

Production et étude de faisceaux monochromatiques polarisés de neutrons lents

H. Beil, P. Carlos, J. Matuszek

▶ To cite this version:

H. Beil, P. Carlos, J. Matuszek. Production et étude de faisceaux monochromatiques polarisés de neutrons lents. Journal de Physique, 1963, 24 (6), pp.359-366. 10.1051/jphys:01963002406035900 . jpa-00205487

HAL Id: jpa-00205487 https://hal.science/jpa-00205487

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

PRODUCTION ET ÉTUDE DE FAISCEAUX MONOCHROMATIQUES POLARISÉS DE NEUTRONS LENTS

Par MM. H. BEIL, P. CARLOS et J. MATUSZEK.

Résumé. — Nous donnons les résultats obtenus avec un spectromètre produisant des neutrons monochromatiques polarisés d'énergie comprise entre quelques millièmes d'électronvolts et quelques électronvolts qui utilise une série de monocristaux artificiels de $(Co_{92^{\circ}/_0} - Fe_{8^{\circ}/_0})$ comme polariseurs et analyseurs. Le dispositif expérimental ainsi que quelques résultats préliminaires obtenus avec des monocristaux de (Fe_3O_4) ont déjà fait l'objet d'une publication antérieure [1]. Nous donnons également des résultats expérimentaux obtenus avec différents systèmes de guidage magnétique et de renversement du spin.

Abstract. — This paper gives results obtained with a recently built neutron spectrometer producing monochromatic polarized neutron beams in the energy range $(10^{-3} - 10)$ eV and using a series of aritficial $(Co_{92^{\circ}/_{0}} - Fe_{8})$ monocrystals as polarizers and analysers.

A description of the installation itself as well as some preliminary results obtained with Fe_3O_4 crystals have already been given in a previous publication [1]. We also give experimental results pertaining to various magnetic guide and " spin flip " systems as required in the handling of such polarized neutron beams.

où

I. Introduction. — La production de faisceau de neutrons polarisés monochromatiques repose sur le fait que la section efficace de diffusion n'est pas la même pour les différentes orientations respectives des spins du neutron et de l'ion magnétique. La théorie de la diffusion magnétique a été développée par plusieurs auteurs [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14].

L'étude de ces faisceaux se fait par l'intermédiaire du rapport de dépolarisation, S, défini comme étant le rapport des intensités détectées par un compteur placé dans la direction de réflexion sélective, lorsque le faisceau incident sur l'analyseur et provenant du polariseur, est polarisé ou non. On peut démontrer que

$$S_{(x-1)(x)}^{\uparrow \uparrow} = 1 + P_{(x-1)} P_{(x)}, \qquad (1)$$

où les indices (x - 1) et (x) se rapportent au polariseur et à l'analyseur respectivement.

Les quantités \tilde{P} sont les « coefficients de polarisation intrinsèque » des cristaux, c'est-à-dire les coefficients de polarisation que donneraient ces cristaux si les phénomènes d'extinction et de dépolarisation étaient inexistants.

En exposant, les flèches indiquent que les champs magnétiques appliqués au polariseur et à l'analyseur ont la même direction.

Pour des champs magnétiques antiparallèles, on a :

$$S_{(x-1),x)}^{\star \downarrow} = S_{(x-1)(x)}^{\star \star} = 1 - P_{(x-1)} P_{(x)}, \qquad (2)$$

pourvu que la polarisation du faisceau ne subisse pas d'altération du fait de l'inversion du champ. II. Méthodes expérimentales. — Si l'on dispose de trois cristaux d'indice 1, 2 et 3 et si l'on mesure les trois rapports de dépolarisation $S_{1,2}$, $S_{1,3}$, $S_{2,3}$, il est en principe possible, à partir des équations (1) ou (2) d'en déduire les coefficients de polarisation intrinsèque P_1 , P_2 , P_3 de ces cristaux.

Dans la pratique, il n'en va pas ainsi, car il n'est pas possible de négliger les effets de dépolarisation suivants :

a) Dépolarisation dans le cristal même. Le cristal opérant en position de transmission, cet effet peut être représenté par un « coefficient de transmission de polarisation effectif » D_{ex} généralement représenté par la formule :

$$D_{ex} = \frac{1 - \exp\left(-\mu ta\right)}{\mu ta} \tag{3}$$

$$a = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\cos (\theta + \alpha)} + \frac{1}{\cos (\theta - \alpha)} \right]$$

- t: épaisseur du cristal x,
- μ : coefficient linéaire de dépolarisation.
- θ : angle de Bragg pour le plan (h, k, l).
- α : angle entre la normale à la surface du cristal et le plan de diffraction (h, k, l).

La mesure d'un coefficient de transmission de polarisation mesuré $D_{mx} = \exp(-\mu t)$ se fait en plaçant devant le cristal analyseur, dans le même champ magnétique, un autre cristal non en position de réflexion sélective ; le coefficient de transmission de polarisation effectif peut alors être calculé par l'expression

$$D_{e,c} = 1 - \frac{a}{2} \left((1 - D_{mx}) + (1 - D_{mx})^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{3} \right) \right). \quad (4)$$

b) Dépolarisation dans le champ de guidage : cet effet peut être représenté par un coefficient de transmission de polarisation D_G dont nous restreindrons la définition au cas où il n'ait pas opéré de retournement non adiabatique du spin entre le polariseur et l'analyseur.

c) Dépolarisation associée à l'ensemble du système de guidage et de renversement du spin : cet effet peut être représenté à partir de la probabilité W de renversement du spin par l'ensemble du système.

Tenant compte de ces effets, les équations (1) et (2) ci-dessus s'écrivent alors :

$$S_{1\cdot 2}^{AA} = 1 + P_1 D_{e,1} P_2 D_{e,2} D_G, \tag{5}$$

$$S_{1\cdot 2}^{A\Psi} = 1 - P_1 D_{e1} P_2 D_{e,2} (2W - 1), \tag{6}$$

où les indices 1 et 2 se rapportent au polariseur et à l'analyseur respectivement. Les coefficients D_{ex} peuvent être mesurés comme indiqué plus haut ; par contre, il n'est plus possible de déterminer les coefficients P_x , à partir d'équations du type (5) ou (6) par des permutations faites sur trois cristaux. Pour déterminer ces coefficients caractéristiques des cristaux, il a fallu trouver des conditions expérimentales (cristaux, champs appliqués à ces cristaux, champ de guidage) telles que la quantité $(P_x P_{(x-1)} D_g)$ mesurée soit pratiquement égale à la quantité ($P_x P_{x-1}$) calculée : D_g peut alors être pris égal à 1 pour ces conditions expérimentales. Avantainsi obtenu une valeur de Dg, il devient possible de déterminer les P_x d'autrescristaux et ainsi de déterminer d'autres valeurs deDg (et de W) correspondant à d'autres conditions de travail ou à d'autres dispositifs de guidage.

Dispositif expérimental. Le montage expérimental est représenté sur la figure 1 ; le spectromètre était calé à l'énergie neutronique de



FIG. 1. - Schéma du Spectromètre à Neutrons Polarisés

 60×10^{-3} eV ($\lambda = 1,17$ Å) pour laquelle le taux de comptage est maximum pour notre détecteur en 1/V. Le sélecteur mécanique de vitesse, inutilisable à cette énergie, fut retiré.



Différentes tailles [2] de cristaux ont été réalisées : elles sont représentées sur la figure 2 où sont aussi indiquées les directions des champs magnétiques appliqués. Les caractéristiques des différents cristaux de Co-Fe étudiés figurent dans le tableau I.

TABLEAU I

Nº	HAUTEUR (mm)	Épaisseur (mm)	Largeur (mm)	Remarques
$\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array}$	27,8 23,0 26,4	2,7 2,7 2,7 2,7	26,9 26,9 26,9	0, 1 et 2 sont tail- lés ainsi que l'indique la fi- gure II, (c) et (d).
8 10 11	20,8 19,3 21,6	2,6 1,0 0,6	14,1 19,4 13,2	8, 10 et 11 sont taillés ainsi que l'indique la fi- gure II, (b). Ils ont été recuits dans une atmo- sphère d'hy- drogène.
3 4 5 6 7 9	18,9 20,8 21,5 20,8 20,8 20,8 22,0	7,9 5,9 3,5 2,6 1,6	17,3 20,6 19,0 21,9 20,6 18,8	3, 4, 5, 6, 7 et 9 sont taillés ainsi que l'in- dique la figure II (b). Ces cris- taux n'ont pas été recuits.

 $N^{o} 6$

III. Résultats expérimentaux. — 1) ÉTUDE DES CRISTAUX. — a) Effet de dépolarisation dans le cristal. — Les champs magnétiques appliqués sur le polariseur et dans le système de guidage rectiligne ont été fixés respectivement à 6 400 Oerstedt et 35 Oerstedt. Le champ appliqué H_a sur l'analyseur était variable entre 0 et 6 400 Oerstedt. Dans ces conditions, on a étudié la variation de $(S_{0,2}^{\uparrow\uparrow} - 1)$ en fonction de H_a et la variation de cette même quantité en interposant un cristal devant l'analyseur, comme nous l'avons mentionné. Les



Fig. 3. — Co-Fe. Polariseur : cristal nº 0 ; Analyseur cristal nº 2.



FIG. 4. — Co-Fe. — Polariseur : cristal nº 0 ; Analyseur : cristal nº 2 ; Cristal nº 7 non en position de réflexion.

figures 3 et 4 donnent les résultats expérimentaux obtenus : D_{mx} en résulte ainsi que D_{ex} (fig. 5).

La figure 6 représente la variation de D_{mx} en fonction de l'épaisseur du cristal (la courbe B a été tracée en employant la méthode des moindres carrés; la courbe A en employant la même méthode mais en imposant à la courbe de passer par la valeur $D_{mx} = 1$ à t = 0). On y note que l'effet de dépolarisation est peu sensible à l'épaisseur traversée, correspondant à un coefficient linéaire de dépolarisation de $4,3 \times 10^{-3}$ mm⁻¹.



Fig. 6. — Co-Fe.

b) Polarisation des cristaux. — La figure 7 montre la variation de la polarisation effective $P_x D_{ex}$ ainsi que celle de la polarisation intrinsèque P_x d'un cristal, le champ appliqué variant de 0 à 6 400 Oerstedt ; les champs appliqués sur le polariseur et le système de guidage étaient fixés respectivement à 6 400 et 35 Oerstedt. On a étudié de la même façon les polarisations effectives et intrinsèques obtenues par diffraction sur le plan (200) (fig. 8), en position de transmission, et sur les plans (111) (fig. 9), en position de réflexion. Seules des petites variations existent pour des champs inférieurs à 2 000 Oerstedt.







FIG. 9. — Co-Fe. Polariseur : cristal nº 0 ; Analyseur : cristal nº 2, en position de réflexion sur (111).

A la suite de permutations convenablement choisies, on a pu déterminer la polarisation intrinsèque de tous les cristeux de (Co-Fe) cités dans le tableau I. On a obtenu pour tous nos cristaux des efficacités de polaris; tion intrinsèque (P_x) de 97 % à 99 % \pm 1 %.



FIG. 10. — Co-Fe. Analyseur Plan (222).



FIG. 11 — Co-Fe. Analyseur Plan (400).

On a ensuite mesuré la polarisation des neutrons réfléchis au second ordre par les plans (111) et (200) (fig. 10 et 11) d'un monocristal de (Co-Fe) ainsi que la polarisation des neutrons réfléchis au second et troisième ordre par le plan (220) d'un monocristal de (Fe₃O₄).

La contamination en ordre supérieur du faisceau réfléchi par le polariseur a été mesurée et est inférieure à 2 %, ce qui rend difficiles et imprécises les mesures de polarisation, à l'aide d'un cristal analyseur. On a tourné la difficulté en regardant en ordre supérieur les neutrons incidents sur l'analyseur, d'énergie *E*. Ceci nous a permis de mesurer les efficacités de polarisation d'ordre supérieur. En admettant que la polarisation d'un cristal, à saturation, est indépendante de l'énergie des neutrons réfléchis, pour un plan de réflexion donné, on a pu ainsi déterminer les polarisations des neutrons réfléchis en ordre supérieur, par le polariseur.

La liste ci-après donne toutes les valeurs théoriques et mesurées pour les cristaux et plans de réflexion en question ; les champs appliqués sur le polariseur et l'analyseur, ainsi que dans le champ de guidage sont respectivement de 6 400 et 35 Oerstedt.

CRISTAL	Plan	P_x (théorique)	P (mesuré)
Co-Fe	(111)	99	$98,6 \pm 0,5$
»	(222)	64	$59 \pm 1,5$
»	(200)	99	100 ± 1
»	(400)	47	48 ± 1
Fe_3O_4	(220)	100 \uparrow	94 ± 1
»	(440)	8↓	$7,5 \pm 1,5$
»	(660)	16 ↑	$22 \pm 1,5$

Les flèches indiquent que la polarisation des neutrons réfléchis au second ordre par un monocristal de (Fe_3O_4) est opposée à celle des neutrons réfléchis au premier et troisième ordre.

Des mesures faites sur le caractère uniforme du faisceau indique que la polarisation effective, venant des bords des cristaux les plus larges, est approximativement de 1 à 2 % inférieure à celle venant du centre du même cristal. Ce phénomène s'explique facilement si l'on tient compte des dimensions de l'appareillage employé (pièce polaire = diamètre 6 cm; largeur d'un grand gristal = 2,7 cm).

2) EFFET DE DÉPOLARISATION DANS LE CHAMP DE GUIDAGE. — a) Guidage rectiligne. — La mesure de la transmission de polarisation d'un champ de guidage rectiligne (Dg) a été réalisée conformément à II(c) en utilisant un polariseur et un analyseur ayant des paramètres déjà connus. La figure 12 montre la variation de Dg en fonction du



116. 12. – Co-Fe. Guidage rectiligne.

courant passant dans les barres de guidage. On en déduit qu'aucune dépolarisation ne se produit pour $i_2 \ge 50$ A, ce qui correspond à approximativement 6 Oerstedt.

b) Guidage hélicoïdal. — On a ensuite étudié la transmission de polarisation (D_g) associée à un système de guidage hélicoïdal [15], [16].

On trouve que

$$D_g = (1 - 2 | C_{-1/2} |^2)$$

P. Guttinger démontre que :

$$\left|C_{-\frac{1}{2}}\right|^{2} = \frac{\omega_{H}^{2}}{\omega_{H}^{2} + \omega_{L}^{2}} \sin^{2}\left(\frac{t}{2}\sqrt{(\omega_{H}^{2} + \omega_{L}^{2})}\right)$$
(7a)

$$\begin{vmatrix} C_{+\frac{1}{2}} \end{vmatrix}^{2} = \left| \cos \left(\frac{t}{2} \sqrt{(\omega_{H}^{2} + \omega_{L}^{2})} \right) + \frac{i\omega_{L} \sin}{\sqrt{\omega_{H}^{2} + \omega_{L}^{2}}} \left(\frac{t}{2} \sqrt{\omega_{H}^{2} + \omega_{L}^{2}} \right) \right| \quad (7b)$$

où $\left| C_{-\frac{1}{2}} \right|^2$ = fraction de neutrons ayant changé leur état de spin par rapport au champ de guidage.

> $\omega_H = \text{fréquence angulaire du champ } H.$ $\omega_L = 2\pi\nu \text{ où } \nu \text{ est la fréquence de Larmor.}$

t =temps pendant lequel H est effectif sur les neutrons.

On suppose dans ces équations que tous les neutrons sont initialement dans l'état de spin (+1/2). Pour un champ hélicoïdal, on peut écrire :

$$\omega_H = 2\pi v_H = 2\pi V/4S,\tag{8}$$

où 4S est la distance pour une rotation complète de H et V est la vitesse des neutrons. Il suit que

$$\omega_H t = \pi/2, \tag{9}$$

pour Vt = S, correspondant à une rotation de H de $\pi/2$.

En posant $X = \omega_H / \omega_L$ et en tenant compte de l'équation (9) on peut écrire (7*a*) de la façon suivante :

$$\left| C_{-\frac{1}{2}} \right|^2 = \frac{X^2}{1+X^2} \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{X^2+1}{X^2}} \right).$$
(10)

Si on veut qu'aucun changement d'orientation par rapport au champ de guidage ne se produise, on doit minimaliser (10). Mais pourvu que X < 1, on aura toujours

avec

$$X = \frac{\omega_H}{2\pi V} = \frac{2\pi V}{I\hbar}, \frac{I\hbar}{I\hbar},$$

 $C_{-\frac{1}{5}}\Big|^2 \leqslant X^2,$

ou pour un neutron $A = \frac{\omega_L}{\omega_L} = \frac{4S}{4S} \cdot \frac{\omega_H}{\mu H}$

$$X = 118,7 \frac{\sqrt{E}}{S.H.} \tag{11}$$

où E est l'énergie des neutrons en électron volt.

En fixant les conditions : $|C_{-\frac{1}{2}}| \leq 0,01$ pour une rotation de H de $\pi/2$, on y satisfait en prenant

$$X^{2} = (118,7)^{2} E S^{2} H^{2} = 0,01.$$
 (12)

Nº 6

оù

L'équation (12) permet, pour les différentes valeurs de E, de déterminer les valeurs de S et H nécessaires. La figure 13 résume ces résultats théoriques.





La figure 14 montre la variation du rapport de dépolarisation en fonction du courant passant dans ce système de guidage, pour S = 50 cm, ce qui est une condition désavantageuse et pour $E = 60 \times 10^{-3}$ eV.

Conformément aux résultats théorique de la figure 13, on peut ainsi, même pour des champs faibles, obtenir $Dg \ge 99$ %.

3) EFFET DE DÉPOLARISATION ASSOCIÉ AU SYS-TÈME DE GUIDAGE ET DE RETOURNEMENT NON ADIABATIQUE DU SPIN. — Nous avons ensuite étudié deux systèmes de retournement non adiabatique du spin des neutrons par rapport à un champ extérieur.

Majorana [17], [18], en rapport avec des expériences sur les faisceaux atomiques, a calculé cette probabilité de retournement et a donné le résultat suivant

$$W\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right) = W\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) = e^{-\frac{\eta(H_x)^2}{V,(\operatorname{grad}_x H_y)}}$$
(13)

$$\gamma = 1,438 \times 10^4 \text{ gauss}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

(Grad_x H_y) est exprimé en gauss.cm⁻¹.

V = Vitesse des neutrons en cm.s⁻¹ le long de l'axe x.

$$H_x.H_y.H_z =$$
 Composantes de H , exprimées en gauss.



FIG. 15. - Système de retournement non adiabatique.



Fig. 16 — Système de retournement non adiabatique du spin des neutrons.

L'équation (13) impose les conditions physiques nécessaires pour opérer ce retournement. La figure 15 montre les probabilités théoriques calculées pour $H_x = 5$ gauss, en prenant pour paramètres, E énergie des neutrons et (Grad_x H_{y}) qui est fonction du courant appliqué. Les courbes montrent qu'en principe, il est possible d'obtenir W # 1 même pour des énergies de neutrons très petites.

Le premier système consiste en une plaque d'aluminium de dimensions $(1 \times 125 \times 75)$ mm, figure 16(a) et le deuxième de trois couches serrées de fil de cuivre, $\emptyset = 0,3$ mm, laqué et bobiné sur un support comme le montre la figure 16(b). Des équations (5) et (6), on obtient

$$W\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \frac{1 - (S_{1 \cdot 2}^{A \Psi} - 1) / (S_{1 \cdot 2}^{A A} - 1)}{2}, \quad (14)$$

où on a écrit Dg = 1.

La figure 17 montre la variation de W, pour les deux systèmes utilisés, en fonction du courant. Les deux systèmes créent des champs magnétiques appropriés, en y faisant passer un courant continu d'environ 350 ampères.





IV. **Conclusion.** — Des études comparées sur les intensités réfléchies par les différents plans de réflexion et pour différentes tailles montrent que l'épaisseur optimale pour des monocristaux de (Co-Fe) se situe autour de 3 mm. De plus, on n'a pas trouvé de différence notable entre les intensités produites par diffraction sur les plans (111) en position dite de transmission et en position dite de réflexion. De même aucune différence notable d'intensité entre les réflexions des plans (200) et (111) ne fut détectée.

Ces mesures d'intensité permettent de conclure que, à cause de la grande transmission de polarisation D_{ex} pour les monocristaux de (Co-Fe) et pourvu qu'on ait un cristal de 3 mm environ d'épaisseur, la position et le choix du plan n'affecte ni l'intensité ni la polarisation de la raie réfléchie d'une manière appréciable. Les raisons pour lesquelles on a finalement choisi la taille dite de Fankuchen [19] (donné par la figure 2(e) et (d)) sont les suivantes :

a) Cette taille nous permet d'intercepter une plus grande partie du faisceau incident pour des dimensions du cristal données. Cet avantage devient plus prononcé lorsque l'on monte en énergie.

b) Cette taille permet d'augmenter l'intensité du faisceau réfléchi puisqu'on en réduit la largeur pour une largeur du faisceau incident donnée.

c) Elle rend possible l'emploi de cristaux relativement petits ainsi que l'utilisation de plusieurs plans de diffraction, ce qui permet d'exploiter une gamme d'énergie plus étendue. D'après nos mesures, nous pensons qu'aux énergies neutroniques faibles ($E = 30 \times 10^{-3}$ eV), ce qui correspond à la limite d'utilisation de notre sélecteur mécanique, il est plus intéressant d'utiliser des cristaux de Fe₃O₄. Ceci ne semble pas confirmer les conclusions de R. Nathaus et Coll [20] qui ont utilisé un filtre en plutonium dans l'étude des cristaux de Fe₃O₄.

En ce qui concerne le système de retournement non adiabatique, on a finalement choisi la feuille d'aluminium pour les raisons suivantes :

a) la probabilité W est plus grande; b) la transmission du système est plus grande (environ 15 % de gain); c) la question d'activation du cuivre ne se pose pas.

Nous donnons ci-dessous la composition du faisceau réfléchi par le polariseur pour des neutrons de 60×10^{-3} eV. Les résultats ont été obtenus avec les cristaux de (Co-Fe) n° 0 et n° 2, les deux cristaux travaillant en position de transmission sur le plan (111) dans des champs magnétiques de 6 400 Oerstedts.

TABLEAU II

Plan-ordre	Intensité relative	Polarisation Effective = $P_x D_{ex}$
(111) (premier or- dre)	97 ± 3	$96,2 \pm 0,5$
(222) (deuxième ordre)	< 2	$59 \pm 1,5$
Diffusion «Diffuse »	\leq 1	17 ± 4

Nous appelons diffusion « diffuse », la diffusion non sélective du cristal. La mesure de la polarisation de ces neutrons se fait d'une façon analogue à celle employée pour la mesure de la polarisation des neutrons d'ordre supérieur. Du tableau II, on déduit que la polarisation effective moyenne du faisceau complet émergeant du polariseur est :

$$< P_x D_{ex} > = 95 \% \pm 3 \%.$$

Notons finalement que la nécessité de connaître la polarisation effective moyenne d'un faisceau de neutron est très rare puisque, en général, seuls les neutrons d'énergie E jouent un rôle prépondérant.

BIRBLIOGAPHIE

- [1] BEIL (H.), GENIN (R.), CARLOS (P.), SIGNARBIEUX (C.), JOLY (R.) et MATUSZEK (J.), J. Physique Rad.,
- (C.), JOLY (R.) et MATUSZEK (J.), J. Physique Rad., 1963, suppl. au n°6, p. 89 A.
 [2] BEIL (H.), CARLOS (P.), GENIN (R.), J. Physique Rad. 1963, suppl. au n°3, p. 15 A.
 [3] BLOCH (F.), Phys. Rev., 1936, 50, 529.
 [4] BLOCH (F.), Phys. Rev., 1937, 51, 994.
 [5] SCHWINGER (J.), Phys. Rev., 1937, 51, 544.
 [6] HALPERN (O.), Phys. Rev., 1949, 75, 343.
 [7] HALPERN (O.), Phys. Rev., 1949, 76, 1130.
 [8] HALPERN (O.) and HOLSTEIN (J.), Phys. Rev., 1941, 59 960.

- **59**, 960.
- [9] HALPERN (O.), HAMMERMESH (M. H.) and JOHNSON (M. H.), *Phys. Rev.*, 1941, 59, 981.
- [10] HALPERN (O.) and JOHNSON (M. H.), Phys. Rev., 1939, **55**, 898.

- [11] HAMMERMESH (M. H.), *Phys. Rev.*, 1942, 61, 17.
 [12] HAMMERMESH (M. H.), *Phys. Rev.*, 1949, 75, 1766.
 [13] STEINERG (J.) and WICK (G. C.), *Phys. Rev.*, 1949, 76, 994.

- [14] EKSTEIN (H.), Phys. Rev., 1949, 76, 1328.
 [15] GUTTINGER (P.), Z. Physik, 1931-1932, 73, 169.
 [16] STOLOVY (A.), Phys. Rev., 1960, 118, 211.
 [17] DABBS (J. N. T.), Oak Ridge Nat. Lab. Report Central Files Number 55-5-126. Date issued 31-5-55.
 [18] Morra (L.) et Dore (M. E.). Phys. Rev. A026, 50, 2049.
- [18] Morz (L.) et Rose (M. E.), *Phys. Rev.*, 1936, **50**, 348.
 [19] GUINIER (A.), Théorie et Technique de la Radio-Cristallographie, Dunod, Paris.
 [20] NATHANS (R.), SHULL (C. G.), SHIRANE (G.) and ANDRESEN (A.), *J. Phys. Chem. Solids*, 1959, **10**, 128 138.