



**HAL**  
open science

# Instabilités dynamiques et hystérésis des transitions résistives dans les supraconducteurs de type II à l'état mixte

F.P. Peltier, J. Baixeras

► **To cite this version:**

F.P. Peltier, J. Baixeras. Instabilités dynamiques et hystérésis des transitions résistives dans les supraconducteurs de type II à l'état mixte. *Journal de Physique*, 1973, 34 (1), pp.67-77. 10.1051/jphys:0197300340106700 . jpa-00207358

**HAL Id: jpa-00207358**

**<https://hal.science/jpa-00207358v1>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification  
 Physics abstracts :  
 17.24

## INSTABILITÉS DYNAMIQUES ET HYSTÉRÉSIS DES TRANSITIONS RÉSISTIVES DANS LES SUPRACONDUCTEURS DE TYPE II A L'ÉTAT MIXTE (\*)

F. P. PELTIER et J. BAIXERAS

Laboratoire de Génie Electrique des Universités de Paris VI et Paris XI associé au CNRS  
 LCIE, 33, avenue du Général-Leclerc, 92, Fontenay-aux-Roses

(Reçu le 31 mai 1972, révisé le 28 août 1972)

**Résumé.** — Nous avons mis en évidence un phénomène d'hystérésis des courbes de transitions résistives sur un supraconducteur de type II de structure inhomogène. Nous proposons un modèle de déplacement des vortex qui, couplé au comportement thermique des échantillons, permet de rendre compte qualitativement des résultats obtenus. Le modèle envisagé s'appuie sur l'existence de points de fort ancrage assez régulièrement dispersés dans le matériau ; les vortex se piègent sur ceux-ci et ensuite se dépiègent brusquement, ce qui correspond au dégagement brutal d'une certaine quantité d'énergie. Nous avons vérifié expérimentalement quelques conséquences de notre modèle et l'accord est satisfaisant.

**Abstract.** — Hysteretic flux flow curves have been observed in an inhomogeneous type II superconductor. We propose a model for the movement of the vortices taking into account the thermal behaviour of the specimen, which can explain the experimental results. Our model supposes the existence of very effective pinning sites regularly spaced in the material ; the vortices are stopped by these defects and then are abruptly depinned, leading to the sudden release of a certain amount of energy. We have experimentally verified some predictions of our model and we have found satisfactory agreement.

1. **Introduction.** — Le phénomène de « flux flow » dans les supraconducteurs de deuxième espèce se traduit généralement par des courbes  $V(I)$ , tension en fonction du courant à champ magnétique,  $H$ , constant, monotones et réversibles [1], [2]. Au cours de l'étude du piégeage dans des solutions solides sursaturées de Pb-Sn à plusieurs stades de décomposition [3], [4], nous avons mis en évidence un phénomène d'hystérésis de ces courbes accompagné de l'existence d'importants pics de tension, comme on peut s'en rendre compte sur la figure 1. Nous avons par ailleurs constaté que le comportement des échantillons changeait brusquement lorsque la température du bain d'hélium devenait inférieure à  $T_\lambda = 2,18$  °K, température en dessous de laquelle l'hélium est superfluide. En dessous de  $T_\lambda$  les courbes deviennent réversibles et monotones, ceci est illustré par la figure 2, où nous avons porté les courbes  $V(I)$  à plusieurs températures. Ce changement de régime à  $T_\lambda$  montre que ces effets, ont au moins en partie une origine thermique. Nous avons également vérifié que pour  $T > T_\lambda$  la tension mesurée restait

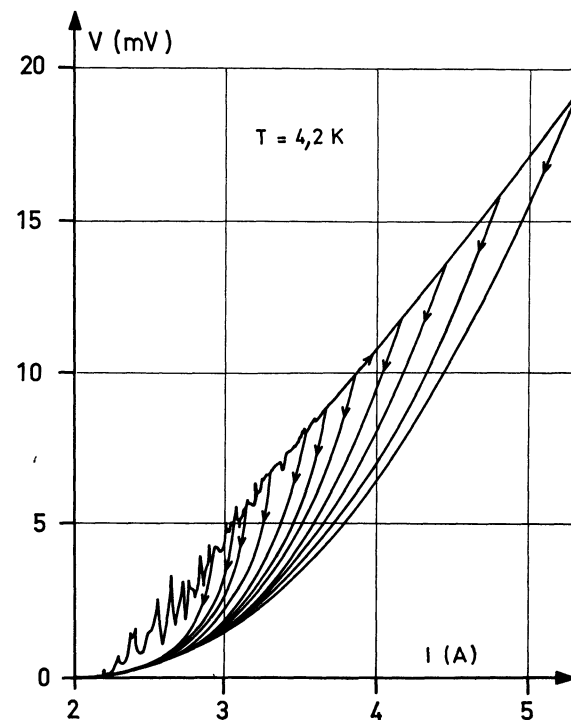


FIG. 1. — Courbes  $V(I)$  à champ magnétique constant. On remarque que les courbes en courant décroissant dépendent de l'intensité maximale atteinte lors de la montée du courant.

(\*) Ce travail fait partie de la Thèse de Troisième Cycle soutenue par F. P. Peltier à l'Université de Paris VI et a été financé en partie par la DGRST (Comité Electrotechnique Nouvelle).

toujours inférieure à celle correspondant à l'état normal de l'échantillon et dans ce dernier cas aucun effet particulier ne se manifeste ; nous en déduisons que le phénomène observé sur les courbes  $V(I)$  est lié à la présence de l'assemblée de vortex, caractéristique de l'état mixte.

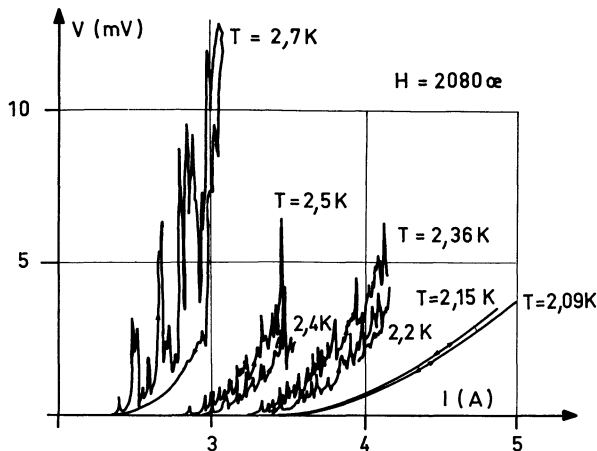


FIG. 2. — Courbes  $V(I)$  à champ magnétique constant à différentes températures. Il faut noter la disparition des pics lorsque la température du bain est inférieure à  $T_\lambda = 2,18^\circ\text{K}$ .

Dans cet article nous nous proposons de montrer que le comportement de nos échantillons est le résultat de la conjugaison de deux phénomènes :

— Le dépiégeage brusque et irrégulier de certains vortex dans le matériau, qui conduit à des inhomogénéités spatiales de dissipation de puissance.

— La qualité médiocre des échanges de chaleur entre l'échantillon et le bain d'hélium et le fait que la puissance dissipée par le mouvement des vortex soit une fonction croissante de la température peuvent donner lieu localement à des processus d'avalanche thermique.

Dans la première partie nous allons étudier le comportement thermique des échantillons ; dans la deuxième partie nous exposerons un modèle de piégeage et de dépiégeage des vortex pouvant expliquer l'apparition de pics de puissance dissipée ; dans la troisième partie, en utilisant les résultats obtenus, nous tenterons d'expliquer le phénomène d'hystérésis. Enfin dans la quatrième partie nous montrerons pourquoi ce phénomène qui présente un caractère général apparaît particulièrement dans nos échantillons par suite de leur structure métallurgique particulière.

**2. Etude des conditions d'échanges thermiques.** — Une description quantitative exacte des phénomènes étant extrêmement complexe nous utilisons un modèle simplifié pour rendre compte des phénomènes thermiques. Nous supposons en première approximation que la température dans l'échantillon est uniforme et nous étudions la réponse de l'échantillon à un accroissement  $\Delta P_0$  de puissance dissipée pendant un temps  $\Delta t$  très petit. Nous calculerons la puissance dissipée

et la température à chaque instant et nous montrerons que le comportement de l'échantillon est très différent suivant que celui-ci est à l'état normal ou supraconducteur.

Supposons d'abord qu'à l'instant  $t = 0$ , le système est en régime permanent et soient  $\Theta$  la température du bain d'hélium,  $T_0$  celle de l'échantillon et  $P_0$  la puissance dissipée dans celui-ci ; l'équation d'équilibre thermique s'écrit :

$$P(t = 0) = P_0 = hS(T_0 - \Theta) \quad (1)$$

où  $S$  est la surface de l'échantillon et  $h$  le coefficient d'échange avec le bain. En toute généralité le coefficient  $h$  dépend de la température, toutefois dans la suite des calculs nous le considérerons comme constant dans un but de simplification ; pour les fortes dissipations il faudrait prendre en compte cette dépendance. A un instant ultérieur quelconque la température de l'échantillon et la puissance dissipée sont reliées par l'équation

$$P = \rho cv \frac{\partial T}{\partial t} + hS(T - \Theta) \quad (2)$$

avec  $v$  : volume de l'échantillon,  
 $\rho$  : masse volumique de l'échantillon,  
 $c$  : chaleur massique.

En éliminant  $\Theta$  entre les deux équations précédentes, on obtient la relation entre la température et la puissance dissipée à l'instant  $t$  :

$$P(t) = P_0 + \rho cv \frac{\partial T}{\partial t} + hS(T - T_0). \quad (3)$$

Voyons maintenant quelles sont les origines physiques de la puissance dissipée dans le matériau. Cette puissance correspond à une dissipation par effet Joule lorsque l'échantillon est à l'état normal et aux pertes liées au mouvement dissipatif des vortex lorsque l'échantillon est dans l'état mixte. En régime permanent cette puissance est évacuée par le bain d'hélium et la température de l'échantillon est constante dans le temps. Supposons qu'à l'instant  $t = 0$  il y ait un bref pic de puissance dissipée (nous décrirons l'origine physique de ce pic dans la deuxième partie) sous la forme :

$$\Delta P = \Delta Q \delta(t)$$

$\Delta Q$  étant une quantité d'énergie et  $\delta(t)$  l'impulsion de Dirac.

Par suite de cet accroissement de puissance dissipée, la température de l'échantillon s'élève ; il faut en tenir compte dans le calcul de la puissance dissipée, car celle-ci dépend en général de la température. En effet lorsque l'échantillon se trouve à l'état mixte, le courant critique décroît lorsque la température s'élève, donc le nombre de vortex en mouvement augmente, ce qui se traduit par une augmentation de la puissance dissipée. Par contre lorsque le matériau est à l'état normal, sa résistivité ne dépend pratiquement pas de la tempé-

rature car elle est en général seulement déterminée par les défauts et impuretés ; la puissance dissipée par effet Joule ne dépend alors pas de la température.

Pour rendre compte dans les deux cas de ce comportement en fonction de la température, pour une situation physique donnée, où  $I$  est maintenu constant, nous écrivons au premier ordre :

$$P(T) - P(T_0) = \alpha(T - T_0) \quad (4)$$

lorsque le matériau est normal  $\alpha = 0$ .

Nous pouvons maintenant écrire l'expression de la puissance dissipée à un instant  $t$  quelconque ( $t > 0$ ) sous la forme

$$P(t) = P_0 + \Delta Q \delta(t) + \alpha [T(t) - T_0] \quad (5)$$

$P_0$  et  $T_0$  sont la puissance dissipée et la température à l'instant  $t = 0$ , le matériau étant supposé se trouver en régime permanent stable.

La température de l'échantillon à un instant  $t$  est déterminée en considérant que la totalité de la puissance dissipée dans le matériau d'une part sert à échauffer celui-ci et d'autre part est évacuée vers le bain d'hélium liquide ; on obtient ainsi une équation différentielle pour la variable  $T - T_0$  en égalant les expressions (3) et (5) :

$$\rho cv \frac{\partial}{\partial t} (T(t) - T_0) + (hS - \alpha) (T(t) - T_0) = \Delta Q \delta(t). \quad (6)$$

On résout immédiatement cette équation en calculant les transformées de Laplace des deux membres :

$$\rho cv p \tau(p) + (hS - \alpha) \tau(p) = \Delta Q \quad (7)$$

donc

$$\tau(p) = \frac{\Delta Q}{\rho cv p + hS - \alpha}$$

avec

$$\tau(p) = \int_0^{\infty} (T(t) - T_0) e^{-pt} dt.$$

On obtient alors l'expression de la température à un instant  $t > 0$  à partir de  $\tau(p)$  à l'aide de la transformation inverse :

$$T(t) = T_0 + \frac{\Delta Q}{\rho cv} \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) \quad (8)$$

où  $\tau_r = \rho cv / (hS - \alpha)$  est une constante de temps thermique qui rend compte de la réponse du matériau. L'expression de la puissance dissipée à l'instant  $t$  est donc

$$P = P_0 + \frac{\Delta Q}{\rho cv} \alpha \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right) + \Delta Q \delta(t). \quad (9)$$

A l'aide des expressions précédentes, nous pouvons discuter l'influence des différents paramètres intervenant dans le comportement thermique de l'échan-

tillon. Nous distinguerons deux cas suivant que l'échantillon se trouve à l'état normal ou à l'état supraconducteur.

2.1 ECHANTILLON NORMAL — Dans ce cas  $\alpha = 0$  et l'éq. (5) prend la forme simplifiée :

$$P = P_0 + \Delta Q \delta(t).$$

Quand l'hélium du bain est dans l'état superfluide ( $T < 2,18$  °K) les échanges thermiques sont très bons et l'échantillon suffisamment mince pour que nous puissions considérer la température à l'intérieur constante en tout point et égale à celle du bain. Des accumulations locales éventuelles de chaleur sont immédiatement résorbées du fait de ces très bons échanges thermiques et de la grande conductibilité thermique du plomb.

Lorsque l'hélium du bain est normal, la constante de temps  $\tau_{ro} = \rho cv / hS$  peut être calculée approximativement en utilisant la masse et la chaleur spécifiques du plomb et en prenant pour coefficient de transfert de la chaleur, une valeur moyenne tirée des résultats de A. P. Dorey [5]

$$h \simeq 10 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{°K}^{-1}.$$

On obtient, dans le cas de l'échantillon sur lequel nous travaillons

$$\tau_{ro} \simeq 10^{-3} \text{ s}.$$

Cette constante de temps est très faible et nous voyons grâce à l'expression (8) de  $T$ , qu'après une élévation brusque de température à  $t = 0$ , le retour vers la température d'équilibre  $T_0$  s'effectue très rapidement. On peut dire qu'on a pratiquement un processus isotherme (Fig. 3a).

2.2 ECHANTILLON SUPRACONDUCTEUR. — Lorsque le matériau se trouve à l'état mixte, le coefficient  $\alpha$  de l'éq. (4) n'est plus nul, car il rend compte de l'influence de la température sur la puissance dissipée. Dans ce cas, nous allons distinguer deux situations suivant que l'hélium du bain est superfluide ou normal.

Lorsque l'hélium est superfluide, le coefficient d'échange entre l'échantillon et le bain est suffisamment grand pour que nous puissions considérer que le rapport  $\alpha / hS$  est négligeable devant l'unité. On se trouve donc pratiquement ramené aux conditions isothermes précédentes.

Quand l'hélium du bain est normal, les échanges de chaleur sont beaucoup moins bons que dans le cas précédent et le coefficient d'échange  $hS$  est sensiblement diminué. C'est alors qu'on observe les phénomènes de pics et l'hystérésis des courbes  $V(I)$ . Une détermination approchée du coefficient  $\alpha$  peut être effectuée de la façon suivante : Sur la figure 2 on relève des points correspondant à un même courant dans l'échantillon et placés sur deux courbes tracées à des températures différentes. Le rapport de la différence des puissances dissipées en ces points à celle des températures auxquelles sont tracées les courbes est une estimation du

coefficient  $\alpha$ . On trouve ainsi que les coefficients  $\alpha$  et  $hS$  sont du même ordre de grandeur. Le temps de réponse thermique  $\tau_r = \rho cv / (hS - \alpha)$  peut donc être considérablement augmenté dans ce cas, et ceci du fait de la présence de l'assemblée de lignes de flux (Fig. 3b).

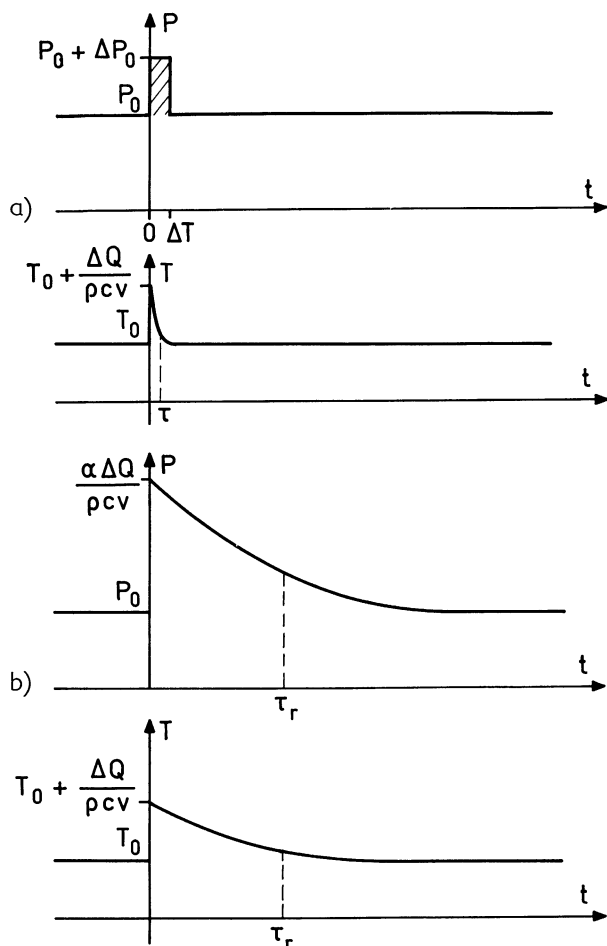


FIG. 3. — a) L'échantillon est à l'état normal, la température tend rapidement vers la température d'équilibre  $T_0$ . b) L'échantillon est à l'état supraconducteur, sa température évolue beaucoup plus lentement que dans le cas a).

Nous avons mis en évidence expérimentalement cet accroissement du temps de retour vers la température d'équilibre  $T_0$ , en traçant des courbes de transition résistive pour différentes vitesses de variation du courant dans l'échantillon (Fig. 4). On constate que l'allure des courbes reste la même quelle que soit la vitesse. On note cependant que la courbe correspondant à un lent accroissement du courant est placée en dessous de la courbe correspondant à un accroissement rapide. Lorsqu'on s'arrête en un point de cette dernière courbe, la tension aux bornes de l'échantillon diminue, le courant restant constant, et l'on rejoint la courbe correspondant aux vitesses faibles au bout d'un temps de l'ordre de la seconde. Nous pensons que ce temps est déterminé par le temps de réponse thermique  $\tau_r$  de l'échantillon et est du même ordre de grandeur que celui-ci.

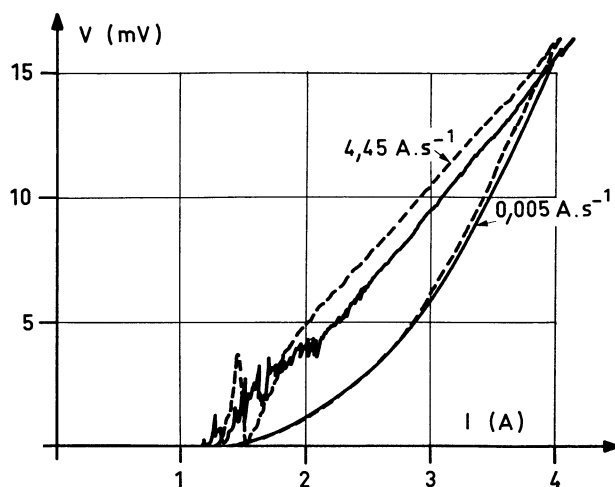


FIG. 4. — Courbes  $V(I)$  à champ magnétique constant pour différentes valeurs de la vitesse de variation du courant ; on remarquera que les courbes de descente sont pratiquement confondues.

Les expressions que nous avons établies précédemment montrent que, parallèlement à cet allongement du temps de réponse thermique de l'échantillon, la présence des vortex conduit à un accroissement de puissance dissipée plus grand que dans le cas isotherme et à une élévation de température d'autant plus grande que le rapport  $\alpha/hS$  est voisin de l'unité. Quand ce rapport devient très voisin de 1, la température augmente jusqu'à sa valeur critique, l'échantillon passe alors de l'état supraconducteur à l'état normal. On observe d'ailleurs ce fait expérimentalement ; pour des valeurs suffisamment élevées du courant, l'échantillon transite brutalement.

Finalement nous voyons que les conditions d'échanges de chaleur entre l'échantillon supraconducteur et le bain d'hélium normal entraînent l'existence d'un nouveau régime ; dans ce régime, les courbes expérimentales de transition résistive en courant croissant sont situées au-dessus des courbes isothermes théoriques. Ces conditions d'échanges thermiques entraînent aussi la possibilité d'avalanches thermiques dans le matériau si  $\alpha \approx hS$ .

**3. Modèle de piégeage et de dépiégeage des vortex.** — Soient des vortex se déplaçant dans un milieu de viscosité  $\eta$  ; nous supposons l'existence de centres de piégeage, caractérisés par leur force de piégeage  $F_{p_i}$  et situés à égale distance les uns des autres. Les vortex, au cours de leur mouvement, vont se trouver bloqués sur les pièges pendant un certain temps puis libérés. En fait, les centres d'ancrage qui piègent les vortex ont des efficacités différentes. Il s'ensuit que les vortex se dépiègent par tronçons de longueur égale à deux distances interpièges (Fig. 5). Nous étudions pour simplifier le mouvement d'un tronçon de vortex, de longueur égale à la distance interpiège  $2a$  et que nous supposons indépendant du reste du vortex, ce qui ne change pas l'allure des résultats principaux du modèle.

Son mouvement se décompose en trois phases : une phase de mouvement libre, une phase de piégeage et une phase de dépiégeage.

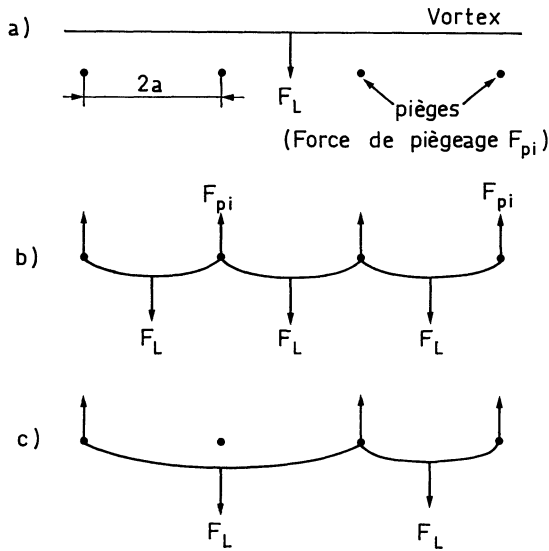


FIG. 5. — Allure schématique du déplacement d'un vortex : a) le vortex est libre ; b) le vortex est piégé par endroits, les tronçons libres se courbent ; c) lorsque la tension du vortex est supérieure à la force d'un piège, le tronçon correspondant se dépiège brusquement.

Lors des trois phases de son mouvement, la force entraînant le tronçon de vortex est la force de Lorentz que l'on peut écrire dans le système de Gauss, par unité de longueur et en module :

$$f_L = \frac{J\varphi_0}{c}$$

où  $J$  est la densité de courant dans l'échantillon,  $\varphi_0$  le quantum de flux et  $c$  la vitesse de la lumière.

— Lors du mouvement libre, le tronçon de vortex qui n'est soumis qu'aux seules forces de Lorentz et de frottement visqueux dissipe une puissance :

$$P_L = \frac{f_L^2}{\eta} \cdot 2a. \quad (10)$$

— Au cours de son passage sur les pièges, le tronçon de vortex se courbe puis se détend brusquement, nous étudions ce mouvement en utilisant les propriétés de la structure du vortex et en faisant une analogie avec les membranes élastiques [6], [7].

Indépendamment des propriétés élastiques du vortex, pour l'étude de son mouvement lors des phases de piégeage et de dépiégeage, c'est-à-dire en régime accéléré, nous envisageons l'existence d'un coefficient d'inertie du tronçon de vortex. Suhl a calculé [8] la masse du vortex par unité de longueur à partir de la théorie de Ginzburg-Landau dépendant du temps ; il en déduit un temps de relaxation du vortex non soumis à des forces de piégeage. Ce temps  $\tau'$  est

inférieur à  $10^{-12}$  s. Nous montrerons que le mouvement du vortex sur les pièges fait intervenir une nouvelle constante de temps caractéristique  $\tau$  qui est très supérieure au temps de relaxation  $\tau'$  que l'on négligera donc ; ceci nous amènera à négliger les effets liés à l'inertie du vortex.

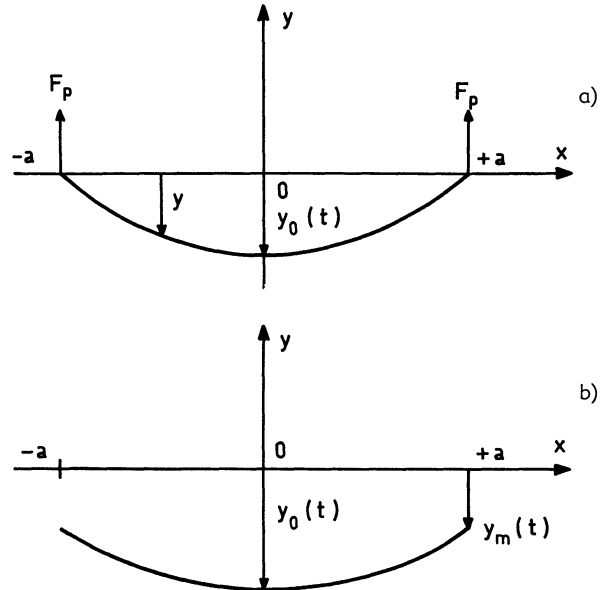


FIG. 6. — Représentation schématique du mouvement d'un tronçon de vortex : les pièges sont placés sur l'axe des abscisses en  $x = \pm a$ , le champ magnétique et le courant dans l'échantillon sont appliqués de façon que le vortex se déplace dans le plan  $XY$  dans la direction des ordonnées décroissantes.

Les composantes  $k_x$  et  $k_y$  de la tension de ligne sur les axes  $Ox$  et  $Oy$  sont liées par la relation :

$$k_y = k_x \frac{\partial y}{\partial x}. \quad (11)$$

Nous montrerons par la suite, voir appendice 1, que le tronçon de vortex est peu courbé. Nous pouvons donc, en première approximation, assimiler la composante  $k_x$  de la tension de ligne au module  $k$  de celle-ci, et écrire :

$$k_y = k \frac{\partial y}{\partial x}.$$

L'équation du mouvement, suivant l'axe des ordonnées, d'un tronçon de vortex compris entre  $x$  et  $x + dx$  s'écrit alors, en tenant compte des forces de viscosité et de Lorentz et en négligeant la force d'inertie :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial y}{\partial x} \right) dx - \eta \frac{\partial y}{\partial t} dx = f_L dx. \quad (12)$$

La résolution exacte de cette équation a été effectuée par Sugahara et Ohta [9]. Mais la solution trouvée se présente sous forme d'une série dont le terme général est compliqué et ne permet pas de voir l'effet des différents paramètres sur les phénomènes physiques.

Nous avons donc résolu cette équation d'une manière approchée et par un calcul très simplifié. En régime statique, le tronçon de vortex prend une forme parabolique et nous supposons *a priori* qu'il garde ce type de forme au cours de son déplacement. La puissance instantanée dissipée est calculée à partir de la formule

$$P = \int_{\text{tronçon de ligne}} \eta v^2 dl. \quad (13)$$

Les calculs sont effectués dans l'appendice 1 et on obtient les expressions suivantes de la puissance dissipée instantanée :

— au cours de la phase de piégeage (l'origine des temps étant prise au début du piégeage)

$$P_p(t) \approx \frac{16}{15} \frac{f_L^2}{\eta} a \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \quad (14)$$

où  $\tau = \eta a^2 / 2k$  apparaît comme une constante de temps caractéristique du mouvement ;

— lors du dépiégeage (l'origine des temps étant prise au début du dépiégeage)

$$P_d(t) \approx 2a \frac{f_L^2}{\eta} + \frac{4}{3} \frac{f_L F_p}{\eta} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{2}{5} \frac{F_p^2}{a\eta} \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right). \quad (15)$$

Le temps de piégeage  $T$  du tronçon de vortex sur les pièges peut être calculé (voir appendice 2). Son expression est :

$$T = \frac{\eta a^2}{2k} \text{Log} \frac{f_L}{f_L - \frac{F_p}{a}}. \quad (16)$$

Sa variation en fonction de l'intensité de la force de Lorentz est représentée sur la figure 7.

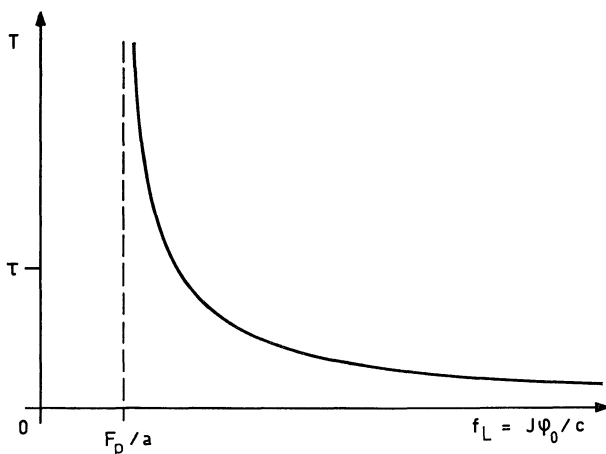


FIG. 7. — Courbe donnant le temps pendant lequel le vortex reste piégé en fonction de la force de Lorentz.

Les courbes de puissance instantanée dissipée sont portées sur la figure 8 pour plusieurs valeurs du rapport de la force de piégeage à la force agissante. On constate l'existence d'un phénomène de pic de puissance dissipée au début du dépiégeage. On note aussi que le profil de puissance est d'autant plus perturbé et l'effet de pic plus marqué, que le rapport  $F_p/af_L$  est voisin de 1. Il apparaît donc que les centres de piégeage qui interviennent le plus dans ce phénomène sont ceux dont la force d'ancrage est égale à la force de Lorentz, pour une densité de courant  $J$  fixée, ce dont on se doutait intuitivement. L'expression du rapport des puissances instantanées dissipées au début du dépiégeage et lors du mouvement libre s'écrit, en fonction du rapport des forces de piégeage et de Lorentz :

$$\frac{P_d(0)}{P_L} \approx 1 + \frac{2}{3}x + \frac{x^2}{5} \quad \text{avec} \quad x = \frac{F_p}{af_L}. \quad (17)$$

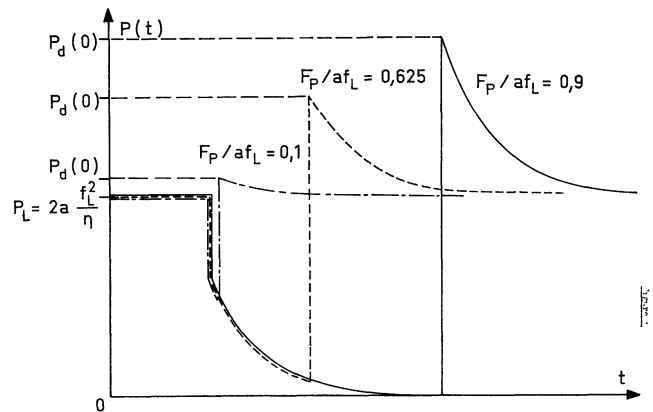


FIG. 8. — Variation temporelle de la puissance dissipée par le vortex pour différentes valeurs du rapport  $F_p/af_L$ . La diminution de  $P$  correspond au piégeage et le pic au dépiégeage.

La courbe correspondante, tracée sur la figure 9 montre que ce rapport peut presque varier du simple au double, le maximum étant atteint lorsque la force

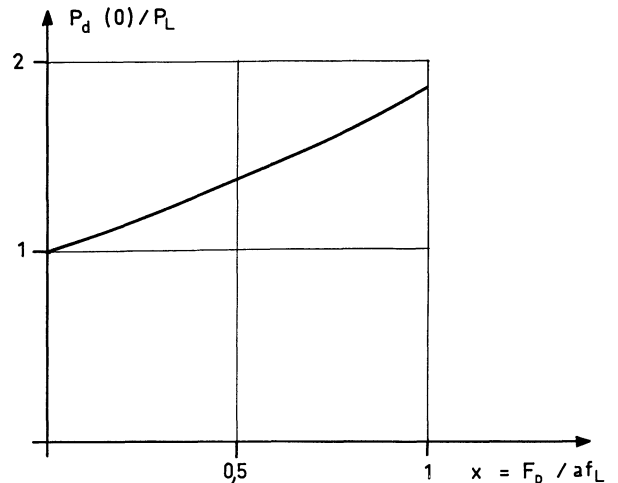


FIG. 9. — Courbe donnant la valeur du rapport de la puissance dissipée juste après le dépiégeage à la puissance dissipée lors du mouvement libre en fonction du rapport de la force de Lorentz à la force de piégeage.

de Lorentz est juste égale à la force de piégeage. D'autre part, le fait que le phénomène d'hystérésis des courbes de transition résistive n'apparaisse que pour certains matériaux, nous conduit à étudier l'influence de la structure métallurgique, et en particulier de l'espacement des pièges «  $a$  ». Nous étudions donc les variations du rapport  $P_d(0)/P_L$  avec ce paramètre pour des valeurs fixées de la force de piégeage  $F_p$  et de la force de Lorentz par unité de longueur  $f_L$ . Pour faciliter la représentation nous écrivons la force  $F_p$  sous forme du produit de  $f_L$  par une longueur caractéristique  $a_0$ . L'expression s'écrit alors :

$$\frac{P_d(0)}{P_L} \approx 1 + \frac{2}{3} \frac{a_0}{a} + \frac{a_0^2}{5 a^2}. \quad (18)$$

La courbe correspondante est représentée sur la figure 10. Le domaine de variation de  $a$  se limite aux  $a > a_0$  puisque la force de piégeage doit être inférieure à la force appliquée pour qu'il y ait dépiégeage.

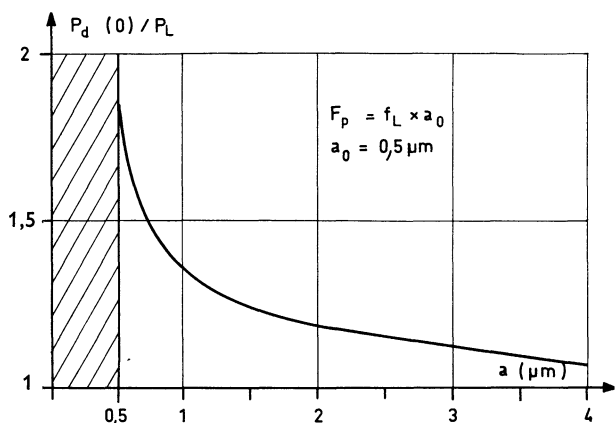


FIG. 10. — Courbe donnant la variation du rapport  $P_d(0)/P_L$  en fonction de la distance interpiège. Le calcul a été fait, en prenant  $a_0 = 0,5 \mu\text{m}$ , ce qui est justifié par la structure métallurgique du spécimen.

On voit que pour une valeur déterminée de  $F_p$  le phénomène de pic est d'autant moins prononcé que la distance interpiège  $a$  est plus grande. Pour des pièges très espacés, ce phénomène devrait être négligeable.

**4. Description qualitative de l'hystérésis et des pics.** — Pour un champ magnétique déterminé et pour une température du bain supérieure à  $T_\lambda$ , la figure 1 met en évidence deux phénomènes :

— la courbe  $V(I)$  obtenue en courant croissant présente des pics de tension ;

— les courbes en courant décroissant sont bien régulières et dépendent de la valeur maximale du courant atteinte lors de la croissance de celui-ci.

Nous allons essayer d'expliquer ce comportement à la lumière du modèle que nous venons d'exposer. Lorsqu'un courant  $J$  passe dans l'échantillon, un

certain nombre de vortex se déplacent ; une partie de ceux-ci est en mouvement libre et une autre est en cours de dépiégeage. Quant aux vortex qui restent piégés, ils ont emmagasiné de l'énergie par suite de leur courbure.

Si on fait croître le courant de  $\Delta J$ , le nombre de vortex en mouvement va augmenter car ceux qui avaient juste la courbure critique vont se dépiéger ; soit  $\Delta n$  le nombre de ces vortex. Ce dépiégeage va, comme nous l'avons montré, correspondre à la libération brutale de l'énergie de courbure  $\varepsilon_c$  par vortex, donc globalement il y a dissipation de l'énergie ( $\Delta n \cdot \varepsilon_c$ ) en un temps très court, ce qui peut correspondre au pic de puissance  $\Delta P_0$  qui, d'après l'analyse faite dans la première partie, peut donner lieu à l'existence d'un régime pour lequel la dissipation est supérieure à ce qu'elle serait dans des conditions isothermes.

Si par contre on fait décroître le courant de  $-\Delta J$ , on va diminuer le nombre de vortex en mouvement et la puissance dissipée sera moindre sans qu'il apparaisse de phénomène particulier. Ceci fait clairement apparaître une dissymétrie entre les deux sens de variation du courant, pouvant conduire à l'hystérésis des courbes  $V(I)$ .

Il reste à expliquer qu'en courant décroissant on puisse obtenir plusieurs courbes de transition résistive correspondant à un même champ magnétique. Jusqu'à présent nous avons supposé que la température était uniforme dans l'échantillon, ce qui nous a permis de montrer l'origine physique du phénomène observé et de calculer l'influence de divers paramètres. Cependant la réalité est plus complexe car nous venons de voir que le mouvement irrégulier des vortex peut entraîner des inhomogénéités spatiales de température par suite des dépiégeages brusques. On sait d'autre part que la puissance dissipée par les vortex dépend de la température ; ainsi la tension aux bornes de l'échantillon dépend de la répartition spatiale de température. Cette répartition est déterminée par les mouvements de vortex ayant eu lieu depuis l'établissement du courant ; donc l'état de l'échantillon pour le courant  $J$  dépend de tous les états antérieurs. On peut maintenant facilement concevoir que les courbes en courant décroissant puissent être différentes suivant la valeur maximale du courant atteinte lors de la croissance de celui-ci.

Il faut noter que dans la description que nous venons de faire nous n'avons pas tenu compte des corrélations entre mouvement des vortex ; ceci peut éventuellement se justifier par le fait que les forces d'ancrage étant très importantes, les forces d'interaction entre vortex ne sont pas prépondérantes ; si ce n'est pas le cas, il faudrait envisager le déplacement global de fagots de vortex.

**5. Etude de l'influence de la structure métallurgique.** — Les échantillons qui nous ont permis de mettre en évidence ce phénomène d'hystérésis étaient



constitués d'un alliage Pb-23 % at Sn. Ce matériau se présente sous forme d'une solution solide sursaturée dont la décomposition est très rapide à la température ambiante mais se fait par étapes à  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . On peut ainsi obtenir successivement plusieurs structures métallurgiques différentes sur un même échantillon [3], [4].

Nous allons décrire succinctement les différents états métallurgiques qu'on peut obtenir.

Le chauffage à  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$  de la solution solide pour homogénéisation entraîne une recristallisation. Il existe alors une structure de grains assez gros dont les dimensions sont de l'ordre du micron. Cette structure persiste tout au long de la décomposition.

Pendant une première étape, l'étain précipite aux sous joints de grains sous forme de sphérules de rayon moyen égal à  $70\text{ \AA}$  (Fig. 11b). Ces précipités sont-incohérents avec la matrice de solution solide appauvrie en étain. Au bout de cette étape, qui dure 2 h environ à  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , la solution solide initiale est totalement décomposée et polygonisée. Dans une deuxième étape, les précipités sphériques coalescent en précipités sensiblement ellipsoïdaux, de dimensions moyennes ( $200\text{ \AA} \times 70\text{ \AA} \times 70\text{ \AA}$ ). Cette étape est terminée au bout de 5 h de revenu à  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Les précipités d'étain grossissent mais la microstructure reste intacte. A la température ambiante les précipités d'étain atteignent des tailles de quelques microns et la microstructure est complètement détruite.

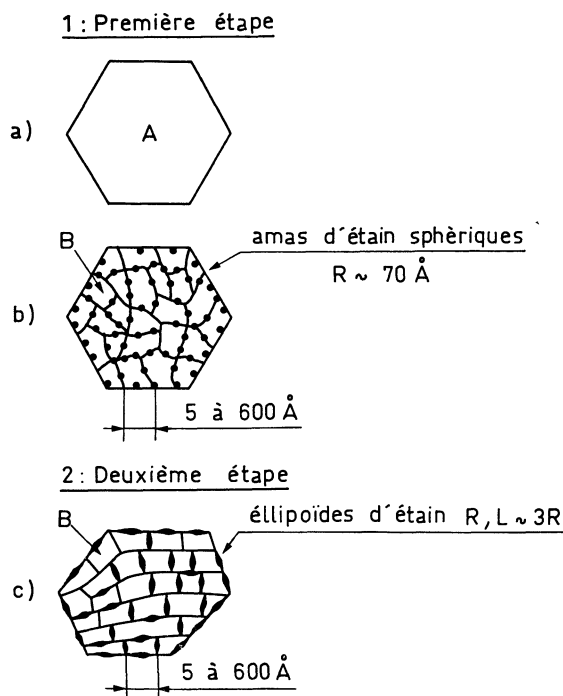


FIG. 11. — Représentation schématique de la structure métallurgique des échantillons de Pb-Sn : a) état trempé ; solution solide A de Pb-23 % Sn sursaturée et homogène ; b) état obtenu après 2 h de revenu à  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , le cristal est polygonisé et décomposé, la solution appauvrie B contient 11 % Sn ; c) état obtenu après un revenu de 5 h à  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , les amas d'étain se regroupent pour donner des ellipsoïdes.

Nous avons tracé des courbes de transition résistive pour des états métallurgiques correspondant à ces différents temps de revenu à  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ces courbes présentent toutes les phénomènes d'hystérésis et de pics. Il faut donc attribuer ceux-ci à l'existence d'une structure de pièges commune à tous les états de décomposition ainsi qu'à l'état trempé. Cette structure est certainement constituée par les gros grains introduits lors du chauffage de l'échantillon à  $+200\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ces grains, qui persistent tout au long de la décomposition de la solution solide, sont suffisamment espacés pour permettre aux vortex de se courber et peuvent donc être à l'origine du phénomène d'hystérésis par le mécanisme que nous avons décrit. Les autres pièges présents dans le matériau sont les dislocations qui forment les sous-joints et les précipités d'étain qui se placent sur ces sous-joints. Ils sont très proches les uns des autres (leur distance est de l'ordre de  $600\text{ \AA}$ ) et n'interviennent dans ce phénomène de piégeage que par une force de piégeage uniforme à l'échelle des gros grains, qui freine globalement les vortex et qui revient à diminuer l'efficacité de la force de Lorentz appliquée mais ne change pas les résultats qualitatifs du modèle.

L'existence d'une relation de cause à effet entre cette structure de gros grains et le phénomène d'hystérésis des courbes de transition résistive dans le cas du plomb étain est confirmée de la façon suivante : la figure 10 montre que l'effet de pic de puissance est d'autant moins marqué que la distance interpiège est plus grande. Une augmentation de la taille des grains et par conséquent de la distance interpiège devrait donc entraîner une diminution de l'intensité du phénomène de pics et de l'hystérésis, sinon leur disparition totale. Les expériences que nous avons effectuées nous ont permis de vérifier cette hypothèse.

Les échantillons en plaques minces utilisés dans nos manipulations de transition résistive sont obtenus par laminage de blocs massifs et subissent ensuite un

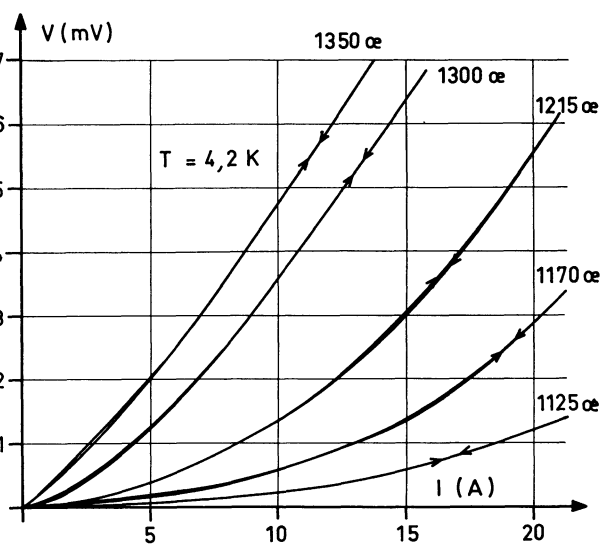


FIG. 12. — Courbes de transition résistive pour différentes valeurs du champ magnétique, obtenues avec un échantillon non laminé.

recuit de 2 h à + 200 °C. Le taux d'écroissage avant recuit est élevé et la taille des grains relativement faible. On diminue alors ce taux d'écroissage, de façon à augmenter la taille des grains, en utilisant des plaques obtenues non plus par laminage mais par sciage d'un bloc massif de plomb étain, le temps de recuit à + 200 °C restant le même. Les courbes que nous avons tracées alors montrent une nette diminution de l'intensité des phénomènes (Fig. 12). Nous avons d'autre part tracé des courbes de transition résistive avec des échantillons de plomb indium dans lesquels les grains étaient très gros ; nous avons noté là encore que les phénomènes étaient très atténués.

**6. Conclusion.** — L'observation expérimentale d'un phénomène d'hystérésis des courbes de transition résistive nous a conduit à proposer un modèle général de déplacement des vortex : les lignes de tourbillon se déplacent par microsauts de flux dus à l'existence d'instabilités locales de température. Nous avons montré théoriquement et expérimentalement que ce type de comportement était plus ou moins marqué suivant la structure métallurgique du matériau considéré. Il est ainsi apparu qu'un type de pièges est particulièrement efficace : des points de très fort ancrage régulièrement espacés. Les mesures que nous avons effectuées jusqu'à présent ne nous ont donné que des indications moyennes sur le comportement de l'assemblée de vortex ; il serait souhaitable d'obtenir des renseignements plus fins portant sur le mouvement individuel des vortex ; nous pensons que l'étude du spectre de bruit associé au déplacement des vortex [10] pourrait apporter d'utiles précisions et nous envisageons de réaliser de telles expériences.

**Remerciements.** — Nous remercions M. le Professeur Fournet pour les nombreuses suggestions qu'il nous a faites et les utiles critiques qu'il a apportées au manuscrit ; nous remercions également Mme. Petipas pour les discussions fructueuses que nous avons eues.

## APPENDICE 1

**Calcul de la puissance dissipée.** — Nous calculons la puissance dissipée lors du mouvement du vortex en résolvant l'éq. (12) à l'aide d'une approximation.

Nous supposons d'abord que le vortex piégé est immobile ; l'équation d'équilibre d'un tronçon de vortex compris entre  $x$  et  $x + dx$  s'écrit dans ce cas :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial y}{\partial x} \right) dx = f_L dx. \quad (\text{A } 1.1)$$

En intégrant les deux membres de cette équation, on obtient l'expression donnant la forme du tronçon de ligne en équilibre :

$$y(x) = \frac{f_L}{2k} (x^2 - a^2) = -\frac{f_L a^2}{2k} \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right). \quad (\text{A } 1.2)$$

Pour pouvoir garder une forme simple et sans prétendre à une rigueur mathématique nous faisons l'hypothèse que le tronçon de ligne garde cette forme en régime dynamique et que le mouvement de chaque point du tronçon de ligne se déduit de celui du centre du tronçon par l'équation :

$$y(x, t) = y_0(t) \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right). \quad (\text{A } 1.3)$$

Reportant alors cette expression dans l'éq. (12) nous obtenons une nouvelle équation différentielle qui, pour  $x = 0$ , prend la forme

$$\eta \frac{\partial y_0}{\partial t} + \frac{2k}{a^2} y_0 = -f_L. \quad (\text{A } 1.4)$$

La solution de cette équation est alors déterminée en supposant qu'au temps  $t = 0$  le tronçon de vortex se trouve placé sur l'axe des  $x$  ; on obtient alors une expression de l'ordonnée du centre du tronçon à l'instant  $t$  :

$$\begin{aligned} y_0(t) &= -\frac{f_L a^2}{2k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{2kt}{\eta a^2}\right) \right) \\ &= -\frac{f_L a^2}{2k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{A } 1.5)$$

en posant  $\tau = \eta a^2 / 2k$ .

Cette quantité apparaît comme une constante de temps caractéristique du mouvement. Un calcul numérique fait en utilisant l'expression de la viscosité, donnée par Kim conduit à une valeur typique :

$$\tau \simeq 10^{-9} \text{ s} \quad \text{avec} \quad a \simeq 0,5 \mu\text{m}.$$

On justifie donc *a posteriori* l'hypothèse selon laquelle l'inertie du vortex est négligeable.

*Remarque.* — La force de Lorentz appliquée n'est pas constante mais dépend en réalité du temps, puisque les conditions de l'expérience supposent une variation, linéaire dans le temps, du courant dans l'échantillon. Cependant les vitesses de variation du courant sont faibles et conduisent à des variations relatives de la force de Lorentz d'environ 1/100 pendant une seconde. On voit donc qu'à l'échelle de temps caractéristique du mouvement du vortex cette variation est négligeable.

*Phase de piégeage* (Fig. 6a). — Nous pouvons calculer la puissance instantanée dissipée au cours du piégeage du tronçon de vortex

$$P_p(t) = \int_{\text{tronçon de ligne}} \eta v^2 dl \simeq \int_{-a}^a \eta \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 dx \quad (\text{A } 1.6)$$

$$P_p(t) \simeq \frac{f_L^2 a^4}{4k^2 \tau^2} \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \int_{-a}^a \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^2 dx \quad (\text{A } 1.7)$$

et finalement :

$$P_p(t) \simeq \frac{16}{15} \frac{f_L^2}{\eta} a \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right). \quad (\text{A } 1.8)$$

Nous justifions l'hypothèse selon laquelle le tronçon de vortex reste peu courbé pendant son mouvement, en calculant le rapport de la force de piégeage à la tension de la ligne. On voit, en effet, sur l'éq. (A 1.2) que le tronçon de vortex est d'autant moins courbé que ce rapport est plus petit. Nous évaluons ce rapport de la façon suivante : une limite supérieure des forces de piégeage sera donnée par la formule :

$$F_{p_{\max}} = J_{\max} \varphi_0 a$$

où nous prenons  $J_{\max} = 10^8$  A/m<sup>2</sup>, ce qui correspond à la valeur maximale de la densité de courant atteinte dans nos expériences. Nous prenons  $a = 0,5$  μm, ce qui sera justifié par la suite. On trouve ainsi une valeur numérique de ce rapport

$$\frac{F_p}{k} \simeq 0,1.$$

On voit donc que la tension du vortex est grande par rapport aux forces de piégeage et qu'il se déforme peu.

A l'aide des hypothèses que nous avons utilisées dans le calcul de la puissance dissipée au cours du piégeage du tronçon de vortex, nous calculons la puissance dissipée lors de son dépiégeage.

*Phase de dépiégeage.* — Au cours de cette phase, on a un entraînement global de la portion de vortex et un retour simultané à l'énergie minimale. On se place dans le cas de la figure 6b. En faisant les mêmes approximations que dans les calculs effectués lors de la phase de dépiégeage nous supposons encore une forme parabolique du tronçon de vortex.

L'expression approchée de l'ordonnée d'un point de celui-ci s'écrit maintenant :

$$y(x, t) = [y_m(t) - y_0(t)] \frac{x^2}{a^2} + y_0(t). \quad (\text{A } 1.9)$$

Dans cette équation le premier terme du second membre représente l'ordonnée d'un point quelconque de la portion de ligne rapportée à celle du centre, le second terme est l'ordonnée de ce centre.

L'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$-k \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \eta \frac{\partial y}{\partial t} = f_L. \quad (\text{A } 1.10)$$

Nous reportons l'expression de  $y(x, t)$  dans cette équation, d'où

$$\frac{2k}{a^2} (y_0 - y_m) + \eta \frac{x^2}{a^2} \frac{\partial(y_0 - y_m)}{\partial t} - \eta \frac{\partial y_0}{\partial t} = f_L. \quad (\text{A } 1.11)$$

Nous simplifions la résolution du problème en supposant que le mouvement de relaxation du vortex et le mouvement d'entraînement global par la force de Lorentz sont indépendants. On peut alors séparer l'équation précédente en deux équations :

$$\frac{2k}{a^2} (y_0 - y_m) + \eta \frac{x^2}{a^2} \frac{\partial(y_0 - y_m)}{\partial t} = 0 \quad (\text{A } 1.12)$$

et

$$\eta \frac{\partial y_0}{\partial t} + f_L = 0. \quad (\text{A } 1.13)$$

Pour obtenir une valeur approchée de  $y_0 - y_m$  nous résolvons l'équation en faisant  $x = a$ , il vient alors

$$y_0 - y_m \simeq y_{0M} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (\text{A } 1.14)$$

en posant  $y_{0M} = y_0(0) - y_m(0)$ .

La solution de la deuxième équation est

$$y_0(t) = -\frac{f_L t}{\eta} + y_{0M}. \quad (\text{A } 1.15)$$

Le mouvement d'un point de la portion de vortex pourra donc s'écrire sous les hypothèses précédentes :

$$y(x, t) \simeq -\frac{y_{0M}}{a^2} x^2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - \frac{f_L t}{\eta} + y_{0M}. \quad (\text{A } 1.16)$$

La puissance dissipée sera alors :

$$P_d(t) \simeq \int_{-a}^a \eta \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 dx \quad (\text{A } 1.17)$$

soit

$$P_d(t) \simeq \int_{-a}^a \eta dx \left( \frac{f_L^2}{\eta^2} + \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right) \frac{y_{0M}^2 x^4}{\tau^2 a^4} - \frac{2x^2}{a^2} y_{0M} \frac{f_L}{\eta \tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right). \quad (\text{A } 1.18)$$

On trouve finalement :

$$P_d(t) \simeq 2a \frac{f_L^2}{\eta} + \frac{4}{3} \frac{f_L F_p}{\eta} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{2F_p^2}{5a} \exp\left(-\frac{2t}{\tau}\right). \quad (\text{A } 1.19)$$

## APPENDICE 2

**Calcul du temps de piégeage T.** — Nous déterminons la forme du tronçon de vortex au moment du dépiégeage ; pour cela nous écrivons que la composante de la tension de ligne suivant la direction du mouvement est égale à la force de piégeage, de module  $F_p$  (Fig. 13) :

$$F_p = +k \sin \Omega \simeq +k \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_{x=a}. \quad (\text{A } 2.1)$$

On obtient alors, en utilisant l'expression (A 1.3) d'où de  $y(x, t)$ , la valeur de  $y_0(t)$  à l'instant du décrochage :

$$y_{0M} = -a \frac{F_p}{2k}. \quad (\text{A 2.2})$$

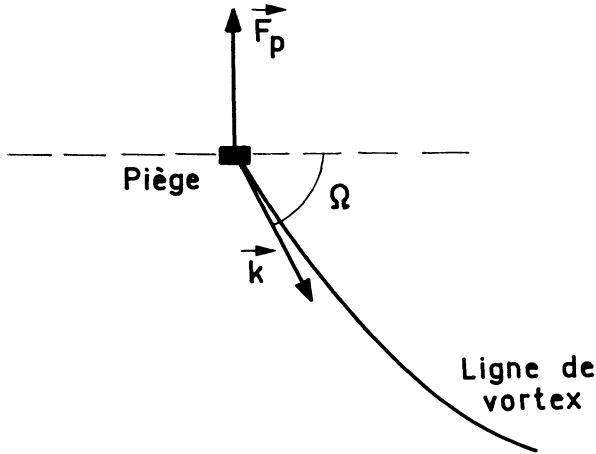


FIG. 13. — Schéma des forces qui s'exercent sur l'extrémité du tronçon de vortex.

On peut maintenant calculer le temps de piégeage  $T$  en utilisant l'expression (A 1.5) de  $y_0$

$$y_0(T) = y_{0M} = -\frac{aF_p}{2k} = -\frac{f_L a^2}{2k} \left(1 - \exp - \frac{2kT}{\eta a^2}\right) \quad (\text{A 2.3})$$

$$T = \frac{\eta a^2}{2k} \text{Log} \frac{f_L}{f_L - \frac{F_p}{a}}. \quad (\text{A 2.4})$$

*Remarque.* — Sugahara et Ohta, arrivent à l'expression suivante donnant le temps de piégeage  $T$  :

$$1 - \frac{F_p}{af_L} = \sum_{N \geq 0} \left( \frac{8}{(2N+1)^2 \pi^2} \right) \times \exp \left\{ - (2N+1)^2 \left( \pi^2 \frac{kT}{4\eta a^2} \right) \right\}.$$

Le premier terme de la série, qui converge rapidement, donne :

$$1 - \frac{F_p}{af_L} \simeq \frac{8}{\pi^2} \exp \left( - \pi^2 \frac{kT}{4\eta a^2} \right)$$

d'où par leur calcul :

$$T \simeq \frac{4\eta a^2}{\pi^2 k} \text{Log} \frac{f_L}{f_L - F_p/a}.$$

On note que le premier terme de la série obtenue par ces auteurs conduit à un temps de piégeage qui est de la même forme que celui que nous avons calculé et qui n'en diffère que par un coefficient numérique de l'ordre de l'unité. Ceci est un bon indice de la validité des approximations que nous avons faites lors du calcul des puissances dissipées par le mouvement du vortex.

#### Bibliographie

- [1] KIM Y. B., HEMPSTEAD C. F. and STRNAD A. R., *Phys. Rev.* **131** (1963) 2486.
- [2] BAIXERAS J., *Phys. Lett.* **21** (1966) 30.
- [3] PETIPAS C., Thèse de Doctorat d'Etat, Faculté des Sciences d'Orsay (1969).
- [4] PELTIER F. P., Thèse de Troisième Cycle, Université de Paris 6<sup>e</sup> (1971).
- [5] DOREY A. P., *Cryogenics* **5** (1965) 146.
- [6] ROCARD Y., *Dynamique générale des vibrations*, Masson et Cie, 1960.
- [7] DE GENNES P. G. and MATRICON J., *Rev. Mod. Phys.* **36** (1964) 45.
- [8] SUHL H., *Phys. Rev. Lett.* **14** (1965) 226.
- [9] SUGAHARA M. and OHTA T., *Japan. J. Appl. Phys.* **8** (1969) 801.
- [10] VAN GURP G. J., *Phys. Rev.* **166** (1968) 436.