



HAL
open science

Théorie thermodynamique de l'électrostriction dans les diélectriques

Y. Rocard

► **To cite this version:**

Y. Rocard. Théorie thermodynamique de l'électrostriction dans les diélectriques. Journal de Physique et le Radium, 1927, 8 (10), pp.385-390. 10.1051/jphysrad:01927008010038500 . jpa-00205307

HAL Id: jpa-00205307

<https://hal.science/jpa-00205307>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

THÉORIE THERMODYNAMIQUE DE L'ÉLECTROSTRICTION
DANS LES DIÉLECTRIQUES

par M. Y. ROCARD.

Sommaire. — Après les essais de Helmholtz, Lippmann, Pockels, MM. Bruhat et Pauthenier ont donné une théorie correcte de l'électrostriction et de la variation d'indice de réfraction qui en résulte, mais cette théorie est restreinte au cas où l'indice n et la constante diélectrique ε ne dépendent que de la densité. Dans le cas plus général, et d'ailleurs réalisé en pratique, où il n'en est pas ainsi, il faut se donner les quotients différentiels $\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}$, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial P}$ et $\frac{\partial n}{\partial T}$, $\frac{\partial n}{\partial P}$. En fonction de ces quantités, il est possible d'obtenir la valeur de la variation d'indice qui accompagne l'électrostriction, au moyen d'une théorie thermodynamique générale. Nos résultats contribuent à diminuer l'écart entre la théorie et l'expérience.

Quand on charge un condensateur, le diélectrique entre les armatures se contracte légèrement. Ce phénomène est, thermodynamiquement parlant, une conséquence nécessaire du phénomène inverse, consistant en une variation de capacité d'un condensateur dont on comprime le diélectrique.

Très difficile à observer expérimentalement, il a été calculé par Helmholtz puis par Lippmann ⁽¹⁾; c'est seulement en 1912 que F. Pockels ⁽²⁾ remarqua que de la variation de densité produite par électrostriction entraîne une variation de constante diélectrique et aussi d'indice de réfraction. Etant donné la sensibilité des méthodes optiques, on pouvait espérer mettre en évidence cette variation d'indice par une méthode interférentielle : c'est le travail qu'a fait M. Pauthenier ⁽³⁾, réalisant des conditions de précision et de sensibilité tout à fait remarquables, et observant pour la première fois l'électrostriction dans les liquides.

M. Pauthenier, par une méthode de charge et d'observation instantanée, a pu éliminer la variation d'indice produite par effet Joule, et montrer dans le détail comment la variation d'indice produite par électrostriction vient se combiner au phénomène de Kerr pour régler la valeur des indices ordinaire et extraordinaire.

Cependant, par suite d'une affirmation de Lippmann d'après laquelle la variation de température qui se produit dans le phénomène d'électrostriction serait négligeable, la théorie était restée fort incomplète. MM. Bruhat et Pauthenier ⁽⁴⁾ lui ont donné un caractère plus général en traitant également le cas de l'électrostriction adiabatique, qui paraît devoir se réaliser en pratique, aucun échange de chaleur n'ayant le temps de se produire entre le diélectrique et le milieu extérieur pendant des temps de charge de 10⁻¹ seconde au plus. Leur théorie est cependant restreinte au cas où l'indice n et la densité d sont liés par la relation :

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d} = C^{\text{te}}.$$

⁽¹⁾ LIPPMANN [*J. Phys.*, t. 9 (1881), p. 381].

⁽²⁾ F. POCKELS [*Le Radium*, t. 9 (1912), p. 148].

⁽³⁾ M. PAUTHENIER [*Ann. de Phys.*, t. 14 (1920), p. 239. — *J. Phys.*, t. 5 (1924), p. 312].

⁽⁴⁾ G. BRUHAT et M. PAUTHENIER [*J. Phys.*, t. 6 (1925), p. 1].

Nous nous proposons ici de traiter le cas général où l'indice peut dépendre séparément de la température et de la pression, ainsi du reste que la constante diélectrique ou tout autre constante caractéristique du corps ⁽¹⁾.

2. Notations et formules classiques :

n , indice de réfraction ; β_S , coefficient de compressibilité adiabatique ;
 ϵ , constante diélectrique ; β_T , coefficient de compressibilité isothermique ;
 θ , dilatation : $\theta = -\frac{\Delta v}{v}$; E , champ électrique extérieur ;
 v , volume ; d , densité ;
 α , coefficient de dilatation.

Relations entre β_S et β_T :

$$\beta_S = \beta_T - \frac{T}{J C d} \alpha^2 ; \quad \frac{\beta_T}{\beta_S} = \frac{C}{c} = \gamma.$$

γ , rapport des chaleurs spécifiques.

θ_S ou θ_T , dilatations produites par l'électrostriction supposée adiabatique ou isothermique.

Formules de MM. Bruhat et Pauthenier :

$$\theta_S = \frac{\beta_S E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right)_S ; \quad \theta_T = \frac{\beta_T E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right)_T.$$

Ces formules de MM. Bruhat et Pauthenier sont établies très complètement dans leur article du *Journal de Physique* (loc. cit.) et il est inutile que nous y revenions. Les variations d'indice s'ensuivent aisément : soient $(\Delta v)_S$ ou $(\Delta v)_T$ les variations de volume produites par électrostriction adiabatique ou isothermique, et de même $(\Delta n)_S$ et $(\Delta n)_T$ les variations d'indice correspondantes. On aura :

$$(\Delta n)_S = \left(\frac{\partial n}{\partial v} \right)_S \times (\Delta v)_S = \theta_S \left(\frac{n \partial}{\partial \theta} \right)_S,$$

ou, en utilisant la valeur déjà obtenue de θ_S :

$$(\Delta n)_S = \frac{\beta_S E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right)_S \left(\frac{\partial n}{\partial v} \right)_S.$$

On aurait de même :

$$(\Delta n)_T = \frac{\beta_T E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right)_S \left(\frac{\partial n}{\partial \theta} \right)_T.$$

Ces formules ne contiennent aucune hypothèse particulière sur la structure des corps, et ses relations avec ϵ et n . Nous veillerons à n'en pas introduire, et nous considérerons les variations de ϵ et de n données autour d'un certain état par les quotients différentiels :

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)_p, \quad \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial p} \right)_T, \quad \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_p, \quad \left(\frac{\partial n}{\partial p} \right)_T,$$

comme c'est d'ailleurs le cas en pratique.

3. Lemme thermodynamique. — Soit généralement A une constante caractéristique d'un corps, fonction de p et T , ou de v et T . Supposons que nous fassions subir au corps une petite variation de volume $(\Delta v)_T$, il s'ensuivra une petite modification de A qui sera $(\Delta A)_T$, l'indice T indiquant toujours une transformation isothermique. Envisageons de même une variation de volume adiabatique $(\Delta v)_S$, ayant pour conséquence la modification $(\Delta A)_S$, il est évident qu'on n'aura pas, en général,

$$\frac{(\Delta A)_S}{(\Delta A)_T} = \frac{(\Delta v)_S}{(\Delta v)_T}$$

⁽¹⁾ [C. R., (17 août 1923), p. 283].

mais bien :

$$\frac{(\Delta A)_S}{(\Delta A)_T} = \frac{(\Delta v)_S}{(\Delta v)_T} K,$$

K étant un facteur dépendant de constantes caractéristiques du corps. Nous nous proposons de déterminer K .

On a en général :

$$dA = \left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_p dT.$$

Introduisons dv :

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dT,$$

d'où :

$$dA = \left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T dv + \left[\left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v + \left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_p \right] dT.$$

a) *Modification isothermique* $(\Delta v)_T$: on a alors $dT = 0$ et :

$$(\Delta A)_T = \left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T (\Delta v)_T.$$

b) *Modification adiabatique* $(\Delta v)_S$: On a alors le long des adiabatiques :

$$dT = - \frac{\gamma - 1}{\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p} dv,$$

d'où :

$$(\Delta A)_S = \left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T (\Delta v)_S - \frac{\gamma - 1}{\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v + \left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_p \right] (\Delta v)_S,$$

d'où, en divisant membre à membre :

$$\frac{(\Delta A)_S}{(\Delta A)_T} = \frac{(\Delta v)_S}{(\Delta v)_T} \left\{ 1 - \frac{\gamma - 1}{\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T} \left[- \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T + \frac{\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p} \right] \right\}.$$

Il est aisé de transformer cette expression, pour y faire apparaître les combinaisons

$$- \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = \beta_T \quad \text{et} \quad \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \alpha.$$

On trouve alors :

$$\frac{(\Delta A)_S}{(\Delta A)_T} = \frac{(\Delta v)_S}{(\Delta v)_T} \left\{ 1 + (\gamma - 1) \left[1 + \frac{\beta_T}{\alpha} \frac{\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T} \right] \right\}.$$

Le facteur K que nous voulions déterminer est donc donné par :

$$K(A) = \left\{ 1 + (\gamma - 1) \left[1 + \frac{\beta_T}{\alpha} \frac{\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_T} \right] \right\}.$$

Le calcul précédent peut encore se faire en introduisant directement la variable S dans les expressions relatives à $(\Delta v)_S$, mais il est alors infiniment plus compliqué.

4. **Applications à l'électrostriction.** — Si nous nous référons aux formules donnant $(\Delta n)_S$, et $(\Delta n)_T$, nous voyons que nous avons à calculer les combinaisons :

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}\right)_S \left(\frac{\partial n}{\partial \theta}\right)_S \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}\right)_S \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}\right)_T$$

avec $\theta = -\frac{\Delta v}{v_0}$. Il s'ensuit que l'on a :

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta}\right) \left(\frac{\partial n}{\partial \theta}\right) = v_0^2 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v}\right) \left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)$$

quel que soit l'indice S ou T .

$$\text{Or} \quad \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_T v_0^2$$

se calcule aisément en fonction de

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)_T \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)_T$$

supposés connus. On a en effet :

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\frac{1}{v_0} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)_T \frac{1}{\beta_T}$$

et de même

$$\left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_T = -\frac{1}{v_0} \left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)_T \frac{1}{\beta_T}$$

d'où :

$$v_0^2 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_T = \frac{1}{\beta_T^2} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)_T$$

Passons maintenant au cas adiabatique; nous avons évidemment :

$$\frac{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v}\right)_S}{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v}\right)_T} = \frac{\left(\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta v}\right)_S}{\left(\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta v}\right)_T} = K(\varepsilon)$$

et de même :

$$\frac{\left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_S}{\left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_T} = K(n)$$

d'où :

$$v_0^2 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v}\right)_S \left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_S = \frac{1}{\beta_T^2} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)_T K(\varepsilon) \cdot K(n).$$

5. **Cas particulier.** — L'indice et la constante diélectrique sont supposés fonctions de la densité seule; dans ce cas, les valeurs de K sont très simples. Soit ρ la densité. On a :

$$K(\varepsilon) = 1 + (\gamma - 1) \left[1 + \frac{\beta_T}{\alpha} \frac{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_\rho}{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)_T} \right]$$

avec

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p$$

et

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T$$

Divisons membre à membre; on a :

$$\frac{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)_T} = \frac{\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T} = \frac{-\frac{1}{v^3} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p}{-\frac{1}{v^3} \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T} = -\frac{\alpha}{\beta_T}$$

d'où

$$K(\varepsilon) \equiv K(n) \equiv 1,$$

comme on devait s'y attendre.

Dans ce cas particulier, on trouve finalement :

$$\begin{cases} (\Delta n)_T = \frac{1}{\beta_T} \frac{E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T \left(\frac{\partial n}{\partial \rho}\right)_T; \\ (\Delta n)_S = \frac{1}{\gamma} (\Delta n)_T. \end{cases}$$

Le résultat de MM. Bruhat et Pauthenier rentre dans ces formules.

6. Cas général. — On a toujours :

$$(\Delta n)_T = \frac{1}{\beta_T} \frac{E^2}{8\pi} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T \left(\frac{\partial n}{\partial \rho}\right)_T$$

Mais $(\Delta n)_S$ est différent: en comparant aux formules donnant $\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial v}\right)_S$ et $\left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_S$, on obtient

$$(\Delta n)_S = \frac{1}{\gamma} (\Delta n)_T \times K(\varepsilon) K(n).$$

Tout se passe donc comme si, dans la formule $(\Delta n)_S = \frac{1}{\gamma} (\Delta n)_T$ du paragraphe précédent, on remplaçait le rapport des chaleurs spécifiques γ par :

$$\gamma_1 = \frac{\gamma}{K(\varepsilon) K(n)}.$$

Or, dans tous les calculs numériques que nous avons faits, $K(\varepsilon)$ et $K(n)$ étaient plus grands que 1, alors que dans la théorie de Bruhat et Pauthenier $K(\varepsilon)$ et $K(n)$ sont égaux à 1. Nous trouvons donc un $(\Delta n)_S$ intermédiaire entre le $(\Delta n)_S$ et le $(\Delta n)_T$ de MM. Bruhat et Pauthenier, ce qui est qualitativement conforme avec les expériences mêmes de M. Pauthenier.

7. Calculs numériques relatifs à CS². — Nous empruntons nos données au *Recueil de Constantes* et aux articles de MM. Bruhat et Pauthenier.

Les données expérimentales nous donnent :

$$K(n) = [1 + 0,08 (\gamma - 1)]$$

Pour calculer $K(\varepsilon)$, $\partial\varepsilon/\partial p$ nous manque, mais si l'on observe que l'on a pratiquement $n^2 = \varepsilon$ pour CS^2 ($n^2 = 2,65$ et $\varepsilon = 2,63$), on est conduit à admettre que $K(\varepsilon) = K(n)$.

D'autre part $\gamma_{\text{CS}^2} = 1,63$, d'où

$$K(n) = 1 + 0,052 \quad \text{et} \quad K(n) \cdot K(\varepsilon) = 1,1.$$

Cependant, si nous utilisons la valeur expérimentale $\frac{\partial\varepsilon}{\partial T} = -0,00248$ et si nous calculons $\frac{\partial\varepsilon}{\partial p}$ par la formule $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \times \frac{1}{d} = C^e$, nous trouvons une valeur de $K(\varepsilon)$ nettement plus forte :

$$K(\varepsilon) = [1 + 0,22(\gamma - 1)] = 1,144$$

d'où le produit :

$$K(\varepsilon) K(n) = 1,2. \quad (2)$$

Les déplacements de franges calculés par MM. Bruhat et Pauthenier dans l'hypothèse d'une électrostriction adiabatique doivent donc être multipliés par une quantité comprise entre 1,1 et 1,2 dans le cas de CS^2 .

8. Conclusion. — Dans la formule de MM. Bruhat et Pauthenier donnant la variation d'indice de réfraction par électrostriction adiabatique, on doit donc remplacer le rapport γ des chaleurs spécifiques par l'expression :

$$\gamma_1 = \frac{\gamma}{K(\varepsilon) K(n)},$$

ε étant la constante diélectrique; n , l'indice de réfraction, et K , la fonction

$$K(x) = 1 + (\gamma - 1) \left[1 + \frac{\beta_T}{\alpha} \frac{\left(\frac{\partial x}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial x}{\partial p}\right)_T} \right]$$

la fonction $K(x)$ devenant identique à 1 dans le cas où la quantité x ne dépend pas séparément de T et de p , mais de la seule variable densité.

Telle est la modification qui s'impose à la théorie actuelle de l'électrostriction. La question de savoir si une théorie purement thermodynamique de l'électrostriction, théorie où l'on envisage la suite des états pris en 10^{-5} seconde par le corps comme une suite d'états d'équilibre, est valable, cette question disons-nous, reste posée. De notre résultat découlent quelques conséquences relatives à la valeur du rapport des retards absolus dans le phénomène de Kerr et à la théorie de la diffusion de la lumière : nous les traiterons ultérieurement.

Manuscrit reçu le 8 juin 1927.

Note ajoutée à la correction. — Dans une thèse récente de M. L. Cagniard, qui paraîtra aux *Annales de Physique*, on trouvera des déterminations soignées de $\partial\varepsilon/\partial p$ pour quelques corps. A la fin de son travail, M. L. Cagniard donne une intéressante discussion de la théorie de l'électrostriction, mais insuffisante toutefois dans le cas où l'indice ne suit pas la loi de Lorentz-Lorenz, puisqu'il ne dispose pas de la formule générale que nous obtenons ici pour $(\Delta n)_S$.