HAL
open science

Étude théorique de la diffusion Thomson : influence de la statistique du rayonnement

R. Eymery, J. Millet

▶ To cite this version:

R. Eymery, J. Millet. Étude théorique de la diffusion Thomson : influence de la statistique du rayonnement. Journal de Physique, 1972, 33 (2-3), pp.191-196. 10.1051/jphys:01972003302-3019100 . jpa-00207238

HAL Id: jpa-00207238
https://hal.science/jpa-00207238v1

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts :
07.00

ÉTUDE THÉORIQUE DE LA DIFFUSION THOMSON : INFLUENCE DE LA STATISTIQUE DU RAYONNEMENT

R. EYMERY et J. MILLET

Laboratoire de Photoélectricité, Université de Provence, Marseille

(*Reçu le 26 mai 1971, révisé le 7 septembre 1971*)

Résumé. — Les propriétés statistiques des rayonnements électromagnétiques intenses affectent de deux façons la probabilité de transition de diffusion Thomson.

Il existe tout d'abord une correction du propagateur libre de l'électron due à la diffusion en avant, différente des corrections radiatives habituelles, et d'autre part la probabilité de transitions apparaît liée à la fonction de corrélation d'ordre deux du champ.

Dans cet article, nous déterminons successivement la forme de la matrice densité du mode diffusé, et comparons l'effet Thomson dans le cas d'une lumière cohérente et d'une lumière thermique.

Abstract. — Statistical properties of intense electromagnetic fields bring on two effects into Thomson scattering : first, a correction for the free electron propagator due to forward scattering, and second, a dependance of the transition probability with the density matrix of the field.

In this paper, we study the density form of the scattered mode and we compare the Thomson scattering effect in the two cases of coherent and thermal light.

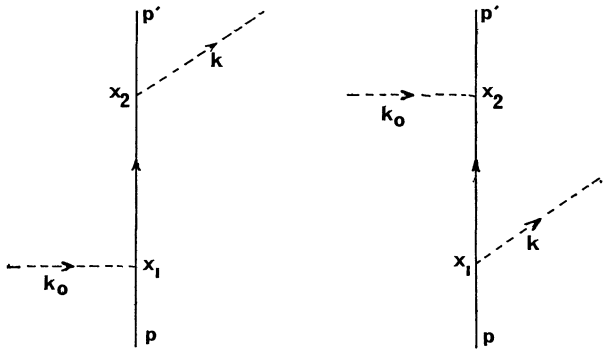
I. **Introduction.** — L'étude de la lumière diffusée par un plasma (diffusion Thomson), en tant que moyen de diagnostic, est relativement récente et ne s'est imposée qu'avec le développement des lasers de puissance. L'intérêt de la méthode est lié au fait que le plasma n'est pas perturbé lors de la mesure et que l'étude du spectre réémis permet de remonter aux paramètres fondamentaux du plasma (densités et températures ionique et électronique). On peut toutefois se poser les deux problèmes suivants : dans quelle mesure, la forte intensité lumineuse d'une part, et d'autre part la statistique du rayonnement utilisé ont-elles une influence sur le processus de diffusion ?

La deuxième partie de la question a déjà été rapidement abordée dans les références [1] et [2], mais le choix d'un seul mode incident nous semble beaucoup trop simple et entraîne la même expression de la section efficace dans le cas d'une lumière cohérente et d'une lumière thermique. Pour notre part, afin de donner du champ une description beaucoup plus physique, nous supposons qu'il contient un ensemble de modes incidents $\{ k_0 \}$ dont les vecteurs d'onde sont tous différents des vecteurs d'onde des modes diffusés, sélectionnés loin du plasma par les appareils de mesure. De ce fait, nous admettons que la matrice densité du champ est le produit de deux opérateurs, relatifs respectivement aux modes incidents et diffusés.

Quant à l'effet de l'intensité du champ sur le propagateur de l'électron libre, et par là même sur l'amplitude de transition, nous ne l'aborderons qu'en appendice.

Dans une première partie du travail que nous présentons, nous calculons la probabilité de diffusion Thomson à l'aide de deux diagrammes de Feynman. Puis, afin de pouvoir donner l'expression de la matrice densité totale du champ électromagnétique, nous étudions l'état quantique des modes diffusés. Enfin, nous comparons les résultats obtenus pour les deux types de sources multimodes, cohérente et thermique.

II. **Probabilité de diffusion Thomson.** — La diffusion Thomson est la diffusion par les électrons libres de photons de faible énergie. Elle se caractérise par les diagrammes de Feynman suivants (au 2e ordre de la théorie des perturbations) :



Diagrammes de Feynman.

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jphys:01972003302-3019100

dans lesquels k_0 et k sont les vecteurs d'onde des photons incidents et des photons diffusés, p' et p les impulsions de l'électron avant et après l'interaction. Le terme de la matrice S relatif à ces deux diagrammes s'écrit :

$$S_2 = -e^2 \sum_{k_0,k} \int d^4 x_1 \, d^4 x_2 \, \tilde{\psi}^-(x_2) \times \\ \times [\hat{A}^+_{k_0}(x_2) K(x_2 - x_1) \hat{A}^-_k(x_1) \\ + \hat{A}^-_k(x_2) K(x_2 - x_1) \hat{A}^+_{k_0}(x_1)] \psi^+(x_1) \quad (1)$$

(on travaille dans le système d'unités naturelles où $\hbar = c = 1$).

Dans cette expression, $\psi^+(x_1)$ et $\tilde{\psi}^-(x_2)$ sont les opérateurs de champ de l'électron et $\hat{A}_l(x)$ la contraction $\gamma_\mu A^\mu_l(x)$ dans laquelle la somme sur μ est sous-entendue.

La composante μ de mode l du potentiel vecteur quadridimensionnel s'exprimant, dans les notations habituelles, par :

$$A^\mu_l(x) = A^{\mu+}_l(x) + A^{\mu-}_l(x),$$

avec

$$A^{\mu+}_l(x) = \left(\frac{2\pi}{V}\right)^{1/2} \omega_l^{-1/2} e^\mu_l a^-_l \, e^{i(\mathbf{l}\mathbf{x} - \omega_l t)} = [A^{\mu-}_l(x)]^\dagger . \quad (2)$$

Enfin, $K(x_2, x_1)$ représente le propagateur corrigé de l'électron libre dans le champ électromagnétique ; son expression est analysée dans l'appendice 1.

L'amplitude de transition T s'obtient en prenant l'élément de matrice de S_2 entre les états $| g, i >$ et $| a, f >$ qui décrivent le système à l'instant initial et à l'instant final ; $| g >$ et $| a >$ sont les états de l'électron, $| i >$ et $| f >$ ceux du champ électromagnétique.

Dans ces conditions, la probabilité de transition de diffusion Thomson s'écrit :

$$P = \sum_f | T |^2 = \sum_f | < a, f | S_2 | g, i > |^2 .$$

Soit :

$$P = e^4 \int d^4 x_1 \, d^4 x_2 \, d^4 x'_1 \, d^4 x'_2 \, F^*_{\mu'_2\mu'_1}(x'_2, x'_1) F_{\mu_2\mu_1}(x_2, x_1) \times \\ \times \sum_{k,l,k_0,l_0} \sum_f [< i | A^{-\mu'_1}_{l_0}(x'_1) A^{+\mu'_2}_l(x'_2) | f > < f | A^{-\mu_2}_k(x_2) A^{+\mu_1}_{k_0}(x_1) | i > + \\ + < i | A^{-\mu'_1}_{l_0}(x'_1) A^{+\mu'_2}_l(x'_2) | f > < f | A^{+\mu_2}_{k_0}(x_2) A^{-\mu_1}_k(x_1) | i > \\ + < i | A^{+\mu'_1}_l(x'_1) A^{-\mu'_2}_{l_0}(x'_2) | f > < f | A^{-\mu_2}_k(x_2) A^{+\mu_1}_{k_0}(x_1) | i > \\ + < i | A^{+\mu'_1}_l(x'_1) A^{-\mu'_2}_{l_0}(x'_2) | f > < f | A^{+\mu_2}_{k_0}(x_2) A^{-\mu_1}_k(x_1) | i >] \quad (3)$$

où l'on a posé :

$$F_{\alpha\beta}(x_i, x_j) = < a | \tilde{\psi}^-(x_i) \gamma^\alpha K(x_i, x_j) \gamma^\beta \psi^+(x_j) | g > .$$

L'ensemble des états finaux est supposé complet et, si l'état initial du champ est un mélange défini par une matrice densité $\rho = \{ | i > < i | \}$ la moyenne étant prise sur i, le premier terme relatif aux grandeurs électromagnétiques qui apparaît dans (3) est remplacé par :

$$\sum_{kl,k_0,l_0} \sum_f \{ < i | A^{-\mu'_1}_{l_0}(x'_1) A^{+\mu'_2}_l(x'_2) | f > < f | A^{-\mu_2}_k(x_2) A^{+\mu_1}_{k_0}(x_1) | i > \} \text{ (la moyenne étant prise sur } i \\ = \sum_{k,l,k_0,l_0} \mathrm{Tr} \{ \rho A^{-\mu'_1}_{l_0}(x'_1) A^{+\mu'_2}_l(x'_2) A^{-\mu_2}_k(x_2) A^{+\mu_1}_{k_0}(x_1) \} = G^{(2)}_{1\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(x_1, x_2, x'_1, x'_2) \} . \quad (4)$$

Les trois autres éléments de matrice prennent des formes analogues et P peut s'écrire :

$$P = e^4 \int d^4 x_1 \, d^4 x_2 \, d^4 x'_1 \, d^4 x'_2 \, F^*_{\mu'_2\mu'_1}(x'_2, x'_1) F_{\mu_2\mu_1}(x_2, x_1) \times \\ \times [G^{(2)}_{1\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(x_1, x_2 ; x'_1, x'_2) + G^{(2)}_{2\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(x_1, x_2 ; x'_1, x'_2) \\ + G^{(2)}_{3\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(x_1, x_2 ; x'_1, x'_2) + G^{(2)}_{4\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(x_1, x_2 ; x'_1, x'_2)] .$$

En tenant compte des hypothèses précisées dans l'introduction, on a $[A^\pm_k, A^\mp_{k_0}] = 0$ et dans ces conditions il est facile de montrer les relations suivantes :

$$G^{(2)}_{2\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(x_1, x_2 ; x'_1, x'_2) = G^{(2)}_{1\mu_2\mu_1\mu'_1\mu'_2}(x_2, x_1 ; x'_1, x'_2) \\ G^{(2)}_{3\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(x_1, x_2 ; x'_1, x'_2) = G^{(2)}_{1\mu_1\mu_2\mu'_2\mu'_1}(x_1, x_2 ; x'_2, x'_1) \\ G^{(2)}_{4\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(x_1, x_2 ; x'_1, x'_2) = G^{(2)}_{1\mu_2\mu_1\mu'_2\mu'_1}(x_2, x_1 ; x'_2, x'_1) .$$

Les indices d'intégration et de sommation étant muets, P s'exprime alors sous la forme :

$$P = 4\, e^4 \int d^4 x_1\, d^4 x_2\, d^4 x_1'\, d^4 x_2'\, F^*_{\mu_2'\mu_1'}(x_2', x_1')\, F_{\mu_2\mu_1}(x_2, x_1)\, G^{(2)}_{1\mu_1\mu_2\mu_1'\mu_2'}(x_1, x_2\,;\, x_1', x_2')\,.$$

Finalement, compte tenu de (2) et (4), cette dernière expression devient :

$$P = \left(\frac{4\,\pi e^2}{V}\right)^1 \sum_{k,l,k_0,l_0} (\omega_{l_0}\, \omega_{k_0}\, \omega_l\, \omega_k)^{-1/2}\, e^{\mu_1}_{l_0}\, e^{\mu_1'}_{k_0}\, e^{\mu_2'}_{l}\, e^{\mu_2}_{k}\, \widetilde{F}^*_{\mu_2'\mu_1'}(l_0, l)\, \widetilde{F}_{\mu_2\mu_1}(k_0, k)\, \mathrm{Tr}\,\{\, \rho a^+_{l_0}\, a^-_{k_0}\, a^-_l\, a^+_k\} \tag{5}$$

avec

$$\widetilde{F}_{\mu_2\mu_1}(k_0, k) = \int d^4 x_1\, d^4 x_2\, F_{\mu_2\mu_1}(x_2, x_1)\, a^{i(\mathbf{k}\mathbf{x}_1 - \omega_k t_1) - i(\mathbf{k}_0\mathbf{x}_2 - \omega_{k_0} t_2)}\,.$$

III. Etat du champ diffusé. — L'état du champ diffusé $|\, t >$ créé par l'ensemble des électrons à l'instant t, se déduit de l'état initial $\prod_k |\, 0_k >$ par la relation :

$$|\, t > = U(t, 0) \prod_k |\, 0_k >$$

où $U(t, 0)$ est l'opérateur d'évolution du système dans la représentation d'interaction. Nous donnons dans l'appendice 2 le détail des calculs qui permettent de prendre pour hamiltonien d'interaction [1] :

$$\mathcal{H}_{\mathrm{int}}(t) = \sum_{k,k_0} [f_{kk_0}(t)\, a^-_k(t)\, a^+_{k_0}(t) + f^*_{kk_0}(t)\, a^-_{k_0}(t)\, a^+_k(t)] \tag{6}$$

avec

$$f_{kk_0}(t) = -\, N(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0, t)\, \frac{2\,\pi}{V}\, \omega_k^{1/2}\, \omega_{\mathbf{k}_0}^{1/2}\, \mathbf{e}_k\, p\, \mathbf{e}_{k_0}$$

p est la polarisabilité des électrons et $N(\bar{\mathbf{k}} - \bar{\mathbf{k}}_0, t)$ la transformée de Fourier sur l'espace de la densité électronique.

En supposant que le nombre de photons est très grand, c'est-à-dire que $[a^+_k, a^-_k] = [a^+_{k_0}, a^-_{k_0}] \simeq 0$, on peut supprimer le produit chronologique dans l'expression générale de l'opérateur d'évolution :

$$U(t, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\,i)^n}{n\,!} \int_0^t \ldots \int_0^t \mathrm{d}t_1 \ldots \mathrm{d}t_n \times P\,\{\, \mathcal{H}_{\mathrm{int}}(t_1) \ldots \mathcal{H}_{\mathrm{int}}(t_n)\,\}$$

qui devient

$$U(t, 0) = \mathrm{e}^{-i} \int_0^t \mathcal{H}_{\mathrm{int}}(t_1)\, \mathrm{d}t_1\,.$$

De plus, si la variation de $a^-_k(t)$ est lente devant la durée de l'interaction, l'état du champ diffusé à l'instant t se met alors sous la forme :

$$|\, t > = U(t, 0)\, |\, 0 > = \prod_k \mathrm{e}^{\alpha_k(t)\, a^+_k(t) - \alpha^*_k(t)\, a^-_k(t)}\, |\, 0_k >$$

ou

$$|\, t > = \prod_k |\, \alpha_k(t) > = |\, \{\, \alpha_k(t)\,\} > \tag{7}$$

avec

$$\alpha_k(t) = -\, i \sum_{k_0} \int_0^t f^*_{kk_0}(t_1)\, a^-_{k_0}(t_1)\, \mathrm{d}t_1 \tag{8}$$

$\alpha_k(t)$ ne dépend que de l'opérateur $a^-_{k_0}(t)$ et peut donc être considéré comme scalaire par rapport aux opérateurs d'annihilation et de création, $a^{\pm}_k(t)$, relatifs au mode diffusé et qui commutent avec lui.

L'état diffusé (7) est donc un état analogue aux états cohérents trouvés par Glauber [3] pour une distribution de courant classique.

Chaque état $|\, \alpha_k >$ pouvant s'écrire :

$$|\, \alpha_k > = \mathrm{e}^{-1/2\, |\, \alpha_k\, |^2} \sum_n \frac{\alpha_k^n}{n\,!}\, a_k^{+n}\, |\, 0_k > . \tag{9}$$

IV. Matrice densité du champ. — Les modes incidents d'une part et diffusés d'autre part étant supposés indépendants, la matrice densité du champ est la suivante :

$$\rho = \rho_{\mathrm{D}}\, \rho_{\mathrm{I}} \tag{10}$$

ρ_{I} étant celle relative aux modes incidents et ρ_{D} relative aux modes diffusés.

Ecrivons ρ_{I} dans la représentation P définie par Glauber [3] :

$$\rho_{\mathrm{I}} = \int P(\{\, \alpha_{k_0}\,\})\, |\, \{\, \alpha_{k_0}\,\} > < \{\, \alpha_{k_0}\,\} |\, \prod_{k_0} d^2\, \alpha_{k_0}\,. \tag{11}$$

D'autre part, ρ_{D} est définie par :

$$\rho_{\mathrm{D}} = |\, \{\, \alpha_k(t)\,\} > < \{\, \alpha_k(t)\,\} |\,.$$

Cette dernière dépend des valeurs propres de $a^-_{k_0}(t)$ qui sont réparties suivant la probabilité $P(\{\alpha_{k_0}\})$. En utilisant (9), on montre facilement que dans l'expression de ρ_{D} apparaissent des produits de la forme

$$a^-_{k_{01}}(t_1) \ldots a^-_{k_{0n}}(t_n)\, a^+_{l_{01}}(t_{n+1}) \ldots a^+_{l_{0m}}(t_{n+m})$$

que l'on remplacera par

$$\int P(\{\, \alpha_{k_0}\,\}) < \{\, \alpha_{k_0}\,\} |\, a^-_{k_{01}}(t_1) \ldots a^-_{k_{0n}}(t_n)\, a^+_{l_{01}}(t_{n+1}) \ldots a^+_{l_{0m}}(t_{n+m})\, |\, \{\, \alpha_{k_0}\,\} > \prod_{k_0} d^2\, \alpha_{k_0} =$$
$$= \int P(\{\, \alpha_{k_0}\,\})\, \alpha_{k_{01}}(t_1) \ldots \alpha_{k_{0n}}(t_n)\, \alpha^*_{l_{01}}(t_{n+1}) \ldots \alpha^*_{l_{0m}}(t_{n+m}) \prod_{k_0} d^2\, \alpha_{k_0}\,.$$

Ce qui donne donc :

$$\rho_D = \int P(\{\alpha_{k_0}\}) \mid \{\alpha_k(t)\} > < \{\alpha_k(t)\} \mid \prod_{k_0} d^2\alpha_{k_0} \tag{12}$$

avec

$$\alpha_k(t) = -i \sum_{k_0} \int_0^t f^*_{kk_0}(t_1)\, \alpha_{k_0}(t_1)\, \mathrm{d}t_1 .$$

V. **Calcul de la fonction de corrélation d'ordre 2 du champ.** — L'expression (5) montre que la probabilité de diffusion Thomson dépend des propriétés statistiques du champ à travers la seule quantité :

$$g = \mathrm{Tr}\,\{\rho a^+_{l_0} a^-_{k_0} a^-_l a^+_k\} .$$

En utilisant (10), (11) et (12), nous obtenons :

$$g = \int P(\{\alpha_{m_0}\}) P(\{\alpha_{m'_0}\}) < \{\alpha_{m_0}\}, \{\alpha_{m'}\} \mid a^+_{l_0} a^-_{k_0} a^-_l a^+_k \mid \{\alpha_{m_0}\}, \{\alpha_{m'}\} > \prod_{m_0, m'_0} d^2\alpha_{m_0}\, d^2\alpha_m$$

$\alpha_{m'_0}$ se rapportant aux grandeurs du champ incident contenues dans $\alpha_{m'}$

$$g = \int P(\{\alpha_{m_0}\})\, \alpha^*_{l_0} \alpha_{k_0} \prod_{m_0} d^2\alpha_{m_0} \int P(\{\alpha_{m'_0}\})\, \alpha_l \alpha^*_k \prod_{m'_0} d^2\alpha_{m'_0}$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$g = \int P(\{\alpha_{m_0}\})\, \alpha^*_{l_0} \alpha_{k_0} \prod_{m_0} d^2\alpha_{m_0} \int P(\{\alpha_{m'_0}\}) \sum_{k'_0 l'_0} \alpha_{l'_0} \alpha^*_{k'_0} < N^*_{k-k'_0} N_{l-l'_0} > \varphi_{k'_0 l'_0 k l}(t) \prod_{m'_0} d^2\alpha_{m'_0} \tag{13}$$

$\varphi(t)$ étant une fonction aisément calculable à partir de l'expression $\alpha_l \alpha_k$ et qu'il est inutile d'expliciter ici.

Nous avons posé dans (13)

$$N_{k-k_0}(t) = N_{k-k_0}\, \mathrm{e}^{i\omega_{k-k_0} t}$$

et nous avons remplacé le produit $N^*_{k-k_0} N_{l-l'_0}$ par sa valeur moyenne. C'est ce dernier terme

$$< N_{k-k'_0} N_{l-l'_0} >$$

qui rend compte du spectre de la lumière diffusée par l'ensemble des électrons [4]. Mais il n'intervient pas pour la suite de nos calculs.

Finalement, réécrivons (13) sous la forme :

$$g = \mathrm{Tr}\,\{\rho_I a^+_{l_0} a^-_{k_0}\} \sum_{k'_0, l'_0} \mathrm{Tr}\,\{\rho_I a^+_k a^-_{l'_0}\} < N^*_{k-k'_0} N_{l-l'} > \varphi_{k'_0 l'_0 k l}(t) . \tag{14}$$

VI. **Comparaison des résultats pour 2 types de champs.** — *a*) Un seul mode incident k_0. — Dans ce cas l'expression de g se ramène à :

$$g = \bar{n}^2_{k_0} < N^*_{k-k'_0} N_{l-l'_0} > \varphi_{k_0 l_0 k l}(t) .$$

Seul intervient le nombre moyen de photons et ce résultat est valable quel que soit le type du champ, cohérent ou thermique. La probabilité de diffusion est donc la même dans les deux cas.

b) Plusieurs modes incidents. — Il faut ici expliciter ρ_I pour les deux types de champs, cohérent et thermique.

Pour caractériser un champ cohérent, prenons ρ_I sous la forme :

$$\rho_I = \mid \{\alpha_{k_0}\} > < \{\alpha_{k_0}\} \mid .$$

Dans ce cas :

$$g^{(c)} = \alpha^*_{l_0} \alpha_{k_0} \sum_{k'_0, l'_0} \alpha^*_{k'_0} \alpha_{l'_0} < N_{k-k'_0} N_{l-l'_0} > \varphi_{k'_0 l'_0 k l}(t) .$$

Pour un champ thermique, prenons [5] :

$$\rho_I = \prod_{k_0} \rho_{k_0} \qquad \text{avec} \qquad \rho_{k_0} = \sum_{n_{k_0}} p_{n_{k_0}} \mid n_{k_0} > < n_{k_0} \mid$$

ce qui donne :

$$g^{(t)} = \bar{n}_{k_0} \delta_{k_0 l_0} \sum_{k'_0} \bar{n}_{k'_0} < N^*_{k-k'_0} N_{l-l'_0} > \varphi_{k'_0 l'_0 l k}(t) .$$

En reportant ces expressions dans (5), les probabilités de transition s'écrivent respectivement :

$$P^{(c)} = \left(\frac{4\pi e^2}{V}\right)^2 \sum_{k,l,k_0,l_0} (\omega_{l_0}\,\omega_{k_0}\,\omega_l\,\omega_k)^{1/2}\, e_{l_0}^{\mu_1'}\, e_{k_0}^{\mu_1}\, e_l^{\mu_2'}\, e_k^{\mu_2}\, \widetilde{F}^*_{\mu_2'\mu_1'}(l_0, l) \tag{15}$$

$$\widetilde{F}_{\mu_2\mu_1}(k_0, k)\, \alpha_{l_0}^*\, \alpha_{k_0} \sum_{k_0',l_0'} \alpha_{k_0'}^*\, \alpha_{l_0'} < N^*_{k-k_0'}\, N_{l-l_0'} > \varphi_{k_0'l_0'kl}(t)$$

$$P^{(t)} = \left(\frac{4\pi e^2}{V}\right)^2 \sum_{k,l,k_0} \omega_{k_0}(\omega_l\,\omega_k)^{1/2}\, e_{k_0}^{\mu_1'}\, e_{k_0}^{\mu_1}\, e_l^{\mu_2'}\, e_k^{\mu_2}\, \widetilde{F}^*_{\mu_2'\mu_1'}(k_0, l) \tag{16}$$

$$\widetilde{F}_{\mu_2\mu_1}(k_0, k)\, \bar{n}_{k_0} \sum_{k_0'} \bar{n}_{k_0'} < N^*_{k-k_0'}\, N_{l-l_0'} > \varphi_{k_0'l_0'kl}(t)\,.$$

Nous remarquons que dans le cas des modes incidents cohérents, il apparaît un terme supplémentaire, puisque $P^{(c)}$ peut s'écrire :

$$P^{(c)} = P^{(t)} + \left(\frac{4\pi e^2}{V}\right)^2 \sum_{\substack{k,l,k_0,l_0\\ k_0 \neq l_0}} (\omega_{l_0}\,\omega_{k_0}\,\omega_l\,\omega_k)^{1/2}\, e_{l_0}^{\mu_1'}\, e_{k_0}^{\mu_1}\, e_l^{\mu_2'}\, e_k^{\mu_2}\, F^*_{\mu_2'\mu_1'}(l_0, l)$$

$$\widetilde{F}_{\mu_2\mu_1}(k_0, k)\, \alpha_{l_0}^*\, \alpha_{k_0} \sum_{\substack{k_0',l_0'\\ k_0' \neq l_0'}} \alpha_{k_0'}^*\, \alpha_{l_0'} < N^*_{k-k_0'}\, N_{l-l_0'} > \varphi_{k_0'l_0'kl}(t)\,.$$

Ce terme supplémentaire est un terme de couplage entre les modes incidents qui n'apparaît pas dans le cas de modes incidents thermiques à cause de la forme diagonale de la matrice densité ρ_1.

VII. **Conclusion.** — La statistique du rayonnement n'influe sur la probabilité de transition de diffusion Thomson que dans le cas d'un rayonnement incident multimode. C'est un rayonnement de ce type qui est utilisé dans les diagnostiques de plasma et dans ces conditions on doit tenir compte des modifications de l'intensité diffusée dues au terme supplémentaire apparaissant dans $P^{(c)}$. Le calcul de ce terme est extrêmement délicat, car il nécessite d'une part la connaissance des différents modes qui constituent le rayonnement Laser ainsi que leurs phases respectives et d'autre part une connaissance du milieu diffuseur suffisamment précise pour pouvoir déterminer les valeurs des produits

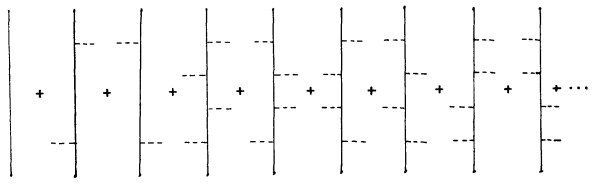
$$\widetilde{F}^*_{\mu_2'\mu_1'}(l, l_0)\, \widetilde{F}_{\mu_2\mu_1}(k, k_0)\,.$$

Pour notre part, ce qui nous apparaît le plus important, c'est l'existence dans le cas d'un rayonnement cohérent multimode d'un couplage entre les modes incidents pouvant modifier l'intensité de diffusion.

Remerciements. — Les auteurs remercient M. le professeur François Rocca pour l'aide qu'il leur a fournie en les faisant bénéficier de ses connaissances sur les problèmes de cohérence du rayonnement.

APPENDICE 1

Etude du propagateur corrigé de l'électron libre dans un champ électromagnétique. — Ce problème a été étudié en détail par F. Ehlotzky [6] qui utilise comme diagrammes de renormalisation la suite de diagrammes de diffusion en avant suivante :



Ceci conduit à modifier le propagateur de l'électron libre

$$K_0(x, y) = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{1}{\hat{p} - m}\, e^{ip(x-y)}\, d^4 p$$

$$= \int K_0(p)\, e^{ip(x-y)}\, d^4 p$$

en remplaçant $K_0(p)$ par la fonction suivante :

$$K(p) = \frac{i}{(2\pi)^4}\, \frac{1}{\hat{p} - m - A\hat{k} - B(\hat{p} - m)}$$

où A et B sont des expressions qui s'expriment à l'aide de fractions continues qui convergent vers des fonctions de Bessel. Ce calcul est mené pour un seul mode mais il ne semble pas difficile de généraliser l'expression de $K(p)$ à plusieurs modes.

APPENDICE 2

Expression du hamiltonien d'interaction. — D'une façon générale, le hamiltonien d'interaction entre un électron et un système électromagnétique est le suivant :

$$H_{EC} = e\beta\gamma_\mu A^\mu = J_\mu A^\mu = -\,\mathbf{J}.\mathbf{A}\,,$$

si la 4e composante de A^μ est nulle.

Dans le cas de la diffusion Thomson, la seule partie

du courant qui nous intéresse est liée au moment dipolaire induit :

$$J = \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t}.$$

Pour un champ électromagnétique de la forme $E^+ = E^+ \, e^{i(\mathbf{kr} - \omega t)}$, $\mathfrak{P}$ est proportionnel à E^+ en première approximation [7] :

$$\mathfrak{P} = \chi_1 E^+ .$$

Ce qui entraîne :

$$JA^+ = \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} A^+ = \chi_1 \frac{\partial E^+}{\partial t} A^+ = - i\omega\chi_1 E^+ A^+$$

$$= - i\omega \mathfrak{P} A^+ = \mathfrak{P} \frac{\partial A^+}{\partial t} = - \mathfrak{P} E^+ .$$

Il revient donc au même de prendre comme hamiltonien d'interaction d'un système d'électrons avec un champ électromagnétique l'expression :

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = - \int \mathfrak{P}(\mathbf{x}, t) \, E(\mathbf{x}, t) \, n(\mathbf{x}, t) \, d^3 \mathbf{x} .$$

Et, dans le cas où $E = E^+ + E^-$: $\mathfrak{P} = \chi_1 E^+ + \chi_2 E^-$

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = - \int [\chi_1 E^+(\mathbf{x}, t) \, E(\mathbf{x}, t) + \chi_2 E^-(\mathbf{x}, t) \, E(\mathbf{x}, t)] \, n(\mathbf{x}, t) \, d^3 \mathbf{x} .$$

Puisque nous ne nous intéressons qu'à l'événement consistant en l'absorption d'un photon suivie de l'émission d'un photon, nous restreignons $\mathcal{H}_{\text{int}}$ à :

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = - \int [\chi_1 E^+ E^- + \chi_2 E^- E^+] \, n(\mathbf{x}, t) \, d^3 \mathbf{x} .$$

Soit, en séparant les modes incidents des modes diffusés :

$$E = \sum_k E_k(\mathbf{x}, t) + \sum_{k_0} E_{k_0}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = - \sum_{k,k_0} \int [E_k^+(\mathbf{x}, t) \, pE_{k_0}^-(\mathbf{x}, t) + E_{k_0}^+(\mathbf{x}, t) \, pE_k^-(\mathbf{x}, t)] \, n(\mathbf{x}, t) \, d^3 \mathbf{x}$$

avec

$$p = \chi_1 + \chi_2 \quad \text{et} \quad E_k^+ = - \frac{\partial}{\partial t} A_k^+ = i \left(\frac{2 \pi \omega_k}{V} \right)^{1/2} \mathbf{e}_k \, a_k^- \, e^{i(\mathbf{kr} - \omega_k t)} .$$

Donc, nous avons bien pour $\mathcal{H}_{\text{int}}$ l'expression (6) :

$$\mathcal{H}_{\text{int}}(t) = \sum_{k,k_0} [f_{k,k_0}(t) \, a_k^-(t) \, a_{k_0}^+(t) + f_{k,k_0}^*(t) \, a_{k_0}^-(t) \, a_k^+(t)]$$

avec

$$f_{k,k_0}(t) = - \int d^3 \mathbf{x} n(\mathbf{x}, t) \, e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)\mathbf{x}} \frac{2 \pi}{V} \omega_k^{1/2} \, \omega_{k_0}^{1/2} \, \mathbf{e}_k . p . \mathbf{e}_{k_0} .$$

Bibliographie

[1] SHEN (Y. R.), *Phys. Rev.*, 1967, **155**, 921.
[2] MILLET (J.), thèse, Marseille, 1970.
[3] GLAUBER (R. J.), Optique et électronique quantiques, Les Houches, 1964.
[4] FIDONE (J.), LAFLEUR (S.), LAFLEUR (Ch.), Rapport C. E. A. FC-204, 1963.
[5] MOLLOW (B. R.), *Physical Review*, 1968, **175**, 1555
[6] EHLOTZKY (F.), *Acta Phys. Austriaca*, 1966, **23**, 95. EHLOTZKY (F.), *Zeitschrift für Physik*, 1967, **203**, 119.
[7] BLOEMBERGEN (N.), Optique et électronique quantiques, Les Houches, 1964, 428.