



HAL
open science

Indice de réfraction de l'air dans le spectre visible entre 0° et 100°C

Albert Pérard

► **To cite this version:**

Albert Pérard. Indice de réfraction de l'air dans le spectre visible entre 0° et 100°C. Journal de Physique et le Radium, 1925, 6 (7), pp.217-227. 10.1051/jphysrad:0192500607021700 . jpa-00205209

HAL Id: jpa-00205209

<https://hal.science/jpa-00205209>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INDICE DE RÉFRACTION DE L'AIR DANS LE SPECTRE VISIBLE ENTRE 0° ET 100° C.

par M. ALBERT PÉRARD

Bureau international des Poids et Mesures.

Sommaire. — L'indice de l'air, résultat annexe de mesures de dilatations entreprises au dilatomètre Fizeau, a été obtenu par l'observation des franges d'interférence, à une différence de marche de 34 mm, dans le vide, puis dans l'air *desséché et privé de gaz carbonique*. La détermination a porté sur cinq radiations choisies dans les spectres du mercure et du cadmium, à différentes températures réparties entre 0° et 100°.

Pression. — La variation de l'indice N en fonction de la pression h a été étudiée seulement dans un travail préliminaire, à 600 mm et 760 mm de Hg. On a trouvé que la réfraction $(N - 1)$ est à très peu près proportionnelle à la pression. Dans la formule de Mascart

$$N_h - 1 = Kh(1 + \beta h),$$

le coefficient β , très petit, a pour valeur la plus probable $+ 2,4 \cdot 10^{-3}$, dont l'incertitude peut atteindre 1 à $2 \cdot 10^{-6}$.

Température et longueur d'onde. — 50 observations pour chacune des couleurs ont donné, entre l'indice N_0 à 0° et la température θ , autant d'équations de la forme

$$\frac{N_0 - 1}{1 + \alpha \theta} = N_\theta - 1,$$

où l'on considère α comme inconnue en même temps que N_0 .

Les nombres obtenus pour α ne semblent pas dépendre de la longueur d'onde, et la moyenne pour les cinq couleurs est $\alpha = 0,003716$ (précision : 6 ou 7 unités du dernier chiffre inscrit). Les résultats $(N_0 - 1)$ calculés en même temps ont été ensuite compensés entre eux par une relation de la forme de celle de Cauchy qui a conduit aux valeurs les plus probables :

λ (en μ)	$(N_0 - 1) 10^6$	λ (en μ)	$(N_0 - 1) 10^6$
0,4358	296,68	0,5086	294,21
0,5461	293,34	0,6438	291,77
0,5780	292,73		

Formule générale. — La formule générale :

$$(N - 1) 10^6 = \left[288,02 + \frac{1,478}{\lambda^2} + \frac{0,0316}{\lambda^4} \right] \frac{h(1 + \beta h)}{760(1 + 760\beta)} \frac{1}{1 + 0,003716\theta}$$

(λ , longueur d'onde dans l'air en micron; h , pression en millimètres de mercure; θ , température en degrés centigrades) où β peut être égalé à zéro, est l'expression de ces résultats. Elle est valable à toute pression ne dépassant guère la pression atmosphérique, pour l'intervalle de température 0°—100°C, et dans l'étendue du spectre visible. L'incertitude des nombres calculés par cette formule ne paraît pas excéder 0,03 à $0,03 \cdot 10^{-6}$.

1. — Les expériences dont il va être rendu compte n'avaient pas pour but essentiel l'étude de l'indice de réfraction de l'air atmosphérique. A la suite de René Benoit, et à son école, j'avais déterminé, par la méthode interférentielle de Fizeau, la dilatation d'un certain nombre d'échantillons, et particulièrement celle des bouts du Mètre prototype international et de quelques prototypes nationaux. Cette étude, qui fera l'objet d'un compte rendu indépendant, devait s'appuyer sur la valeur absolue de la dilatation du trépied, qui constitue ce que l'on appelle la *Constante* de l'appareil. La détermination de cette Constante, qui est le point délicat des mesures de dilatation par la méthode Fizeau, avait été exécutée deux fois avec le même appareil par Benoit, en 1883, dans le vide et dans l'air à pression ambiante et, en 1913, à pression ambiante seulement. Ces deux études n'avaient pas donné, entre elles, la concordance que leur auteur en attendait. Sur son conseil même, et conformément à la décision du Comité international des Poids et Mesures, j'ai repris cette détermination; et après deux mesures, d'ailleurs concordantes, effectuées dans l'air à la pression ambiante, j'ai entrepris de faire les observations sous le vide, pour les soustraire à la critique de prin-

cipe ⁽¹⁾, concernant la composition de l'atmosphère dans laquelle prenaient naissance les interférences. Dès lors, pour obtenir les valeurs de l'indice de l'air à toutes les températures des expériences, il suffisait, comme l'avait déjà fait Benoit ⁽²⁾, de joindre aux observations sous le vide des observations effectuées dans l'air prélevé à l'extérieur.

Les premiers résultats obtenus firent ressortir, par rapport aux expériences les plus récentes et les mieux contrôlées, un désaccord qui a paru nettement supérieur à l'erreur possible des observations. L'étude complète, reprise encore deux fois après quelques perfectionnements de détail, ayant confirmé ce désaccord, il était nécessaire d'en faire connaître les conclusions.

I. — EXPÉRIENCES ANTÉRIEURES.

2. — Un grand nombre de physiciens se sont appliqués à l'étude de l'indice de l'air atmosphérique. Sans remonter aux expériences des temps anciens ⁽³⁾, et sans parler des procédés astronomiques ⁽⁴⁾ pour lesquels la région du spectre correspondant aux résultats obtenus est mal définie, on ne retrouve pas moins de quatre grandes méthodes physiques, mises en œuvre sous différentes formes : la *méthode du prisme*, qui mesure les déviations des rayons lumineux, à la traversée d'un prisme creux renfermant de l'air à pression variable; la *méthode du réseau* fondée sur l'observation, dans le vide et dans l'air, des spectres de diffraction; la *méthode des interférences* qu'on pourrait appeler *différentielles* (réfractomètre de Jamin et interférences en lames mixtes de Mascart), où la différence de marche des deux faisceaux interférents est seulement produite par la différence des états (pression et température) de l'air dans certaines portions des parcours, et la *méthode des interférences sur lame fixe* (étalon Fabry-Perot et trépied Fizeau), la lame étant placée, tantôt dans le vide, tantôt dans l'air dont l'indice se trouve mesuré par l'accroissement de la différence des chemins optiques.

La *méthode du prisme* a été employée tout d'abord par Biot et Arago ⁽⁵⁾ dans un intervalle de pressions de 5 à 800 mm de mercure et à des températures s'échelonnant de $-1,5^{\circ}$ à $+25^{\circ}$; ensuite par Dulong ⁽⁶⁾ puis par von Lang ⁽⁷⁾. Dans les expériences de Kayser et Runge ⁽⁸⁾, le prisme n'occupait que la moitié inférieure des raies d'un spectre formé par un réseau; le déplacement de celles-ci par rapport aux raies correspondantes de la région supérieure était mesuré à la machine à diviser sur une plaque photographique. Carnazzi ⁽⁹⁾ déterminait les angles d'incidence et d'émergence, à l'entrée et à la sortie du prisme.

L'emploi du *réseau de diffraction* constitue une méthode relativement récente. Runge ⁽¹⁰⁾ paraît l'avoir inaugurée, au cours de travaux dont le but était la mesure de longueurs d'onde dans l'ultraviolet; Dickey ⁽¹¹⁾ a fait ressortir les difficultés qu'elle rencontre dans l'évaluation correcte de la température du réseau; ses résultats n'en conservent pas moins leur intérêt, au point de vue de la dispersion.

Le plus grand nombre des expérimentateurs se sont servis du *dispositif interférentiel de Jamin*. Après Jamin ⁽¹²⁾ lui-même, ce sont Ketteler ⁽¹³⁾ dont les expériences furent continuées

(1) M. Ch.-Ed. Guillaume me fit justement remarquer que la présence des flammes de chauffage pouvait entretenir à l'intérieur de l'appareil une proportion de gaz carbonique systématiquement plus forte aux hautes températures.

(2) R. BENOIT, *Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures*, t. 6 (1888). — *J. Phys.*, t. 8 (1889), p. 451.

(3) CLÉOMÈDE et PTOLÉMÉE.

(4) TYCHO BRAHE, BROOK TAYLOR, CASSINI, BOUGUER, BERNOULLI, SIMPSON, BRADLEY, EULER, LAMBERT, LAGRANGE, RAMP, LAPLACE, DELAMBRE, BESSEL, GYLDEN, FUSS.

(5) BIOT et ARAGO, *Mém. de l'Acad. des Sciences*, t. 7 (1806), p. 301.

(6) DULONG, *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. 31 (1826), p. 154.

(7) VON LANG, *Pogg. Ann.*, t. 153 (1874), p. 448.

(8) KAYSER et RUNGE, *Wied. Ann.*, t. 50 (1893), p. 293.

(9) CARNAZZI, *Nuovo Cimento*, t. 6 (1897), p. 383.

(10) RUNGE, *Wied. Ann.*, t. 55 (1895), p. 44.

(11) DICKEY, *Astroph. J.*, t. 45 (1917), p. 188.

(12) JAMIN, *Ann. de Chim. et Phys.*, t. 49 (1857), p. 282.

(13) KETTELER, *Pogg. Ann.*, t. 04 (1863), p. 390.

par Lorenz ⁽¹⁾, puis Chappuis et Rivière ⁽²⁾, Perreau ⁽³⁾, Gale ⁽⁴⁾, qui étudient les variations de pression jusqu'à 5 ou 20 atmosphères; Walker ⁽⁵⁾, dont les recherches portent principalement sur la détermination du coefficient de température entre 10° et 100° C; Kaiser ⁽⁶⁾, sur les pressions inférieures à la pression atmosphérique; Magri ⁽⁷⁾, qui élève la pression jusqu'à 176 atmosphères. Viennent ensuite Koch ⁽⁸⁾, qui observe successivement l'infrarouge jusqu'à $\lambda = 8,7 \mu$, puis l'ultra-violet jusqu'à $0,230 \mu$; C. et M. Cuthbertson ⁽⁹⁾, Gruschke ⁽¹⁰⁾; Traub ⁽¹¹⁾, qui pousse ses recherches surtout dans l'ultra-violet jusqu'à $\lambda = 0,185 \mu$; Posejpal ⁽¹²⁾, qui étudie la variation de la réfraction au-dessous d'une atmosphère. Enfin, Stoll ⁽¹³⁾ qui explore l'infrarouge jusqu'à la limite accessible actuellement à la photographie.

Mascart ⁽¹⁴⁾, d'autre part a utilisé le phénomène des *bandes de Talbot*, produites dans le spectre d'une lumière blanche par les interférences de deux faisceaux traversant des tubes à gaz, placés dans des conditions différentes de température et de pression. Il obtenait la séparation, puis la réunion des deux faisceaux, par l'interposition de bilames de Fresnel; mais, après lui, un certain nombre des auteurs cités au paragraphe précédent ont associé au réfractomètre de Jamin un système dispersif donnant aussi un spectre cannelé en lumière blanche. Dans les expériences d'Herrmann ⁽¹⁵⁾ puis d'Ahrberg ⁽¹⁶⁾, au contraire, on retrouve un dispositif interférentiel analogue à celui de Mascart; mais les observations sont faites en lumière monochromatique filtrée.

Les interférences en lame semi-argentée produites dans le vide et dans l'air sur un *étalon Fabry-Perot* ont donné à Rentschler ⁽¹⁷⁾ d'abord, puis à M^{lle} Matthews ⁽¹⁸⁾ et à M^{lle} Howell ⁽¹⁹⁾ des résultats intéressants, principalement dans les ondes courtes du spectre. De cette méthode, Meggers et Peters ⁽²⁰⁾, étudiant un très grand nombre de radiations monochromatiques, entre $\lambda = 0,222 \mu$ et $\lambda = 0,900 \mu$, aux trois températures 0°, 15° et 30°C, ont tiré une formule de dispersion pour chacune de ces températures, et, de là, une loi de variation du coefficient thermique de la réfraction.

Enfin le *dilatomètre de Fizeau*, comme nous l'avons vu déjà, a fourni à Benoit les valeurs de l'indice de l'air pour la raie jaune de la soude entre 0° et 80° C. C'est à l'aide de cet appareil également que Scheel ⁽²¹⁾ a établi sa formule de dispersion.

Les résultats de tous ces travaux seront brièvement indiqués plus loin pour être rapprochés de ceux auxquels ont conduit les présentes expériences.

II. — EXPÉRIENCES ACTUELLES.

3. **Appareil.** — L'appareil que j'ai utilisé n'est autre que le dilatomètre de Fizeau monté par René Benoit en 1882. Je renvoie au mémoire de mon vénéré maître pour la description détaillée. J'ai seulement apporté, à l'appareil, les quelques perfectionnements sug-

(1) LORENZ, *Wied. Ann.*, t. 11 (1880), p. 70.

(2) CHAPPUIS et RIVIÈRE, *Ann. de Chim. et Phys.*, s. VI, t. 44 (1888), p. 5.

(3) PERREAU, *Ann. de Chim. et Phys.*, s. VII, t. 7 (1896), p. 289.

(4) GALE, *Phys. Rev.*, t. 14 (1902), p. 1.

(5) WALKER, *Phil. Trans.*, t. 201 (1903), p. 433.

(6) KAISER, *Ann. der Phys.*, s. IV, t. 13 (1904), p. 210.

(7) MAGRI, *Physik. Zts.*, t. 6 (1903), p. 629.

(8) KOCH, *Nova Acta Soc. Regiæ Soc. Scient. Upsal*, s. IV, t. 2 (1909), p. 24 et *Arkiv. för Mat., Astron. och Fysik*, t. 8 (1912), p. 23.

(9) C. et M. CUTHBERTSON, *Proc. Roy. Soc.*, t. 83 (1910), p. 151.

(10) GRUSCHKE (S.-A.), *Jahresber. Schles. Ges. f. Vaterl. Kultur, Naturw. Sektion*, (1910), p. 25.

(11) TRAUB, *Ann. der Phys.*, t. 61 (1920), p. 333.

(12) POSEJPAL, *J. Phys.*, t. 2 (1921), p. 85.

(13) STOLL, *Ann. der Phys.*, t. 69 (1922), p. 81.

(14) MASCART, *Ann. de l'École normale*, t. 6 (1877), p. 9.

(15) HERRMANN, *Verh. d. deutsch. Phys. Ges.*, t. 40 (1908), p. 211, 313 et 476.

(16) AHRBERG, *Dissert. Halle*, (1909).

(17) RENTSCHLER, *Astroph. J.*, t. 28 (1908), p. 345.

(18) MATTHEWS, *J. Frank. Inst.*, t. 477 (1914), p. 673.

(19) HOWELL, *Phys. Rev.*, t. 6 (1915), p. 81.

(20) MEGGERS et PETERS, *Bur. Stand. Bull.*, t. 44 (1918), p. 697.

(21) SCHEEL, *Verh. d. Deutsch. Phys. Ges.*, t. 9 (1907), p. 24.

gérés par l'expérience, et aux méthodes d'observation et de calcul, les modifications qui ont permis d'étendre le champ des recherches, ou qui ont paru propres à élever la précision.

Le trépied *F*, organe essentiel de l'appareil (figures 1 et 2), est constitué par un plateau épais en platine iridié à 10 p. 100 que traversent trois fortes vis de même alliage, réparties sur son pourtour, et susceptibles d'être bloquées chacune au moyen d'un verrou en platinite (acier-nickel à 42 p. 100, indiqué par M. Ch.-Éd. Guillaume comme ayant la dilatabilité du platine). Entre la face supérieure, polie et travaillée, du plateau et la face inférieure d'une lentille plan-convexe, reposant sur les pointes coniques de ces vis, les interférences prenaient naissance à une différence de marche de 34 mm environ; les franges rectilignes, formées en lumière parallèle, étaient repérées à l'aide d'un système de petits points noirs, gravés en quinconces sur la face plane de la lentille. Une série d'enveloppes, extérieures les unes aux

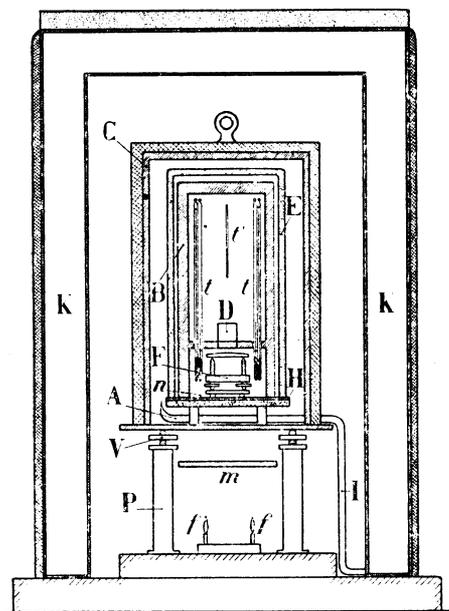


Fig. 1

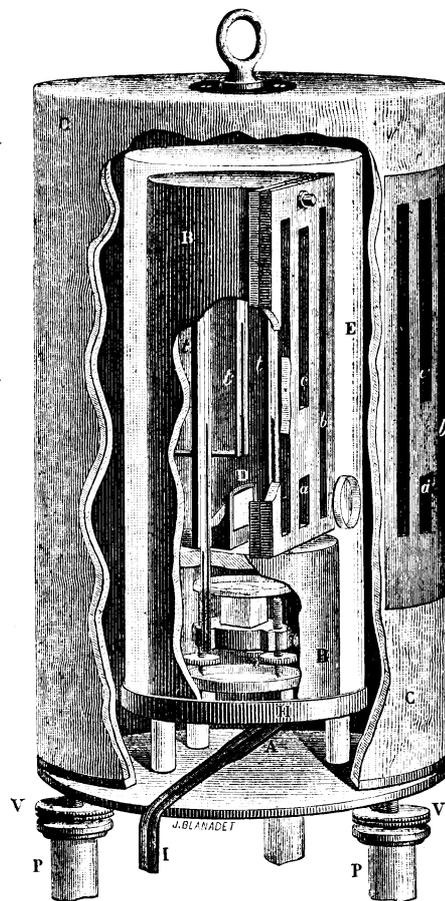


Fig. 2.

F, le trépied. — *D*, prisme à réflexion totale. — *B*, masse de cuivre rouge à double compartiment. — *E*, cloche en verre tenant le vide, sur plateau de cuivre *H*, protégé en dessous par une épaisseur d'amiante. — *C*, cloche en cuivre recouverte d'un matelas de feutre. — *K*, grande cloche en zinc à double paroi revêtue de feutre et de liège. — *P*, pieds en porcelaine de l'appareil, avec leur vis de réglage *V*. — *ff*, flammes de chauffage. — *m*, écran de cuivre et amiante. — *A* et *I*, réservoirs et conduites des thermomètres. — *tt*, thermomètres; *t'*, petit thermomètre des colonnes émergentes. — *n*, écrans de verre. — *a*, *a'*, *b*, *b'*, *c*, *c'*, fenêtres pour l'observation des franges et pour la lecture des thermomètres.

autres et largement espacées, alternativement conductrices de la chaleur et isolantes, sont destinées à assurer l'uniformité de la température dans l'étuve centrale, en cuivre rouge épais de 8 mm, dont le compartiment inférieur renferme seulement le trépied avec sa lentille et les quatre réservoirs des thermomètres (deux 0 — 50°, et deux 50° — 100°) qui les encadrent. A l'extérieur, une vaste cloche en zinc à double paroi *K*, garnie de feutre et de liège aggloméré, complète l'isolement thermique, et peut aussi contenir un mélange réfrigérant, quand il s'agit d'abaisser la température de l'appareil au-dessous de la température ambiante. Pour les températures très différentes de la température extérieure, des couver-

tures de laine étaient encore jetées sur tout l'ensemble. Deux thermostats à tension de vapeur (l'un fonctionnant au dessous de 60° C, l'autre aux températures comprises entre 50° et 100° C), dont les ampoules sont intercalées en A, règlent automatiquement la hauteur des petites flammes de gaz *ff*.

La cloche en verre E, dans laquelle on peut faire le vide à quelques dixièmes de millimètre de mercure au moyen d'une pompe Cenco Hyvac, est reliée par un tube de cuivre de fort diamètre à un manomètre à air libre et à une jauge, dont les visées étaient reportées, par la lunette à oculaire micrométrique d'un cathétomètre, sur une règle divisée connue. Au moment de la rentrée de l'air, la cloche ne communiquait avec l'extérieur que par l'intermédiaire d'un grand nombre de tubes purificateurs, absorbant non seulement la vapeur d'eau, mais aussi le gaz carbonique ⁽¹⁾.

Les radiations utilisées étaient au nombre de cinq, trois raies du mercure données par une lampe Cooper Hewitt, l'indigo M_i 0,435 823 50 μ , le vert M_v 0,546 074 30 μ et l'ensemble M_j des deux jaunes 0,576 959 96 et 0,579 066 38 μ au voisinage immédiat d'une concordance, et deux raies du cadmium, données par un tube à électrodes d'aluminium du type Michelson, le vert C_v 0,508 582 20 μ et le rouge C_r 0,643 846 96 μ ; la sélection des radiations d'une même source était obtenue par interposition de gélatines absorbantes.

La bonne visibilité des franges de Fizeau à 34 mm de différence de marche, exigeait déjà un réglage assez minutieux du parallélisme du faisceau; et pour écarter toute possibilité d'erreur due à la variation de l'inclinaison des rayons, l'image de départ, à surface extrêmement réduite, produite dans un petit prisme à réflexion totale, et l'image de retour, qui évitait ce prisme pour permettre au faisceau d'atteindre la lunette d'observation, devaient rester contiguës de part et d'autre de l'arête du prisme, toutes deux au foyer de la lentille plan-convexe qui reposait sur le trépied.

4. Marche des expériences. — Dans une étude préliminaire comprenant 25 groupes d'expériences, chaque groupe était formé de trois expériences à la même température, l'une à pression ambiante, une autre à pression voisine de 600 mm, la troisième sous le vide approximatif; les raies du mercure seules étaient utilisées. Ce premier travail a laissé quelque peu à désirer, quant à l'uniformité de température dans l'enceinte intérieure; ses conclusions n'ont été retenues que pour ce qui concerne l'effet de la pression.

L'étude définitive a compris 50 groupes, de deux expériences seulement, l'une sous le vide, l'autre à pression ambiante; les cinq radiations étaient observées. La pratique ayant montré qu'un faible résidu, d'origine assez difficilement explicable d'ailleurs, subsistait pendant plusieurs heures à la suite d'une variation de température notable, aucune observation n'était faite qu'après un séjour minimum de douze heures à la même température. D'un groupe d'expériences au suivant, l'écart de température était aussi réduit que possible, la première moitié de l'étude s'exécutant à des températures décroissantes de 100° à 0° C, et la deuxième à des températures de plus en plus élevées entre les mêmes limites. Les groupes successifs débutaient alternativement par l'expérience à basse ou à haute pression. Après la rentrée ou l'évacuation de l'air, qui préluait à l'expérience suivante, on attendait pour observer qu'un délai d'une heure et demie à deux heures eût permis à l'uniformité thermique de se rétablir.

5. Exécution d'une expérience. — Chaque expérience était encadrée par la lecture des thermomètres, et par les visées de la jauge (pour les expériences faites dans le vide) ou par celles du baromètre et du manomètre différentiel (pour les expériences dans l'air). Pour une même radiation, les points-repères, au nombre de 25, choisis parmi les mieux placés, étaient pointés ⁽²⁾ deux fois en sens inverse, symétriquement par rapport à l'instant moyen,

(1) Pour la précision des résultats, il y a intérêt à éliminer le gaz carbonique — quitte à corriger ensuite les nombres trouvés, si on veut les ramener à la composition normale de l'air — parce que l'oxygène, au détriment duquel il se forme le plus souvent volume pour volume, a un indice beaucoup plus voisin de celui de l'air.

(2) Comme on sait, ce pointé consiste dans l'appréciation, à vue, de la position de chaque point, entre les deux franges sombres voisines, il s'exprime en centièmes de l'intervalle de ces franges, c'est l'*excédent fractionnaire* de l'ordre d'interférence.

auquel se trouvait rapportée toute l'expérience; l'observateur, pour mieux dérouter son appréciation systématique, lisait, la seconde fois, le complément, par rapport à 1, des excédents fractionnaires, comme si l'ordre de numérotation des franges était renversé. Ce mode de repérage des franges, ainsi appliqué par un observateur quelque peu exercé, est plus précis qu'on ne le supposerait au premier abord. Les différences des lectures de chacun des points, d'une expérience à la suivante, relevées dans vingt-six séries deux à deux, ont permis de reconnaître que l'erreur probable du pointé d'un seul point-repère est respectivement de 29 27 24 24 et 19 millièmes de franges pour M_i , C_v , M_v , M_j et C_r , et que l'erreur probable du pointé moyen des vingt-cinq points, c'est-à-dire celle du résultat d'une expérience dans une seule couleur, se réduit à 5,8 5,4 4,7 4,9 et 3,8 millièmes de franges.

6. Calcul des indices résultant d'un groupe d'expériences. — Les lectures moyennes des thermomètres étaient affectées de toutes leurs corrections bien connues, et particulièrement de la correction de pression extérieure qui, dans les observations sous le vide, atteignait un dixième de degré. Celles du baromètre et du manomètre étaient ramenés à 0° et à la valeur de g normale. Le résultat moyen de chaque observation (différences des pointés moyens dans l'air et sous le vide), était corrigé de l'écart de la pression par rapport à 760, ou 600 mm, ou 0, et de la différence, toujours très petite, de sa température par rapport à celle des autres expériences du même groupe.

La distance L des surfaces réfléchissantes, hauteur émergente des vis du trépied, se trouvait mesurée, en valeur absolue, avec une très grande précision, par les ordres d'interférence obtenus, aux températures voisines de 15°, dans les différentes radiations (¹); et la dilatation était déduite des seules observations exécutées dans le vide aux températures successives. Pour tenir compte de la compressibilité du trépied dans les conditions de pression variables où il se trouve, j'ai pris, comme module d'Young, la valeur $21,4 \cdot 10^{-6}$ g:mm², résultant des expériences de Tresca et Broch sur le même alliage; et j'ai admis arbitrairement 0,3 comme coefficient de Poisson, en l'absence de toute détermination connue. Des expériences spéciales ont démontré que la différence de poids de la lentille, suivant qu'elle est dans le vide ou dans l'air, n'entraîne qu'une correction, à peu près uniforme, de $-0,001 \cdot 10^{-6}$ sur la valeur des indices.

Dans chaque groupe d'expériences, l'indice N_h à la température du groupe était donnée par la relation :

$$N_h - 1 = (p_h - p_0) \frac{\Lambda}{2L_h}, \quad (1)$$

où $(p_h - p_0)$ est le nombre de franges passant entre l'observation à la pression h (600 ou 760 mm), et l'observation à la pression nulle, pour une radiation déterminée de longueur d'onde Λ sous le vide, la valeur approximative Λ étant calculée d'après les expériences préliminaires.

7. Variation de l'indice avec la pression. — L'indice étant supposé représenté en fonction de la pression par une formule à deux termes

$$N_h - 1 = Kh (1 + \beta h), \quad (2)$$

chaque groupe d'expériences de l'étude préliminaire donnait un système d'équations déterminant K et β ; K était, bien entendu, fonction de la température, et différent d'une couleur à une autre. Quant aux valeurs obtenues pour β , toutes se sont trouvées très voisines de zéro (de l'ordre de $1 \cdot 10^{-6}$, pour h exprimé en millimètres de mercure) avec des écarts, entre elles, relativement élevés. Cependant, en considérant l'ensemble de toutes les valeurs calculées, et en formant les moyennes d'un certain nombre d'entre elles, réunies par couleur et par températures voisines, on a constaté que toutes ces moyennes étaient positives, d'un

(¹) La recherche des entiers des ordres d'interférence était effectuée par le procédé détaillé dans la *Revue d'Optique*, t. 1 (1922), p. 209.

même ordre de grandeur peu différent dans les trois couleurs, sans variation même bien marquée avec la température; et il a semblé que la moyenne $+ 2,4 \cdot 10^{-6}$, qui ressortait de tout l'ensemble, pour β , avec une erreur probable de $0,6 \cdot 10^{-6}$, pouvait être prise en considération.

8. Indice en fonction de la température. — Pour relier la réfraction $(N_0 - 1)$ à la température θ de l'air, j'ai admis, provisoirement d'abord, l'expression

$$N_0 - 1 = \frac{N_0 - 1}{1 + \alpha\theta}, \tag{3}$$

sans toutefois assigner à α la valeur du coefficient de dilatation de l'air, mais en le considérant comme une inconnue, à déterminer au même titre que l'indice N_0 à 0° sous la pression de 760 mm de Hg. La réfraction $(N_0 - 1)$ étant connue par la relation (1), un même groupe d'expériences de l'étude définitive donnait, pour chaque radiation, une équation de la forme (3), soit 50 équations à 2 inconnues $(N_0 - 1)$ et α . Pour tirer de ce système les valeurs les plus probables des inconnues par la méthode des moindres carrés, il fallait conserver à chaque équation son poids réel correspondant à l'observation du nombre $(p_h - p_o)$, et pour cela, chassant le dénominateur, qui contenait l'une des inconnues, multiplier les deux termes par un facteur $\frac{1}{1 + \alpha'\theta}$, où α' était une valeur approchée de α , donnée par l'étude préliminaire. Les équations de condition se présentaient sous la forme :

$$\frac{1}{1 + \alpha'\theta} (N_0 - 1) - \frac{(N_0 - 1)\theta}{1 + \alpha'\theta} \alpha = \frac{N_0 - 1}{1 + \alpha'\theta}. \tag{4}$$

Les équations normales issues d'un système semblable dans chacune des cinq radiations, ont conduit, pour $(N_0 - 1)$ et α , aux valeurs portées dans le tableau I.

TABLEAU I.

RADIATIONS	λ (EN μ) DANS L'AIR	VALEURS RÉSULTANT DU CALCUL INDÉPENDANT DE CHAQUE RADIATION	
		$(N_0 - 1) \cdot 10^6$	$\alpha \cdot 10^3$
M_i	0,435 832 50	296,77 \pm 0,04	3,725 \pm 0,003
C_v	0,508 582 20	294,07 \pm 0,06	3,700 \pm 0,005
M_v	0,546 074 30	293,41 \pm 0,05	3,723 \pm 0,004
M_j	0,578 013 17	292,70 \pm 0,05	3,716 \pm 0,004
C_r	0,643 846 96	291,82 \pm 0,05	3,719 \pm 0,004

L'allure des erreurs résiduelles, calculées par substitution de ces valeurs dans les équations de condition, a justifié a posteriori l'emploi de l'expression (3), et l'on a obtenu les erreurs probables inscrites dans le même tableau à droite des valeurs calculées.

Sur cette liste des valeurs α classées par ordre de longueur d'onde croissante, aucune marche ne ressort nettement dans l'un ou l'autre sens; on devait supposer que les écarts étaient dus aux seules erreurs d'observation, et admettre une même valeur α commune à toutes les radiations. Pour éviter la longueur des calculs qu'aurait entraîné, dans cette nouvelle hypothèse, l'application rigoureuse de la méthode des moindres carrés aux 250 équations à 6 inconnues, on a pris finalement pour α la moyenne arrondie des cinq nombres ci-dessus : $3,716 \cdot 10^{-3}$.

9. Indice en fonction de la longueur d'onde. — Partant de cette valeur α commune, on a calculé à nouveau, dans chaque couleur, les valeurs les plus probables des $(N_0 - 1) \cdot 10^6$, et l'on a trouvé ⁽¹⁾

$$M_i, 296,68 \quad C_v, 294,23 \quad M_v, 293,34 \quad M_j, 292,69 \quad C_r, 291,79.$$

Il restait à compenser ces dernières valeurs par une relation qui introduisît, entre elles, la continuité en fonction de la longueur d'onde. La formule de Cauchy à deux termes

$$N_0 - 1 = A + B\lambda^{-2},$$

essayée tout d'abord, donnait des erreurs résiduelles fortes et de mêmes signes pour la plus courte et la plus grande longueur d'onde, dénotant par là son insuffisance à représenter convenablement l'expérience. J'ai été ainsi conduit, comme la plupart des auteurs récents, à compléter la formule par un terme en λ^{-4} . La relation de cette forme, calculée par la méthode des moindres carrés, comme satisfaisant le mieux aux cinq valeurs $(N_0 - 1)$, est la suivante :

$$(N_0 - 1) 10^6 = 288,02 + 1,478\lambda^{-2} + 0,0316\lambda^{-4}. \quad (5)$$

Les valeurs déduites de cette formule pour les diverses couleurs étudiées, et que l'on retrouvera aux colonnes 1, 8, 11, 12 et 13 du Tableau II, sont des résultats compensés, qui doivent être considérés comme plus précis que les résultats individuels du tableau I.

10. Formule générale. — Ces diverses conclusions se trouvent rassemblées dans la formule ⁽²⁾ générale :

$$(N - 1) 10^6 = \left[288,02 + \frac{1,478}{\lambda^2} + \frac{0,0316}{\lambda^4} \right] \frac{h(1 + \beta h)}{760(1 + 760\beta)} \frac{1}{1 + 0,003716\theta} \quad (6)$$

(λ longueur d'onde en micron, dans l'air normal; h , pression en millimètres de mercure; θ , température en degrés centigrades de l'échelle normale), où l'on peut, sans erreur appréciable, faire $\beta = 0$.

III. — RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES ANTÉRIEURES ET CONCLUSIONS.

11. — La plupart des auteurs qui ont étudié l'indice de l'air avaient pour but de déterminer expérimentalement la loi qui lie l'indice N d'un gaz à sa densité d . En réalité, les diverses relations

$$\frac{N - 1}{d} = C^{te}, \quad \frac{N^2 - 1}{d} = C^{te}, \quad \frac{N^2 - 1}{(N^2 + 2)d} = C^{te}, \quad \frac{N^2 - 1}{(N^2 + 1)d} = C^{te},$$

proposées respectivement par Dale et Gladstone, par Newton, par Lorenz et par Magri, ne diffèrent entre elles, dans le cas des gaz, que de quantités du second ordre, trop petites pour être décelées par l'une quelconque des expériences exécutées jusqu'à ce jour. Il semble que l'on peut considérer ces relations comme expérimentalement équivalentes. C'est pourquoi, dans les calculs de compensation, j'ai été conduit à adopter, au moins quant à la forme, la première de ces relations, qui est la plus simple.

12. Résultats obtenus en fonction de la pression. — Parmi les auteurs qui ont étudié les effets de la pression, on doit citer tout d'abord Ketteler, qui, comprimant le gaz

⁽¹⁾ Les valeurs d'indice, calculées par la formule (3) en partant de ces nombres-ci et de la valeur commune prise pour α , coïncident avec celles déduites des nombres du tableau I, aux températures voisines de 38°.

⁽²⁾ La formule qui figure aux *Comptes-rendus* [t. 180 (1923), p. 49], très peu différente de celle-ci, avait été calculée en donnant un poids moitié moindre aux résultats de M_i et M_j supposés moins précis que les trois autres en raison de la complexité de ces deux couleurs. Le calcul détaillé des erreurs probables n'a pas confirmé mes prévisions. D'ailleurs, pour tout le spectre visible, les deux formules conduisent à des nombres pratiquement identiques.

jusqu'à 2,5 atmosphères, remarque que le nombre des franges qui passent est proportionnel à la variation de pression. Mascart, posant la relation (2) ci-dessus, trouve, dans des expériences où la pression varie jusqu'à 8 atmosphères, une valeur $\beta = 0,72.10^{-6}$. Chappuis et Rivière, entre 0 et 20 atmosphères, donnent encore $\beta = 0,65.10^{-6}$, valeur sensiblement égale au coefficient correspondant de la formule de compressibilité; d'après ces auteurs, l'équation $\frac{N-1}{d} = C^e$ se trouverait donc bien vérifiée. Perreau, entre 0 et 5 atmosphères, détermine $\beta = 0,90.10^{-6}$. Carnazzi, dans le même intervalle, annonce un accroissement considérable de 15 p. 100 dans le rapport $\frac{N-1}{d}$. Gale affirme au contraire la constance du même rapport, à 0,1 p. 100 près, jusqu'à 20 atmosphères. Les expériences de Kaiser, entre 0,05 et 1 atmosphère, aboutissent à une relation dont on tire pour β la valeur $0,95.10^{-6}$. Magri, élevant la pression jusqu'à 176 atmosphères, estime que les deux premières formules ci-dessus ne donnent qu'un accroissement insuffisant de l'indice avec la pression, et propose la dernière de ces formules. Posejpal, au-dessous de 1 atmosphère, s'écarte des résultats précédents avec $\beta = 3,57.10^{-6}$; mais il limite l'application de ce paramètre élevé au domaine des basses pressions qu'il a étudiées. Quant au nombre de $2,4.10^{-6}$, déduit, pour β , de l'étude préliminaire des présentes expériences, il indiquerait aussi une augmentation de la réfraction, avec la pression, plus rapide que celle de la densité; son imprécision relative, qu'atteste la grandeur de l'erreur probable, ne permet pas de garantir cette conclusion; mais sa valeur absolue, très petite, légitime du moins l'approximation que l'on fait dans la pratique métrologique lorsqu'on admet, pour les calculs de réduction au λ normal, l'exacte proportionnalité de la réfraction à la pression (erreur inférieure à $0,02.10^{-6}$ de la longueur, pour un écart de pression de 20 mm).

13. Résultats obtenus en fonction de la température. — Peu nombreux sont les physiciens qui ont étudié les variations de la réfraction dues à la température. Mascart, observant entre 5° et 38°, indique que dans la formule (3) α est plus fort que le coefficient de dilatation de l'air et atteint $3,83.10^{-3}$. Von Lang propose au contraire, pour représenter ses expériences entre 2° et 95°, une formule du second degré en θ , qui correspondrait sensiblement à l'emploi dans la relation (3) d'un coefficient $\alpha = 3,03.10^{-3}$ beaucoup plus faible. Benoît revient au coefficient $3,67.10^{-3}$, évaluant à $0,02.10^{-3}$ le degré d'exactitude de cette valeur. Walker trouve un écart de 2 p. 100 en moins, avec $3,60.10^{-3}$. De leurs trois séries indépendantes d'expériences à 0°, à 15°, et à 30°, Meggers et Peters concluent que le coefficient α va décroissant en sens inverse de la longueur d'onde, de $3,700.10^{-3}$ pour λ 0,45 μ , à 3,678 pour λ 0,650 μ . En réalité, les nombres sur lesquels ils appuient leur conclusion sont les moyennes des valeurs α tirées du rapprochement de la formule de dispersion à 0°, séparément avec la formule à 15°, et avec la formule à 30°. Si l'on fait un calcul semblable au leur entre la formule à 15° et celle à 30°, on constate que les nombres déduits pour α n'accusent aucune variation sensible dans tout l'intervalle du spectre visible, où j'ai fait porter mes recherches; et l'on peut se demander si la variation de α que ces physiciens ont obtenue ne serait pas un résultat de calcul, dû à l'application de formules compensatrices qui auraient élargi trop loin dans le spectre visible une anomalie localisée en réalité dans la seule région de l'ultra-violet.

La valeur $\alpha = 3,716.10^{-3}$, ressortant des expériences actuelles, moins élevée que celle de Mascart, plus forte que celle de von Lang, de Walker, de Benoît et même que celle de Meggers et Peters, doit être exacte à quelque 6 ou 7 unités du dernier chiffre inscrit; elle ne paraît donc pas compatible avec l'hypothèse de l'identité du coefficient thermique de réfraction avec le coefficient de dilatation.

14. Résultats obtenus en valeur absolue. — Les principaux résultats fournis par les expériences antérieures se trouvent résumés dans les tableaux II, III et IV.

Au tableau II figurent les valeurs individuelles données par ceux des expérimentateurs qui n'ont pas condensé tous leurs résultats dans une formule de dispersion.

TABLEAU II. ($N_0 - 1$). 10^6 .

λ (EN μ)	0,4338	0,4471	0,4678	0,4712	0,4800	0,4922	0,5016	0,5086
Mascart (1877).....					295,3			294,4
Perreau* (1896).....			295,3		295,1			294,2
Ahrberg (1909).....	295,7							
Gruschke (1910).....		297,8		296,9		296,2	296,0	
Pérard* (1924).....	296,68	296,21	295,44	295,32	295,04	294,66	294,40	294,21

λ (EN μ)	0,5351	0,5378	0,5461	0,5780	0,5876	0,5893	0,6438	0,6678
Ketteler (1865).....	295,67					294,70		
Mascart (1877).....		293,8				292,75	292,1	
Lorenz (1880).....						291,08		
Chappuis et Rivière (1888).....						291,9		
Benoît (1888).....						292,25		
Perreau* (1896).....		293,5				292,6	291,8	
Walker (1903).....						292,8		
Magri (1905).....			292,9					
Ahrberg (1909).....			292,5	291,9			291,1	
Gruschke (1910).....					293,9			293,0
Posejpal (1921).....			292,63					
Pérard* (1924).....	293,57	293,51	293,34	292,73	292,57	292,54	291,77	291,50

Le tableau III donne les différentes formules de dispersion qui ont été proposées.

TABLEAU III.

AUTEURS	FORMULE DE DISPERSION (λ DANS L'AIR, OU Λ DANS LE VIDE, EN μ)	INTERVALLE λ ÉTUDIÉ
Kayser et Runge..	$(N_0 - 1) 10^6 = 288,17 + 1,316\lambda^{-2} + 0,0316\lambda^{-4}$	0,236 à 0,563
Scheel.....	$(N_0 - 1) 10^6 = 287,05 + 1,623\lambda^{-2}$	0,435 à 0,706
Rentschler.....	$(N_0 - 1) 10^6 = 290,31 + 0,380\lambda^{-2} + 0,123\lambda^{-4}$	0,334 à 0,577
Koch* {	(1909) ... $N_0^2 = 1,00057642 + \frac{3,277 \cdot 10^{-6}}{\Lambda^2 - 5685,00 \cdot 10^{-6}}$	0,436 à 8,678
	(1912) ... $\frac{3}{2} \frac{N_0^2 - 1}{N_0^2 + 2} 10^6 = \frac{57111,90}{211,146 - \Lambda^{-2}} + \frac{870,03}{49,5608 - \Lambda^{-2}}$	0,230 à 0,546
Cuthbertson.....	$(N_0 - 1) 10^6 = 288,54 + 1,338\lambda^{-2} + 0,050\lambda^{-4}$	0,486 à 0,656
Howell.....	$(N_0 - 1) 10^6 = 288,17 + 1,183\lambda^{-2} + 0,046\lambda^{-4}$	0,265 à 0,668
Dickey.....	$(N_0 - 1) 10^6 = 287,812 + 1,159\lambda^{-2} + 0,0551\lambda^{-4}$	0,249 à 0,640
Meggers et Peters..	$(N_0 - 1) 10^6 = 287,566 + 1,3412\lambda^{-2} + 0,037,77\lambda^{-4}$	0,222 à 0,900
Traub*.....	$(N_0 - 1) 10^6 = \frac{55171,60}{199,5534 - \Lambda^{-2}} + \frac{488,03}{43,8193 - \Lambda^{-2}}$	0,185 à 0,546
Stoll.....	$(N_0 - 1) 10^6 = 287,187 + 1,61700\lambda^{-2}$	0,439 à 0,922

Le tableau IV permet de comparer les nombres calculés au moyen des formules du tableau III dans les différentes régions du spectre visible.

TABLEAU IV. ($N_0 - 1$). 10^5 calculés.

λ (EN μ)	0,450	0,550	0,650
Kayser et Runge (1893).....	295,43	292,87	
Scheel (1907).....	295,06	292,41	290,89
Rentschler (1908).....	295,19	292,91	291,90
Koch* { (1909).....	296,49	293,69	292,10
{ (1912).....	296,470		
C. et M. Cuthbertson (1910).....	296,37	293,509	291,99
Howell (1915).....	295,13	292,58	291,23
Dickey (1917).....	294,879	292,246	290,864
Meggers et Peters (1918).....	295,110	292,412	290,952
Traub* (1920).....	296,038	293,176	
Stoll (1722).....	295,172	292,532	291,014
Pérard* (1924).....	296,09	293,26	291,70

Tous les résultats contenus dans ces tableaux ne sont pas directement comparables entre eux. Chez certains auteurs, les conditions expérimentales ne sont pas spécifiées. La plupart n'ont pas effectué réellement des mesures à 0°; ils ont déduit leurs résultats d'observations faites à la température ambiante, en supposant la réfraction inversement proportionnelle à la dilatation. Dans toutes les expériences quelque peu récentes, l'air atmosphérique est privé de sa vapeur d'eau. Les auteurs marqués d'un astérisque signalent qu'ils ont éliminé en outre l'anhydride carbonique; leurs résultats devraient être majorés de $0,047 \cdot 10^{-6}$ pour être ramenés à la proportion normale 0,0003 de ce gaz. Ces différences expérimentales ne suffisent cependant pas à expliquer les divergences qui affectent indistinctement les diverses méthodes et qui paraissent considérables, au regard du nombre des décimales fournies par beaucoup d'auteurs.

Dans toute la série des résultats, ceux auxquels ont abouti ces expériences-ci se situent plutôt parmi les nombres élevés. Si l'on ne considère que les valeurs publiées dans les dix dernières années, on constate que seuls, les résultats de Traub sont voisins de ceux-ci; les autres, assez concordants entre eux, sont plus faibles de 0,6 à $1 \cdot 10^{-6}$. Je me garderai de prétendre que la méthode qui m'a servi doit l'emporter en précision, au moins apparente, sur n'importe laquelle des autres, en particulier sur la méthode des interférences différentielles. Cependant, outre une précision tangible encore très sérieuse, comme on a pu s'en rendre compte par la concordance des résultats, la méthode Fizeau a l'avantage propre de fournir exactement les éléments des calculs de toutes les corrections, sur lesquelles j'ai insisté, avec intention, au cours des pages qui précèdent. Or, de l'exposé, parfois bref il est vrai, d'un certain nombre d'auteurs, on ne retire pas l'impression que les garanties nécessaires aient été prises, dans la détermination de constantes expérimentales capables d'entraîner des erreurs systématiques notables.

La formule générale (6) de la page 224, valable dans l'étendue du spectre visible, et dans l'intervalle de température compris entre 0° et 100°C, donne, aux pressions n'excédant pas sensiblement la pression atmosphérique, l'indice de l'air sec et privé de gaz carbonique, avec une erreur probable qui ne dépasse $0,03 \cdot 10^{-6}$ qu'au voisinage des limites de validité. En faisant encore la part des petites erreurs systématiques restantes, que, malgré toutes les précautions prises, on ne doit jamais se flatter d'avoir supprimées tout à fait, il semble que l'on puisse évaluer à quelques unités du cinquième chiffre significatif la précision des valeurs ainsi calculées.