



HAL
open science

Optique ondulatoire et optique géométrique

L. Dunoyer

► **To cite this version:**

L. Dunoyer. Optique ondulatoire et optique géométrique. Journal de Physique et le Radium, 1921, 2 (8), pp.258-264. 10.1051/jphysrad:0192100208025800 . jpa-00204286

HAL Id: jpa-00204286

<https://hal.science/jpa-00204286>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

OPTIQUE ONDULATOIRE ET OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Par M. L. DUNOYER.

Les points de vue d'où dépendent tous les développements de l'optique n'ont pas cessé d'être ceux que les fondateurs de cette science ont indiqués : celui des rayons, réfractés suivant la loi des sinus, était le point de vue de Descartes; celui des ondes remonte à Huyghens. La notion de périodicité du mouvement lumineux sur la surface de l'onde en propagation, en ouvrant avec Young et Fresnel des voies entièrement nouvelles à l'optique, a peut-être fait oublier trop souvent qu'elle était distincte de la simple notion d'onde et que celle-ci, considérée indépendamment de toute périodicité, devait suffire au développement complet de l'optique dite géométrique. De temps à autre quelques voix se sont fait entendre ⁽¹⁾, pour rappeler qu'en optique géométrique la considération des ondes était au moins aussi simple que celle des rayons et, en outre, plus satisfaisante pour l'esprit, puisque l'impossibilité de réaliser un rayon lumineux est démontrée dès qu'on aborde l'optique physique. Adoptant à mon tour ce point de vue, j'ai constaté que toute l'optique géométrique peut être ainsi établie d'une manière beaucoup plus intuitive que par les considérations d'homographie où se sont complus, exagérément parfois, les opticiens allemands. J'en donnerai ici deux exemples. L'un, très simple, sera fourni par les points aplanétiques de la sphère. L'autre, un peu plus compliqué, sera le calcul des focales d'un dioptré.

I Points aplanétiques de la sphère. — Les traités attribuent souvent la découverte des points aplanétiques de la sphère à Amici (1840). Mais M. Marcel Brillouin a fait remarquer ⁽²⁾ que Young en indiquait l'existence dans son traité (1802), les ayant redécouverts après Huyghens et que probablement Descartes lui-même les avait connus par ses ovales. La démonstration classique qu'on en donne, par la loi des sinus, et qu'on attribue généralement à Weierstrass, est d'Huyghens. Certes cette démonstration géométrique est simple. Je la crois pourtant moins naturelle, moins amie de la mémoire, moins complète aussi que la démonstration par les ondes.

Soit I_1 un point vers lequel converge une onde sphérique PM_1 , dans un milieu d'indice n_1 . Nous nous proposons de trouver une surface réfringente séparant ce milieu d'un autre milieu donné, d'indice n_2 , telle que

⁽¹⁾ Par exemple, GLAZEBROOK. *Physical Optics*, 1883. — SILVANUS P. THOMPSON. *Phil. Mag.*, 1897. — M. MARCEL BRILLOUIN. *Revue de l'Enseignement des Sciences*, 1907, t. I, p. 319-327.

⁽²⁾ *Société de Physique*, séance du 17 décembre 1920.

l'onde sphérique PM_1 soit transformée par réfraction en une autre onde sphérique convergeant tout entière vers un autre point donné I_2 . Cette surface sera évidemment de révolution autour de $I_1 I_2$. Il s'agit de trouver la position de son sommet S et la forme de sa méridienne.

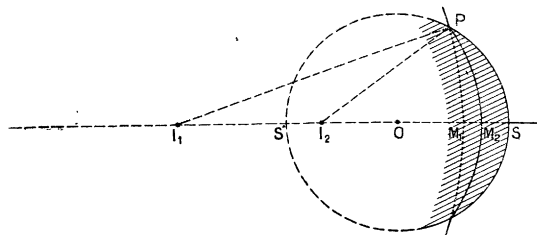


Fig. 1.

Soit PM_1 , la position qu'occuperait à un certain instant l'onde incidente dans le milieu d'indice n_1 , si le milieu d'indice n_2 n'existait pas. En fait, une partie de cette onde, ayant pénétré dans le milieu d'indice n_2 , occupe au même instant la position PM_2 . Si l'indice n_2 est plus grand que l'indice n_1 , la vitesse V_2 est moindre que la vitesse V_1 , et le chemin SM_2 , parcouru par le sommet de l'onde dans le milieu 2 est moindre que le chemin SM_1 qu'elle aurait parcouru dans le même temps dans le milieu 1. On a

$$\frac{SM_1}{SM_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

ou bien

$$\frac{SI_1 - I_1M_1}{SI_2 - I_2M_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

ou encore

$$n_1 SI_1 - n_2 SI_2 = n_1 I_1 M_1 - n_2 I_2 M_2.$$

Choisissons, pour sommet du dioptré, le point S qui divise extérieurement le segment $I_1 I_2$ en parties proportionnelles à n_2 et à n_1 . On a

$$\frac{SI_1}{SI_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

ou

$$n_1 SI_1 - n_2 SI_2 = 0.$$

On doit donc avoir aussi

$$n_1 I_1 M_1 - n_2 I_2 M_2 = 0,$$

ou bien

$$n_1 PI_1 - n_2 PI_2 = 0,$$

puisque, par hypothèse, les deux ondes sont sphériques et que par conséquent

$$I_1 M_1 = PI_1, \quad I_2 M_2 = PI_2.$$

Le point P de la méridienne doit donc être tel que l'on ait.

$$\frac{PI_1}{PI_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Or, on sait que le lieu géométrique des points d'un plan dont le rapport des distances à deux points fixes est constant est la circonférence ayant pour diamètre les deux points qui divisent intérieurement et extérieurement l'intervalle des deux points donnés dans le rapport donné. Le théorème est donc démontré.

Le calcul de la position des points aplanétiques par rapport au sommet ou au centre du dioptré est immédiat. On a

$$\frac{SI_1}{S_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{SI_1}{SI_2},$$

Donc

$$2R = SS' = SI_1 - SI_2 = SI_2 + SI_2.$$

ou

$$SI_1 = 2R + SI_2 = 2R + \frac{SI_1}{SI_2} SI_2 = 2R + \frac{SI_1}{SI_2} (2R - SI_1),$$

$$2 SI_1 = 2R \left(1 + \frac{SI_1}{SI_2} \right),$$

$$SI_1 = R \frac{n_1 + n_2}{n_1}, \quad SI_2 = R \frac{n_1 + n_2}{n_2},$$

$$OI_1 = SI_1 - R = R \frac{n_2}{n_1}, \quad OI_2 = R \frac{n_1}{n_2}.$$

D'autre part, les deux sphères de rayon OI_1 et OI_2 étant conjuguées, le grossissement latéral qui leur correspond G est donné par la relation

$$G = \frac{OI_2}{OI_1} = \frac{R \frac{n_1}{n_2}}{R \frac{n_2}{n_1}} = \frac{n_1^2}{n_2^2}.$$

On peut donc écrire

$$\frac{\sin u_1}{\sin u_2} = \frac{n_2}{n_1} G,$$

puisque la relation

$$\frac{PI_1}{PI_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

équivalent à

$$\frac{\sin u_1}{\sin u_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

C'est la relation des sinus sous sa forme générale.

Inversement, on peut chercher la forme et la position qu'il faut donner à une surface réfringente pour que la condition des sinus soit toujours vérifiée en deux points conjugués I_1 et I_2 . Si l'on a

$$\frac{\sin u_1}{\sin u_2} = \frac{n_2}{n_1} G,$$

on aura aussi

$$\frac{PI_2}{PI_1} = \frac{n_2}{n_1} G.$$

Le lieu du point P sera donc la circonférence centrée sur l'axe $I_1 I_2$ et passant par les deux points Σ et Σ' qui divisent le segment $I_1 I_2$ dans le rapport $\frac{n_1}{n_2} \frac{1}{G}$.

On aura

$$\frac{\Sigma I_1}{\Sigma I_2} = \frac{n_1}{n_2} \frac{1}{G} = \frac{\Sigma' I_1}{\Sigma' I_2}.$$

Le même calcul que ci-dessus donnera, en appelant Ω le centre de la sphère,

$$\Omega I_1 = R \frac{n_1}{n_2} \frac{1}{G},$$

$$\Omega I_2 = R \frac{n_2}{n_1} G,$$

d'où

$$\frac{\Omega I_2}{\Omega I_1} = G = \frac{n_2^2}{n_1^2} G^2, \quad G = \frac{n_1^2}{n_2^2}, \quad \frac{\Sigma I_1}{\Sigma I_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Les points Σ et Σ' sont donc identiques aux points S et S'.

II. Focales d'un dioptré. — Un point lumineux I_1 envoie une onde sphérique de petite ouverture sur un dioptré de centre O.

Dans le plan passant par le centre du dioptré et par la direction moyenne $I_1 P$ de la lumière incidente, l'onde considérée occuperait, à un

certain instant, la position $P'S_1$ si le milieu d'indice n_2 n'existait pas. Dans le temps que mettrait le sommet de l'onde à parcourir le chemin PS_1 dans le milieu d'indice n_1 , ce sommet parcourt seulement en réalité le chemin PS_2 , et l'on a

$$\frac{PS_1}{PS_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Suivant la méthode générale, nous allons transformer cette relation de manière à faire apparaître les courbures de l'onde incidente et de l'onde réfractée dans le plan considéré. Ces courbures sont introduites par les flèches S_1M_1 , S_2M_2 , des deux ondes, de même que la courbure d'une

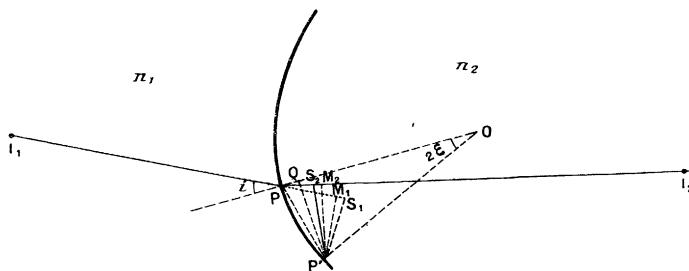


Fig. 2.

surface matérielle est mesurée au sphéromètre par la flèche d'une calotte sphérique. En désignant ces courbures par μ_1 et par μ_2 , on a, en effet,

$$\mu_1 = \frac{1}{I_1 S_1} = \frac{2 S_1 M_1}{(P'M_1)^2}, \quad \mu_2 = \frac{1}{I_2 S_2} = \frac{2 S_2 M_2}{(P'M_2)^2}.$$

Or, on a

$$PS_1 = PM_1 + M_1 S_1,$$

$$PS_2 = PM_2 - M_2 S_2,$$

d'où

$$n_2 PM_2 - n_1 PM_1 = \frac{1}{2} n_1 \mu_1 (P'M_1)^2 + \frac{1}{2} n_2 \mu_2 (P'M_2)^2.$$

Les longueurs qui figurent dans cette équation sont immédiatement exprimables au moyen de la corde PP' et de l'angle au centre 2ε qui lui correspond. On a

$$PM_1 = PP' \sin(\varepsilon + i),$$

$$PM_2 = PP' \sin(\varepsilon + r),$$

$$P'M_1 = PP' \cos(\varepsilon + i),$$

$$P'M_2 = PP' \cos(\varepsilon + r).$$

L'équation aux courbures conjuguées est donc

$$n_2 (\sin \varepsilon \cos r + \cos \varepsilon \sin r) - n_1 (\sin \varepsilon \cos i + \cos \varepsilon \sin i) \\ = \frac{1}{2} n_1 \mu_1 \cdot PP' (\cos \varepsilon \cos i - \sin \varepsilon \sin i)^2 + \frac{1}{2} n_2 \mu_2 PP' (\cos \varepsilon \cos r - \sin \varepsilon \sin r)^2.$$

Mais on a

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r, \\ \frac{PP'}{2} = R \sin \varepsilon.$$

En ne conservant dans les deux membres de l'équation que les infiniment petits du premier ordre, il vient donc

$$\frac{n_2 \cos r - n_1 \cos i}{R} = n_1 \mu_1 \cos^2 i + n_2 \mu_2 \cos^2 r.$$

Avec la convention de signe habituelle (distances comptées à partir de la surface réfringente positivement dans le sens de la propagation de la lumière, ou bien courbures positives pour les ondes convergentes, négatives pour les ondes divergentes), on retrouve bien la formule des distances conjuguées pour la *focale tangentielle*

$$\frac{n_2 \cos^2 r}{p_2} - \frac{n_1 \cos^2 i}{p_1} = \frac{n_2 \cos r - n_1 \cos i}{R}.$$

ou la formule aux courbures conjuguées

$$n_2 \cos^2 r \cdot \mu_2 - n_1 \cos^2 i \cdot \mu_1 = (n_2 \cos r - n_1 \cos i) \rho,$$

en appelant ρ la courbure du dioptré.

Nous aurons de même l'équation aux courbures conjuguées pour la *focale radiale*. Coupons les ondes incidentes et réfractées par les plans

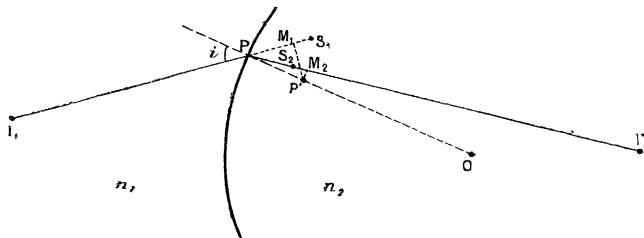


Fig. 3.

contenant la tangente à la ligne de courbure du dioptré normale au plan d'incidence et passant par les directions de propagation incidente et réfractée. Pendant que le sommet de l'onde parcourrait dans le milieu d'indice n_1 le

chemin PS_1 , il parcourt en réalité dans le milieu n_2 le chemin PS_2 , et l'on a

$$\frac{PS_1}{PS_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Soit M l'intersection du plan du tableau et de la corde infiniment petite déterminée par la surface réfringente sur l'arc de cercle de sommet S_1 . A un infiniment petit près, cette corde est la projection d'une corde P' de la section principale du dioptré normale du plan du tableau. Si nous projetons à son tour cette corde sur le plan PI_2 , nous déterminons dans l'arc de cercle réfracté une corde infiniment petite M_2 .

Soient C' , C_1 et C_2 les longueurs de ces trois cordes. On a

$$\begin{aligned} PS_1 &= PM_1 + M_1S_1, \\ PS_2 &= PM_2 - M_2S_2, \\ M_1S_1 &= \frac{C_1^2}{2} \rho'_1, \quad M_2S_2 = \frac{C_2^2}{2} \rho'_2, \quad PP' = \frac{C'^2}{2} \rho', \end{aligned}$$

en désignant par ρ'_1 , ρ'_2 et ρ' les courbures des ondes et du dioptré. D'autre part.

$$PM_1 = PP' \cos i, \quad PM_2 = PP' \cos r.$$

On a donc

$$C'^2(n_2 \cos r - n_1 \cos i)\rho' = n_1\rho'_1 C_1^2 + n_2\rho'_2 C_2^2.$$

D'ailleurs, quand la corde C' tend vers 0, les rapports $\frac{C_1}{C'}$, $\frac{C_2}{C'}$ tendent vers 1. L'équation aux courbures conjuguées sera donc, avec les mêmes conventions de signe que plus haut,

$$n_2\rho'_2 - n_1\rho'_1 = (n_2 \cos r - n_1 \cos i)\rho',$$

et l'on retrouve l'équation connue aux distances conjuguées.

$$\frac{n_2}{\rho'_2} - \frac{n_1}{\rho'_1} = \frac{n_2 \cos r - n_1 \cos i}{R}.$$

Le développement des démonstrations n'est pas, on le voit, notablement plus court que celui des démonstrations classiques, mais elles nous paraissent avoir l'avantage de se rapporter à une idée directrice plus naturelle et plus facile à retenir que les considérations géométriques d'angles et de triangles que l'on fait intervenir habituellement.