposer, d'après l'étude théorique de la variation de la polarisation avec la pression, que les polarisations initiales à ces énergies sont très importantes, de l'ordre de 50 %.

4.2 ETUDE DES COURBES DE DÉPOLARISATION AVEC LA PRESSION. — On sait que la largeur des courbes dépend du taux de dépolarisation initial. Une étude en fonction de la pression n'a donc pas de signification si on ne connaît pas exactement cette polarisation. Néanmoins, il est intéressant de pouvoir comparer ce que l'on obtient en excitation ionique avec ce que l'on aurait pour une distribution initiale isotrope thermique.

Avec  $\text{Na}^+$ , dans le domaine de pression exploré ( $10^{-3}$ - $10^{-1}$  torr), lorsque la polarisation est positive, la décroissance de la largeur est très lente alors que pour la distribution thermique, la valeur correspondant à l'emprisonnement total ( $2\ \Delta H = 20,8$  G) est atteinte dès  $2 \times 10^{-3}$  torr (Fig. 7a). La différence d'évolution des largeurs des courbes obtenues à 60 keV et 90 keV résulte de la valeur de la polarisation initiale qui est beaucoup plus importante à 90 keV. Pour une polarisation négative, la décroissance est plus rapide, ceci en raison de la prédominance de l'amplitude de la courbe correspondant au rayonnement emprisonné (Fig. 7b), et pour  $E = 45$  keV, on atteint presque la valeur de l'emprisonnement total, ce qui est l'indication d'un alignement initial faible.

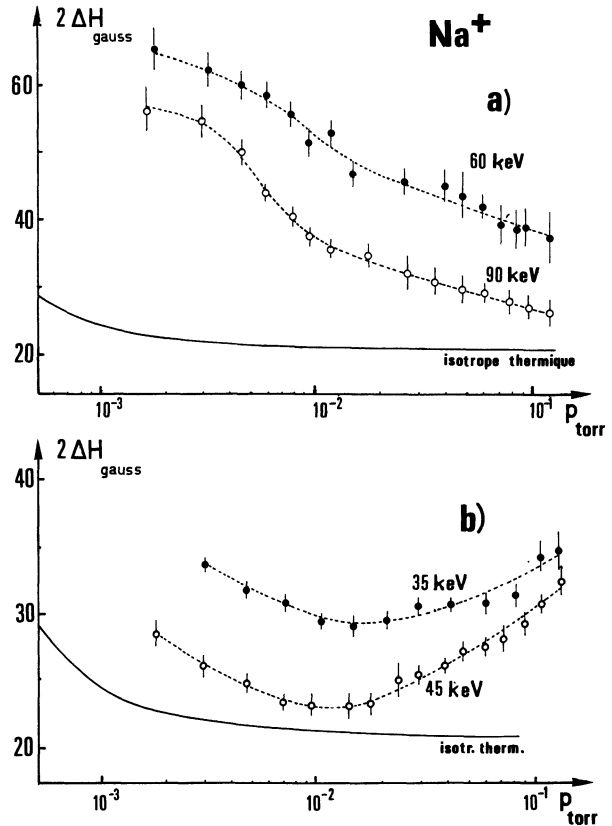


FIG. 7. — Courbes de variation avec la pression de la largeur Hanle du niveau  $3\ ^1\text{P}$  pour différentes valeurs de l'énergie de  $\text{Na}^+$  : a)  $E = 60$  et  $90$  keV ( $P_{in} > 0$ ); b)  $E = 35$  et  $45$  keV ( $P_{in} < 0$ ). [Pressure variation of the Hanle width of the  $3\ ^1\text{P}$  level for various  $\text{Na}^+$  incident energies : a)  $E = 60$  and  $90$  keV ( $P_{in} > 0$ ); b)  $E = 35$  and  $45$  keV ( $P_{in} < 0$ ).]

L'augmentation de la largeur pour les hautes pressions est due aux collisions secondaires des atomes, excités au cours de la diffusion du rayonnement, avec les autres atomes de la cible.

Avec  $\text{Li}^+$  à haute énergie, la polarisation étant négative il est difficile compte tenu des résultats obtenus avec  $\text{Na}^+$  à basse énergie, d'attribuer ce faible écart entre la courbe obtenue à 100 keV et la courbe isotrope thermique (Fig. 8a) au fait que la distribution de vitesses des atomes initialement excités est voisine d'une distribution thermique. Néanmoins, les taux de polarisation mesurés étant importants (environ − 20 % à  $10^{-3}$  torr), l'alignement initial est certainement élevé, ce qui nous conduit à supposer qu'avec  $\text{Li}^+$  à haute énergie, la distribution de vitesses des atomes excités au cours du choc est proche de la thermique.

Sur la figure 8b nous avons porté la variation de la largeur apparente du niveau en prenant pour la pression une échelle décimale. On trouve évidemment que l'élargissement est linéaire et la droite de relaxation par collisions s'extrapole sur la valeur correspondant à l'emprisonnement total

$$\gamma_a^2 = 18,4 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$$

alors que la théorie prévoit  $\gamma_a^2 = 18,32 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$ .

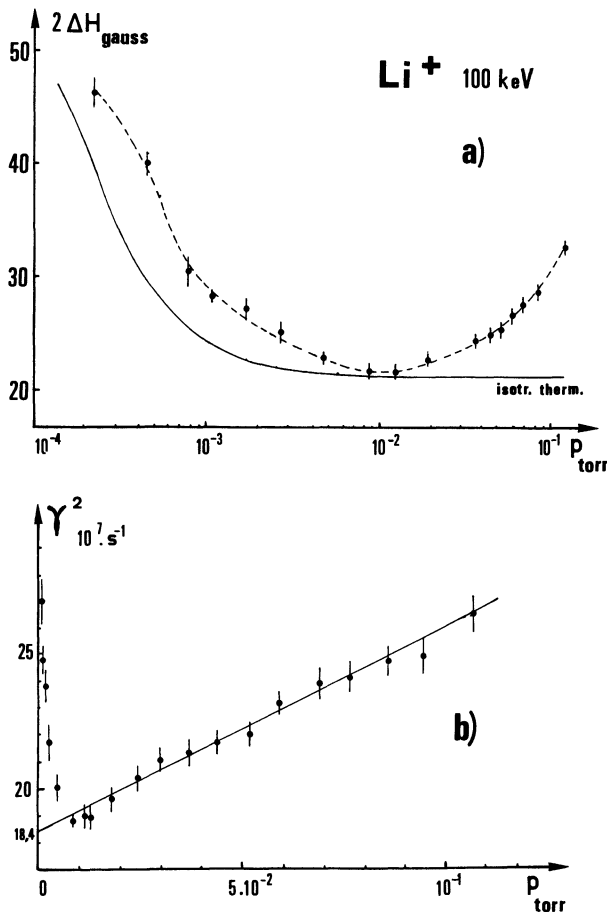


FIG. 8. — Variation avec la pression de la largeur Hanle du niveau  $3 \text{ }^1\text{P}$  excité par  $\text{Li}^+$  à 100 keV. [Pressure variation of the Hanle width of the  $3 \text{ }^1\text{P}$  level excited by  $\text{Li}^+$  at 100 keV.]

De la pente de cette droite, on tire

$$\langle \sigma^2(v) v \rangle = 2,1 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1},$$

et comme cette droite correspond au rayonnement emprisonné, la vitesse est égale à la vitesse relative thermique, on obtient pour la section efficace de relaxation par collisions

$$\sigma^{(2)} = 1,18 \times 10^3 \text{ \AA}^2.$$

De la courbe obtenue avec  $\text{Na}^+$  à 45 keV, on déduit pour  $\sigma^{(2)}$  sensiblement la même valeur.

La section efficace de relaxation, déterminée dans nos expériences, est importante devant celles des autres niveaux mesurées dans des expériences d'excitation électronique. Ce résultat nous conduit à attribuer l'élargissement des courbes de dépolarisation à des collisions résonnantes en effet les sections efficaces correspondantes peuvent atteindre des valeurs relativement élevées.

A partir de la formule théorique déterminée par Omont [11]

$$\sigma_R^2 = \frac{2,3 \lambda^3 \Gamma_0}{8 \pi^2 v}$$

on trouve pour le niveau  $3 \text{ }^1\text{P}$  de Hel

$$\sigma_R^2 = 143 \text{ \AA}^2$$

valeur 8 fois moins grande que la valeur expérimentale trouvée alors que l'expérience vérifie en général assez bien la théorie. Cet écart important entre la théorie et l'expérience peut être attribué aux conditions particulières d'excitation ou au trop faible domaine de pression exploré.

**5. Conclusion.** — Le développement théorique de la diffusion multiple, pour une distribution anisotrope des vitesses des atomes initialement excités, nous a conduits à un système d'équations intégrodifférentielles couplées dont la résolution a été possible en raison de la symétrie cylindrique de l'anisotropie dans le cas de l'excitation ionique. La résolution numérique de ce système d'équations nous a permis de prévoir l'influence des conditions de recul sur les phénomènes de diffusion multiple.

En ce qui concerne l'évolution de l'intensité lumineuse avec la pression, nous avons trouvé, comme on pouvait le prévoir sans faire de théorie, que l'intensité augmente moins rapidement que dans le cas d'une excitation initiale isotrope thermique. Toutefois nous ne pensons pas que cette évolution dépendait aussi de l'alignement initial.

La variation avec la pression de la polarisation linéaire est aussi très sensible aux conditions de recul. Mais par rapport à une excitation initiale thermique isotrope, l'anisotropie de la distribution des vitesses des atomes initialement excités se caractérise surtout par la création d'alignement dû à l'absorption anisotrope du rayonnement initial. Cela se traduit aux faibles pressions par une augmentation ou une diminution avec la pression du taux de polarisation et pour un alignement initial nul on peut observer de la lumière polarisée qui dans le cas d'une excitation ionique (angle de recul important) est polarisée négativement.

Par ailleurs nous avons montré, compte tenu de certaines hypothèses, que les courbes de dépolarisation magnétique sont composées de deux lorentziennes, l'une correspondant au rayonnement non emprisonné, l'autre au rayonnement emprisonné. La largeur de la courbe correspondant à l'emprisonnement du rayonnement évolue suivant la loi établie pour une distribution initiale isotrope thermique, c'est-à-dire qu'elle tend très rapidement vers  $\left(1 - \frac{7}{10} \frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)$  fois la largeur de la courbe du rayonnement non emprisonné. Les amplitudes des deux lorentziennes et leur signe dépendent des conditions de recul et de la pression ainsi que de la polarisation initiale.

L'observation expérimentale des phénomènes de diffusion multiple anisotrope n'a pu être réalisée que sur les courbes de dépolarisation magnétique; en

effet pour observer une influence du recul anisotrope sur l'intensité lumineuse et la polarisation, il est nécessaire d'effectuer des mesures à des pressions extrêmement basses, très inférieures à la pression limite pour laquelle nos mesures avaient une signification.

Les courbes de dépolarisation magnétique, enregistrées à pression moyenne en excitation avec  $\text{Na}^+$ , reproduisent exactement ce que nous avons prévu

théoriquement : les courbes obtenues sont effectivement formées de deux lorentziennes de largeurs différentes. Pour vérifier de façon rigoureuse la théorie, il est indispensable de connaître la distribution de vitesses des atomes excités dans les chocs primaires. La connaissance de la distribution de vitesses pourrait être atteinte par la détermination du profil Doppler du rayonnement initial, cette détermination devant être évidemment effectuée à une pression très faible.

### Bibliographie

- [J.P. 1] CARRÉ, M., GAILLARD, M. L. et LOMBARDI, M., *J. Physique* **38** (1977) 553.
- [1] MITCHELL, A. C. G. et ZEMANSKY, M. W., *Resonance Radiation and Excited Atoms* (Cambridge University Press, London) 1934, 1961.
- [2] HOLSTEIN, T., *Phys. Rev.* **72** (1947) 1212 ; *Phys. Rev.* **83** (1951) 1159.
- [3] HOLT, H. K., *Phys. Rev. A* **13** (1976) 1442.
- [4] BARRAT, J. P., Thèse Paris (1959), *J. Physique Rad.* **20** (1959) 541, 633, 657.
- [5] D'YAKONOV, M. I. et PEREL, V. I., *Sov. Phys. JETP* **20** (1965) 997.
- [6] SALOMAN, E. B. et HAPPER, W., *Phys. Rev.* **144** (1966) 7.
- [7] PEREL, V. I. et ROGOVA, I. V., *Sov. Phys. JETP* **34** (1972) 965.
- [8] ROGOVA, I. V., *Opt. Spectrosc.* **37** (1974) 4.
- [9] MILKEY, R. W. et MIHALAS, D., *Astrophys. J.* **185** (1973) 709. KUNASZ, P. B. et HUMMER, D. G., *Mon. Not. R. Astr. Soc.* **166** (1974) 57. VARDAS, I. M., *JQRST* **16** (1976) 1.
- [10] MESSIAH, A., *Mécanique Quantique* (Dunod) 1964.
- [11] MOTT, N. F. et MASSEY, H. S. W., *The theory of Atomic Collisions* (Clarendon Press, Oxford) 1965.
- [12] WAHL, A. C., CADE, P. E. et ROOTHAAN, C. C., *J. Chem. Phys.* **41** (1964) 2578.
- [13] WIESE, W. E., SMITH, M. W. et GLENNON, B. M., *Atomic Transition Probabilities*, vol. 1 NSRDS-NBS4 (U.S. Government Printing Office, Washington D.C.) 1966.
- [14] OMONT, A., *J. Physique* **26** (1965) 26.