



HAL
open science

Inégalités d'apprentissages, enjeux langagiers et pratiques enseignantes en calcul mental en contexte martiniquais

Manuel Philippe Emile Garcon, Aurélie Chesnais

► **To cite this version:**

Manuel Philippe Emile Garcon, Aurélie Chesnais. Inégalités d'apprentissages, enjeux langagiers et pratiques enseignantes en calcul mental en contexte martiniquais. 2026. <hal-05595777>

HAL Id: hal-05595777

<https://hal.science/hal-05595777v1>

Preprint submitted on 17 Apr 2026

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY 4.0 - Attribution - International License

Inégalités d'apprentissages, enjeux langagiers et pratiques enseignantes en calcul mental en contexte martiniquais

Manuel GARÇON
INSPE de l'académie de Martinique – Université des Antilles
manuel.garcon@univ-antilles.fr

Aurélie CHESNAIS
Université de Montpellier
aurelie.chesnais@umontpellier.fr

Cet article analyse des pratiques enseignantes en calcul mental à l'école élémentaire en Martinique, territoire dont les résultats en mathématiques sont inférieurs aux moyennes nationales. S'inscrivant dans la théorie de l'activité en didactique des mathématiques (TADM) et plus précisément la double approche didactique et ergonomique des pratiques, l'étude mobilise un corpus de vidéos de séances filmées en classes de cours moyen dans des classes d'enseignantes identifiées comme expertes par l'institution scolaire, associées à des entretiens avec les enseignantes concernées. L'analyse des choix de scénario et de déroulement met en évidence la transparence d'enjeux mathématiques et langagiers en calcul mental, en particulier concernant les liens cruciaux entre la numération verbale et la numération chiffrée, ainsi que le rôle différenciateur des usages de l'écrit. Par une hypothèse relationnelle sur la construction des inégalités d'apprentissage, ces résultats contribuent à éclairer les mécanismes par lesquels certaines pratiques ordinaires (voire expertes) participent à la différenciation des apprentissages, dans un contexte socioculturel et linguistique spécifique.

Mots-clés : pratiques enseignantes, calcul mental, inégalités d'apprentissage, langage, contexte

Introduction

Un corpus de vidéos de séances de classes portant sur du calcul mental, associées à des entretiens avec les enseignants, de l'école élémentaire au collège, a été recueilli dans des classes de divers établissements de l'académie de Martinique. Ce recueil a eu lieu dans le cadre d'un projet, porté par l'INSPE de l'académie de Martinique et soutenu par le ministère de la culture français en lien avec l'institut français (Garçon, 2023), le projet « Former à enseigner à calculer mentalement : perspective comparée Sénégal/ Martinique et construction d'une formation d'enseignants ». Les classes et établissements ont été choisis par l'institution scolaire – plus précisément par des Inspecteurs de l'Education Nationale et des Inspecteurs Pédagogiques Régionaux de mathématiques – sur une sollicitation des responsables du projet.

La Martinique est une académie qui présente des résultats en mathématiques qui sont en deça des moyennes nationales (Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance DEPPa, 2023), à l'instar d'autres départements d'outre Mer (Bourdin, 2021). Si ces résultats s'expliquent en partie par la proportion importante d'élèves scolarisés en éducation prioritaire (la moitié des écoles et des collèges de l'île), dont les résultats sont statistiquement moins bons que ceux des autres élèves, cela ne suffit pas à expliquer les écarts de moyenne constatés. On y note en outre un écart plus faible qu'ailleurs entre les résultats en éducation prioritaire et hors éducation prioritaire.

Le corpus de vidéos recueilli nous paraît constituer un matériau tout à fait intéressant pour investiguer la question de l'influence des contextes (Delcroix, Forissier et Anciaux, 2013) sur les processus d'enseignement-apprentissage des mathématiques dans le cadre scolaire et ainsi contribuer à l'étude de la construction des inégalités d'apprentissages, à l'exemple de nombreux

autres didacticiens (Souto Lopez et Dehantschutter, 2021). Notre travail s'inscrit ainsi dans la continuité de travaux précédents (Chesnais, 2020) sur la construction des inégalités scolaires qui s'appuient sur l'« hypothèse relationnelle » (Bautier et Goigoux, 2004 ; Rochex et Crinon, 2011) qui postule que les inégalités d'apprentissages résultent d'une rencontre entre des caractéristiques des élèves et des demandes et pratiques de l'institution scolaire.

Nous proposons ainsi d'étudier les pratiques enseignantes telles qu'elles sont données à voir dans ces séances de calcul mental de fait identifiées par l'institution scolaire comme correspondant à des pratiques d'enseignant.e.s plus expertes que celles de la moyenne des enseignant.e.s.

Le thème du calcul mental se prête en outre bien à cette étude, d'une part par son caractère crucial pour les apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, d'autre part, comme l'ont montré les travaux de Chesné (2014) et de Butlen (2007), pour son intérêt dans l'étude des pratiques enseignantes, par son caractère à la fois « isolé » et présentant une certaine complexité, nécessitant une réflexion didactique consistante pour être porteur d'apprentissages pour tous les élèves.

La première partie de l'article nous permet de préciser le contexte de notre étude en revenant sur le projet initial ainsi que sur la notion de contexte, et de problématiser plus précisément nos questions de recherche. La partie suivante contient les différents éléments de notre cadre théorique, concernant tout d'abord la double approche didactique et ergonomique des pratiques et la théorie de l'activité en didactique des mathématiques ; ce cadre nous semble en effet approprié pour notre étude car il permet, en considérant élèves et enseignants comme « sujets-personnes » (Rogalski, 2013, Chesnais, 2021), d'articuler des préoccupations relevant des dimensions cognitive, sociologique et didactique et potentiellement liées à certaines spécificités des contextes dans l'étude du processus d'enseignement-apprentissage des mathématiques dans le cadre scolaire. Nous présenterons ensuite les éléments sur lesquels nous nous appuyons pour l'étude des enjeux didactiques liés au calcul mental ; enfin, nous compléterons le cadrage théorique de notre étude par quelques éléments concernant la question du rôle du langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. La troisième partie porte sur l'analyse de deux vidéos tournées dans des classes de cours moyen (CM1 et CM2), tirées du corpus recueilli dans le cadre du projet mentionné précédemment.

Nous terminerons l'article par une discussion revenant sur la question de la spécificité du contexte martiniquais et des liens avec les résultats des élèves en mathématiques et présenterons des perspectives pour une poursuite des recherches, à la fois en ce qui concerne le matériau recueilli dans le cadre du projet et plus largement pour ce qui concerne l'effet des pratiques sur les apprentissages et la construction des inégalités d'apprentissages dans les classes de mathématiques en France.

Contexte de l'étude et questions de recherche

Le projet Africa 2020

En novembre 2019, le ministère de la culture français avec l'institut français a lancé l'appel à projet *Africa 2020*. Cette initiative proposait de soutenir vingt projets dans différents domaines (arts, sciences, technologie, entrepreneuriat et économie) en mettant en relation une structure d'un pays français et une structure d'un pays africain. L'éducation y était présentée comme « une question centrale pour le partage et la transmission de savoirs »¹. Ainsi, l'Institut national supérieur du professorat et de l'éducation (INSPE) de l'académie de Martinique, composante

¹ <https://www.institutfrancais.com/fr/magazine/architecture/saison-africa2020>

de l'Université des Antilles, a répondu à l'appel à projet *Africa 2020*, en proposant la mise en place d'une étude comparative des programmes, des pratiques d'enseignement, des stratégies d'apprentissage du calcul mental au Sénégal et en Martinique. Cette approche descriptive a conduit tout d'abord à rendre compte des performances des élèves martiniquais et sénégalais en utilisant le test de repérage de difficultés en mathématiques (TRDM) développé par Mejias, Muller et Schiltz (2019) qui a été passé par 3000 élèves dans chacun des deux contextes. Le TRDM est composé d'un volet « construction du nombre » comprenant : dictée de nombre, comparaison de quantités et résolution des compléments numériques ; et d'un volet « calcul rapide » portant sur les opérations au programme.

De manière complémentaire, des entretiens ont été réalisés auprès d'inspecteurs, d'enseignants (complétés par des questionnaires), de formateurs et d'élèves ainsi que des captations vidéos de séances de calcul mental au primaire et au niveau du collège en Martinique, au primaire au Sénégal. Ces vidéos ont été recueillies dans les classes d'enseignants proposés par les corps d'inspection de chacun des territoires (IEN² de chacune des circonscriptions et IA-IPR³ en Martinique, et IEF⁴ de Thiès au Sénégal), représentant ainsi des pratiques d'enseignement des mathématiques reconnues par l'institution scolaire pour leur qualité, en particulier en calcul mental. Une partie des données recueillies a servi à réaliser un webdocumentaire⁵, présenté dans un article retraçant l'histoire du projet (Garçon, 2023).

Les résultats obtenus sur les deux territoires à l'issue de la passation du test sont proches. Toutefois on observe un phénomène qui nous semble à interroger : les résultats obtenus en Martinique en classe de CP sont supérieurs à ceux obtenus au Sénégal pour les deux volets, ce qui pourrait s'expliquer au moins en partie par le fait que les élèves sénégalais ne bénéficient pas d'une école maternelle. Mais les résultats évoluent dans les classes supérieures et la tendance s'inverse. Ainsi, pour la construction du nombre, et ce dès la classe de CE1, les performances des élèves sénégalais rattrapent puis dépassent ceux des élèves martiniquais. Pour ce qui est du calcul rapide, l'écart reste en faveur des élèves martiniquais bien qu'il diminue progressivement. Ces résultats semblent confirmer une efficacité limitée de l'enseignement du calcul mental en Martinique et invitent, pour contribuer à mieux les comprendre, à étudier les pratiques enseignantes, et ce d'autant plus que les compétences en calcul mental ne sont pas indépendantes d'autres compétences mathématiques, en particulier concernant la numération mais aussi la résolution de problèmes (cf. notamment Butlen et Pezard, 2003).

Nous proposons ainsi dans cet article de revisiter une partie du corpus de données recueillies en interrogeant cette fois les pratiques enseignantes, en analysant une partie des vidéos de séances de classe tournées en Martinique et des entretiens menés avec les enseignant.e.s concernés.

Nous abordons cette étude par deux angles : tout d'abord en nous inscrivant dans la continuité de travaux en didactique des mathématiques qui visent à étudier les variations du processus d'enseignement apprentissage dans le cadre scolaire comme étant marquées par certaines de caractéristiques des contextes, à savoir « une série d'éléments qui sont importés dans la situation didactique et qui participent à la façonner de façon spécifique par l'influence qu'ils exercent sur les modes d'apprentissages des élèves ainsi que sur les pratiques enseignantes. » (Souto Lopez et Dehantschutter, 2020, p. 21)⁶. En effet, à la suite de Lahire et de nombreux

² Inspecteurs de l'éducation nationale

³ inspecteurs d'académie-inspecteurs pédagogiques régionaux

⁴ Inspecteur de l'éducation et de la formation

⁵ <https://e-inspe972-archives.univ-antilles.fr/webdoc-africa2020/>

⁶ Comme le notent Souto Lopez et Dehantschutter, « La prise en compte du « contexte » dans lequel se réalisent les processus d'enseignement-apprentissage est une manière de répondre à la critique adressée à la didactique de considérer, d'une part, les élèves et les enseignants comme des êtres génériques et abstraits et,

autres chercheurs, il s'agit de considérer que les processus d'enseignement-apprentissage s'inscrivent dans des contextes culturels et sociaux dont les caractéristiques historiques, géographiques, écologiques, sociolinguistiques et culturelles peuvent avoir une influence sur les appropriations des savoirs, notamment leur différenciation sociale (Lahire, 2007). De ce point de vue, la Martinique peut être considérée comme un « contexte particulier » (Delcroix, Forissier, et Anciaux, 2013). Le cadre théorique de notre étude s'inscrit dans la théorie de l'activité en didactique des mathématiques (Robert, 2008a et b ; Rogalski, 2008, Vandebrouck, 2008), de façon à prendre en considération ces caractéristiques des sujets élèves et enseignants, en les considérant comme « sujets-personnes » (Rogalski, 2003) permettant ainsi d'intégrer des caractéristiques notamment sociologiques des sujets dans l'étude du processus d'enseignement-apprentissage (Vandebrouck, 2018, Chesnais, 2021). Le deuxième angle que nous retenons pour la problématisation de notre étude est de l'inscrire dans la continuité de travaux s'intéressant aux effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves menés dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique des pratiques des enseignants de mathématiques (Robert et Rogalski, 2002, Horoks, 2006, Robert in Vandebrouck, 2013) et plus globalement de la théorie de l'activité en didactique des mathématiques (TADM) (Vandebrouck, 2013, Chesnais, 2018a). Il s'agit en effet d'interroger les liens entre certaines caractéristiques des pratiques enseignantes et les apprentissages réalisés par les élèves. Notre questionnement s'inscrit ainsi dans le prolongement des travaux comme Chesnais (2014, 2020), ou encore Kiwan-Zacka et Roditi (2022).

Précisons maintenant quelques éléments du contexte martiniquais.

Le contexte martiniquais

La Martinique est un département français d'outre-mer soumis aux mêmes contraintes institutionnelles que l'ensemble des territoires français, notamment dans ses établissements scolaires : programmes, documents d'accompagnement, horaires, recrutement et formation des enseignants, évaluations nationales, offre éditoriale et ressources pédagogiques numériques y sont strictement identiques à ceux du reste du territoire. Elle présente une histoire coloniale spécifique, une situation « périphérique » (vis à vis du reste du territoire français), et un « écosystème exotique » en tant qu'île de la mer des caraïbes (Ali, 2020). Outre son caractère ultramarin, ce territoire d'outre-mer est considéré comme un « contexte périphérique et post-colonial » (Delcroix et al., 2013), caractérisé par des spécificités historiques, sociales, culturelles – notamment linguistiques (marquées par la culture créole) - au regard d'autres territoires français (Ali, 2020) – qui influent sur les enjeux d'éducation.

La question du rôle du contexte est ainsi particulièrement vive dans les zones géographiques identifiées comme « périphériques » et/ou « postcoloniales », en lien éventuellement avec des questions de multilinguisme (Revue Contextes & Didactiques). Cette étude vise ainsi à interroger des facteurs propres à la classe de mathématiques qui pourraient expliquer que la Martinique (comme d'autres régions ultramarines), est marquée par des taux de réussites aux évaluations nationales plus faibles que la moyenne des départements français. Les travaux récents de Bourdin (2021) mettent en lumière les résultats obtenus à l'évaluation d'entrée en 6ème en 2020 : les territoires ultramarins se retrouvent classés derniers. On observe tout de même une sorte de hiérarchie entre ces régions : le scores de réussite des élèves de métropole en mathématiques était de 65% contre 49,3% à la Réunion, 46% en Martinique et 43,3% en Guadeloupe. Dans les récentes évaluations repères nationales (DEPPa, 2023), on observe ce

d'autre part, la salle de classe comme un espace-temps étanche. [...] La notion de contexte est mobilisée pour étudier la construction des inégalités scolaires à partir d'une analyse des modes d'adaptation des enseignants, c'est-à-dire les façons dont ils différencient leurs pratiques avec, pour conséquence, des effets différenciateurs sur les apprentissages (Chesnais, 2014 ; Poggi, 2014 ; Poggi & Brière, 2015 ; Kerneis & Santini, 2015). » (p. 21).

même classement (de la meilleure performance à la plus faible) : Réunion, Martinique, Guadeloupe, Guyane et Mayotte. Si l'on observe les indicateurs suivants : taux de pauvreté, part des écoliers en éducation prioritaire, part des écoliers vivant dans des communes rurales et Indicateur de ségrégation sociale, l'écart entre la France métropolitaine et les DROM (Départements et régions d'outre-mer) varie entre 8 points et 20 points.

On peut donc expliquer une partie de ces résultats par la proportion importante (près de 52% des écoles et 51% des collèges) d'établissements classés en éducation prioritaire et éducation prioritaire renforcée (REP+) dont les élèves obtiennent statistiquement de moins bons résultats que les élèves d'établissements ordinaires (Arneton et al, 2013). Ce constat est confirmé par l'analyse des résultats aux récentes Évaluations nationales repères CP-CE1-CM1 de 2023 pour les classes de CP, CE1 et CM1 (DEPPb, 2023). Pour tous les niveaux, la tendance globale est la même : les pourcentages de réussite des élèves sont supérieurs en milieu ordinaire qu'en REP et qu'en REP+ mais si nous entrons dans le détail, quelques spécificités du territoire ressortent. Les évaluations nationales au niveau du CP ont mis en lumière des résultats académiques inférieurs à la moyenne nationale. Ainsi, en résolution de problèmes, l'académie de Martinique obtient un taux de maîtrise inférieur à 56,7% là où le national est à 67,6%. Si on considère l'écart entre les résultats en éducation prioritaire et l'ensemble, il est de 16,3 points au niveau national, là où la région Martinique est à seulement 2,6 points. Il n'y a donc pas de différence significative entre les résultats obtenus en éducation prioritaire et hors éducation prioritaire dans l'académie de Martinique et on retrouve un résultat similaire pour l'item de dictée de nombres. Les résultats des évaluations nationales au niveau CE1 mettent en lumière une aggravation de la situation dans la région Martinique. En résolution de problèmes, l'écart se creuse avec le national : 47,6% de réussite contre 34% (DEPPb, 2023). De nouveau, l'écart entre les résultats hors et en éducation prioritaire est faible dans l'académie, et beaucoup plus marqué au niveau national (15,7 points au national contre 4 points en Martinique).

La tendance est la même concernant les résultats des évaluations nationales au niveau CM1. Nous retrouvons des pourcentages de réussite des élèves supérieurs hors éducation prioritaire qu'en REP et qu'en REP+ mais cet écart est beaucoup plus réduit dans l'académie de Martinique qu'au niveau national. Ainsi, si on s'intéresse à l'item rattaché au calcul mental "mémoriser des procédures", en Martinique l'écart entre le pourcentage de réussite HEP (37,1) et en REP/REP+ (respectivement 30,9 et 32) est d'environ 6 points, là où au niveau national c'est près de 11 points (HEP : 44, REP : 35,6 et REP+ : 32,3). La différence d'écart est encore plus importante pour l'item "résoudre des problèmes" : en Martinique, l'écart entre HEP et REP+ est d'environ 9 points quand, au niveau national, l'écart entre HEP et REP+ est d'environ 24 points.

L'analyse des résultats aux évaluations nationales obtenues en CP, CE1 et CM1 par la Martinique, nous permet de mettre en lumière de nouveaux éléments du « contexte martiniquais » : un écart conséquent entre les résultats moyens nationaux et les résultats moyens académiques et un faible écart entre les résultats hors éducation prioritaire et en éducation prioritaire dans l'académie.

On constate ainsi qu'au-delà du nombre d'établissements placés en éducation prioritaire (un peu plus de la moitié), les résultats moyens de l'île sont malgré tout inférieurs à ce qui pourrait être attendu en ne tenant compte que de la proportion d'élèves en éducation prioritaire, au point que les résultats moyens de l'ensemble des élèves sont plus proches des résultats des élèves relevant de l'éducation prioritaire sur l'ensemble du territoire.

Le corpus recueilli dans le cadre du projet Africa 2020 nous paraît ainsi tout à fait intéressant pour questionner le potentiel, en termes de régulation des inégalités d'apprentissages, de pratiques qui sont de fait identifiées par l'institution scolaire comme étant des pratiques plus expertes en ce qui concerne le calcul mental que celles de la moyenne des enseignant.e.s.

Toutefois, l'étude des spécificités des phénomènes observés en fonction du contexte n'est pas proposée ici via la comparaison entre les vidéos de Martinique et du Sénégal, mais dans une étude qualitative de l'effet de certaines spécificités du contexte martiniquais pour tenter d'identifier des éléments qui contribueraient à expliquer cette différenciation des apprentissages pour les élèves martiniquais. Notre étude s'inscrit ainsi dans la continuité d'études précédentes (Chesnais, 2020), ayant permis d'identifier des facteurs de différenciation potentielle des apprentissages dans les classes, en mettant au jour, en particulier, le rôle différenciateur de la transparence de certains éléments, qu'il s'agisse de certains savoirs ou, notamment, des enjeux langagiers de l'apprentissage des mathématiques (Chesnais et Coulange, 2022). Les séances de calcul mental se prêtent ainsi à étudier la prise en charge dans les classes de différents enjeux liés au langage et cruciaux pour les apprentissages : le rôle des écritures mathématiques (mobilisant des chiffres et des symboles opératoires) dans le calcul, qu'elles soient produites graphiquement – écrites – ou uniquement pensées ou évoquées ; le rôle de l'écrit comme modalité de production langagière ; enfin, le rôle des verbalisations orales des résultats et des procédures, et plus globalement le rôle des discours sur les résultats et procédures.

Cadre théorique et méthodologique

Notre recherche s'inscrit dans la théorie de l'activité adaptée aux mathématiques en situation scolaire (Robert, 2008a ; Rogalski, 2008, Vandebrouck, 2013, Chesnais, 2018a) qui articule des postulats liés aux mathématiques, à leur apprentissage et à leur enseignement, auxquels nous ajoutons des éléments liés au rôle du langage dans l'apprentissage et l'enseignement.

Le postulat principal de cette théorie est que les apprentissages des élèves résultent de leurs activités, qui découlent elles-mêmes de la manière dont l'enseignant organise la médiation entre les savoirs et les élèves, notamment par les tâches qu'il leur propose et l'accompagnement de la réalisation de ces tâches. Les activités des élèves, c'est-à-dire tout ce qu'ils pensent, disent, font lors de la réalisation de tâches en situation, constituent ainsi l'objet central du cadre, à la fois du point de vue théorique et méthodologique.

Nous ne rentrons pas ici dans les détails de la construction de ce cadre théorique et de ses implications méthodologiques que le lecteur pourra retrouver dans de multiples références, notamment Robert (2008a, 2008b), Rogalski (2008), Chesnais (2009, 2018a, 2018b). Nous en rappelons simplement les éléments principaux.

L'« apprentissage » est référé à l'atteinte d'un degré donné de conceptualisation, défini, dans la lignée des travaux de Vergnaud (1990), par la disponibilité du savoir visé pour la résolution d'un ensemble de tâches établi à partir des programmes et d'une étude préalable de la notion, et comprend sa mise en relation avec les connaissances antérieures. La caractérisation du potentiel, en termes d'apprentissage, des tâches proposées aux élèves, ainsi que celle de l'évaluation du degré de conceptualisation atteint par les élèves repose sur un certain nombre d'hypothèses sur « ce qui fait apprendre » (Robert, 2008a). Ces hypothèses sont issues des théories de Piaget et de Vygotsky, articulées et spécifiées à l'enseignement des mathématiques dans un cadre scolaire, auxquelles on ajoute les références à la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1990) et la notion d'étagage de Bruner (1983). Ces hypothèses s'articulent essentiellement autour de deux idées centrales : la première est que le potentiel des tâches proposées aux élèves en termes d'apprentissages est à apprécier au regard d'une analyse épistémologique, institutionnelle et cognitive des savoirs visés (le « relief », Pariès et al., 2007), incluant la question de l'insertion des connaissances dans les connaissances anciennes des élèves ; la seconde, que la réalisation de ce potentiel est fortement dépendante des conditions de la réalisation des tâches et, en particulier, de l'accompagnement de cette réalisation par l'enseignant – en lien avec l'idée d'étagage au sens de Bruner (1983) et, de façon non

indépendante, de celle de Zone Proximale de Développement issue des travaux de Vygotsky (1937).

Le processus de conceptualisation est en outre considéré comme un processus fait de boucles faisant évoluer les concepts familiers, « déjà-là », dont les élèves disposent, vers des concepts « plus scientifiques », en appui sur l'idée de concepts quotidiens et concepts scientifiques de Vygotsky. Le langage, notamment le langage verbal, joue un rôle central dans ce processus, à la fois comme objet et moyen d'apprentissage (Chesnais, 2018a, Chesnais et Coulangue, 2022), dans la mesure où il joue un rôle de médiation essentielle (Vygotsky, 1937 et Vergnaud, 1990) et où le processus de conceptualisation inclut une évolution des discours.

Cette évolution des discours au sein du processus de conceptualisation est alors appréhendée comme une « secondarisation des discours » (Bernié et al., 2008), c'est-à-dire une évolution des productions langagières (orales et écrites) des élèves vers des discours davantage élaborés et plus proches des discours experts (Chesnais et Coulangue, 2022, Chesnais, 2024).

La double approche didactique et ergonomique des pratiques (Robert et Rogalski, 2002, Robert, 2008, Vandebrouck et al., 2013) fournit le cadre théorique d'analyse des pratiques des enseignant.e.s de mathématiques en intégrant aux analyses l'enseignant.e « pour lui-même.elle-même ». Il s'agit notamment de considérer que les pratiques sont certes le produit de l'objectif – didactique – de faire apprendre les élèves, mais dépendent aussi du fait que l'enseignant.e est un.e professionnel.le exerçant un métier – aspect ergonomique –, avec ce que cela implique notamment de contraintes en partie indépendantes des enjeux didactiques. Cette approche appréhende le système complexe des pratiques des enseignant.e.s à partir de cinq composantes (personnelle, sociale, institutionnelle, cognitive et médiative) imbriquées, à recomposer ensuite pour apprécier le travail de l'enseignant.e. La composante personnelle regroupe tout ce qui concerne les caractéristiques individuelles de l'enseignant.e (âge, formation, conceptions et connaissances des mathématiques et de leur enseignement, expérience, etc.) ; la composante sociale permet d'apprécier la prise en compte des facteurs liés à la composition sociale de l'établissement et des classes, aux collègues, etc. ; la composante institutionnelle permet de traduire la prise en compte des contraintes liées à l'institution (les programmes, les horaires ...) ; la composante cognitive donne à voir ce qui a trait aux contenus d'enseignement (le choix des exercices, le texte de la leçon ...) ; enfin, la composante médiative concerne les choix que fait l'enseignant dans la gestion de la classe, notamment en termes d'improvisation (part respective et nature du travail individuel et collectif, gestion du temps ...) et le discours qu'il tient (particulièrement les aides au travail des élèves et les exploitations qu'il en fait).

Ces cinq composantes sont croisées avec trois niveaux d'organisation (micro, local et global). Notons qu'il s'agit dans les deux cas d'une décomposition effectuée *par le chercheur* dans les analyses afin d'approcher la complexité des pratiques des enseignants, pour tenter de rendre compte d'une compréhension de l'activité de l'enseignant liée aux contraintes et ressources qui la conditionnent en les recomposant sous forme de « logiques d'action ».

L'approche ergonomique amène à considérer que les pratiques des enseignant.e.s sont à la fois *complexes* – i. e. non réductibles à une somme de composantes indépendantes entre elles – et *cohérentes* – c'est-à-dire que les prises de décision des enseignant.e.s résultent de logiques d'action sous-jacentes invariantes et assumées, que l'on peut en partie reconstituer grâce aux traces observables du travail des enseignant.e.s, aux contraintes connues et à des entretiens. Par ailleurs, les pratiques sont en partie *stables* (notamment la composante médiative) dans des conditions ordinaires et sans intervention particulière (Robert, 2007) ; c'est-à-dire que, pour des enseignant.e.s expérimenté.e.s, on observe certaines régularités intra-individuelles de gestion en classe, indépendamment des notions et des classes singulières, ce qui légitime notamment certaines inférences faites à partir de l'étude de quelques séances dans les recherches menées.

Du côté des élèves comme des enseignant.e.s, ce sont les régularités et la variabilité qui sont recherchées, tant interindividuelles qu'intra-individuelles. En effet, c'est la répétition et l'accumulation de certaines caractéristiques des activités des élèves qui ont un effet en termes d'apprentissages, de même que les régularités permettent d'identifier des éléments des logiques sous-jacentes aux pratiques.

Implications méthodologiques

La méthodologie des recherches est pilotée par la nécessité de caractériser les activités des élèves pour en inférer des éléments concernant la conceptualisation. L'échelle à laquelle se placent les analyses est, en général, celle du « chapitre » ou de la « séquence », c'est-à-dire de l'ensemble des séances d'une année scolaire portant de manière centrale sur une notion donnée. Quatre temps composent la méthodologie. Le premier temps est constitué d'une analyse préliminaire de l'objet d'apprentissage, avec des dimensions mathématique et épistémologique, cognitive et curriculaire, qui consiste à déterminer le « relief » des mathématiques à enseigner (Pariès et al., 2007, Robert et al., 2012, Robert et Hache, 2013).

Le deuxième temps est l'analyse des séances de classes, en distinguant le *scénario* d'enseignement, c'est-à-dire du projet de l'enseignant en amont de la classe (exercices et leçons prévus avec leur organisation ainsi que les prévisions grossières de gestion de la classe) et le *déroulement*, c'est-à-dire de la mise en œuvre effective de ce scénario en classe. L'analyse du scénario inclut une analyse détaillée des tâches proposées aux élèves permettant de déterminer les activités *a maxima* et *a minima* qui sont *a priori* possibles. Ces activités sont caractérisées en termes de procédures de résolution possibles, avec les connaissances qu'elles mobilisent et leurs niveaux de *mises en fonctionnement*. L'outil essentiel est l'idée d'*adaptation* des connaissances, qui permet de caractériser la manière dont les connaissances doivent être utilisées. Il s'agit ainsi, globalement, de reconstituer l'*itinéraire cognitif* défini par l'enseignant pour « mettre les élèves sur le chemin des connaissances » (Robert, 2008a). L'analyse du déroulement s'appuie en général sur l'enregistrement vidéo des séances par caméra fixe en fond de salle de classe, souvent doublé d'un enregistrement audio, ainsi que sur les traces des activités effectives des élèves (interventions en classe, productions écrites dans les cahiers, etc.). L'objectif est de caractériser au plus près les tâches effectives et donc les activités des élèves en déterminant ce qui reste à leur charge compte tenu des consignes données, des formes de travail installées (individuel, en groupes, collectif), des durées et des interventions de l'enseignant, notamment les aides qu'il dispense (aides procédurales et constructives, Robert et Hache, 2013), et les proximités qu'il organise entre les activités des élèves et les savoirs visés (Robert & Vandebrouck, 2014).

Dans un troisième temps, ces analyses sont mises en relation avec les apprentissages que l'on peut inférer de l'analyse des productions des élèves dans les contrôles ou des tests, permettant ainsi d'apprécier les apprentissages des élèves, même si cette méthode comporte quelques limites (Chesnais, 2009a, 2014, 2018b), en particulier lorsque les tests n'ont pas été réalisés à cette fin.

Dans un quatrième temps, un retour sur l'ensemble des analyses précédentes, en centrant le regard sur les pratiques, permet d'identifier des éléments des logiques d'action qui les sous-tendent, c'est-à-dire de ce qui en pilote la cohérence. Ces logiques d'action sont reliées à certains déterminants des pratiques – éventuellement extérieurs à la classe, et interprétées en termes de contraintes et ressources qui pèsent sur les pratiques. Les analyses sont guidées par les cinq composantes, articulées avec les trois niveaux d'organisation des pratiques. L'influence des éléments liés aux différentes composantes et niveaux d'organisation des pratiques est interprétée en termes de logiques d'action, celles-ci étant vues comme un « compromis » entre différents enjeux (Rogalski, 2007). Dans les études qui font l'objet de cet article, on s'intéresse en particulier au rôle du contexte (caractérisé par l'origine socioculturelle des élèves) dans les

logiques d'action des enseignants, en prolongement des études précédentes que nous avons menées (Chesnais, 2020).

Application de la méthodologie à notre corpus

Le corpus dont nous disposons ne permet pas de mener une étude aussi précise que dans d'autres cas pour plusieurs raisons : nous ne disposons que d'une seule séance pour chaque enseignant et de peu de traces des activités des élèves. Cependant, nous considérons que la manière dont les données ont été recueillies, associées aux réponses lors des entretiens, permettent de supposer que les séances observées sont relativement représentatives de ce que l'enseignant met en œuvre dans sa classe dans ce qu'il considère être de « bonnes séances ». En outre, nous ne disposons pas des résultats spécifiques des élèves observés dans des évaluations et ne pouvons donc pas directement tenter de mettre en relation des traces d'apprentissages potentiels avec des pratiques observées. Notre hypothèse de travail se fonde sur l'idée suivante, sachant que ces pratiques sont représentatives de pratiques plus expertes, telles que l'institution scolaire les envisage que ce que l'on pourrait observer dans la plupart des classes de l'île, nous pouvons penser que si l'on y identifie des éléments dont les études didactiques montrent le caractère peu favorable aux apprentissages, en particulier pour certains élèves, cela pourrait contribuer à expliquer les difficultés d'apprentissages à plus grande échelle, compte tenu du contexte.

Notre étude consiste ainsi ici en une étude préliminaire des savoirs en jeu dans les séances observées, puis une analyse des caractéristiques des choix de scénario et de déroulement faits par les enseignantes, compte tenu des éléments présents dans les entretiens qui permettent de mettre ces séances en perspectives avec des choix d'enseignement à une échelle plus grande. ; enfin, nous nous appuyons sur les quelques traces d'activité des élèves, ainsi que sur des études menées par ailleurs pour identifier le potentiel en termes d'apprentissages des caractéristiques des pratiques observées.

Les questions de langage

Notre focale plus spécifique sur les questions de langage nous amène à mobiliser quelques éléments théoriques pour cadrer notre étude.

Notre ancrage dans les théories de Vergnaud et Vygotsky nous amènent à accorder une place importante aux questions de langage dans l'étude des processus d'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans le cadre scolaire. Nous considérons à la fois la dimension du langage comme objet d'apprentissage (les pratiques langagières des mathématiciens font partie des enjeux d'apprentissages) et comme moyen d'apprentissage puisque la conceptualisation passe par le langage (Chesnais et Coulange, 2022).

Nous utilisons pour cela la notion de secondarisation des genres de discours, en appui sur les travaux de Bernié, Jaubert et Rebière (Jaubert et al., 2012), retravaillée dans le cadre de la didactique des mathématiques (Gobert, 2014, Chesnais et Coulange, 2022, Bulf, C., Mathé, A.-C., Mithalal, J., 2014, Bulf, Chesnais, Hache et Mithalal, à paraître). Nous désignons ainsi par secondarisation des discours le processus de développement du langage au sein du processus de conceptualisation (Chesnais, à paraître). Nous articulons par ailleurs cette notion avec celle de registres de représentation sémiotique (Duval, 1993) pour appréhender la complexité des pratiques langagières des mathématiciens (et de fait, des phénomènes langagiers), par la multiplicité des types de signes mobilisés. Le processus de secondarisation au sein du processus de conceptualisation des notions mathématiques suppose ainsi la maîtrise et l'articulation des différents registres de représentation sémiotique pertinents, du point de vue mathématique, pour la manipulation de ces notions.

Nous accordons par ailleurs une place spécifique au langage verbal (donc au registre de la « langue naturelle », pour reprendre l'expression de Duval), comme instrument psychologique privilégié des processus d'apprentissage (Vygotsky, 1937, Rogalski, 2008) et, de fait, comme

objet d'apprentissage et ce, d'autant plus que l'on s'intéresse à un stade précoce de l'apprentissage des mathématiques.

Éléments de relief concernant le calcul mental

Dimension mathématique et épistémologique

Le calcul mental consiste à « effectuer des opérations avec des nombres, essentiellement sans aide matérielle externe » (Chesné, 2014, p192). Il s'agit donc d'un type de calcul, qui n'est pas tant défini par le fait de se passer « dans la tête » (mentalement) que par le fait d'être « un calcul sur les nombres plutôt que sur les chiffres (ce qui est rattaché à la pratique du calcul posé et des algorithmes qui lui sont associés) » (Boule, 1997). Par extension, il recouvre d'une part la maîtrise de techniques de calcul, de connaissances sur les nombres et les propriétés des opérations arithmétiques, d'autre part la résolution de problèmes numériques (Chesné, 2014 ; Butlen, 2007 ; Boule, 1997). On peut y distinguer par ailleurs ce qui relève de l'automatisme (mobilisation de faits numériques ou de techniques automatisées) de ce qui relève du raisonnement (calcul réfléchi) qui permet de (re)construire certaines procédures de calcul en adaptant les méthodes aux spécificités des problèmes rencontrés (Butlen, 2007, Butlen et Masselot, 2010).

Le calcul mental renvoie ainsi à différents types de tâches de calcul, qui peuvent être associées par ailleurs à des résolutions de problèmes. Les tâches nécessitent principalement d'élaborer une technique de calcul en s'appuyant sur les propriétés des nombres : décompositions, transformations, compensations, recours aux propriétés des opérations (par exemple un recours même implicite à la distributivité pour effectuer certains calculs, Constantin, 2014. D'autres tâches portent plus spécifiquement sur la connaissance du système décimal de position : « principe de position » et « principe décimal » (Tempier, 2013), relations entre unités de numération (10 dizaines = 1 centaine, 1 millier = 100 dizaines, etc.), décompositions additives et multiplicatives. On y trouve ainsi des tâches comme le jeu du furet⁷ (compter de n en n en avant ou en arrière), qui ne relève pas à proprement parler du calcul au sens d'impliquer des opérations arithmétiques puisque leur réalisation peut reposer uniquement sur les propriétés des nombres (Butlen, 2007 ; Boule, 1997).

Tous les didacticiens s'accordent ainsi sur le fait que le calcul mental est porteur de façon essentielle, dans l'apprentissage, d'objectifs liés à la maîtrise des connaissances des nombres, du « number-sense », au-delà de la question des opérations arithmétiques et des automatismes (Chesné, 2014). Le calcul mental, pour travailler sur les propriétés des nombres, nécessite par ailleurs « un travail explicite sur les désignations et représentations des nombres (écrites, orales, symboliques chiffrées ou non) [...] » (Chesné, 2014).

Afin de préciser les éléments qui nous intéressent au regard des analyses des activités des élèves (et des pratiques des enseignants) dans la suite de cet article, nous nous restreignons pour la suite à la question des nombres entiers car les nombres décimaux et fractions ne sont pas en jeu dans notre corpus de données. Nous proposons par ailleurs de qualifier de « numération verbale », plutôt que numération « orale » ou « parlée »⁸ (Mounier, 2016), le système qui

⁷ Boule et Butlen en donnent une description précise : « Les enfants sont placés en rond, et interrogés à tour de rôle, ou même désignés un à un, au gré du maître. On se donne un nombre de départ, puis on demande de compter, décompter de n en n (ex de 2 en 2, ou de 5 en 5 en croissant, ou bien à rebours). La seconde variante (désignation arbitraire) contraint le public à rester attentif, alors que la première (retour prévisible) s'accommode d'une attention intermittente.

⁸ Mounier (2016) propose d'utiliser plutôt « parlée » que « orale », pour rappeler l'origine liée à la langue, tandis que l'écriture chiffrée est, dès son origine, liée à l'écrit.

s'appuie sur le registre de représentation sémiotique constitué des mots de la langue (les mots-nombres), pour pouvoir sans confusion évoquer sa mobilisation à l'écrit ou à l'oral ; de façon similaire, nous désignerons par « numération chiffrée » le système qui s'appuie sur le registre de représentation sémiotique constitué des écritures en chiffres (arabes). Si ce dernier est intimement lié à l'écrit, il constitue en effet, à partir d'un certain niveau de conceptualisation des nombres, un registre qui est de fait mobilisé par les sujets, que leur activité se passe là encore dans une modalité orale ou écrite, les mots-nombres étant de fait totalement intégrés comme verbalisation⁹ des écritures chiffrées et réciproquement, étant ainsi potentiellement manipulées mentalement (Mounier, 2010, 2012).

Le calcul mental est considéré comme « mobilis[ant] en premier lieu des connaissances sur la numération [verbale] » tandis que le calcul posé « mobilise essentiellement des connaissances sur la numération écrite chiffrée » (Mounier, Grapin et Pfaff, 2020), dont les fonctionnements sont quelques peu différents (Mounier, 2010, 2012). Toutefois, une fois que les deux systèmes de représentation des nombres sont disponibles et suffisamment reliés, le calcul mental mobilise de fait des liens entre les deux, voire porte sur des connaissances sur les écritures chiffrées, en particulier pour travailler le principe de position et le principe décimal (par exemple, il peut être l'occasion de travailler le fait que quatre-vingt dont la désignation verbale correspond à 4 fois vingt est égal à 8 dizaines et s'écrit donc « 80 »). Les connaissances sur les nombres à mobiliser en calcul mental relèvent alors, selon les tâches et les procédures, de connaissances propres à l'un ou l'autre, aux deux systèmes de numération, ou encore aux relations entre ces systèmes. Ces connaissances (dans les deux numérations et qui assurent les liens entre les deux) s'appuient sur les unités de numération (la dizaine, la centaine etc.). Les unités de numération constituent ainsi un troisième « système », intermédiaire, permettant de faire des liens conceptuels entre le système de numération verbale et le système de numération chiffrée (Chambris, 2008 ; Chambris, Coulange, Rinaldi et Train, 2021). Il s'appuie sur un registre de représentation mixte, associant souvent à l'écrit des chiffres et des mots qui ne sont pas les mots-nombres mais les mots désignant les unités de numération ou « unités de compte » (Chambris, 2008) : par exemple quand on écrit « 2 dizaines 3 unités », parfois même abrégé en « 2d 3u ». Ce système constitue par ailleurs une forme de « régularisation » de la numération verbale (Houdement et Tempier, 2015, 2019). Lorsqu'il est manipulé à l'oral, on peut penser que, même si ce qui est prononcé est toujours verbal, les oralisations renvoient parfois à des écritures chiffrées (ainsi, dire « deux dizaines et trois unités » à l'oral, pour la plupart des interlocuteurs, peut être visualisé mentalement et écrit « 2 dizaines et 3 unités »). Chambris (2008) et Tempier (2013) montrent que ce troisième système peut être un appui pour conceptualiser le fonctionnement des deux autres systèmes et leurs liens.

Le calcul mental vise ainsi principalement à travailler les connaissances des nombres qui relèvent de la numération verbale et de la numération en unités, éventuellement en lien avec les écritures chiffrées, mais ne concerne pas la syntaxe des écritures chiffrées indépendamment de leur sémantique. En effet, l'usage de l'écrit n'est pas proscrit en calcul mental (Chesné, 2014 ; Boule, 1997 Butlen, 2007) et permet, selon ces auteurs, d'alléger la charge mentale liée à la mémoire pour libérer de la disponibilité pour réfléchir aux procédures et faire des choix, mais il est en revanche limité à la matérialisation (essentiellement en écritures chiffrées) de résultats intermédiaires, de la consigne ou du résultat¹⁰. L'écrit n'est donc pas le support (matériel) principal de l'activité, qui reste de fait une activité se déroulant essentiellement à l'oral, donc

⁹ Notons que Mounier parle d' « oralisation », mais nous préférons « verbalisation » pour évoquer la conversion en mots de la langue, afin d'éviter des confusions, puisque ce registre peut être manipulé à l'oral ou à l'écrit.

¹⁰ « un calcul mental peut être effectué à partir d'un support ou non (le calcul à faire peut-être lu ou entendu), et produit sur un support écrit ou non (le résultat peut être écrit ou dit) » (Chesné, 2014).

en appui sur le registre verbal, tout comme les écritures chiffrées et leur fonctionnement n'ont pas vocation à être l'objet principal de l'activité. On peut donc supposer que, selon les tâches et tant que le sujet n'a pas atteint une conceptualisation des nombres telle que les liens entre écriture chiffrée d'un nombre et désignation orale sont automatisés quels que soit les nombres et leur taille, l'utilisation de l'écrit en calcul mental, même uniquement pour noter le résultat, peut de fait ajouter une tâche (de codage d'un mot-nombre en écriture chiffrée ou réciproquement), voire la modifier fondamentalement. Ainsi, demander en calcul mental de « retirer cent à trois mille » suppose, si l'on s'en tient à une modalité sans écrit, a priori, de travailler uniquement dans le registre verbal et donc sur la numération verbale (par exemple en raisonnant sur le fait qu'un millier égale dix centaines, ou en s'appuyant sur la comptine des centaines) ; tandis que, si l'écriture chiffrée du nombre est donnée (3000), il est alors possible, voire plus efficace selon les connaissances dont on dispose, d'agir (mentalement) sur l'écriture chiffrée en diminuant de 1 le nombre de centaines (remplacer 30 par 29 voire 0 par 9 et 3 par 2) et reproduire le reste de l'écriture en appliquant la propriété de troncature (Tempier et Chambris, 2017) puis de verbaliser (et oraliser) l'écriture 2900 en « deux mille neuf cents ». Les connaissances mobilisées sont alors tout à fait différentes, de la même manière que le montre Mounier (2012) dans certaines tâches à l'écrit, selon les procédures employées par les élèves et ce, de façon transparente, y compris pour les didacticiens, sauf à mobiliser de nouveaux outils d'analyse.

Dimension curriculaire

Les programmes officiels des cycles 2 et 3, en vigueur au moment de notre étude, organisent l'enseignement du calcul en quatre modalités complémentaires et interdépendantes : le calcul mental, le calcul en ligne, le calcul posé et le calcul instrumenté (MENJSa, 2020, programme cycle 2) et (MENJS, 2020a, programme cycle 3). Le document d'accompagnement des programmes « Le calcul aux cycles 2 et 3 » (Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche [MENESR], 2016, p. 1) définit le calcul mental comme « une modalité de calcul sans recours à l'écrit si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève ». Il distingue explicitement ces quatre modalités et précise que les formes de calcul sont utilisées en interaction et sont complémentaires les unes des autres.

Les programmes tentent par ailleurs d'assumer la tension identifiée par Butlen (2007) dans les objectifs du travail du calcul mental en distinguant les faits mémorisés, le calcul réfléchi, et le travail sur les connaissances des propriétés des nombres. Le document d'accompagnement des programmes (MENESR, 2016, p 2) met ainsi en exergue, pour le calcul mental, les objectifs de « Construire puis travailler la compréhension de la notion de nombre et des propriétés de notre numération décimale de position ; Développer la connaissance des nombres [...] ». Cela inclut la mémorisation de faits numériques, mais sans s'y limiter.

Le travail sur les « connaissances en numération pour calculer mentalement » à faire aux cycles 2 et 3 concerne, d'après les programmes, essentiellement les unités de numération : en cycle 2, ajouter ou soustraire une dizaine ou plusieurs dizaines à un nombre à 2 chiffres, puis 3 chiffres ; puis progressivement ajouter et soustraire des centaines (puis des nombres entiers de milliers) à des nombres à 3, 4, puis 5 chiffres. Concomitamment, sont ajoutées les multiplications par 10 puis par 100. Les raisonnements sous-jacents, en appui sur des verbalisations mobilisant les désignations en unités de numération, sont en partie explicités dans les programmes : « 30, c'est 3 dizaines. 7 dizaines – 3 dizaines = 4 dizaines. Donc $76 - 30 = 46$. »¹¹ ; ou encore : « lors d'une

¹¹ On notera le caractère très mixte de ces écritures, à propos desquelles on peut s'interroger sur un discours explicatif oral complémentaire tel qu'il est envisagé par les concepteurs des programmes, au-delà de la simple

multiplication par 10, une unité devient une dizaine, une dizaine devient une centaine et une centaine devient un millier ». Ces formulations mettent ainsi en évidence le travail sur les relations entre unités de numération comme enjeu central du calcul mental.

Au cycle 3, les attendus sur la numération s'étendent d'une part aux nombres décimaux, d'autre part aux grands nombres. On y retrouve des exemples de verbalisation de raisonnements de calcul réfléchi en appui sur les désignations en unités de numération.

Le calcul mental est présenté comme une occasion essentielle de travailler les propriétés des nombres et des opérations, qui doivent être prises en charge comme objets d'enseignement en organisant des séquences articulant des « séances d'apprentissage ou de recherche », « longues », durant lesquelles les procédures de calcul doivent émerger, être formulées, validées, hiérarchisées et institutionnalisées, avec une place importante faite aux échanges entre élèves, puis des séances courtes d'entraînement, enfin de réinvestissement et d'évaluation.

Les textes officiels évoquent en outre les deux systèmes (numération verbale et numération chiffrée) et leur liens avec les différents types de calcul, mais d'une façon quelque peu simpliste au regard de la complexité évoquée ci-dessus : « la compréhension [des] deux systèmes de numération conditionne en particulier toutes les connaissances sur le calcul : les ressources de la numération orale pour le calcul mental, celles de la numération écrite chiffrée pour le calcul posé » (guide orange « pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP », MENJSb, 2020, p. 24).

Enfin, pour la question des modalités orales et écrites en calcul mental, on peut noter un alignement avec les didacticiens : « Un énoncé donné à l'écrit (en vidéoprojection ou sur feuille) plutôt qu'à l'oral allège la mobilisation de la mémoire de travail. » (MENESR, 2016, p. 4). Les supports comme ardoise, feuille ou tableau sont ainsi mentionnés dans différents usages dans les activités de calcul mental en classe.

Dimension cognitive

Les lacunes en calcul mental en fin d'école élémentaire sont largement attestées par les résultats aux évaluations à l'entrée en sixième depuis 25 ans (Chesné 2014). Le calcul étant à la fois objet et moyen d'apprentissages (notamment des propriétés des nombres) en classe (Chesné, 2017), vont s'y cumuler, en particulier pour certains élèves, deux types de difficultés : des difficultés liées à la nature du calcul, pour investir les tâches de calcul réfléchi en dépassant une interprétation des tâches de calcul comme nécessitant l'application systématique d'un algorithme d'opération posée ; et les difficultés liées à la maîtrise des connaissances à mobiliser, notamment à l'articulation des systèmes de numération verbale et chiffrée.

Pour les premières, Butlen et Pézard (1992) ont notamment montré qu'en calcul mental, les élèves en difficultés ont une forte tendance à se réfugier dans la simulation mentale de l'algorithme écrit, au détriment de procédures de calcul réfléchi mobilisant des propriétés des nombres.

Quant aux connaissances des propriétés des nombres supports des procédures en calcul mental et éventuellement enjeux d'apprentissages de tâches de calcul mental, leur déficit de maîtrise par un nombre non négligeable d'élèves du CP à l'entrée en sixième est largement documenté par les travaux de didactique des mathématiques. Ainsi, Mounier et ses collaborateurs (Mounier, Grapin et Pfaff, 2020) montrent qu'en début de CE1, si les élèves ont une bonne connaissance du « dire/écrire » pour les formes régulières, leurs connaissances sur la compréhension des

oralisation de ces écritures. Nous rejoignons ici les remarques faites par Chambris dans son commentaire des derniers programmes, sur l'usage du terme « verbalisation » (Chambris, 2024).

écritures chiffrées (aspects positionnel et décimal) s'avèrent insuffisantes pour une partie non négligeable d'entre eux. Notons que ces difficultés revêtent une importance particulière dans un contexte plurilingue comme la Martinique où le fonctionnement des numérations verbales peut être différent entre la langue de scolarisation et les langues familiales (Arneton, 2010). Enfin, Chambris, Mounier, Nebout et Perrin-Glorian (dir., 2012), ont mis en évidence comment les difficultés de correspondance entre numération verbale et numération chiffrée s'agrègent à d'autres difficultés conceptuelles pour produire des erreurs persistantes chez certaines catégories d'élèves. Ces autres difficultés conceptuelles concernent notamment le fonctionnement du système décimal de position et en particulier le principe décimal, lié aux relations entre unités. Chambris, Tempier et Allard (2017) pointent ainsi, pour les élèves en fin d'école élémentaire, outre les difficultés sur les nombres décimaux et les fractions, des difficultés spécifiques aux grands nombres au cycle 3, liées à la structuration du système articulant une base 10 et une base 1000 à partir des nombres à 4 chiffres. De ce point de vue, la place accordée aux unités de numération comme objets d'enseignement explicites ayant considérablement diminué depuis les années 1970 (Chambris, 2008), contribue à la transparence des connaissances associées, qui font de fait défaut, en particulier aux élèves en difficultés (Tempier, Chambris et Allard, 2017).

Étude des pratiques de deux enseignantes en CM en Martinique

Nous proposons dans cette partie les résultats de l'analyse des traces de pratiques de deux enseignantes en Martinique, sur la base du film d'une séance réalisée en réponse à une sollicitation dans le cadre du projet mentionné plus haut, et d'extraits d'un entretien mené avec chacune de ces enseignantes.

La première, Mme CM1P, est une enseignante expérimentée (seize ans de carrière) exerçant en CM1 dans une école hors éducation prioritaire de la circonscription de Schœlcher, auprès d'élèves de 9 à 10 ans. La seconde, Mme CM2S, enseigne en CM2 dans une école relevant de l'éducation prioritaire renforcée de la circonscription du Marigot, avec une expérience comparable (vingt ans de carrière), auprès d'élèves de 10 à 11 ans.

Pour chaque séance, l'analyse du scénario et du déroulement précède la présentation des résultats.

Analyse des pratiques de Mme CM2S

Présentation succincte du scénario et du déroulement

Quatre exercices sont proposés dans cette séance : le premier est présenté comme un rituel et consiste à retirer 100 à des nombres à 4 chiffres, puis 1000 à un nombre à 5 chiffres, en écrivant le plus de résultats possibles sur l'ardoise dans un temps réduit. Vient ensuite un temps de « rappel de leçon » sur les critères pour qu'un nombre soit multiple de 2 ou de 5. Le deuxième exercice est un exercice d'entraînement d'automatismes dans un temps limité, autour des tables de multiplication et de la divisibilité (avec des multiplications, des multiplications à trous et l'application des critères « pour savoir si un nombre est multiple de 2 ou de 5 » sur des nombres à 3 chiffres). Le troisième exercice est un exercice d'entraînement d'application des critères de divisibilité par 2 et par 5 sur des nombres à trois chiffres, dans un temps limité. Le dernier exercice est un « problème » dont le support est aussi projeté et sur l'énoncé duquel nous reviendrons plus loin.

Les exercices 3 et 4 sont insérés dans un diaporama minuté et sonorisé qui s'intitule « reconnaître les multiples de 2 et de 5 – entraînement n°3 ». Les consignes sont données par une voix automatique deux fois, puis les élèves ont 15 secondes pour répondre dans l'exercice 3 pour chaque nombre proposé, et 30 secondes pour résoudre le problème. Ce diaporama avait été récupéré par l'enseignante à l'époque sur un site internet conçu par un enseignant. Il faisait

partie d'un ensemble de ressources d'enseignement sur le calcul mental qui a depuis fait l'objet, moyennant quelques modifications, d'une publication sous forme de manuel (Paul & Sieja, 2024).

Analyse des choix de scénario

Nous présentons ici l'analyse des exercices 1, 3 et 4, en lien avec le « rappel de cours », dans la mesure où l'exercice 2 ne présente pas d'intérêt particulier pour nos analyses.

Analyse a priori de l'exercice 1

Le premier exercice contient trois tâches du même type : la première consiste à écrire (recopier du tableau) un nombre (trois-mille-sept-cent-cinquante / 3750) puis lui « enlever cent » ; la deuxième consiste à « enleve[r] cent à partir de sept-mille-neuf-cent-quatre-vingt-quatorze / 7994 », enfin la troisième : « on a vingt-trois-mille-sept-cent-cinquante-trois (23753) et on retire mille ». Les élèves doivent alors écrire, dans un temps limité (une minute environ), le maximum de résultats possibles sur leur ardoise.

Même si « enlever » ou « retirer » évoquent la soustraction, la tâche est investie par les élèves et par l'enseignante comme travaillant la numération et non pas des procédures de calcul soustractif (comme enlever 50 puis encore 50 par exemple). Les élèves semblent par ailleurs très habitués à ce type de tâche et à l'utilisation de l'ardoise associée.

La tâche suppose donc d'opérer sur les unités de numération et les procédures peuvent se dérouler dans le registre des écritures chiffrées et/ou faire appel au registre verbal. Elles peuvent mettre en œuvre plus ou moins de connaissances sur le fonctionnement des écritures en lien avec les unités de numération, et de manière plus ou moins automatisée.

L'activité a minima sur cette tâche consiste à identifier que « enlever cent » revient à opérer dans le registre des écritures chiffrées sur le chiffre des centaines vu comme « le chiffre des cents », le troisième en partant de la droite, sans pour autant associer l'unité de numération « centaine » à autre chose que la position dans l'écriture (Tempier et Chambris, 2017). Puis, diminuer ce chiffre de 1 (soit avec une logique ordinale : on prend le chiffre précédent dans la suite des chiffres ; soit dans une logique cardinale, on prend 1 de moins). On recopie par ailleurs les autres chiffres à l'identique. Cette procédure nécessite des connaissances minimales, en particulier si elle est appliquée très « mécaniquement », et est efficace sans adaptation nécessaire particulière jusqu'à 3050. Elle nécessite ensuite une adaptation, lorsque le chiffre des centaines est 0 : en effet, il faut utiliser une logique de « compteur » : avant 0, on « revient » à 9 et dans ce cas, on diminue aussi le chiffre immédiatement à gauche de 1. Une autre procédure s'appuyant davantage sur des connaissances de l'écriture chiffrée en lien avec les unités de numération suppose de considérer cette fois les deux chiffres constituant le nombre des centaines et de le diminuer de 1 en appui sur la file numérique dans le sens décroissant : remplacer 30 par 29 ; puis, toujours, de recopier les autres chiffres. Cette procédure s'appuie sur la propriété de troncature (Tempier et Chambris, (2017) et peut, là aussi, être appliquée en étant plus ou moins reliée consciemment à un raisonnement sur les unités de numération, ou uniquement à une manipulation des écritures.

Dans le registre verbal, le nombre ayant été oralisé par l'enseignante avant de l'écrire au tableau, l'activité a minima suppose de repérer le mot « sept » avant « cent » dans trois mille sept cent cinquante puis de diminuer de « un » le nombre auquel ce mot correspond, puis de reformuler en changeant « sept » par « six », en appui sur la comptine des nombres, et enfin de reconvertir dans le registre des écritures chiffrées. Cette procédure nécessite des connaissances limitées et est efficace sans adaptation nécessaire particulière jusqu'à 3250. Elle suppose ensuite de connaître les irrégularités dans la dénomination des nombres (Mounier, 2016), avec le fait que l'on dira « trois mille cent ... » et non pas « trois mille *un* cent », puis « trois mille » sans prononcer le mot « cent » au passage de 3050 ; enfin, de s'appuyer sur la comptine des centaines : avant « trois mille », il y a « deux mille neuf cents ».

La deuxième tâche correspond aux mêmes procédures.

La troisième suppose de retirer mille à un nombre à cinq chiffres, ce qui mobilise exactement les mêmes procédures que celles décrites à la tâche précédente, à ceci près qu'il faut repérer cette fois le chiffre des unités de milliers (comme le 4^{ème} en partant de la droite) et non plus celui des centaines. Si l'on opère dans le registre verbal, cela apparaît encore plus élémentaire que la tâche précédente puisque, a minima, cela ne nécessite que de remplacer la première partie de la désignation (celle située avant le mot « mille »), en utilisant la comptine verbale à l'envers à partir de vingt-trois, puis de convertir en chiffres. Cette procédure repose sur le fonctionnement articulés un système en base 10 et un système en base 1000 au-delà de mille, qui nécessite des connaissances spécifiques (Chambris, 2017, Chambris, Tempier et Allard, 2017).

Dans le registre chiffré, cela suppose de repérer le nombre de milliers, ou du moins le nombre d'unités de mille et d'utiliser la suite des chiffres ou des nombres à deux chiffres dans le sens décroissant. La difficulté d'opérer sur le nombre d'unités de mille apparaît lorsque celui-ci est 0, ce qui suppose, comme dans la tâche précédente, de considérer alors le nombre de dizaines de milliers, soit séparément, dans une procédure de manipulation des écritures éventuellement très peu appuyée sur un raisonnement en unités de numération : je change 0 en 9 et je diminue d'1 le chiffre immédiatement à gauche ; soit ensemble, en considérant le nombre formé par les deux chiffres et en le diminuant d'1 (20 devient 19).

L'appui sur la désignation verbale, tout en opérant sur les écritures chiffrées, est la plus optimale : à condition de maîtriser la structuration en base mille, cela permet de repérer qu'il suffit d'opérer sur 23 parce qu'on dit à l'oral « vingt-trois mille ... » : on retrouve ici dans le registre verbal la trace de la procédure de troncature (Tempier et Chambris, 2017).

L'activité a minima des élèves sur ces tâches, même des élèves en réussite, peut être limitée à une application « automatisée » et très formelle d'opérations sur les écritures ou les dénominations des nombres. Les connaissances mobilisées sont de niveau élémentaire pour le CM2. L'activité peut être enrichie si on exige des verbalisations ou des justifications des procédures (sans que cela suffise nécessairement à provoquer l'activité a maxima, notamment si les connaissances en question ou leur verbalisation ne sont pas disponibles chez les élèves) : elle nécessite alors un appui sur des connaissances sur les unités de numération, dans le registre des écritures chiffrées et/ou dans le registre verbal.

Pour la première tâche, il s'agit en effet d'opérer sur le nombre de centaines (qui peut être obtenu par la procédure de troncature (Tempier et Chambris, op. cité), que l'on diminue de 1. Dans le registre verbal, il s'agit de la comptine des centaines (dans le sens décroissant), ou bien d'abord de la comptine des unités (dans le sens décroissant) puis de basculer sur la comptine des centaines à la charnière du millier (passage de trois mille cinquante à deux mille neuf cent cinquante, de sept mille quatre-vingt-quatorze à six mille neuf cent quatre-vingt-quatorze). Dans le registre des écritures chiffrées, il s'agit d'opérer sur le nombre de centaines (resp. de milliers), éventuellement en opérant tant que c'est possible sur le nombre de centaines (resp. milliers) isolés (qui correspond au chiffre des centaines, resp. chiffre des unités de milliers).

Notons par ailleurs que la modalité de l'écrit induit un choix possible entre un travail dans le registre des écritures chiffrées et/ou dans le registre verbal, chacun des registres induisant des procédures différentes et plus ou moins faciles à utiliser selon les cas, et la mobilisation de connaissances très différentes. L'introduction de l'écriture chiffrée dès le début de la tâche l'éloigne potentiellement significativement des enjeux du calcul mental présentés dans la partie précédente (cf. relief).

Toutes ces connaissances, quoique n'ayant pas été rencontrées à la même étape de la scolarité, devraient être automatisées et la tâche de type jeu du furet (même s'il n'est pas appelé ainsi par l'enseignante) apparaît comme pertinente pour leur entraînement ou leur évaluation. On pourrait considérer comme attendu en CM2 d'être capable de les verbaliser et les justifier en appui sur un raisonnement sur les unités de numération. On peut penser qu'à partir d'un certain

degré de conceptualisation des nombres, les deux registres sont intimement liés, au point de ne plus être traités de façon séparée et d'articuler les deux pour plus d'efficacité ou de contrôle dans les procédures : cela semble raisonnable, au vu de la taille des nombres, que cela constitue un attendu là aussi de la fin de CM2. Toutefois, au vu des recherches en didactique citées dans le relief, on peut penser que tous les élèves n'ont pas encore cette maîtrise et qu'elle puisse encore constituer un enjeu d'apprentissage.

Analyse a priori des exercices 3 et 4

Les exercices 3 et 4 s'inscrivent dans une « séquence » conçue pour être réalisée en une semaine et issue de la ressource mentionnée précédemment. L'organisation en est récurrente. Une première présentation de la leçon (en l'occurrence, sur les multiples de 2 et de 5) est suivie par une première séance d'entraînement sur la base d'un diaporama minuté et sonorisé. Celui-ci contient une application des critères sur une suite de nombres à trois chiffres dans un temps limité et se termine par la résolution d'un « problème » dans un temps limité. Puis une deuxième et une troisième séance d'entraînement sont prévues, sur le même modèle. Enfin, une séance d'évaluation (« défi ») est proposée en fin de semaine, de nouveau sur le même modèle. La séance filmée correspond à la troisième séance d'entraînement.

La leçon propose une définition d'un nombre multiple d'un autre comme étant « un résultat de la table de multiplication de ce nombre (ou de son prolongement) ». Les critères applicables sur les chiffres des unités sont présentés comme des « astuces ».

3 - Reconnaître les multiples de 2, de 5

Un nombre est **multiple** d'un autre si c'est un **résultat de la table de multiplication** de ce nombre (ou de son prolongement).

Ex : **42** est un multiple de **7** (car c'est le résultat de 6×7).

132 est un multiple de **11** (car c'est le résultat de 12×11).

Astuce \Rightarrow Il faut regarder le **chiffre des unités** :

\rightarrow Les multiples de **2** se terminent par **0 - 2 - 4 - 6 - 8** (**nombres pairs**).

\rightarrow Les multiples de **5** se terminent par **0 - 5**.

Figure 1. « mini leçons de calcul mental CM remaniées ».

Les problèmes qui sont proposés dans les séances sont les suivants :

Problème de la séance d'entraînement n°1 : « Ines a ramassé 16 fleurs. Ines peut-elle tenir autant de fleurs dans chacune de ses mains ? »

Problème de la séance d'entraînement numéro 2 : « Maël range ses 21 billes dans ses deux poches. Maël peut-il mettre autant de billes dans sa poche gauche que dans sa poche droite ? »

Problème de la séance d'entraînement numéro 3 : « Nurçin distribue ses 16 bonbons à ses 5 amies. Nurçin peut-elle donner autant de bonbons à chacune de ses amies ? »

Séance Défi : « Ayoub veut ranger ses 34 crayons de couleurs dans 2 troussees différentes. Ayoub pourra-t-il mettre autant de crayons dans chacune de ses troussees ? »

Dans l'exercice 3, les élèves doivent déterminer si les nombres suivants sont multiples de 2, de 5, des deux ou d'aucun : 331 ; 225 ; 808 ; 670 ; 389 ; 500 ; 605 ; 165 ; 887 ; 909 ; 210 ; 564 ; 312 ; 789 ; 110 ; 633 ; 25 ; 112. Les élèves doivent uniquement écrire pour chaque nombre la réponse « 2 » (resp. « 5 »), s'il est divisible par 2 (resp. 5), ou bien « 2 et 5 » s'il est divisible par 2 et par 5 ou ne rien écrire s'il n'est divisible ni par 2 ni par 5.

Le travail sur les critères de divisibilité par 2 et par 5 relève du cycle 3 (MENJSa, 2020). Les problèmes sont présentés dans la ressource¹² comme étant « ancrés dans le quotidien », cela

¹² La ressource effectivement utilisée par l'enseignante est le diaporama disponible sur internet à l'époque. Les citations sont issues du manuel qui a été édité par la suite sur la base de ces ressources numériques. Nous

« montre (ou rappelle) aux élèves que les mathématiques en général (et le calcul mental en particulier) sont des outils qui permettent de mieux appréhender le monde, et de trouver des réponses à des problèmes que l'on peut rencontrer tous les jours. Ces problèmes donnent du sens aux apprentissages mathématiques ». Les problèmes de fin de séance sont ainsi présentés comme des réinvestissements, des cas d'application des connaissances. Ils sont volontairement proposés sous forme de « questions fermées (réponse en « oui » ou « non ») » (p. 31).

Ces problèmes de fin de séance sont ainsi considérés comme une application directe de ce qui a été vu comme « procédure » (la durée de 30 secondes allouées au travail en témoigne). D'après l'enseignante, c'est le « vocabulaire » de l'énoncé du problème qui doit permettre de savoir quelle procédure appliquer.

Si le problème peut en effet être résolu par l'utilisation du critère de divisibilité par 5 et présente une certaine pertinence pour travailler sur les propriétés des nombres, il nous semble toutefois qu'il ne peut pas être considéré comme une application simple et isolée (cf. supra) de cette connaissance. En effet, il présente des adaptations importantes de cette connaissance, à la fois pour reconnaître les conditions d'application du critère, ou plutôt de non-application puisqu'il s'agit de le nier, et par le lien avec une autre notion, la division euclidienne. Le problème relève en effet des classiques « problèmes de partage » en CM (Vergnaud, 1986, Brun, 1990, Houdement, 1999). Toutefois, on peut y voir un certain nombre d'éléments non usuels qui complexifient l'activité des élèves : d'une part, il nécessite pour répondre une interprétation du reste (non nul) ; et encore, seulement dans le cas où le problème est interprété comme une problématique mathématique et non pas comme une problématique de la réalité (Perrin-Glorian, 1993, Chesnais & Coulange, 2022) qui pourrait induire une réponse du type « oui, elle peut donner 3 bonbons à chacun et il restera 1 bonbon ». D'autre part, il nécessite une réponse qui n'est pas numérique mais « oui » ou « non » : cela semble être vu par la ressource comme plus facile pour les élèves, ou pour la gestion de l'enseignant qui peut statuer très vite sur le fait que la réponse est la bonne ou non. Mais cela nous semble au contraire porteur de complexité, car en rupture avec le contrat didactique usuel de la résolution de problèmes numériques.

Un certain nombre d'éléments concourent à laisser penser que la logique des auteurs (que Mme CM2S reprend à son compte, probablement largement à son insu) suppose que le problème doit être résolu par les élèves en appliquant « directement » le critère, sans passer par la division. Or cela suppose deux choses : la première possibilité serait que les élèves aient construit la connaissance que le reste de la division d'un nombre par un autre est nul si et seulement si le premier est multiple du (divisible par) le second ; or cette connaissance ne fait pas partie de ce qui est travaillé dans la séquence puisque le lien entre critères de divisibilité et division n'est pas fait¹³ : les critères de divisibilité sont en réalité présentés comme « critères de multiplicité¹⁴ », en lien avec la notion de multiple et les tables de multiplication. La résolution du problème nécessite alors une conceptualisation du lien entre multiplication et division qui ne nous semble pas avoir été construit au préalable.

Une autre possibilité serait de reconnaître ce problème comme étant multiplicatif et de l'interpréter comme « multiplication à trou » dont on se demande si elle a une solution (et non pas dont on cherche le nombre solution). Or cela nous semble à nouveau en rupture avec le contrat didactique usuel et suppose, de fait, une conceptualisation avancée du rapport entre

faisons l'hypothèse que la formalisation par les auteurs dans un manuel renseigne sur la logique sous-jacente à la conception du diaporama.

¹³ la division est notamment traitée plus tard dans l'année, y compris avec un temps de travail en amont sur « combien de fois un nombre est contenu dans un autre », mais cette fois sans faire le lien avec la multiplication, au-delà de la remarque « il faut connaître ses tables de multiplication par cœur » ajoutée à la fin de la leçon

¹⁴ Nous espérons que le lecteur nous permettra ce néologisme mathématique qui nous semble permettre d'éclairer le propos.

multiplication et division puisque le problème est présenté comme un problème de partage, associé de fait à la division à ce niveau scolaire.

Quoiqu'il en soit, ce type de problème n'est pas une application directe du critère de divisibilité par cinq et ne peut donc relever du calcul mental que si le raisonnement sous-jacent a été suffisamment travaillé pour être automatisé. Or comme on l'a mentionné, la division n'a pas encore été traitée dans l'année. On pourrait par ailleurs penser que ces raisonnements ont été travaillés dans le début de la séquence, puisque les élèves y ont rencontré d'autres problèmes « du même type ». Mais notons que le diviseur, dans les trois autres problèmes de la séquence, est toujours 2 : la question peut alors être ramenée à celle des doubles, qui peut être vu plutôt comme additif que multiplicatif, ce qui nous semble potentiellement assez différent de ce qu'il faut mobiliser pour le problème 3. Il n'est pas du tout certain que les élèves aient alors éprouvé la nécessité du lien avec la division.

L'ensemble du processus de mathématisation du problème (Yvain, 2025) semble tout à fait transparent dans la ressource.

Il nous semble en revanche que l'élève peut produire la bonne réponse par effet de contrat didactique au vu de la construction de la séance (et du fait que les deux séances précédentes et même toutes les séquences de l'année sont construites de la même façon) : s'il a compris que le problème de fin de séance n'est que l'occasion de l'application de ce qui a été fait avant, il peut repérer les deux nombres du problème (ici 16 et 5) et se demander si 16 est multiple de 5. En dehors de cela, seul un élève qui aura construit par ailleurs le lien entre multiplication et division, ainsi que l'interprétation du reste de la division euclidienne comme étant lié au fait qu'un nombre est multiple d'un autre pourra répondre à la question.

Analyse des déroulements

L'ensemble de la séance dure 30 minutes¹⁵.

Déroulement de l'épisode de réalisation de l'exercice 1

Le déroulement de l'exercice prend en tout 6 minutes 41. Il est composé de 9 phases, reproduisant trois fois le même schéma : l'enseignante donne la consigne (environ 30 secondes), les élèves écrivent sur leur ardoise (environ 1 minute) et l'enseignante interroge un élève qui rend compte de ses réponses, puis elle fait compléter par d'autres élèves qui pourraient en dire plus (env. 50 secondes).

Lors du passage de la consigne, l'enseignante donne la consigne à l'oral et écrit en même temps le nombre de départ en chiffres au tableau. Elle circule ensuite pendant le travail individuel des élèves.

Les quelques traces d'activité d'élèves visibles dans l'épisode lors des phases de travail sur l'ardoise semblent confirmer que les élèves opèrent plutôt sur les écritures chiffrées, en remplaçant les chiffres par les précédents dans la file numérique. On peut ainsi observer dans la vidéo au moins deux élèves qui, pour les deux premières tâches, recopient le nombre précédent, effacent le chiffre des centaines et le remplacent par le chiffre précédent dans la file numérique. Le moment des transitions nécessite un peu plus de temps pour les élèves et est manifestement source d'hésitations : ainsi l'une des élèves écrit-elle, à la suite de 3050, d'abord un 2, puis un chiffre des centaines que l'on ne voit pas, l'efface, écrit 8, l'efface à nouveau et écrit enfin 2950. Pour un autre élève, on peut voir sur son ardoise qu'il a écrit 2950 directement après 3050.

Dans la troisième tâche, on observe clairement certains élèves détacher l'écriture du nombre de milliers du reste du nombre, les traitant manifestement séparément. La seule observation d'un élève dans la vidéo pour le passage de la dizaine de milliers évoque également le fait qu'il opère

¹⁵ Cela peut sembler long. On peut penser que l'enseignante a voulu montrer plusieurs types de travaux qu'elle mène habituellement dans des séances séparées, pour l'occasion du recueil de vidéo.

principalement même sur le chiffre des unités de milliers puisqu'après avoir écrit 20753, l'élève commence par écrire un 2 avant de l'effacer et de le remplacer par un 1, puis écrire 19753.

Ces interprétations des traces d'activité des élèves, si elles sont très partielles, sont par ailleurs tout à fait cohérentes avec le peu de verbalisations de procédures dont on dispose : aucune verbalisation n'est faite au moment de la restitution des résultats, ni par les élèves, ni par l'enseignante (de fait, à la seule erreur qui est faite par une des élèves interrogée, l'enseignante demande seulement de répéter le nombre annoncé, qui est cette fois énoncé correctement et ne fait alors l'objet d'aucun commentaire supplémentaire). Toutefois, l'enseignante intervient deux fois à voix haute à propos des procédures : en passant dans les rangs lors de la tâche 1, elle indique à un élève « tu retires à chaque fois sur la centaine » ; et après avoir donné la consigne pour la tâche 3, probablement pour répondre à la réaction de surprise exprimée par certains élèves d'avoir un nombre à cinq chiffres, elle indique « on change la consigne, on retire mille, donc on agit sur le nombre des unités de mille jusqu'à ce qu'on ne puisse plus et après il faut aller emprunter ».

Ces deux formulations pourraient à première vue s'interpréter comme se référant indifféremment aux opérations à réaliser dans le registre verbal ou dans le registre des écritures chiffrées. Toutefois, il nous semble qu'elles sont à entendre comme se référant aux écritures chiffrées (ce qui est par ailleurs cohérent avec le fait que l'enseignante écrit le nombre de départ en chiffres au tableau et demande aux élèves de le recopier) : la mention de « la centaine », tout comme la référence à « agir sur le nombre des unités de mille » renvoient probablement, conformément à ce que Chambris, Tempier et Allard (2017) ont identifié par ailleurs de similaire, au rang dans l'écriture chiffrée et non pas au sens plein de l'unité de numération. Par ailleurs, la référence au « nombre des unités de mille », et non pas au nombre de milliers, ainsi que le fait d'« emprunter », pour la tâche 3, évoquent la technique posée de la soustraction et une procédure automatisée qui n'est pas nécessairement explicitement et consciemment associée au fait qu'une dizaine de milliers représente dix unités de mille, mais plutôt vue comme une procédure qui agit sur les chiffres : quand on change 0 en 9, on diminue d'1 le chiffre immédiatement à gauche.

Tous ces éléments concourent à induire que ces tâches, affichées comme relevant du calcul mental et présentant un potentiel didactique intéressant pour travailler les propriétés des nombres en appui sur les unités de numération, soient probablement traitées par une majorité d'élèves comme des tâches de traitement d'écritures chiffrées avec un appui manifestement très distendu sur des raisonnements en termes d'unités de numération. Les interventions de l'enseignante nous laissent penser que cela se produit à son insu : pour elle, il s'agit précisément de travailler sur les unités de numération et de faire du calcul mental, en ne se servant de l'écrit que pour donner la consigne et écrire les résultats, comme l'y invitent les textes officiels et le soutiennent les travaux de didactique des mathématiques (cf. partie sur le relief, supra). On peut même supposer, compte tenu de ses propres formulations, que les discours qui permettraient de rendre compte des raisonnements sur les unités de numération ne sont peut-être pas disponibles. Ils n'ont en tous les cas manifestement pas été beaucoup travaillés en tant qu'objets, ce qui explique le degré peu avancé de secondarisation des discours, alors même que les tâches sont élémentaires pour le niveau CM2 et qu'elles ont déjà été travaillées auparavant.

Nous notons par ailleurs que, même sur les deux premières tâches, certains élèves sont peu assurés, voire se trompent.

Déroulement du rappel de cours

Le rappel de cours est fait à partir d'exemples et dure un peu moins de 3 minutes. Mme CM2S écrit un nombre (pair) au tableau et demande comment on sait qu'il est multiple de 2 ; puis de façon similaire, sur un autre exemple, multiple de 5. Les échanges (cf. citation ci-dessous) montrent que les élèves remobilisent le contenu de la leçon en faisant le lien avec les tables de multiplication, mais ce qui est mis en avant essentiellement par l'enseignante est « l'astuce »

liée à la nature du chiffre des unités. On peut par ailleurs noter que, s'il est d'abord mentionné en référence au « chiffre des unités » par les élèves, puis repris par l'enseignante, il est finalement formulé par l'enseignante, en guise de bilan, uniquement en référence au chiffre par lequel « se termine » le nombre, ce qui correspond à un discours très peu secondarisé concernant le chiffre des unités.

09 : 25 : Stéphanie : Comme son... comme son chiffre des unités se termine par 6 et que si c'est un nombre pair et quand il y a un nombre pair dans .. heu.. la table de multiplication de 2 c'est un nombre ...

09 : 39 : Mme CM2S : c'est une mul...

09 : 40 : Stéphanie : c'est un multiple de 2.

09 : 42 : Mme CM2S : un multiple de 2. Alors effectivement il faudra regarder le chiffre des unités du nombre qui est proposé.

D'accord. Et comme on connaît nos chiffres pairs qui sont ?

09 : 53 : Réponse collégiale : 2, 4

09 : 53 : Mme CM2S : 0

09 : 53 : Réponse collégiale : 0, 2, 4, 6, 8.

09 : 58 : Mme CM2S : 8 d'accord, on les connaît bien maintenant on sait que si le nombre se termine par un chiffre pair, il est multiple de 2.

Notons par ailleurs que l'enseignante insiste, en fin d'épisode, sur le fait qu'un nombre peut être multiple à la fois de 2 et de 5.

Déroulement de l'épisode de réalisation de l'exercice 3

Rappelons que les élèves ont déjà répondu à la même question (savoir si les nombres proposés sont ou non multiples de 2 et/ou de 5) pour une autre série de nombres, dans l'exercice 2. Le déroulement se passe au rythme du diaporama sonorisé (15 secondes par nombre). Les élèves ne semblent pas rencontrer de difficulté, au vu des traces d'activité dont nous disposons. La « correction » consiste uniquement à donner les réponses. Aucun commentaire supplémentaire n'est apporté.

Déroulement de l'épisode de réalisation de l'exercice 4

Le problème est projeté, oralisé deux fois d'affilée par le diaporama sonorisé et on rappelle que 30 secondes sont allouées à la production de la réponse, « oui » ou « non » étant la seule trace écrite a priori attendue sur l'ardoise.

L'enseignante se lève une fois l'énoncé projeté et oralisé pour observer ce que les élèves écrivent sur leur ardoise. Au bout d'environ 15 secondes (soit la moitié du temps alloué), elle prend la parole, probablement parce que les élèves n'ont rien écrit.

Nous avons reproduit ci-dessous l'extrait de la transcription qui correspond au début de l'échange qu'elle engage alors en collectif.

26 : 16 : Mme CM2S : Dans ce problème-là, les enfants, il faut s'interroger sur le seize. Qu'est-ce qu'il faut se demander ? Oui ?

26 : 24 : E1 : s'il est multiple de deux ou s'il est multiple de cinq

26 : 28 : CM2S : Est-ce que l'on va se demander s'il est multiple de deux par rapport à l'énoncé du problème ?

E2 : Non ! il faut regarder le chiffre des unités.

26 : 34 CM2S : Est-ce que l'on va se demander s'il est multiple de deux par rapport à l'énoncé du problème ?

26 : 39 : Es collégiale : Non !!!

26 : 40 : CM2S : Non on va se demander si il est multiple de ?

26 : 42 : Un E : 5

26 : 43 : CM2S : De cinq, puisqu'on nous dit que Nurçin distribue ses seize bonbons à ses **cinq** [en insistant et en montrant le nombre cinq sur la projection] amies.

26 : 49 : CM2S : Donc là on s'interroge sur le fait de savoir si seize est multiple de cinq ou pas ?

La réponse du premier élève semble confirmer notre hypothèse que les élèves peuvent, au mieux, répondre par effet de contrat, car il répond « s'il est multiple de 2 ou de 5 », c'est-à-dire en calquant la demande sur celle des exercices 2 et 3 qui viennent d'être réalisés.

La modélisation du problème reste tout à fait implicite, l'enseignante évacuant la question de la divisibilité par deux en référence à « l'énoncé du problème », ce qui peut, là encore, être interprété par contrat : on ne va pas se poser cette question car il n'y a pas de « 2 » dans l'énoncé, sans pour autant interroger le sens de la situation décrite.

CM2S : Il sera équitable ou pas ?

27 : 07 : Es : Non

27 : 08 : CM2S : Pourquoi ? [...] Carollane ?

27 : 10 : Carollane : parce que six c'est pas un multiple de la table de cinq

27 : 18 : CM2S : seize n'est pas ?

Carollane : seize n'est pas un multiple de la table de cinq parce que dans les multiples de cinq c'est soit cinq ou zéro et pas six, y'a pas six.

27 : 32 : CM2S : il n'y a pas six effectivement mais donc du coup, on ne peut pas partager seize bonbons entre cinq amis et en donner la même quantité aux cinq. D'accord. Si on avait quinze bonbons, est-ce que ça aurait été possible ?

27 : 42 : Es : oui

27 : 43 : CM2S : Combien de bonbons on aurait donné à chacun des enfants ?

27 : 46 : Thomas : trois

27 : 47 : CM2S : trois bonbons. Très bien. Ok

La dernière partie de l'échange porte sur le lien entre le fait que seize n'est pas multiple de cinq et le fait que le partage n'est pas équitable. La première intervention d'élève révèle à nouveau un effet de contrat : la « justification » donnée porte sur le fait que seize n'est pas multiple de cinq et non pas sur le lien avec le problème. Aucune explication supplémentaire n'est donnée et la modélisation du problème n'est qu'effleurée, par une simple reformulation du fait que le partage n'est pas équitable en « on ne peut pas [...] en donner la même quantité aux cinq ». L'enseignante pressentant probablement que des éléments supplémentaires sont nécessaires propose alors un cas dans lequel cela aurait été possible (15 bonbons) et l'échange se clôt sur une réponse (numérique) correcte, donnée par le « meilleur » élève de la classe¹⁶, validée par l'enseignante sans que l'on sache comment elle a été obtenue.

Aucun des savoirs en jeu dans la situation (lien entre critères de divisibilité, notion de multiple, division euclidienne et interprétation du reste) n'a été mentionné. Tant le processus de modélisation du problème que les savoirs à mobiliser restent tout à fait invisibles dans l'épisode. Les critères de multiplicité sont par ailleurs ici de nouveau rapportés à l'astuce qui concerne les chiffres, sans revenir aux propriétés des nombres.

¹⁶ Il s'agit de l'élève qui a toujours trouvé plus de nombres que les autres dans l'exercice 1.

Analyse des pratiques de Mme CM1P

Présentation succincte de la séance

Trois exercices sont proposés durant la séance. L'exercice 1 est annoncé comme un « jeu du furet » dans lequel il s'agit de « reculer de cent en cent à partir de sept mille neuf cent quatre-vingt-quinze / 7995 ». Chaque élève doit prononcer oralement une réponse, dans un ordre prédéfini. Le déroulement et l'entretien confirment qu'il s'agit d'une modalité de travail et une formulation de la consigne (« reculer de ... en ... à partir de ... ») à laquelle les élèves sont habitués. L'enseignante a même organisé une progression sur l'année, d'abord de 10 en 10 puis de 100 en 100, enfin de 1000 en 1000, en avançant ou en reculant. Dans la séance présente, il s'agit de reculer de 100 à partir d'un nombre à quatre chiffres (7995).

Le déroulement montre par ailleurs que, comme chez Mme CM2S, l'enjeu est bien un travail sur les connaissances de numération et non sur les techniques de calcul soustractif, même si le terme « reculer » peut-être sujet à différentes interprétations.

Le deuxième exercice, présenté par l'enseignante comme du « calcul automatisé » ou « calcul flash » consiste à additionner deux nombres entiers de milliers, chacun étant inférieur à 10. Dix secondes sont laissées aux élèves pour répondre par écrit sur une ardoise, qui est ensuite levée, selon le procédé La Martinière. La séance correspond à un entraînement à l'application de procédures dont on vise l'automatisation et qui ont déjà été travaillées auparavant. Les calculs proposés sont les suivants : $7000 + 6000$, $8000 + 3000$, $4000 + 6000$, $2000 + 9000$, $4000 + 7000$, $6000 + 6000$, $8000 + 9000$, et $7000 + 7000$.

Le troisième exercice correspond à l'addition d'un nombre à un chiffre à un nombre à quatre chiffres. Le calcul doit être effectué très rapidement (15 secondes) et la réponse doit être produite à l'écrit en écriture chiffrée. Les calculs proposés sont les suivants : $4353 + 6$; $1086 + 8$; $5932 + 4$; $3073 + 5$; $2374 + 9$; $1451 + 3$; $8562 + 9$; $1035 + 7$. L'exercice est présenté comme une évaluation (sommativité).

La séance dure en tout environ 30 minutes¹⁷.

Mme CM1P a confirmé dans l'entretien le fait que la structuration en trois parties de la séance constitue une habitude. Elle dit en effet proposer systématiquement d'abord un « rituel comme le jeu du furet », puis une phase de « calcul automatisé », enfin une phase d'« enseignement des procédures visées par les programmes ». Le rituel est présenté comme étant nécessairement un « jeu, qui permet de dédramatiser le calcul mental », mais aussi de « revoir les calculs automatisés pour ensuite les réinvestir en calcul mental » et, en l'occurrence, de « s'approprier la suite des nombres » et d'« appliquer des règles ».

Analyse a priori de l'exercice 1

L'exercice est a priori le même que chez Mme CM2S car il correspond à la même tâche mathématique. Cependant, les comparer fait apparaître des points communs dans les tâches effectivement proposées aux élèves, mais aussi quelques différences qui méritent d'être interrogées car elles sont susceptibles d'avoir un effet sur les activités développées par les élèves : tout d'abord, la formulation de la consigne qui propose ici de « reculer de cent en cent »¹⁸, qui éloigne encore davantage de l'idée de calcul soustractif et évoque une appréhension de la tâche par l'aspect ordinal, en appui sur la comptine par exemple ou sur l'idée d'un déplacement sur une ligne graduée. Un élément commun aux deux mises en œuvre est de proposer le nombre en écriture chiffrée au tableau au départ, mais, si l'écrit est présent dans les

¹⁷ On peut penser que, comme Mme CM2S, la séance a été pensée en vue de la captation pour montrer un maximum de choses.

¹⁸ Elle était de « retirer » ou « enlever » chez Mme CM2S, qui renvoie davantage à l'aspect cardinal ou quantitatif des nombres, quand « reculer » renvoie davantage à l'aspect ordinal et peut renvoyer à un déplacement sur une ligne graduée : on retrouve ces deux types de formulations dans les corpus de Batton et al. (à paraître), qui en font une interprétation similaire.

deux séances, les rôles respectifs de l'écrit et de l'oral sont différents dans les deux séances pour la suite : dans la classe de Mme CM2P, les élèves doivent écrire plusieurs résultats successifs, qui ne sont ensuite verbalisés et oralisés que par un élève ; dans la classe de Mme CM1P, les élèves doivent dire chacun un seul nombre, à l'oral, mais les résultats sont affichés par l'enseignante au tableau au fur et à mesure.

Comme chez Mme CM2S, l'usage de l'écrit modifie sensiblement les activités possibles pour les élèves : le fait que les résultats soient affichés en écriture chiffrée fait que la mobilisation de la procédure relevant uniquement du registre verbal est peu rentable et peu probable, puisqu'il est possible de raisonner sur l'écriture chiffrée, a minima mais de façon très efficace, avec la procédure de troncature. On peut même craindre que cela puisse faciliter le recours à la soustraction posée dans la tête (Butlen et Pézard, 1992) ; notons qu'il reste toutefois aux élèves, contrairement à la classe de Mme CM2S, à convertir ensuite l'écriture chiffrée dans le registre verbal, mais pour un seul nombre.

L'usage de l'écrit pour présenter le nombre initial et les résultats intermédiaires induit de fait la possibilité d'importer des procédures qui relèvent de l'écrit dans cette tâche de calcul mental et ainsi d'éloigner le travail fait par les élèves des visées du calcul mental telles qu'identifiées dans le relief.

Analyse a priori de l'exercice 2

Les procédures peuvent être là encore de deux types et ce, d'autant plus que, de nouveau, l'opération à réaliser est non seulement annoncée à l'oral, mais aussi projetée au tableau en écriture chiffrée, et que les élèves doivent produire la réponse sur leur ardoise, en écriture chiffrée.

Le premier type, a priori visé dans une telle tâche en calcul mental, correspondrait à une mobilisation du registre verbal et de connaissances sur la numération verbale et/ou de connaissances sur la numération en unités (Tempier et Chambris, 2017), en ajoutant des connaissances sur l'addition de nombres à un chiffre (dont il est raisonnable de supposer qu'elles correspondent à des faits numériques mémorisés). Additionner sept mille et six mille revient à additionner sept et six qui font treize, puis à accoler le mot « mille ». Dans la version la plus élaborée, cette procédure est reliée à un raisonnement mobilisant la numération en unités : penser sept mille et six mille comme sept milliers et six milliers (le millier étant vu comme unité de numération) puis en déduire qu'il s'agit de treize milliers du fait que la somme de sept et six vaut treize, donc obtenir le nombre « treize mille » en mobilisant le fait que treize milliers se dit « treize mille » dans le registre verbal. La dernière étape pour produire le résultat dans le registre des écritures chiffrées nécessite de convertir « treize mille » en « 13000 » en mobilisant des connaissances élémentaires de la numération chiffrée puisqu'on peut juxtaposer 13 et les trois 0 correspondant à la transcription écrite de « mille ».

Le second type suppose d'opérer sur les écritures chiffrées et de mobiliser des connaissances de la numération chiffrée, s'appuyant plus ou moins sur des connaissances de la numération en unités et la propriété de la troncature, éventuellement appliquée de façon très « mécanique »¹⁹(Chambris, Tempier et Allard, 2017) : les élèves agissent alors strictement sur les écritures $6000 + 7000$ en additionnant 6 et 7 puis rajoutant les trois 0 à droite du 13. (Ce qui correspond à l'algorithme de l'addition posée). Interpréter ces opérations sur les écritures comme opérations sur les unités de numération suppose une mobilisation d'un discours en langage verbal et donc des conversions du registre des écritures chiffrées à celui du langage verbal, cette conversion se faisant mentalement.

¹⁹ Il y est dit qu'une utilisation « automatique », qui s'applique très bien ici parce qu'il s'agit d'un nombre entier de milliers dont le résultat ne dépasse pas 100 milliers), n'aide pas à comprendre la numération. On peut donc en déduire qu'elle ne traduit pas non plus une compréhension de la numération.

Les modalités (donner le nombre de départ à l'écrit et demander aux élèves d'écrire le résultat, qui ne sera verbalisé que par l'élève qui donnera sa réponse) induisent un travail davantage sur les écritures que dans le registre verbal (même si, en se passant dans la tête puisque les élèves ne peuvent écrire que le résultat sur l'ardoise), il peut être accompagné de verbalisations en langage intérieur.

Analyse a priori de l'exercice 3

Plusieurs des calculs ne nécessitent pas de passage à la dizaine supérieure et correspondent donc à des procédures très élémentaires sur lesquelles nous ne nous attarderons pas au-delà de noter qu'elles peuvent s'appuyer sur le registre chiffré et notamment l'algorithme de l'addition posée, ou bien s'appuyer sur des propriétés des nombres. Les deuxième, cinquième, septième et huitième calculs nécessitent un passage à la dizaine supérieure. Là encore, on peut distinguer d'une part des procédures qui s'appuient sur le langage verbal et le calcul d'additions de nombres à 1 chiffre à des nombres inférieurs à 100, d'autre part des procédures qui s'appuieraient sur les écritures chiffrées. Le calcul étant, en plus d'être annoncé à l'oral, présenté à l'écrit au tableau, et le résultat devant être produit à l'écrit, la procédure opérant sur les écritures chiffrées est plus économique mais il est probable, au vu du type de calcul (qui correspond en fait à du calcul sous cent), que les élèves articulent le chiffré et le verbal.

La tâche est manifestement pensée comme évaluation sommative ce jour-là, les élèves étant supposés maîtriser les procédures.

Analyse du déroulement

Déroulement de l'épisode de réalisation de l'exercice 1 : le jeu du furet

Les 24 élèves énoncent les nombres à tour de rôle de 7995 à 5695. Cette phase dure environ 2 minutes. A chaque réponse, l'enseignante affiche le nombre énoncé, en écriture chiffrée, au tableau, sous le précédent. (cf. fig 1).



Figure 2. Elèves debout pendant le jeu du furet et affichage au tableau.

Les élèves énoncent les résultats de façon fluide, à l'exception des passages de milliers (de 7095 à 6995 et de 6095 à 5995) pour lesquels chacun des deux élèves commence par dire sept-mille (respectivement six mille) avant de se reprendre et d'annoncer le bon résultat.

Mme CM1P propose à la fin de revenir sur cette difficulté dans un échange collectif.

Mme CM1P : « Ces deux nombres là [elle encadre en rouge 6995 et 5995], ils ont pris un petit peu plus de temps. Pourquoi ? Lily-Rose ?

LR : parce que on retirait un millier.

Mme CM1P : Parce que ?

LR : on retirait un millier.

Mme CM1P : Oui, on retire un millier, pourquoi ? Alors que c'est une centaine, qu'on devait enlever normalement, mais pourquoi à la fin, on enlève un millier ? Matéo ?»

Matéo : parce qu'il n'y a plus de centaine.

Les formulations des élèves mobilisent les mots évoquant les unités de numération (« millier », « centaine »), mais avec des éléments de discours très limités, sans que les procédures soient très explicitement formulées. L'enseignante pointe d'ailleurs un élément qui lui apparaît comme une confusion entre le retrait d'un millier et d'une centaine. Mais on peut interpréter l'intervention de l'élève E1 comme signifiant qu'il n'y a plus 7 milliers mais 6 milliers via le raisonnement sur les unités de numération isolées : on ne pouvait plus se contenter de retirer 1 centaine, il fallait aussi retirer un millier (et ajouter 9 centaines) ; cette hypothèse est en outre étayée par le fait qu'il utilise « retirer » et par l'intervention de Matéo qui semble aller dans le même sens (« parce qu'il n'y a plus de centaine »). L'utilisation des mots milliers et centaines pourrait évoquer des raisonnements en appui sur les unités de numération. Cependant, ces discours ne permettent pas de trancher si les élèves raisonnent dans le registre verbal (renvoyant possiblement soit au fait que dans « sept mille quatre-vingt-quinze », il n'y a plus de centaine car on ne prononce pas le mot « cent »), ou en appui sur l'écriture chiffrée (il y a un '0' au rang des centaines). Ils semblent par ailleurs focalisés sur les unités de numération isolées, indépendamment de propriétés plus globales des nombres.

L'enseignante saisit ensuite la réponse de l'élève pour amener l'échange sur « le nombre de centaines » en focalisant sur les écritures chiffrées présentes au tableau.

Mme CM1P : « Alors il y a plus de centaines, oui, il y en a toujours, mais ici, on était à combien de centaines ? Ici ? [elle entoure en rouge 70 dans 7095]

E : Soixante-dix

Mme CM1P : On était à Soixante-dix centaines d'accord. Et après ? Puisqu'on est ici à zéro centaine isolée d'accord, on est obligé d'enlever d'accord une centaine de plus. Ce qui revient à enlever soixante-neuf centaines au total [elle entoure en rouge 69 dans 6995]. D'accord. Donc effectivement, on est obligé d'enlever un millier [elle fait une flèche en rouge de 70 vers 69].

L'enseignante tente donc de s'appuyer sur les propositions des élèves et tente de les corriger mathématiquement en indiquant « il y en a toujours [des centaines] » mais « on est ici à zéro centaine isolée » pour prendre en charge une confusion fréquente chez les élèves entre chiffre des centaines et nombres de centaines. Toutefois, son discours articule justement ainsi un raisonnement sur les chiffres et sur le nombre de centaines lorsqu'elle s'appuie sur une procédure qui est tout à fait propre aux écritures chiffrées (la troncature). L'identification des 70 centaines a de fait été probablement très peu réalisée par les élèves, puisque la procédure la plus économique est de raisonner sur les chiffres et non pas sur le nombre de centaines (l'identification des 70 centaines est encore moins probable dans le registre verbal). On peut ainsi voir dans l'intervention de l'enseignante un effet jourdain si on admet que les élèves ont pu raisonner sur les chiffres et non pas sur le nombre de centaines. Et ce, d'autant plus que ce raisonnement ne correspond ni à la manière dont les élèves ont manifestement raisonné, ni surtout un raisonnement cohérent au regard de notre analyse a priori, pour une tâche de calcul mental : en effet, le fait de considérer le nombre soixante-dix (ou son écriture chiffrée 70), n'est pertinent dans aucune des procédures probables et cohérentes avec les enjeux didactiques. Si la

mise en relation de manipulations d'écritures chiffrées avec des propriétés du système de numération en termes d'unités de numération est un élément essentiel de conceptualisation, on observe ici surtout un rabattement sur la procédure de troncature essentiellement dans le registre des écritures chiffrées et son application « mécanique » (Chambris, 2017) qui la coupe de fait de son lien avec les connaissances de la numération dans le registre verbal que les élèves ont probablement (et légitimement) mobilisées.

L'enseignante clôture ensuite la discussion par un bilan général sur ce qui a été obtenu, en appui sur l'écriture au tableau de l'ensemble des nombres obtenus (cf. figure 2).

Alors, regardez à chaque fois, mon nombre de centaines [elle souligne en rouge les deux premiers chiffres de chaque nombre], qu'est-ce qu'il fait ? Qu'est-ce qui se passe ? Cameron ?

The image shows a whiteboard with a grid of numbers. The numbers are arranged in three columns. The first column contains numbers from 7995 down to 7195 in increments of 100. The second column contains numbers from 7095 down to 6295 in increments of 100. The third column contains numbers from 6195 down to 5695 in increments of 100. In the first column, the first two digits of each number (representing hundreds) are underlined in red. In the second and third columns, the entire number is enclosed in a red box. The numbers in the second column are 7095, 6995, 6895, 6795, 6695, 6595, 6495, 6395, and 6295. The numbers in the third column are 6195, 6095, 5995, 5895, 5795, and 5695.

<u>7 995</u>	<u>7 095</u>	6 195
<u>7 895</u>	<u>6 995</u>	6 095
<u>7 795</u>	6 895	<u>5 995</u>
<u>7 695</u>	6 795	5 895
<u>7 595</u>	6 695	5 795
<u>7 495</u>	6 595	5 695
<u>7 395</u>	6 495	
<u>7 295</u>	6 395	
<u>7 195</u>	6 295	

Figure 3. Projection au tableau avec nombres de centaines soulignées et nombres au passage de milliers encadrés.

00:09:33: E : Il baisse.

00:09:35: Mme CM1P : Il baisse de ?

00:09:37: E : cent, il recule de cent.

00:09:38: Mme CM1P : C'est-à-dire ? Ça revient à dire ?

00:09:42: E : Une centaine.

00:09:46: Mme CM1P : Une centaine à chaque fois. Et que font les unités ?

00:09:48: E(s) : Elles restent comme ça

P elles restent intactes.

00:09:51: Mme CM1P : Et que font les dizaines ? Taelin ?

00:09:53: E : Elles restent comme ça.

Mme CM1P : Elles restent comme ça aussi, elles restent intactes.

La discussion est ici explicitement focalisée sur les écritures, avec un pointage par l'enseignante du nombre de centaines dans l'écriture chiffrée, mais pour autant l'élève interrogé répond de nouveau plutôt en référence au nombre, qui diminue « de cent », même s'il le reformule en « une centaine » à la demande de l'enseignante, mais sans pour autant parvenir à dire que le nombre de centaine diminue de « un ».

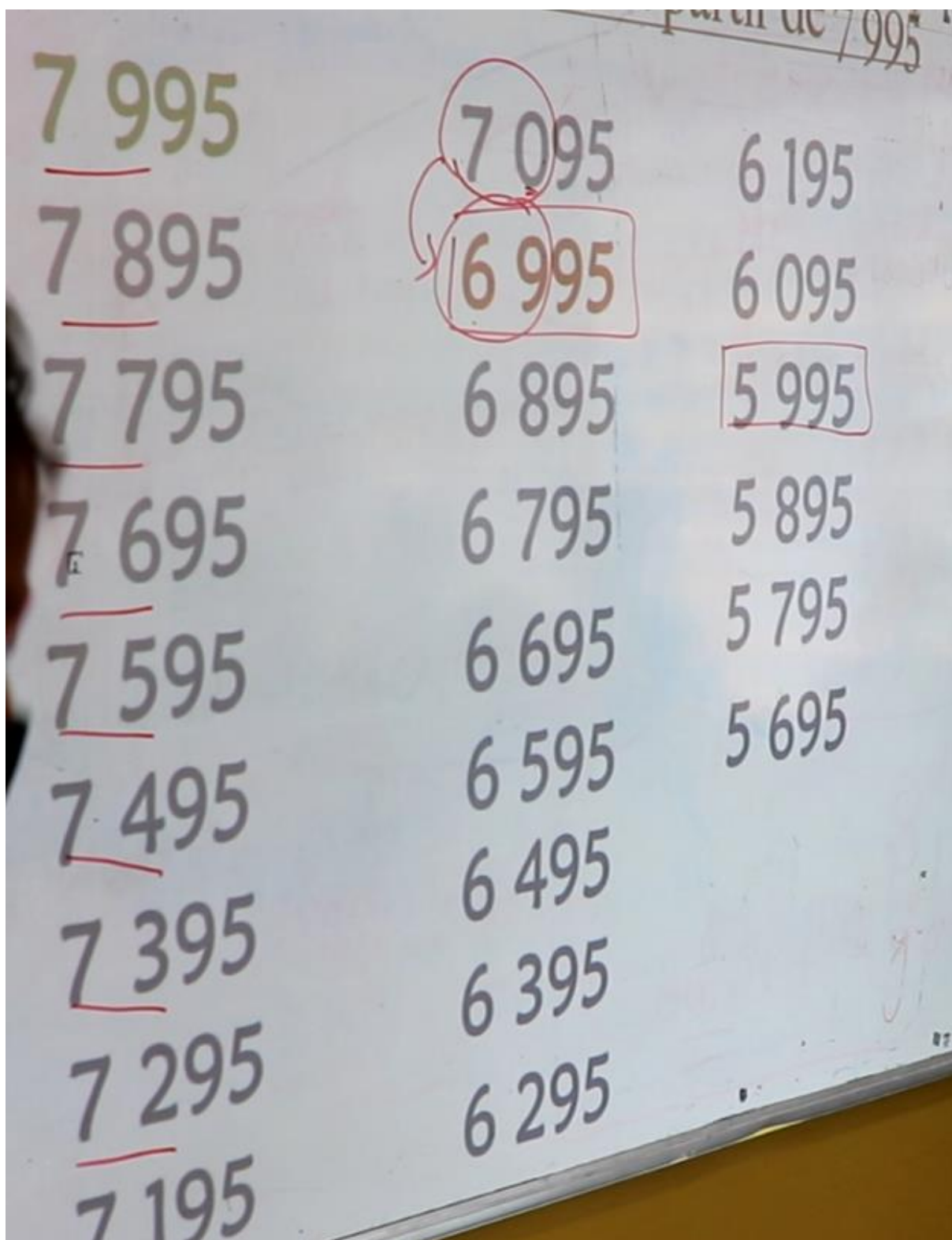


Figure 4 : Zoom sur la projection au tableau de la liste des écritures chiffrées

On peut douter ici que les verbalisations permettent aux élèves de clarifier les différences entre les procédures et les connaissances sur lesquelles elles s'appuient et donc, a fortiori, de travailler le lien entre ces différentes procédures et connaissances. Par ailleurs, c'est l'introduction des écritures chiffrées au tableau qui multiplie les procédures possibles et rend même plus économique la procédure de manipulation des écritures chiffrées, moins favorable a priori à la mobilisation des connaissances sur les unités de numération, donc moins cohérente avec les objectifs du calcul mental.

Déroulement de l'épisode de réalisation de l'exercice 2

Les calculs sont projetés au tableau, puis énoncés oralement par la professeure. Les élèves ont dix secondes pour écrire sur leur ardoise leur réponse, puis, à la demande de la professeure, la lever afin de la rendre visible pour l'enseignante. La bonne réponse est projetée au tableau après chaque calcul.

Sur le premier calcul ($6000 + 7000$), si la plupart des élèves produisent sans difficulté la bonne réponse, on note 3 productions, dans le champ de la caméra, sur la quinzaine d'ardoises visibles qui sont différentes : 1300, 1500 et 1 3000 (l'élève a très clairement mis un écart entre le 1 et le reste). Alors même que E1 lève la main en même temps que son ardoise, l'enseignante parcourt les réponses des élèves puis lui donne la parole en demandant « alors la stratégie ? »

00 : 01 : 20 : E1 : Donc euh Je dis déjà, euh, six euh, sept et six je trouve ça fait treize

00 : 01 : 28 : Oui

00 : 01 : 29 : E1 : Mais comme à six cents et sept cents, quand on ajoute six cents et sept cents hé ben quand on va devoir passer dans un millier donc ça fait que on va rajouter un autre chiffre au millier [aux milliers]²⁰, on va rajouter un zéro, euh un zéro.

00 : 01 : 59 : Mme CM1P [à E2] : mmhmm [elle acquiesce]. Alors et toi, qu'est-ce que tu as marqué ? [E2 montre son ardoise]

00 : 02 : 02 : Mme CM1P : Tu n'as pas oublié quelque chose ?

00 : 02 : 04 : E2 : un zéro.

00 : 02 : 05 : Mme CM1P : Voilà

00 : 02 : 07 : Mme CM1P : Alors, il faut faire attention. Donc je suis à sept mille plus six mille. Donc normalement qu'est-ce que je vais obtenir comme calcul ? Je vais obtenir un nombre à combien de chiffre ?

[Mme CM1P désigne E3 parmi ceux qui ont levé la main].

00 : 02 : 21 : E3 : cinq

00 : 02 : 22 : Mme CM1P : A cinq chiffres. Il ne faut pas oublier un des zéros. On est d'accord. On peut y voir une tentative de formulation de sa procédure par E1 : il ajoute 6 et 7 qui font 13 et ensuite, évoque ce qu'il se passe quand on ajoute 600 et 700 qui nécessite de « passer dans un millier » et donc « rajouter un autre chiffre aux milliers » qui fait référence au chiffre des milliers qui apparaît alors. On peut penser que « rajouter un zéro » fait référence au cas présent ($6000+7000$) par rapport au cas $600+700$. Cette explication nous permet par ailleurs de proposer une interprétation de l'erreur 1300 : les élèves ont calqué la procédure sur celle qu'ils utilisent pour $600+700$, mais ont en effet « oublié » de « rajouter un zéro » pour tenir compte du fait qu'il s'agit ici de milliers et non pas de centaines.

Cette formulation (qui est a priori le fait d'un des meilleurs élèves) montre qu'y compris les bons élèves opèrent plutôt sur les écritures chiffrées, mais en ne faisant que peu (voire pas) de lien avec les unités de numération.

La reprise de l'enseignante n'enrichit ni la procédure elle-même ni les formulations (les dizaines de milliers ne sont pas évoquées), mais vise uniquement à préciser que « il faut faire attention » et à identifier qu'il faut obtenir un nombre à cinq chiffres. Cela n'est pas étonnant si on le rapporte à ce que dit l'enseignante à propos de la tâche qui viserait essentiellement à travailler les tables d'addition, comme s'il n'y avait pas de savoirs spécifiques à ces « grands nombres » (supérieurs au millier) : on retrouve là un résultat de Chambris, Tempier et Allard

²⁰ L'oral ne permet pas de savoir si les mots sont au singulier ou au pluriel.

(2017). Mais on peut y ajouter un travail inexistant sur la verbalisation des procédures, alors même qu'il s'agit d'une tâche qui devrait être élémentaire en CM1.

Pour le deuxième calcul ($8000+3000$), on n'observe pas d'erreurs d'élèves dans le champ de la caméra et l'échange sur les procédures se limite aux lignes suivantes :

Mme CM1P : on peut se baser sur quelle procédure ?

00:00:00 : E : On peut faire la dizaine de milliers

00:00:16 : Mme CM1P : Oui, pour faire la dizaine de milliers, on peut passer par la dizaine de milliers et puis ensuite rajouter... ?

00:00:24 : E : Un millier.

Mme CM1P : un millier. ok.

Cette fois, le raisonnement semble mené en appui sur les unités de numération et dans le registre verbal par l'élève. L'enseignante reprend sans enrichir, la procédure restant formulée en « passer par la dizaine de milliers » sans plus de précision. Elle insiste là encore plus sur le fait qu'il faut ajouter un à la dizaine que le raisonnement sur les dizaines de milliers.

Pour les autres calculs, les traces d'activité d'élèves laissent penser que la plupart d'entre eux agissent sur les écritures chiffrées, comme cette élève qui n'efface même plus les trois zéros entre deux questions et ne remplace que les chiffres des milliers. Ils ne donnent pas lieu à d'autres échanges autour des réponses (qui sont très majoritairement juste) ou des procédures, à l'exception du dernier, $7000+7000$ qui donne lieu d'une part à la discussion d'une erreur (une élève a écrit 13000), d'autre part à un échange qui semble viser de faire un bilan sur les procédures, à partir de la question « on peut se baser sur quoi ? ». Les échanges portent uniquement sur les procédures permettant d'obtenir, de fait, le nombre de milliers, sans évoquer la référence aux milliers, tronquant de fait la procédure comme le montre la transcription de la fin de l'épisode :

Mme CM1P : On peut se baser sur quoi ?

00:03:39 : E : Sur le double de sept plus sept.

00:03:39 : Mme CM1P : Sur le double de sept plus sept, d'accord ? Liam a parlé de, du passage aux dizaines de milliers, ça c'est une procédure. La deuxième procédure sur laquelle on peut s'appuyer, ce sont ?

00:03:52 : E(s) : Sur les doubles.

00:03:56 : Mme CM1P : sur les doubles. Ou... ?

00:03:56 : E(s) : Ou les presque doubles.

00:03:57 : Mme CM1P : Ou les presque doubles ! Oui pour certains, certains calculs. Ou... ?

00:03:59 : E : Ou les, les tables de multiplications.

00:04:02 : Mme CM1P : De multiplication ? les tables ?

00:04:03 : E(s) : d'addition !

00:04:05 : Mme CM1P : Les tables d'addition, d'accord, les tables d'addition... sur la connaissance des tables d'addition.

On retrouve la transparence des enjeux spécifiques liés à l'addition de grands nombres, puisque les seules connaissances évoquées, qualifiées de procédures par l'enseignante, concernent les additions de deux nombres à un chiffre, et qui sont essentiellement ramenées à la mémorisation des tables d'addition.

Déroulement de l'épisode de réalisation de l'exercice 3

Cet exercice est présenté comme une évaluation de procédures que les élèves sont censés maîtriser. Un échange collectif permet, avant le travail des élèves de « rappeler des procédures pour ajouter un nombre à un chiffre ».

Les « procédures » évoquées ne sont pas plus formulées que pour l'exercice précédent et portent, de la même façon, uniquement sur l'opération à faire sur les deux derniers chiffres, comme si la procédure ici de troncature inversée était tout à fait transparente : « on pouvait s'aider des doubles », « on pouvait s'aider de la dizaine supérieure » ; les élèves proposent même que pour additionner 7, on additionne 10 puis on soustrait 3 (« tu fais dix plus dix moins trois ») ; une proposition d'élève « on se basait sur les unités » est par ailleurs reprise par l'enseignante et simplement reformulée en « on se base sur les unités, on calcule les unités ».

Les calculs sont projetés au tableau et restent 20 secondes puis disparaissent 5 secondes avant le prochain calcul. Mme CM1P verbalise 2 fois le calcul. Puis elle annonce que l'on « passe à la correction ». Les résultats sont énoncés par les élèves et l'enseignante demande à la classe s'ils sont d'accord. Quelques courts échanges collectifs ont lieu, notamment lorsqu'un élève répond 1092 pour $1086+8$. Notons qu'ils portent alors sur les propriétés des nombres (comme la décomposition de 8 en 4 plus 4, ou les compléments à 10).

L'épisode se termine par un temps où les élèves comptabilisent leurs bonnes réponses et l'enseignante les félicite pour leurs bons résultats.

Les connaissances spécifiques des grands nombres sont totalement invisibles et l'essentiel du travail est donc décalé par rapport aux enjeux du calcul mental au cycle trois, soit parce qu'il porte sur des enjeux qui relèvent du cycle 2 (les doubles sous vingt, le calcul sous cent, les compléments à dix), soit parce qu'il est rabattu sur les manipulations d'écritures chiffrées.

Les procédures sont discutées comme manipulation des écritures (« on rajoute un zéro ») mais en outre sans évoquer les raisonnements sur les unités de numération qui les sous-tendent. On y trouve presque plus de référence dans les discours des élèves que dans ceux des enseignantes. Même quand les mots unités de numération sont utilisés par les enseignantes, ils renvoient au chiffre du rang correspondant, à la place dans l'écriture chiffrée, plus qu'à une unité de numération (« on enlève sur la centaine »).

Synthèse de l'étude des pratiques des deux enseignantes

Compte tenu de la petitesse de l'échantillon, il est difficile de reconstituer des logiques d'action concernant les pratiques de ces deux enseignantes. Toutefois, le contexte de recueil nous assure qu'il s'agit d'échantillons de pratiques identifiées comme étant les plus expertes par l'institution et par les enseignantes elles-mêmes et par ailleurs, les traces des pratiques recueillies correspondent à des habitudes bien installées et des modalités pédagogiques et des tâches ritualisées : les élèves semblent habitués aux formes de travail et même aux types de tâches (organisation du jeu du furet, du « sprint des connaissances », utilisation de diaporamas sonorisés et minutés etc.). On peut toutefois supposer quelques biais : elles ont certainement toutes les deux cherché à montrer des séances denses, variées et où les élèves sont en réussite.

Ces éléments révèlent en creux ce que l'institution et les enseignantes elles-mêmes considèrent comme la réussite en calcul mental : la capacité des élèves à produire des réponses rapides et correctes, davantage que la formulation explicite des procédures ou la justification raisonnée des démarches.

Ces éléments nous autorisent ainsi à faire quelques hypothèses, malgré la taille de l'échantillon, sur les logiques des pratiques et des éléments de leurs composantes. Nous proposons ainsi une analyse en revenant sur les composantes cognitive, médiative et institutionnelle, les données ne fournissant que des éléments trop limités sur les composantes sociale et individuelle²¹.

En ce qui concerne la composante cognitive, on peut identifier, chez les deux enseignantes, des tâches a priori riches didactiquement (comme le jeu du furet, ou encore des problèmes verbaux) et qui permettent un travail sur des enjeux qui relèvent au moins en partie du calcul mental (propriétés des unités de numération, fonctionnement des systèmes verbal et chiffré des nombres et leurs relations, calcul additif etc.). Les séances sont structurées dans leur déroulement et les enjeux couvrent à la fois du calcul réfléchi, des faits numériques mémorisés et des procédures de calcul à automatiser. A l'échelle locale, les séquences sont structurées avec des alternances de découverte, entraînement et évaluation. Enfin, à l'échelle globale sur l'année, les séquences sont organisées selon une progression, notamment relativement à la taille des nombres, mais aussi au type de calculs, à une progression dans les faits numériques à mémoriser et les procédures à automatiser.

Du point de vue de la composante médiative, les choix faits par les enseignantes sont là encore largement partagés, avec une mise en œuvre qui alterne du travail individuel (notamment sur ardoise, mais pas seulement), avec des temps collectifs. Une correction est systématiquement anticipée (qu'elle se fasse à l'oral avec validation de l'enseignante ou via des supports qui indiquent les bonnes réponses) et les élèves doivent souvent comptabiliser leurs bonnes réponses. La vitesse est largement en jeu dans les tâches proposées. Sur certaines tâches, ponctuellement, les enseignantes organisent des discussions collectives sur des erreurs produites par des élèves, ainsi que sur les procédures possibles ou attendues. Pour cela, elles interrogent les élèves.

On trouve ainsi dans ces choix et dans les entretiens, largement partagés par les deux enseignantes, de nombreuses traces des préconisations institutionnelles générales sur le calcul mental : à la fois sur le plan des contenus (la distinction entre mémorisation de faits numériques et entraînement de procédures par exemple), et sur les modalités (types de séances différenciés, régularité, utilisation de l'écrit pour donner la consigne ou le résultat, temps de discussions collectives etc.). Pour certains, ces éléments rejoignent par ailleurs largement des éléments identifiés comme importants et favorables aux apprentissages par les recherches en didactique des mathématiques sur le calcul mental et l'apprentissage de la numération.

Ces pratiques semblent donc ancrées dans des logiques professionnelles cohérentes, adossées aux ressources institutionnelles disponibles et conformes aux préconisations des programmes. Pourtant, il ressort aussi de nos analyses que, sur le plan cognitif, les séances passent en partie à côté des enjeux sur les grands nombres de cycle 3 (Chambris, Tempier Allard, 2017), pour plusieurs raisons. Tout d'abord, si les tâches portent un potentiel didactique autour de connaissances de la numération, de la flexibilité et de l'adaptabilité en calcul mental, voire permettent a priori de retravailler les liens entre numération verbale et numération chiffrée, les enjeux d'apprentissages nous semblent, dans les déroulements, non seulement un peu brouillés et multiples, mais aussi largement focalisés sur la manipulation des écritures chiffrées sans réellement expliciter l'appui sur les propriétés des systèmes de numération qui les sous-tendent.

²¹ Le contexte du recueil en est largement responsable : ces vidéos devaient apparaître comme une « vitrine » de l'institution scolaire, les écoles et les enseignant.e.s ayant été désigné.e.s par l'inspection de l'éducation nationale : l'essentiel des discours est donc piloté par la composante institutionnelle.

On a notamment pu identifier comment l'utilisation de l'écrit tel qu'elle est organisée est largement responsable de ce brouillage des enjeux, et ce, à l'insu des enseignantes, d'autant plus qu'encore une fois, ces choix sont conformes aux préconisations institutionnelles qui sont convergentes sur ce point avec les recherches en didactiques.

Du point de vue des logiques d'action, si certains des choix faits résultent des tensions dans les pratiques (Butlen, Peltier-Barbier, et Pézard, 2002) et en particulier de la tension entre logique d'apprentissages et logique de réussite immédiate on peut supposer que ces tensions sont exacerbées par certaines préoccupations, comme la dimension nécessairement « ludique » qu'il faut donner au calcul mental, ou encore le fait de « rassurer les élèves », voire de différencier (le fait d'utiliser l'écrit par exemple pour la consigne peut ainsi être associé au fait de prendre en compte des élèves dont la mémoire est plus visuelle qu'auditive). Ces préoccupations prennent ainsi le pas sur l'exercice d'une vigilance didactique (Charles-Pézard, 2010 ; Charles-Pézard, Butlen & Masselot, 2012).

On observe également que, si les enseignantes organisent des temps collectifs et s'appuient sur les quelques verbalisations des élèves produites à ces occasions, elles n'en reprennent pas les éléments qui portent justement sur les raisonnements sur les unités de numération. Elles ne semblent pas identifier les savoirs en jeu ni parfois même comprendre les procédures des élèves et semblent interpréter l'écart entre les discours des élèves et les discours attendus comme de simples questions de vocabulaire (par exemple dire « une centaine » au lieu de « cent »). Les enjeux qu'elles mettent en avant sont essentiellement la rapidité, la mémorisation et l'automatisation de « procédures », mais ces dernières se limitent souvent à décrire des manipulations des écritures chiffrées indépendamment des raisonnements mathématiques sous-jacents (« rajouter des zéros »), ou encore à une supposée « application directe » de connaissances sur les nombres.

Par ailleurs, les connaissances en jeu relèvent parfois davantage du cours élémentaire que du cours moyen et les choix de valeurs de variables didactiques (taille des nombres en particulier) rendent certaines stratégies mobilisant peu de connaissances réelles des systèmes de numération tout aussi efficaces voire davantage que des procédures plus « denses » en connaissances. On retrouve là aussi des phénomènes déjà observés largement en éducation prioritaire par Butlen et al. (2002).

Au mieux, il nous semble donc que ces séances, pour denses et pensées qu'elles soient, constituent une occasion manquée de travail sur les connaissances de numération (verbale ou chiffrée ou sur les liens entre les deux) et les discours associés qui constituent des enjeux d'apprentissage importants encore en cycle 3, alors même qu'il y a un potentiel dans ce que produisent les élèves. Au pire, pour les élèves ayant peu construit l'attitude de secondarisation et la capacité à identifier les savoirs en jeu (Bautier et Goigoux, 2004 ; Butlen et Pézard, 2003), il peut en résulter de sérieux malentendus socio-cognitifs (Bautier et Rochex, 2004) : un brouillage des enjeux de la tâche, à la fois entre l'enjeu de trouver le résultat et l'enjeu d'apprentissage et de mobilisation de connaissances, et un flou sur les connaissances et procédures à mobiliser dans ce type de tâche. On peut également craindre un risque de renforcement du recours aux procédures les plus « mécaniques » et surtout, les procédures s'appliquant sur les écritures chiffrées, sans les connecter aux propriétés des nombres.

Discussion et conclusion

Nous proposons dans la discussion de revenir sur deux points : d'une part, sur le fait que notre point de vue accordant une place importante aux questions langagières éclaire certaines questions liées à l'apprentissage et l'enseignement du nombre à l'école élémentaire et du calcul mental dans les recherches en didactique des mathématiques ; d'autre part, nous revenons sur

ce que notre étude de pratiques enseignantes apporte aux recherches sur le rôle des contextes dans la construction des inégalités d'apprentissages à l'école en mathématiques.

Notre projet était de revisiter le corpus des traces de pratiques d'enseignants (vidéos de séances de classes et entretiens) sur le calcul mental, recueillies dans le cadre du projet Africa 2020, afin d'investiguer les éléments relevant de ce qui se passe dans les classes et qui pourraient expliquer les faibles résultats de l'académie de Martinique. Il s'agissait ainsi plus largement de documenter les processus par lesquels l'école joue un rôle dans la construction des inégalités d'apprentissages. Ce corpus s'avère intéressant en ce qu'il reflète ce que l'institution scolaire considère a priori comme des « bonnes pratiques ».

Notre étude a permis de mettre en évidence le travail important mené par ces enseignantes pour construire des séances variées, en appui sur des ressources diverses, dans le respect de préconisations institutionnelles élaborées et en appui sur des principes dont certains sont largement convergents avec les recherches en didactique.

Toutefois, ces pratiques présentent certaines caractéristiques relatives plus précisément au traitement des savoirs mathématiques, qui sont peu favorables aux apprentissages (Chesnais, 2020) : des formulations des procédures et des savoirs qui, quand elles sont explicitées, restent très partielles et approximatives, peu d'identification explicite des objets de savoir en jeu, une part du travail dévolu aux élèves souvent limitée à la production de résultats ou la réponse à des questions fermées. On retrouve ici ainsi largement le résultat de Chambris, Tempier et Allard (2017) à propos de l'enseignante étudiée dans la partie de l'article qui concerne les grands nombres (Soline) et qui suggère une forme de dénuement des enseignants pour prendre en charge les connaissances liées à la numération. Nous souscrivons à l'analyse de ces auteurs en termes de transparence des savoirs (Margolinas et Laparra, 2011, Chesnais, 2021), confirmée par ce que les enseignantes confèrent comme objectifs aux tâches qu'elles proposent aux élèves : ainsi Mme CM1P présente les tâches comme $8000+3000$ comme visant à travailler les « tables d'addition », ou Mme CM2S présente les critères de divisibilité par 2 et par 5 essentiellement comme des « astuces » portant sur le chiffre des unités, pouvant être appliquées « directement » dans des problèmes en faisant abstraction des enjeux de modélisation liés au lien entre ces critères et le sens de la division euclidienne. On y retrouve aussi les résultats de Batton et al. (à paraître) quant au fait que, dans l'utilisation de multiples signes (chiffres, mots, flèches, encadrements etc.), « le nombre apparaît comme une écriture constituée par la juxtaposition de chiffres » (à paraître), les procédures étant décrites comme de purs « algorithmes portant sur les chiffres » (ibid.), sans les associer aux opérations sur les nombres associés.

Outre celle des savoirs, nous ajoutons la transparence des enjeux langagiers, à la fois en ce qui concerne le langage comme objet d'apprentissage (ici, autour des formulations des procédures et du fonctionnement des écritures chiffrées), et le langage comme moyen d'apprentissage (Chesnais et Coulange, 2022) : les enjeux des formulations des savoirs et des procédures (formulations orales pour ce qui intervient dans les séances observées) ne semblent ainsi pas constituer un enjeu en soi alors même que les enseignantes organisent des temps d'échange collectifs ; de même, le rôle de l'écrit apparaît comme une variable didactique non perçue.

De ce point de vue, il nous semble que notre étude soulève de nouvelles questions, peu prises en charge dans les recherches de didactique des mathématiques sur le nombre que nous avons citées : en effet, il nous semble que ces travaux ne prennent pas suffisamment en considération la complexité de l'activité des élèves et du professeur, en sous-estimant certains aspects des traces orales et écrites de ces activités. Ainsi, en se référant à notre définition de l'activité d'un sujet, quitte à caricaturer le découpage en trois dimensions, il s'agit d'accorder davantage d'importance au fait que ce sont toujours des *mots* (c'est-à-dire des signes qui relèvent de la

numération verbale) qui sont *dits* (de fait, à l'oral), même si nous rejoignons Mounier (2012) sur le fait qu'à partir d'un certain degré de conceptualisation du nombre, la désignation verbale est tout à fait amalgamée avec l'écriture chiffrée ; tandis que ce sont essentiellement (et même *uniquement*, dans notre corpus et dans ceux qui sont mobilisés dans l'ensemble des recherches citées), des *chiffres* qui sont écrits (par les élèves ou par les enseignantes quand ils et elles *agissent*). Il nous semble ainsi que, par exemple, coder par des écritures chiffrées ce qui est dit à l'oral dans les transcriptions de discours en classe (par exemple dans Batton et al., op. cité) empêche de saisir une part de la complexité des conversions entre registres qui se jouent dans l'activité. De la même façon, décrire des procédures de calcul mental comme opérant sur les écritures chiffrées²² nous semble réducteur, là encore, de la complexité de ce qui se joue pour l'essentiel à l'oral ou « dans les têtes » en calcul mental, au vu des analyses de tâches (de type jeu du furet) que nous avons proposées. Cela empêche, selon nous, d'appréhender la complexité, notamment à un stade précoce de l'apprentissage, de l'articulation entre ce qui est dit (à l'oral, en mots), ce qui est fait (écrit en chiffres) et ce qui est pensé, qui articule ou justement n'articule pas les deux registres, alors même que cette articulation constitue un élément critique de la conceptualisation du nombre. Nous rejoignons ici la remarque plus générale de Duval sur la nécessaire articulation de différents registres de représentation sémiotique pour appréhender un objet mathématique.

La mise en regard de notre étude avec ces travaux sur l'apprentissage et l'enseignement du nombre nous amène par ailleurs à identifier que les aspects des pratiques observées qui nous semblent peu favorables aux apprentissages sont probablement largement partagés dans les pratiques des enseignants du premier degré dans l'école française. La construction du corpus, avec le choix par l'institution scolaire de pratiques reconnues comme expertes nous autorise même à penser que ces caractéristiques des pratiques puissent être encore aggravées dans les pratiques d'enseignant.e.s moins expérimenté.e.s.

L'hypothèse relationnelle (Bautier et Goigoux, 2004) suggère que ces caractéristiques des pratiques sont génératrices d'inégalités d'apprentissages pour les élèves en fonction du contexte, par un phénomène de différenciation passive (Rochex et Crinon, 2011, Chesnais, 2020) qui prend la forme d'« une inadéquation des pratiques d'enseignement (objectifs assignés, choix des tâches, modes de régulation, etc.) aux caractéristiques de certains élèves les moins performants issus de milieux populaires » (Bautier & Goigoux, 2004, p. 93). En effet, des élèves dont le milieu socio-économico-culturel les prépare moins que d'autres aux attentes de l'école, sont peu capables d'identifier par eux-mêmes, lorsqu'ils sont transparents, les enjeux des tâches scolaires et les savoirs car – l'attitude de secondarisation n'est pas construite.

Les élèves sont par ailleurs démunis face aux compétences langagières complexes que requiert l'entrée dans les savoirs scolaires (mathématiques en particulier). Ces compétences ne relèvent pas tant de la maîtrise des formes linguistiques²³ (lexique et syntaxe) que des *usages* de la langue, c'est-à-dire ce que l'on fait avec la langue (Bautier, 2007). Les mathématiques, comme

²² Tempier décrit ainsi sur son site internet, sur la page qui concerne le lien entre numération et calcul mental que « La numération intervient dans de nombreuses techniques de calcul mental » et en donne « quelques exemples caractéristiques » : par exemple pour ajouter ou retirer un nombre entier de dizaines, centaines ou milliers à un nombre à 4 chiffres, il s'agit d' « ajouter/soustraire les chiffres des dizaines, centaines ou milliers » ou encore que, pour calculer $6812+500$, il « faut alors voir dans 6812 les 68 centaines [...] on peut alors ajouter les 5 centaines de 500, soit 73 centaines, ce qui s'écrit 7312 ». <https://numerationdecimale.fr/lien-avec-le-calcul-pose/> (consulté le 10 avril 2026).

²³ Ce que l'institution scolaire nomme « maîtrise de la langue ».

d'autres sphères d'activité spécifique (des « communautés discursives », Jaubert, Rebière et Bernié, 2012) ont construit des usages spécifiques de la langue (par exemple la démonstration) qui sont très éloignés des usages quotidiens. Or, comme le rappelle Bautier, si l'on s'intéresse au rôle du langage dans les inégalités d'apprentissages, ce n'est pas tant

Leur rapport au langage est en effet ancré dans des situations familières où « le langage est censé dire le monde dans une transparence de celui-ci plus que dans sa « re-construction » et son élaboration dans et par le langage [...] produit dans l'immédiateté du dire [...]. Ce rapport au langage est très éloigné de celui que suppose la plupart des activités scolaire où le langage est outil des apprentissages, outil d'élaboration. » (Bautier, 2007).

L'hypothèse relationnelle nous permet ainsi de considérer que les inégalités d'apprentissages résultent de la rencontre des caractéristiques des pratiques avec des caractéristiques des élèves, constitutives du contexte. Comme nous l'avons développé au début de cet article, le contexte martiniquais se caractérise par des IPS plus faibles que dans la majorité des départements français, ce qui pourrait expliquer en partie des résultats faibles en mathématiques. Au-delà de critères socio-économiques, il nous semble questionner aussi le rôle du contexte culturel et linguistique, marqué par la culture créole. La culture créole et la langue créole, à l'instar d'autres langues dans d'autres départements d'ailleurs identifiés également comme ayant des résultats inférieurs à la moyenne des départements français (par exemple en Guadeloupe (Bourdin, 2021), ou encore à Mayotte avec la langue Mahoraise (Salone et Dureysseix, 2022)) par le fait d'être des cultures orales, ne construisent que peu le rapport au langage très littéraire et les usages qui lui sont associés, nécessaires à l'entrée dans les savoirs scolaires, et en particulier dans les savoirs mathématiques (Margolinas et Laparra, 2024 ; Chesnais et Coulangue, à paraître).

Notons que la différenciation des apprentissages des élèves se fait très largement à l'insu des enseignant.e.s dont les pratiques sont résultent de tensions, d'autant plus fortes que leurs élèves disposent précisément de peu de ressources pour l'entrée dans les savoirs scolaires, amenant alors parfois des adaptations des pratiques au public indispensables pour maintenir la paix scolaire (Butlen & Pézard, 2003), mais peu favorables aux apprentissages. La composante institutionnelle est par ailleurs marquée par le fait que, n'étant que faiblement pilotées par les logiques des savoirs, les prescriptions institutionnelles ne permettent pas de dépasser ces tensions d'une façon favorable aux apprentissages de tous (Chambris, 2024, Margolinas et Laparra, 2011, Chesnais, 2020).

Pour conclure, notre étude visait également à montrer le potentiel d'une articulation d'éléments concernant les mathématiques et leur didactique, les inégalités d'apprentissages, les pratiques enseignantes et la notion de contexte au sein de la Théorie de l'activité en didactique des mathématiques pour aborder la question de la construction des inégalités d'apprentissages à l'école à partir d'une nécessaire perspective croisée entre éléments issus de la psychologie, la sociologie et la didactique, comme le pointent Souto-Lopez et Dehantschutter (2020).

Bibliographie

Ali, M. (2020). French Overseas Departments of America: French Guiana, Martinique, and Guadeloupe. *The Education Systems of the Americas*, 1-24.

Arneton, M. (2010). *Bilinguisme et apprentissage des mathématiques : études à la Martinique* [Thèse de doctorat en psychologie, Université de Nancy 2]. <https://theses.fr/2010NAN21009>

Arneton, M., Bocéran, C., & Flieller, A. (2013). Les performances en mathématiques des élèves des départements d'Outre-Mer. *L'orientation scolaire et professionnelle*, (42/1).

Batton, A, Celi, V., Chambris, C., Constantin, C., Coulange, L. (à paraître). Point(s) de vue sémiotique(s) sur l'activité d'élèves et d'enseignants en arithmétique scolaire – apports de deux approches théoriques en didactique : la théorie anthropologique et l'épistémographie. Actes de l'EE de Bar-Sur Seine.

Bautier, É. (2007). Maîtriser la langue, oui, mais pour quoi (en) faire ? Dans Centre Alain Savary (dir.), *Apprendre et enseigner en « milieux difficiles » : sélection d'articles du bulletin XYZep* (p. 191). INRP.

Bautier, É., & Goigoux, R. (2004). Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes: une hypothèse relationnelle. *Revue française de pédagogie*, 89-100.

Bautier, É., & Rochex, J. Y. (2004). Activité conjointe ne signifie pas significations partagées. In *Situation éducative et significations* (pp. 197-220). De Boeck Supérieur.

Bernié, J.-P., Jaubert, M. & Rebière, M. (2008). « Du contexte à la construction du sujet cognitif : l'hypothèse énonciative ». In : Brossard, M. & Fijalkow, J. (dirs.), *Vygotski et les recherches en éducation et en didactiques*. Bordeaux : Presses universitaires de Bordeaux, p. 123-141.

Boule, F. (1997). *Performances et démarches de calcul mental au cycle III éléments pour une pédagogie du calcul mental* (Doctoral dissertation, Dijon).

Bourdin, C. (2021). *Le calcul mental au CP: Un regard sur les pratiques enseignantes dans l'académie de Guadeloupe* (Doctoral dissertation, CY Cergy Paris Université).

Brun, J. (1990). La résolution de problèmes arithmétiques : bilan et perspectives. *Math-École*, 141, 2-15.

Bruner, J. (1983). *Le développement de l'enfant: savoir faire, savoir dire*, Presses universitaires de France. RETZ.

Bulf, C., mathé, A.-C., Mithalal, J. (2014). Apprendre en géométrie, entre adaptation et acculturation. Langage et activité géométrique. *Spirale – revue de recherches en éducation*, 54, 29-48.

Butlen, D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique*. Presses Universitaires Franche-Comté.

Butlen, D., & Masselot, P. (2010). Dialectique entre sens et techniques, L'exemple du calcul mental. *Le nombre au cycle*, 2, 14.

Butlen, D., & Pézard, M. (1992). *Une expérience d'enseignement de mathématiques à des élèves de CE2 en difficulté* (No. 13). IREM de Paris.

Butlen, D., & Pézard, M. (2003). Une contribution à l'étude des rapports entre habiletés calculatoires et résolution de problèmes numériques à l'école élémentaire et au début du collège. *Spirale-Revue de recherches en éducation*, 31(1), 117-140.

Butlen, D., & Pézard, M. (2003). Une contribution à l'étude des rapports entre habiletés calculatoires et résolution de problèmes numériques à l'école élémentaire et au début du collège. *Spirale-Revue de recherches en éducation*, 31(1), 117-140.

Butlen, D., Peltier-Barbier, M-L. et Pézard, M. (2002). Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP : contradictions et cohérence. *Revue française de pédagogie*, 140, 41-52.

Butlen, D., Peltier-Barbier, M-L. et Pézard, M. (2002). Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP : contradictions et cohérence. *Revue française de pédagogie*, 140, 41-52.

Chambris, C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20e siècle. Connaissances des élèves actuels* (Doctoral dissertation, Université Paris-Diderot-Paris VII).

Chambris, C. (2017, June). Questions sur l'enseignement des nombres, notamment décimaux, au cycle 3. In *Colloque Mathématiques en cycle 3*.

Chambris, C. (2024). *Commentaire sur les projets de programme de mathématiques du cycle 1 et du cycle 2*. Conseil Supérieur des Programmes. <https://hal.science/hal-04604251>

Chambris, C., Coulange, L., Rinaldi, A. M., & Train, G. (2021). Unités (relatives) pour les nombres et le calcul à l'école. Vers un état des lieux-potentialités. *Nouvelles perspectives en didactique: le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure.*, 2, 373-395.

Chambris, C., Tempier, F., & Allard, C. (2017). Un regard sur les nombres à la transition école-collège. *Repères IREM*.

Charles-Pézard, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 30(2), 197-261.

Charles-Pézard, M., Butlen, D., Masselot, P. (2012). Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ? Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chesnais, A. (2009). *L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents: les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves* (Doctoral dissertation, Université Paris-Diderot-Paris VII).

Chesnais, A. (2014). Différenciation dans le processus d'enseignement-apprentissage en mathématiques en éducation prioritaire et ailleurs. *Revue française de pédagogie. Recherches en éducation*, (188), 63-73.

Chesnais, A. (2018a). *Un point de vue de didactique des mathématiques sur les inégalités scolaires et le rôle du langage dans l'apprentissage et l'enseignement*. Note de synthèse en vue de l'obtention de l'Habilitation à Diriger des Recherches. Université de Montpellier.

Chesnais, A. (2020). L'apport d'un point de vue de didactique des mathématiques sur la question des inégalités scolaires. *Éducation et didactique*, (14-1), 49-79.

Chesnais, A. (2021). Comment un ancrage didactique en théorie de l'activité amène à repenser le point de vue de l'élève. Dans H. Chaachoua, A. Bessot, B. Barquero, L. Coulange, G. Cirade, P. Job et F. Vandebrouck (Eds.). *Nouvelles perspectives en didactique : le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure*, <http://hdl.handle.net/20.500.12162/5384>.

Chesnais, A. (2024). Language and conceptual development in mathematics learning and teaching. Invited Lecture au XVème colloque International Congress on Mathematics Education (Sydney, 7-14 Juillet 2024).

Chesnais, A., (2018b). La différenciation des pratiques enseignantes en mathématiques entre éducation prioritaire et milieu « ordinaire » : déterminants et marges de manoeuvre. In Barbara Fouquet-Chauprade et Anne Soussi (Coord.), *Pratiques pédagogiques et enseignement prioritaire*. Peter Lang : Berne.

Chesnais, A., & Coulange, L. (2022). Rôle du langage verbal dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. Synthèse et perspectives en didactique des mathématiques. *Revue française de pédagogie*, 214(1), 85-121.

Chesnais, A., & Coulange, L. (à paraître). *Vers une dimension sociologique du point de vue de l'élève en didactique des mathématiques*. LIRDEF, Université de Montpellier, RESEIDA.

Chesné, J. F. (2014). *D'une évaluation à l'autre: des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental* (Doctoral dissertation, Université Paris 7–Denis Diderot).

Chesné, J.-F. (2017). Le calcul mental : une entrée pour la formation des enseignants au cycle 3 ? à quelles conditions ? Avec quelles perspectives ?, in *Actes du XXXXIIIème colloque de la COPIRELEM, le Puy-en-Velay*.

Christine Chambris, Eric Mounier, Patricia Nebout, Marie-Jeanne Perrin-Glorian (Dir.). Éclairages sur l'enseignement des nombres et de la numération à l'école primaire.. IREM de Paris, 4, 2012, Cahiers du Laboratoire de Didactique André Revuz, Fabrice Vandebrouck, 9782866123406. {hal-02110818}

Constantin C. (2014), *Quelles alternatives pour l'enseignement du calcul algébrique au collège ?* Thèse de doctorat, Aix-Marseille Université.

Delcroix, A., Forissier, T., & Anciaux, F. (2013). Vers un cadre d'analyse opérationnel des phénomènes de contextualisation didactique. *Contextualisations didactiques: approches théoriques*, 141-185.

Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPPa). (2023). *Portraits de territoires 2023 : Acquis des élèves et performances des établissements – Martinique*. Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse.

Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPPb). (2023). *Performances des élèves – Focus sur les résultats CP-CE1-6e-DNB en 2022 : Portraits de territoires – Martinique* [Annexe Portraits de territoires, Sous-direction DEPP B]. Ministère de l'Éducation nationale.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 5, pp. 37-65).

Garçon, M. P. É. (2023). L'apprentissage du calcul mental en contexte postcolonial: représentations et performances des élèves de l'enseignement primaire en Martinique. *Contextes et didactiques. Revue semestrielle en sciences de l'éducation*, (21).`

Gobert, S. (2014). Déplacements dans le processus de secondarisation. *Spirale – revue de recherches en éducation*, 54, 65-84.

Horoks J. (2006), *Les triangles semblables en classe de seconde : des enseignements aux apprentissages - Étude de cas*. Thèse de doctorat de l'Université Paris 7.

Houdement, C. (1999). Le choix des problèmes pour la « résolution de problèmes ». *Grand N*, 63, 59–76.

Houdement, C., & Tempier, F. (2015). Teaching numeration units: why, how and limits? In X. H. Sun, B. Kaur & J. Novotná (Eds.), *Proceedings of the Twenty-third ICMI Study: Primary Mathematics Study on Whole Numbers* (pp. 99–106). Macao, China.

Houdement, C., & Tempier, F. (2019). Understanding place value with numeration units. *ZDM*, 51(1), 25-37.

Institut français. (s. d.). *Saison Africa2020*.
<https://www.institutfrancais.com/fr/magazine/architecture/saison-africa2020>

Jaubert M., Rebière M. et Bernié J.-P. (2012) « Communauté discursives disciplinaires scolaires et constructions de savoirs : l'hypothèse énonciative » - in : forumlecture.ch, Plate-forme internet sur la littéracie.
http://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf

Kiwan-Zacka, M., & Roditi, E. (2022). Étude des liens entre pratiques d'enseignement et apprentissages: le cas des expressions algébriques dans le contexte scolaire libanais. *Recherches en didactique des mathématiques*, 42(2), 193-239.

Lahire, B. (2007). La sociologie, la didactique et leurs domaines scientifiques. *Éducation et didactique*, (1-1), 73-81.

Margolinas, C., & Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. *La construction des inégalités scolaires*, 19-32.

Margolinas, C., & Laparra, M. (2024). La domination de la littératie linguistique sur la littératie mathématique. *Didactiques & disciplines*, 2(4).

Mejias, S., Muller, C., & Schiltz, C. (2019). Assessing mathematical school readiness. *Frontiers in Psychology*, 10, 1173.

Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. (2016). *Le calcul aux cycles 2 et 3* [Ressource d'accompagnement]. Direction générale de l'enseignement scolaire. <https://eduscol.education.fr/document/16504/download>

Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports. (2020a). *Programmes d'enseignement des cycles des apprentissages fondamentaux (cycle 2) et de consolidation (cycle 3)* [Arrêté du 17 juillet 2020]. *Bulletin officiel de l'Éducation nationale*, n° 31 du 30 juillet 2020. <https://www.education.gouv.fr/bo/20/Hebdo31/MENE2018714A.htm>

Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports. (2020b). *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* [Guide fondamental pour l'enseignement]. Direction générale de l'enseignement scolaire. <https://eduscol.education.fr/document/3738/download>

Mounier, E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération : vers de nouvelles pistes* [Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot – Paris VII]. HAL. <https://hal.science/tel-00550721>

Mounier, E. (2012). Les signes de la numération écrite chiffrée et parlée en France: une analyse mathématique à usage didactique. In *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (Vol. 17, pp. 27-58).

Mounier, E. (2016). Nouveaux outils d'analyse des procédures de dénombrement pour explorer leurs liens avec la numération écrite chiffrée et la numération parlée. *Recherches en didactique des mathématiques*, 36(3), 347-396.

Mounier, E., Grapin, N., & Pfaff, N. (2020). Lire, écrire les nombres: quelle place dans l'apprentissage des numérations au cycle 2?. *Grand N, Revue de mathématiques, de sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire*, (106), 31-47.

Pariès, M., Pouyanne, N., Robert, A., Rogalski, M. et Roditi, É. (2007). Mettre du relief sur les mathématiques à enseigner au collège et au lycée – quelques exemples. *Document pour la formation d'enseignants de mathématiques (bleu) n°9*, IREM Paris-Diderot.

Paul, M., & Sieja, G. (2024). *En route pour le calcul mental ! CMI-CM2 : 30 séquences par niveau — Fichier de l'enseignant* [Extrait en ligne]. Hatier. <https://www.calameo.com/read/007052115ef6db702e73e>

Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherches en didactique des mathématiques*, 13(1-2), 5-118.

Robert, A. (2007). Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré): une hypothèse, des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(81), 271.

Robert, A. (2008a). Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement. In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès, 45-68.

Robert, A. (2008b). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques et une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. Dans F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 45-68). Toulouse : Octarès.

Robert, A. & Vandebrouck, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34 (2/3), 239-285.

Robert, A. et Hache, C. (2013). Pourquoi, comment comprendre ce qui se joue en classe de mathématiques ? In Vandebrouck, F., Robert, A., Rogalski, J., Abboud-Blanchard, M., Cazes, C., Chesnais, A., & Hache, C. (2013). *Activités des élèves et pratiques des enseignants en classe de mathématiques. Cahiers du Laboratoire de didactique André Revuz*, n°5, IREM-Paris-Diderot.

Robert, A., & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques: une double approche. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 2(4), 505-528.

Robert, A., Penninckx, J. et Lattuati, M. (2012). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques, (se) former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos*. Besançon : Presses Universitaires de Franche-Comté.

Rochex, J. Y., & Crinon, J. (2011). *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Presses universitaires de Rennes.

Rogalski, J. (2003). Y at-il un pilote dans la classe?: une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(3), 343-388.

Rogalski, J. (2008) Mise en regard des théories de Piaget et Vygotsky sur le développement et l'apprentissage. In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 33-44). Toulouse : Octarès.

Rogalski, J. (2013). Théorie de l'activité et cadres développementaux pour l'analyse liée des pratiques des enseignants et des apprentissages des élèves. In Vandebrouck, F., Robert, A., Rogalski, J., Abboud-Blanchard, M., Cazes, C., Chesnais, A., & Hache, C. (2013). *Activités des élèves et pratiques des enseignants en classe de mathématiques. Cahiers du Laboratoire de didactique André Revuz*, n°5, IREM-Paris-Diderot.

Salone, J. J., & Dureysseix, F. (2022). Linguistiques et mathématiques du patrimoine de Mayotte. *Hache, C. Mendonça Dias, C.(coord.). Plurimaths. Plurilinguisme et mathématiques*. Paris: Lambert-Lucas.

Souto Lopez, M., & Dehantschutter, L. (2020). Sociologie et didactique: histoire, enjeux et complémentarités d'un rapprochement. *Éducation et didactique*, (14-2), 9-37.

Tempier, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource* (Doctoral dissertation, Université Paris-Diderot-Paris VII).

Tempier, F., & Chambris, C. (2017). Concevoir une ressource pour l'enseignement de la numération décimale de position. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 37(2), 289-332.

Vandebrouck, F. (2018). Activity Theory in French Didactic Research. In G. Kaiser et al. (eds.), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs*, https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_38.

Vandebrouck, F. (dir.) (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Octarès.

Vandebrouck, F. (Ed.). (2013). *Mathematics classrooms: students' activities and teachers' practices*. Rotterdam: Sense Publishers.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. *Grand N*, 38, 21–40.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels [The theory of conceptual fields]. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2-3), 133-170.

Vygotsky, L. S. (1997). *Pensée et langage* (F. Sève, Trad.). La Dispute. (Œuvre originale publiée en 1934)

Yvain-Prébiski, S. (2025, mai). Le processus de mathématisation dans l'élaboration d'un problème extra mathématique pour l'école primaire. . Dans *Actes du colloque EMF 2025* (pp. 515–525). [hal-05430622](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-05430622)