



HAL
open science

Encodage compact du Job-Shop Scheduling Problem pour algorithmes variationnels quantiques

Quentin Perrachon, Eric Bourreau, Alexandru-Liviu Olteanu, Marc Sevaux

► To cite this version:

Quentin Perrachon, Eric Bourreau, Alexandru-Liviu Olteanu, Marc Sevaux. Encodage compact du Job-Shop Scheduling Problem pour algorithmes variationnels quantiques. ROADEF 2026 - 27e Congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Feb 2026, Tours, France. ⟨hal-05578631⟩

HAL Id: hal-05578631

<https://hal.science/hal-05578631v1>

Submitted on 3 Apr 2026

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY 4.0 - Attribution - International License

Encodage compact du Job-Shop Scheduling Problem pour algorithmes variationnels quantiques

Quentin Perrachon¹, Eric Bourreau², Alexandru Olteanu¹, Marc Sevaux¹

¹ Lab-STICC, Université Bretagne Sud, Lorient, France

{quentin.perrachon, alexandru.olteanu, marc.sevaux}@univ-ubs.fr

² LIRMM, CNRS, Université de Montpellier, Montpellier, France

eric.bourreau@lirmm.fr

Mots-clés : *quantum optimisation, job shop, scheduling, variational algorithm*

1 Introduction

La résolution de problèmes d’optimisation combinatoires à l’aide de l’informatique quantique est un domaine de recherche en pleine expansion. Les problèmes d’ordonnancement font partie des problèmes les plus populaires en raison de leur complexité et de leur importance pratique.

Nous nous intéressons ici à la résolution d’un problème d’ordonnancement de type Job-Shop (JSSP) à n tâches et m machines (nm opérations) avec minimisation du makespan.

Dans le contexte des ordinateurs NISQ, les algorithmes quantiques variationnels [3] sont aujourd’hui une des approches quantiques les plus prometteuses pour l’optimisation combinatoire. Ils reposent sur des circuits courts et simples, adaptés au bruit important des machines actuelles. Une autre contrainte majeure des machines quantiques aujourd’hui réside dans le nombre restreint de qubits disponibles, ce qui nous incite à développer des schémas d’encodage binaire aussi compacts que possible pour représenter nos solutions.

Dans le cadre du JSSP, plusieurs schémas d’encodage quantique ont ainsi déjà été proposés dans la littérature. Les formulations sous forme de QUBO permettent d’exprimer le JSSP sous forme binaire en intégrant l’ensemble des contraintes dans une fonction quadratique pénalisée. La formulation QUBO la plus populaire est basée sur une indexation du temps et demande nmT variables binaires, où T représente l’horizon temporel discrétisé [1]. Une seconde approche proposée dans deux papiers différents est l’utilisation des vecteurs de Bierwith et d’une numération à base mixte. Le nombre total de séquences de Bierwith valides pour un JSSP à n tâches et m machines est $(nm)!/m^n$ possible à encoder en rang à l’aide d’une numération en base mixte, le nombre de qubits requis est donc $\lceil \log_2((nm)!/m^n) \rceil$ [2, 4]. Cet encodage est surjectif sur les solutions réalisables, avec de nombreux encodages correspondant à une seule solution.

2 Contributions

Nous proposons l’utilisation d’un encodage alternatif pour le JSSP, fondé sur la représentation des solutions par l’ordre des tâches sur chaque machine, correspondant à m permutations de taille n . Il existe n^m encodages. Nous pouvons associer à chaque permutation son rang en base factoradique, puis en combinant ces m rangs au sein d’une numération en base $n!$, nous pouvons encoder l’ensemble des solutions sur $\lceil \log_2(n^m) \rceil$ qubits. Cette représentation nécessite significativement moins de qubits que les formulations précédentes. Un problème de 3 tâches et 3 machines nécessite un minimum de 27 qubits pour être représenté avec la formulation QUBO, exactement 11 qubits pour la formulation avec vecteurs de Bierwith et seulement 8 qubits pour l’encodage que nous proposons d’utiliser. Pour un problème de 5 tâches et 5 machines, la différence se creuse avec respectivement 625, 50 et 35 qubits pour les 3 représentations.

Contrairement au vecteur de Bierwith, toutes les représentations générées par nos m permutations ne correspondent pas nécessairement à des solutions faisables du JSSP. Il est difficile de représenter uniquement les solutions faisables du JSSP. Le comptage exact des solutions réalisables d'un JSSP est proche du problème de compter les extensions linéaires d'un ensemble partiellement ordonné, qui est un problème $\#P$ -complet. Pour pallier cette difficulté, nous introduisons une procédure de réparation simple correspondant à une heuristique constructive. Nous interprétons les permutations comme des listes de priorités plutôt que comme des ordres absolus, permettant de reconstruire un planning faisable à partir de toute solution encodée. Toutes les solutions réalisables sont encodées, et cet encodage avec procédure de réparation est aussi surjectif.

Notre schéma de résolution s'inscrit dans le cadre d'un algorithme variationnel de type VQE avec un circuit paramétré simple (ansatz) : $\bigotimes_{i=1}^q R_{y_i}(\theta_i)$ et un vecteur de paramètres $\theta \in \mathbb{R}^q$. La mesure du circuit permet d'obtenir une solution et son coût associé tel que montré dans la Figure 1.

En effectuant une mesure du circuit, nous estimons l'espérance du makespan pour un vecteur de paramètres θ . Cette espérance nous permet de guider un optimiseur classique, qui met à jour θ pour l'itération suivante, par exemple au moyen d'une descente de gradient.

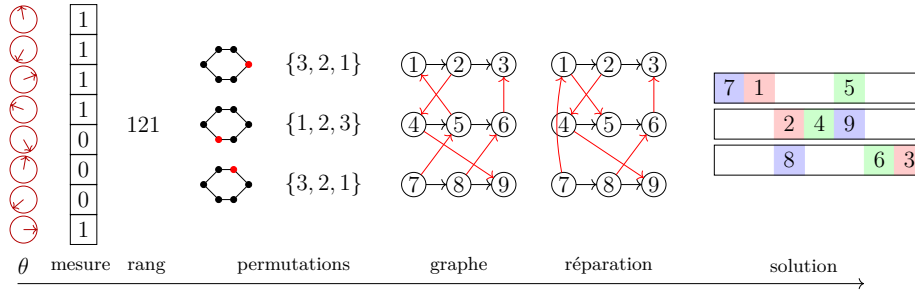


FIG. 1 – Lecture d'une mesure du circuit quantique paramétré.

L'optimiseur classique agit dans l'espace des paramètres θ , qui modifie la distribution de probabilité sur les solutions. Nous présumons qu'un rangement intelligent des ordonnancements va nous permettre d'améliorer les performances de l'optimiseur classique. Nous cherchons des ordres de parcours des permutations dans lesquels des rangs voisins correspondent à des solutions proches, reliées par de simples mouvements combinatoires (par exemple des transpositions adjacentes). Notre objectif est d'aligner la métrique de Hamming sur les bitstrings avec une notion de voisinage dans l'espace des ordonnancements et d'évaluer expérimentalement l'impact de ces différentes structures d'encodage sur les performances de l'algorithme variationnel. Nous avons notamment pu résoudre des instances 5×5 , avec des résultats préliminaires présentant un gap de 15% à l'optimum.

Références

- [1] Riad Aggoune and Samuel Deleplanque. Solving the job shop scheduling problem : Qubo model and quantum annealing. In *Emerging optimization methods : from metaheuristics to quantum approaches*, 2023.
- [2] Eric Bourreau, Gerard Fleury, and Philippe Lacomme. Indirect job-shop coding using rank : application to qaoa (iqaoa). *arXiv preprint arXiv :2402.18280*, 2024.
- [3] Camille Grange, Michael Poss, and Eric Bourreau. An introduction to variational quantum algorithms for combinatorial optimization problems. *4or*, 21(3) :363–403, 2023.
- [4] Mathias Schmid, Sarah Braun, Rudolf Sollacher, and Michael J Hartman. Highly efficient encoding for job-shop scheduling problems and its application on quantum computers. *Quantum Science and Technology*, 10(1) :015051, 2024.