



HAL
open science

Résolution de la relation de dispersion d'un magnétoplasma chaud pour des modes se propageant dans une direction quasi perpendiculaire au champ magnétique

R.L. Meyer, G. Leclert

► **To cite this version:**

R.L. Meyer, G. Leclert. Résolution de la relation de dispersion d'un magnétoplasma chaud pour des modes se propageant dans une direction quasi perpendiculaire au champ magnétique. *Journal de Physique*, 1976, 37 (2), pp.89-94. 10.1051/jphys:0197600370208900 . jpa-00208406

HAL Id: jpa-00208406

<https://hal.science/jpa-00208406>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
 Physics Abstracts
 6.520

RÉSOLUTION DE LA RELATION DE DISPERSION D'UN MAGNÉTOPLASMA CHAUD POUR DES MODES SE PROPAGEANT DANS UNE DIRECTION QUASI PERPENDICULAIRE AU CHAMP MAGNÉTIQUE

R. L. MEYER et G. LECLERT

Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés
 Université de Nancy I, 54037 Nancy cedex, France

(Reçu le 17 juin 1975, accepté le 3 octobre 1975)

Résumé. — Nous cherchons les modes propres d'un magnétoplasma chaud en propagation voisine de la perpendicularité au champ magnétique de confinement, soit en résolvant numériquement dans le plan complexe (kc/ω_r , ω_i/ω_H) l'équation de dispersion exacte, soit à l'aide d'une équation approchée valable hors du voisinage des harmoniques cyclotroniques et qui fournit des modes propres non amortis. On constate qu'un écart à la perpendicularité conserve les résonances d'indice réel de la propagation perpendiculaire, par contre les modes sont amortis, et nous avons chiffré cet amortissement.

Abstract. — Our aim is to determine the eigenmodes of a warm magnetoplasma which propagates in a direction almost perpendicular to the confining magnetic field. This is done in two ways. First we solve by means of a computer the exact dispersion relation in the complex plane (kc/ω_r , ω_i/ω_H). Secondly, using an approximate equation which is valid for regions outside the vicinity of the cyclotron harmonics, we determine the undamped modes. It can be observed that in cases of almost perpendicular propagation the real high refractive indices previously obtained for perpendicular propagation are still valid. However we find that there is an attenuation of the modes. We have calculated this damping.

1. **Introduction.** — L'équation de dispersion d'un magnétoplasma chaud s'écrit [1]

$$D(\mathbf{k}, \omega) = \det \left[\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega) - x^2 \left(1 - \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \otimes \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \right) \right] = 0 \quad (1)$$

où \mathbf{k} est le vecteur d'onde, $\boldsymbol{\varepsilon}$ le tenseur diélectrique et $x = \frac{|\mathbf{k}|c}{\omega}$ l'indice de réfraction.

Elle a été étudiée par divers auteurs, mais compte tenu de sa complexité, n'a été résolue que dans certains cas particuliers.

L'approximation quasi statique conduit à la forme simplifiée :

$$\sin^2 \theta \varepsilon_{xx} + 2 \sin \theta \cos \theta \varepsilon_{xz} + \cos^2 \theta \varepsilon_{zz} = 0 \quad (2)$$

où θ est l'angle entre le vecteur d'onde \mathbf{k} et le champ magnétique appliqué \mathbf{B}_0 . Plusieurs auteurs, [2-5], se sont attachés à résoudre cette équation.

Bernstein [2] se limite de plus à la propagation

perpendiculaire ($\varphi = \pi/2 - \theta = 0$); l'éq. (2) se réduit alors à

$$\varepsilon_{xx} = 0 \quad (3)$$

mode longitudinal. Il conclut qu'il existe des modes à indice de réfraction élevé au voisinage de chaque harmonique de la gyrofréquence électronique avec cependant une bande interdite à gauche des harmoniques. Outre l'utilisation de l'approximation quasi statique, on peut lui reprocher de faire varier indépendamment deux grandeurs (q et λ dans sa publication identiques aux paramètres ω/ω_H et μ définis dans le paragraphe 2) qui manifestement sont liées par la relation de dispersion (1).

Canobbio et Croci [3] étudient la propagation quasi perpendiculaire ($\varphi \neq 0$) ce qui leur permet d'utiliser la même équation que Bernstein [2] $\varepsilon_{xx} = 0$. Ils montrent qu'en propagation très proche de la perpendicularité au champ magnétique et au voisinage immédiat des harmoniques de la gyrofréquence électronique ($\omega = n\omega_H \pm \Delta\omega$, $\Delta\omega \ll \omega_H$) seuls des modes longitudinaux fortement amortis ont un indice de réfraction élevé.

Crawford [4] résout numériquement l'éq. (2). En propagation perpendiculaire cette équation se réduit à $\varepsilon_{xx} = 0$; il retrouve alors les conclusions de Bernstein [2]. En propagation oblique il néglige l'amortissement Landau, ce qui exclut le voisinage des harmoniques cyclotroniques ou restreint la validité des résultats à des angles φ très petits.

Enfin Tataronis et Crawford [5] ont résolu numériquement l'éq. (2) en propagation oblique. Les calculs montrent que l'amortissement des modes obtenus croît très vite quand on s'écarte de la perpendicularité au champ magnétique appliqué.

L'approximation quasi statique ne permet d'obtenir que des modes électrostatiques; elle élimine l'influence des éléments ε_{yy} et ε_{xy} du tenseur diélectrique dont on ignore *a priori* le comportement au voisinage des résonances d'indice. Pour s'affranchir de ces restrictions Dnestrovskii et Kostomarov [6, 7] ainsi que Furutani et Kalman [8] ont étudié l'éq. (1) complète.

Dnestrovskii *et al.* [6, 7] se sont limités à l'étude de la propagation perpendiculaire ($\varphi = 0$) ce qui permet de scinder l'équation de dispersion (1) en deux équations :

$$x^2 = \varepsilon_{zz} \quad (4)$$

qui fournit le mode *ordinaire* :

$$x^2 \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xy}^2 \quad (5)$$

qui donne les modes *extraordinaire* et *longitudinal*. Leurs conclusions, qui nous intéressent dans cette étude, sont :

1) l'existence de modes à indice élevé au voisinage des harmoniques de la fréquence cyclotron électronique,

2) l'absence d'amortissement de ces modes; ceci est dû au fait que les auteurs négligent l'interaction onde-particules résonnantes.

Furutani et Kalman [8] ont séparé les termes non résonnants des termes résonnants de la relation de dispersion (1) en faisant les limites $\omega \rightarrow n\omega_H$ puis $\varphi \rightarrow 0$. Ceci leur permet de mettre en évidence deux

modes à indice de réfraction élevé en propagation presque perpendiculaire et aux harmoniques cyclotroniques : l'un quasi longitudinal, l'autre quasi extraordinaire; mais ces deux modes sont fortement amortis.

Pour notre part nous avons recherché l'existence de modes propres ($|k|$ réel) se propageant presque perpendiculairement au champ magnétique ($\varphi \sim 0$). Pour $\varphi = 0$ l'amortissement de ces modes est nul (cas traité par Dnestrovskii et Kostomarov); pour des écarts faibles à la perpendicularité, la solution exacte est un mode amorti ($\omega = \omega_r + i\omega_i$ avec $\omega_i \lesssim \omega_r$).

L'examen des éléments du tenseur diélectrique donnés en (6) montre qu'il est extrêmement difficile de trouver une séparation analytique des parties réelle et imaginaire de ces éléments. En propagation quasi perpendiculaire au champ magnétique et au voisinage d'un harmonique cyclotronique, chaque élément du tenseur diélectrique contient un terme *résonnant* dont l'influence sera d'autant plus grande que l'écart à la perpendicularité sera plus important ou que la fréquence sera plus proche de l'harmonique.

En dehors du voisinage des harmoniques cyclotroniques l'influence du terme résonnant sera faible et nous pourrions trouver une expression analytique approchée de l'équation de dispersion qui conduit à des modes propres dont l'amortissement peut être négligé. Cette méthode exposée dans le paragraphe 3 a pour intérêt essentiel une réduction notable du temps de calcul des racines. Par contre au voisinage des harmoniques cyclotroniques nous résolvons l'équation de dispersion exacte (1) par une méthode purement numérique rappelée dans le paragraphe 4.

La limite de validité de l'expression analytique approchée de l'équation de dispersion sera déterminée par comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes et exposés au cours du paragraphe 5.

2. Equation de dispersion. — Le tenseur diélectrique qui intervient dans l'équation de dispersion (1) a pour composantes, dans le cas d'un plasma maxwellien [9] :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} z_0 \frac{e^{-\mu}}{\mu} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} n^2 I_n(\mu) Z(z_n) \\ \varepsilon_{yy} &= 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} z_0 \frac{e^{-\mu}}{\mu} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} [(n^2 - 2n\mu + 2\mu^2) I_n(\mu) - 2\mu^2 I_{n+1}(\mu)] Z(z_n) \\ \varepsilon_{zz} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} z_0 e^{-\mu} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} I_n(\mu) z_n Z'(z_n) \\ \varepsilon_{xy} &= -i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} z_0 \frac{e^{-\mu}}{\mu} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} [(n - \mu) I_n(\mu) + \mu I_{n+1}(\mu)] Z(z_n) \\ \varepsilon_{xz} &= -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} z_0 \frac{e^{-\mu}}{\sqrt{2}\mu} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} n I_n(\mu) Z'(z_n) \\ \varepsilon_{yz} &= -i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} z_0 \frac{e^{-\mu}}{\sqrt{2}\mu} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} [(n - \mu) I_n(\mu) + I_{n+1}(\mu)] Z'(z_n) \end{aligned} \quad (6)$$

avec ω_p pulsation plasma électronique

$$\mu = \left(\frac{|\mathbf{k}| v_{th}}{\omega_H} \sin \theta \right)^2$$

$v_{th} = (T_e/m)^{1/2}$ vitesse moyenne d'agitation thermique,
 ω_H pulsation gyromagnétique électronique
 I_n désigne la fonction de Bessel modifiée de première
 espèce d'ordre n [10]
 $Z(z_n)$ est la fonction de dispersion de plasma [11]
 définie par :

$$Z(z_n) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \lim_{\eta \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \times \\ \times du \frac{e^{-u^2/2v_{th}^2}}{\omega - n\omega_H |\mathbf{k}| u \cos \theta + i\eta} \quad (7)$$

avec

$$z_n = \frac{\omega - n\omega_H}{\sqrt{2} |\mathbf{k}| v_{th} \cos \theta}$$

L'équation de dispersion (1) peut s'écrire sous la
 forme équivalente

$$Ax^4 - Bx^2 + C = 0 \quad (8)$$

avec

$$A = \frac{\mathbf{k} \otimes \boldsymbol{\varepsilon} \otimes \mathbf{k}}{|\mathbf{k}|^2} = \varepsilon_{xx} \sin^2 \theta + \varepsilon_{zz} \cos^2 \theta + \\ + 2 \varepsilon_{xz} \sin \theta \cos \theta \\ B = (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xy}^2) \sin^2 \theta + (\varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{yz}^2) \cos^2 \theta - \\ - 2(\varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} - \varepsilon_{yy} \varepsilon_{xz}) \sin \theta \cos \theta \\ C = \det(\boldsymbol{\varepsilon}). \quad (9)$$

3. Relation de dispersion approchée. — Nous cher-
 chons des modes non amortis (ω réel) en propagation
 voisine de l'orthogonalité ($\varphi \sim 0$), ceci nous permet
 de faire un développement en φ , limité au second
 ordre, de la relation de dispersion (8) et des éléments
 du tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}$ (6).

De plus nous supposons que

$$|z_n| \gg 1. \quad (10)$$

Cette condition sera d'autant mieux satisfaite que
 le vecteur d'onde \mathbf{k} sera plus proche de la perpendi-
 cularité à \mathbf{B}_0 et que la fréquence ω sera plus éloignée
 d'un harmonique de ω_H .

La condition (10) nous permet de faire un dévelop-
 pement asymptotique de la fonction de dispersion de
 plasma [11] :

$$Z(z) = -\frac{1}{z} \left(1 + \frac{1}{2z^2} + \frac{3}{4z^4} + \dots \right) + i\sqrt{\pi}\sigma e^{-z^2} \quad (11)$$

avec

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{si} \quad \text{Im}(z) = \begin{pmatrix} > 0 \\ 0 \\ < 0 \end{pmatrix}.$$

Compte tenu du développement en φ^2 et de la
 dépendance des éléments du tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}$ en $Z(z)$, nous
 approximerons la fonction de dispersion de plasma
 par

$$Z(z) = -\frac{1}{z} \left(1 + \frac{1}{2z^2} \right). \quad (12)$$

Physiquement, faire cette approximation de la
 fonction de dispersion de plasma revient à négliger
 l'interaction onde-particules résonnantes.

La validité d'une telle approximation dépend de
 l'influence de la partie imaginaire de Z négligée. Le
 domaine dans lequel ce traitement est valable sera
 donné ultérieurement par comparaison directe avec
 les résultats du calcul des racines complexes (kc/ω_p ,
 ω_i/ω_H) de la relation de dispersion exacte (1) exposé
 dans le paragraphe 4.

Moyennant ces hypothèses et après quelques cal-
 culs, nous pouvons écrire l'équation de dispersion
 d'un magnétoplasma chaud en propagation voisine
 de la perpendicularité et hors du voisinage des harmo-
 niques cyclotroniques sous la forme :

$$x^4 \varphi^2 (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx}) + x^2 \varphi^2 (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} - \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{xy}^2) - 2 \varepsilon_{xz} x^4 \varphi + 2 x^2 \varphi (\varepsilon_{yy} \varepsilon_{xz} - \varepsilon_{yz} \varepsilon_{xy}) + \\ + x^4 \varepsilon_{xx} - x^2 (\varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{xy}^2 - \varepsilon_{zz}^2) + \det(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0. \quad (13)$$

Les éléments du tenseur diélectrique conduisent à des expressions analytiques trop longues pour pouvoir
 les donner toutes ici ; à titre d'exemple nous écrivons ε_{xx} :

$$\varepsilon_{xx} = 1 - \frac{\alpha^2 e^{-v^2}}{q v^2} \left\{ -\frac{v^2 \varphi^2}{q^2 - 1} q I_0(v^2) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(v^2) \left[\frac{n^2 q}{q^2 - n^2} + v^2 \varphi^2 \frac{n^2 q}{q^2 - n^2} + \frac{n^2 q}{v^2 (q^2 - n^2)} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{n^2 (q^3 + 3 q n^2)}{(q^2 - n^2)^3} - \frac{1}{2} \frac{q(n^2 + 1) - (n^2 - 1)}{(q + 1)^2 - n^2} - \frac{1}{2} \frac{q(n^2 + 1) + (n^2 - 1)}{(q - 1)^2 - n^2} \right] \right\} \quad (14)$$

avec

$$v^2 = \left(\frac{|\mathbf{k}| v_{th}}{\omega_H} \right)^2$$

$$q = \omega/\omega_H$$

$$\alpha = \omega_p/\omega_H.$$

L'éq. (13) possède pour ω réel des solutions kc/ω réelles. Nous nous limiterons à la recherche de ces modes propres non amortis.

4. Calcul exact des racines complexes. — Au voisinage des harmoniques cyclotroniques où l'interaction onde-particules résonnantes peut être sensible et mettre en défaut les approximations exposées dans le paragraphe précédent, nous avons recherché les racines complexes ($kc/\omega_r, \omega_i/\omega_H$) de la relation de dispersion exacte (1) dans le demi-plan $\omega_i/\omega_H < 0$ (modes amortis). La méthode utilisée a été employée avec succès précédemment [12, 13]. Il s'agit de rechercher les zéros de la partie réelle et de la partie imaginaire de $D(\mathbf{k}, \omega)$ à partir d'un quadrillage du plan complexe ($kc/\omega_r, \omega_i/\omega_H$). Les intersections des courbes donnant les zéros de $\text{Re } D$ et $\text{Im } D$ fournissent les racines complexes de l'équation $D(\mathbf{k}, \omega) = 0$. La figure 1 montre un exemple des résultats obtenus.

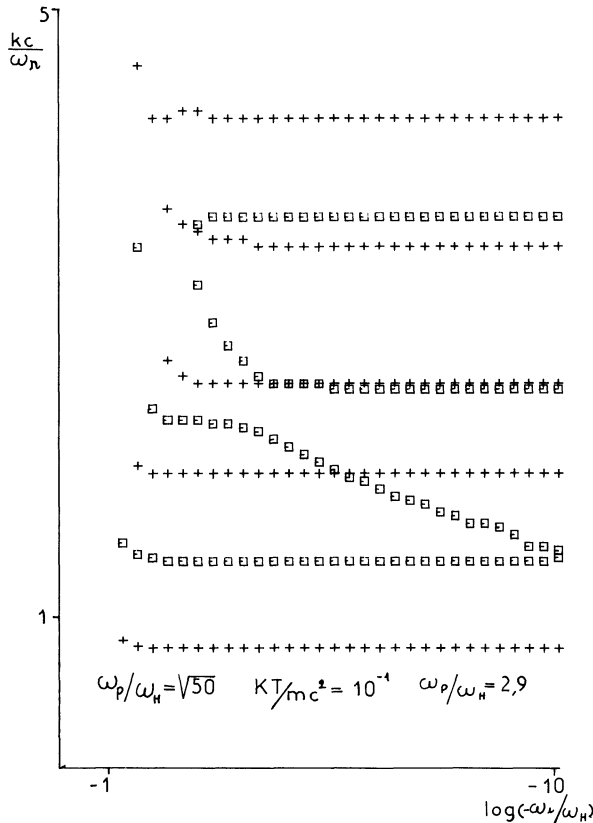


FIG. 1. — Lieux des zéros de $\text{Re } D(\mathbf{k}, \omega)$ ++ et $\text{Im } D(\mathbf{k}, \omega)$ □□□ dans le plan complexe ($kc/\omega_r, \omega_i/\omega_H$).

5. Résultats et discussions. — Nous avons donné aux paramètres les valeurs $\omega_p/\omega_H = \sqrt{50}$ (plasma dense ou champ magnétique faible) et $\omega_p/\omega_H = \sqrt{0,5}$

(plasma ténu ou champ magnétique fort). La température électronique a été choisie telle que $v_{th}^2/c^2 = 10^{-1}$. Pour une température plus basse ($v_{th}^2/c^2 = 10^{-3}$) les phénomènes sont qualitativement semblables mais sont confinés à une zone très étroite autour de chaque harmonique.

φ varie de 10^{-4} à 8×10^{-2} rad. Nous avons limité sa valeur maximale à 8×10^{-2} rad car l'amortissement des modes croît rapidement avec l'écart à la perpendicularité.

Les résultats obtenus sont illustrés par les figures 2a, b, 3a, b, c et 4a, b, c, d qui représentent en fonction de la fréquence réelle réduite ω_r/ω_H l'indice réel kc/ω_r et le taux d'amortissement réduit $\gamma = \omega_i/\omega_H$.

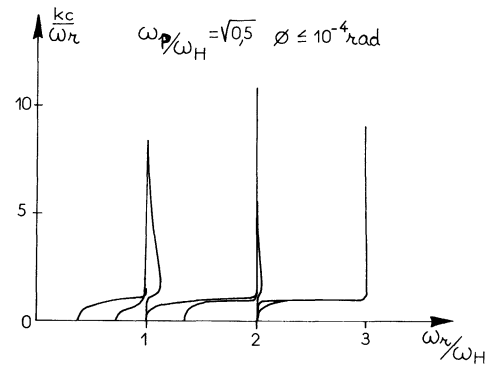
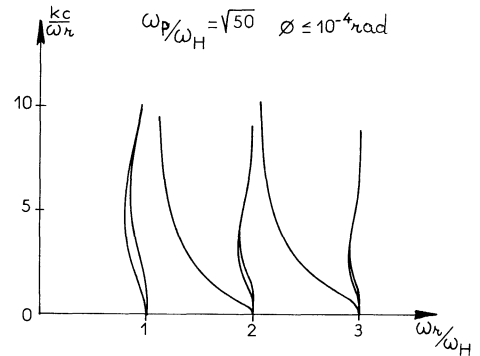
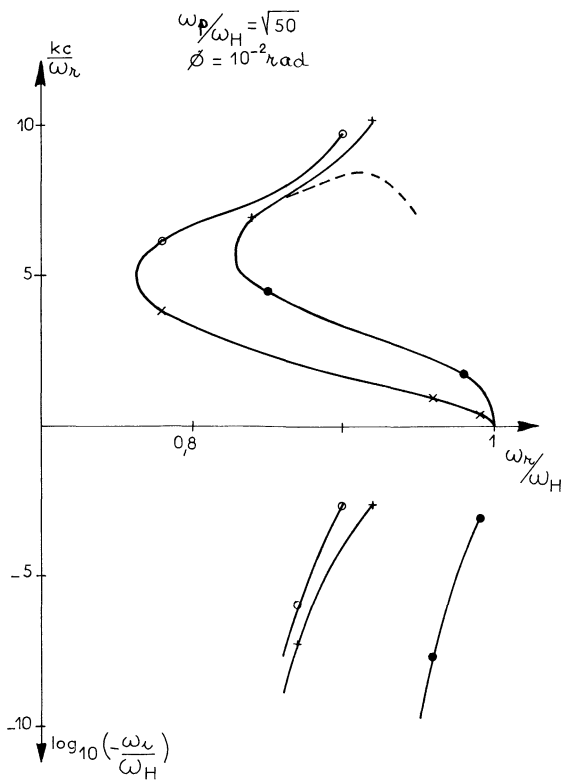


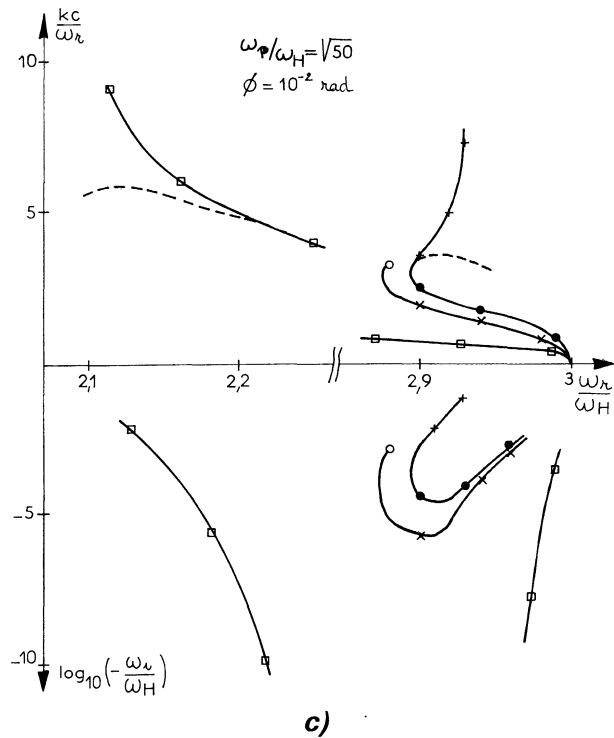
FIG. 2a, b. — Evolution de l'indice de réfraction réel kc/ω_r en fonction de la fréquence réelle normée ω_r/ω_H . $v_{th}^2/c^2 = 0,1$.

Les éq. (4) et (5) de la propagation perpendiculaire (cas traité par Dnestrovskii et Kostomarov) ont été résolues numériquement afin d'avoir une référence pour suivre l'évolution de l'indice en fonction de l'angle φ . Dans ces équations nous avons utilisé les expressions (14) des éléments du tenseur diélectrique dans lesquelles nous avons fait $\varphi = 0$; le développement asymptotique de Z conduit alors à des résultats rigoureux (modes non amortis). Les résultats obtenus sont semblables à ceux donnés par Dnestrovskii et Kostomarov [6, 7].

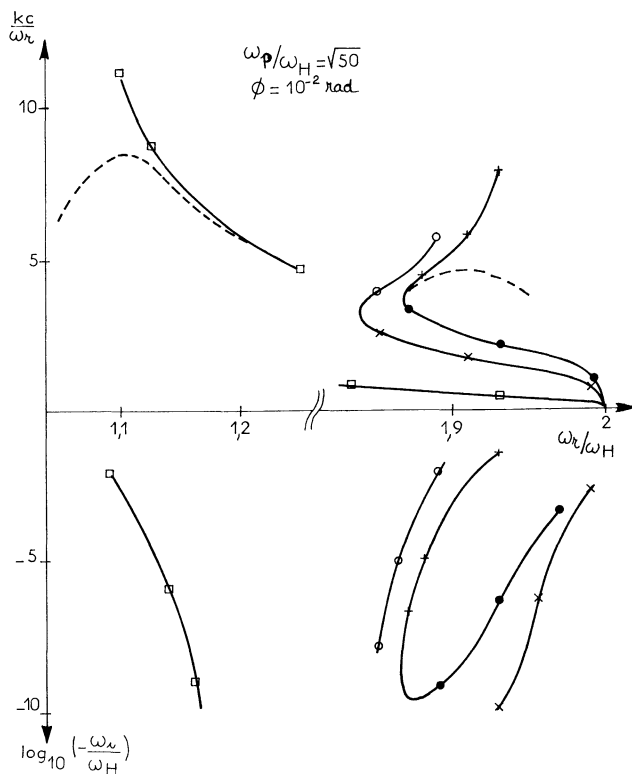
Les calculs montrent que les courbes de dispersion pour $\varphi = 10^{-4}$ rad sont, quelles que soient les valeurs des autres paramètres, la superposition des modes ordinaire, extraordinaire et plasma de la propagation perpendiculaire, γ étant inférieur à 10^{-10} . C'est



a)



b)



c)

FIG. 3a, b, c. — Evolution de l'indice de réfraction réel kc/ω_r et du taux d'amortissement réduit $-\omega_i/\omega_H$ en fonction de la fréquence réelle normée ω_r/ω_H . $v_{th}^2/c^2 = 0,1$, — solutions exactes de l'éq. (1); ---- solutions approchées. Les divers symboles (+ x o ● □) permettent de trouver la correspondance entre parties réelle et imaginaire de la solution exacte.

pourquoi nous n'avons donné qu'une série de courbes (Fig. 2a et b) valable de $\varphi = 0$ à $\varphi = 10^{-4}$ rad. Dans cette plage de variation de φ le calcul de l'indice réel à partir de l'équation de dispersion approchée (13) est parfaitement valable.

Pour un écart à la perpendicularité plus grand ($\varphi = 10^{-2}$ rad) les courbes 3a, b et c montrent que l'indice réel est peu modifié; en particulier on conserve les résonances d'indice au voisinage des harmoniques, par contre les modes obtenus sont amortis. Pour chacun d'eux, l'amortissement est de plus en plus important quand on s'approche de l'harmonique cyclotronique soit vers les indices élevés soit vers l'indice nul. De plus quand on décrit un mode depuis l'indice zéro vers les hauts indices, γ décrit une boucle à point minimum fini (cf. Fig. 3b et 3c). Ce minimum d'amortissement augmente avec l'ordre de l'harmonique.

L'indice de réfraction réel calculé à partir de l'équation approchée (13) a été porté sur les figures en tireté quand il diffère de celui obtenu par la résolution numérique de l'équation exacte (1). On constate que l'équation de dispersion approchée (13) conduit à une bonne valeur de l'indice réel du mode ordinaire; par contre les résonances d'indice des modes plasma et extraordinaire au voisinage des harmoniques cyclotroniques sont détruites. Cela est

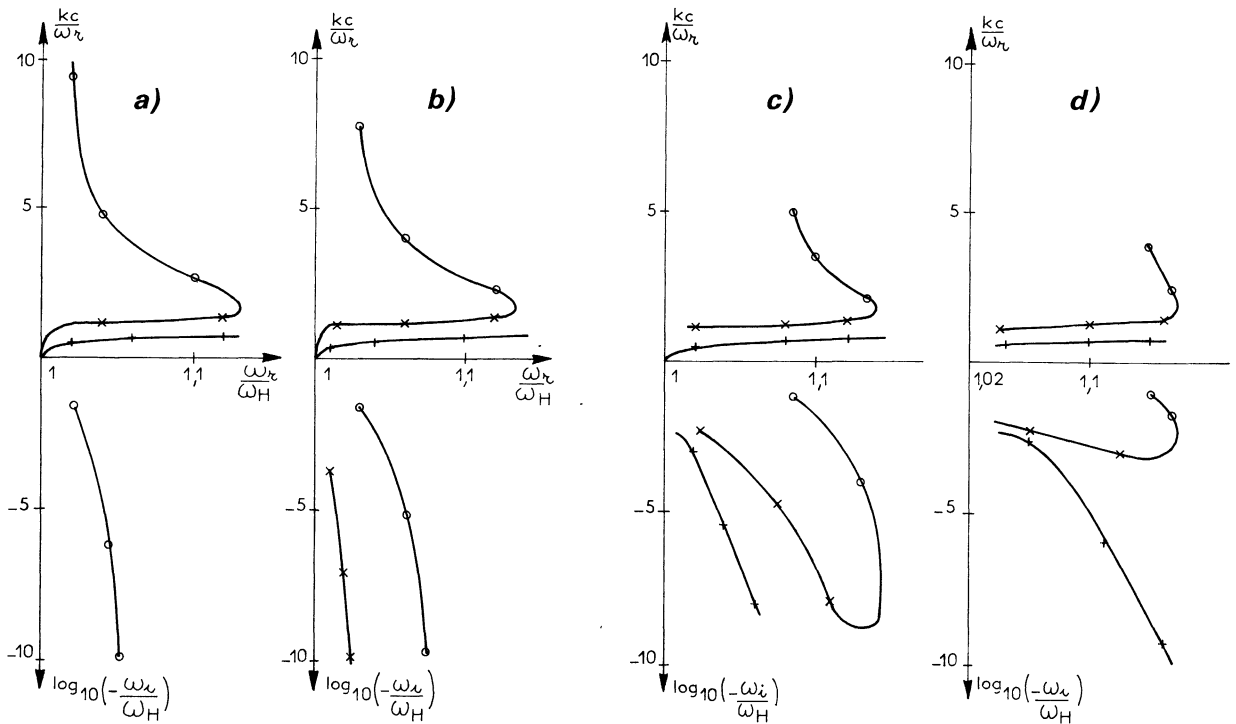


FIG. 4. — Influence de l'angle φ : $\omega_p/\omega_H = \sqrt{0,5} v_{th}^2/c^2 = 0,1$: a) $\varphi = 6 \times 10^{-3}$ rad ;
b) $\varphi = 10^{-2}$ rad ; c) $\varphi = 4 \times 10^{-2}$ rad ; d) $\varphi = 8 \times 10^{-2}$ rad.

dû à l'influence importante dans ce cas des termes résonnants des éléments du tenseur diélectrique. Le plasma tenu ou soumis à un champ magnétique fort ($\omega_p/\omega_H = \sqrt{0,5}$) présente qualitativement les mêmes résultats.

L'influence de l'angle φ est présentée sur les figures 4a, b, c, d. On constate que plus φ augmente, plus les modes sont amortis. Les indices réels sont peu affectés par la variation de φ à l'exception des indices élevés du mode plasma qui, à fréquence réelle donnée, augmentent avec φ .

6. Conclusion. — Cette étude constitue une extension des travaux de Bernstein et Dnestrovskii *et al.* qui étudient la propagation perpendiculaire ($\varphi = 0$) et de ceux de Furutani *et al.* et Canobbio *et al.* qui examinent un écart à la perpendicularité ($\varphi \simeq 0$), mais se limitent aux harmoniques ($\omega = n\omega_H$) pour les premiers ou à leur voisinage immédiat ($\omega \neq n\omega_H$), avec l'approximation électrostatique, pour les seconds. A l'aide des deux méthodes exposées dans les sec-

tions 3 et 4, nous avons donné la solution de la relation de dispersion du magnétoplasma chaud, pour des écarts à la perpendicularité φ petits, pour toute valeur de fréquence plus petite que $3\omega_H$.

Hors du voisinage des harmoniques l'approximation du paragraphe 3 est suffisante ; la solution est alors constituée de modes très peu amortis qui coïncident quand $\varphi \rightarrow 0$ avec les modes de Dnestrovskii et Kostomarov.

Au voisinage des harmoniques, cette approximation est en défaut par suite de l'influence croissante des termes résonnants. Il est alors nécessaire de résoudre numériquement l'équation exacte. Les modes obtenus présentent encore des résonances d'indice au voisinage des harmoniques, mais deviennent amortis. Le taux d'amortissement croît avec l'écart à la perpendicularité et décroît avec l'écart de fréquence par rapport à l'harmonique. En particulier les grands indices correspondent à des valeurs élevées de l'amortissement sauf pour l'excitation dans un cône d'ouverture étroite autour de $\varphi = 0$.

Bibliographie

- [1] BEKEFI, G., *Radiation processes in plasmas* (John Wiley Inc. New York) 1966.
- [2] BERNSTEIN, I. B., *Phys. Rev.* **109** (1958) 10.
- [3] CANOBBIO, E., CROCI, R., *VI^e Conférence Internationale sur les Phénomènes d'Ionisation dans les gaz* (Serma éditeur Paris) **3** (1963) 269.
- [4] CRAWFORD, F. W., *Microwave Laboratory Report N° 1216* Stanford University (1964).
- [5] TATARONIS, J. A., CRAWFORD, F. W., *J. Plasma Phys.* **4** (1970) 249.
- [6] DNESTROVSKII, Y. N., KOSTOMAROV, D. P., *Sov. Phys. JETP* **13** (1961) 886.
- [7] DNESTROVSKII, Y. N., KOSTOMAROV, D. P., *Sov. Phys. JETP* **14** (1962) 1089.
- [8] FURUTANI, Y., KALMAN, G., *Plasma Phys.* **7** (1965) 381.
- [9] SITENKO, A. G., STEPANOV, K. N., *Sov. Phys. JETP* **4** (1957) 512.
- [10] WATSON, G. N., *A treatise on the theory of Bessel functions* (Cambridge University Press) 1962.
- [11] FRIED, B. D., CONTE, S. D., *The plasma Dispersion Function* (Academic Press New York) 1961.
- [12] MEYER, R. L., LECLERT, G., *Phys. Lett.* **48A** (1974) 411.
- [13] MEYER, R. L., *Plasma Phys.* A paraître.