



HAL
open science

Leo Katz, 1953, A New Status Index Derived from Sociometric Analysis, bilingual and commented version

Leo Katz, Laurent Beauguitte, Pierre Beauguitte

► **To cite this version:**

Leo Katz, Laurent Beauguitte, Pierre Beauguitte. Leo Katz, 1953, A New Status Index Derived from Sociometric Analysis, bilingual and commented version. 1953, <10.1086/228631>. <hal-05535808>

HAL Id: hal-05535808

<https://hal.science/hal-05535808v1>

Submitted on 4 Mar 2026


HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY 4.0 - Attribution - International License

Leo Katz, 1953, A New Status Index Derived from
Sociometric Analysis,
Psychometrika, 18(1), pp. 39-43
Version bilingue et commentée

groupe f.m.r.


Mars 2026

Version traduite et commentée par Laurent Beauguitte (UMR Géographicités) et Pierre Beauguitte (Bibliothèque Nationale de Norvège)

Présentation

Leo Katz (1914-1979) est un statisticien nord-américain (thèse soutenue en 1946 à l'Université du Michigan). Son premier article, déjà [disponible dans cette collection](#), écrit avec Elaine Forsyth, prônait l'utilisation de la matrice pour étudier les sociogrammes (1946). Dans cet article de 1953, il propose un indicateur de centralité - ce terme n'est pas utilisé dans l'article, seul le terme *status* est employé - prenant en compte la centralité des voisins. Il s'agit de l'ancêtre des indicateurs type *eigenvector* (Bonacich, 1987) ou *PageRank*.

S'il n'est pas le premier à proposer un indicateur présentant cette caractéristique (voir Seeley, 1949), le sien reste utilisé aujourd'hui, essentiellement pour les réseaux non orientés (cf. Newman (2018), chapitre 7).

Références

Bonacich, Phillip (1987), « Power and centrality : A family of measures », *American journal of sociology*, 92(5) : 1170-1182. DOI : [10.1086/228631](#)

Newman, Mark (2018), *Networks. An Introduction (Second Edition)*, Oxford University Press.

Olkin, Ingram (1977), « Obituary : Leo Katz », *Journal of Applied Probability*, 14(4) : 891896. [10.1017/S0021900200105443](#)

Seeley, J. R. (1949), « The net of reciprocal influence. A problem in treating sociometric data », *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 3(4) : 234-240. DOI : [10.1037/h0084096](#).

Les numéros entre crochets dans la version anglaise correspondent à la pagination de l'article paru en 1953. Toutes les notes en bleu dans la traduction française sont des traducteurs.

A New Status Index Derived from Sociometric Analysis *

Leo Katz
Michigan State College

For the purpose of evaluating status in a manner free from the deficiencies of popularity contest procedures, this paper presents a new method of computation which takes into account *who* chooses as well as *how many* choose. It is necessary to introduce, in this connection, the concept of attenuation in influence transmitted through intermediaries.

Introduction

For a considerable time, most serious investigators of inter-personal and inter-group relations have been dissatisfied with the ordinary indices of “status,” of the popularity contest type. In the sociometric field, for example, Jennings (1) says, “. . . it cannot be premised from the present research that greater desirability *per se* attaches to a high [conventional computation] choice-status as contrasted with a low choice-status in any sociogroup without reference to its milieu and functioning.” However, in the absence of better methods for determining status, only two alternatives have been open to the investigator. He has been forced either to accept the popularity index as valid, at least to first approximation, or to make near-anthropological study of a social group in order to pick out the *real* leaders, i.e., the individuals of genuinely high status.

The purpose of this paper is to suggest a new method of computing status, taking into account not only the number of direct “votes” received by each individual but, also, the status of each individual who chooses the first, the status of each who chooses these in turn, etc. Thus, the proposed new index allows for *who* chooses as well as how many choose.

For the present discussion, an operational definition of status is assumed, status being defined by the question asked of the members of the group. The same device, then, may be used to study influence, transmission of information, etc.

The New Status Index

To exhibit the results of the “balloting,” we shall use the matrix representation for sociometric data as given by Forsyth and Katz (2). An example for a group of six persons appears below. In this example, A chooses only [40] F, B chooses C and F, C chooses B, D, and F, and so on. The principal

*. This work was done under the sponsorship of the Office of Naval Research.

diagonal elements, by convention, are zeroes. The question asked could be, “Which people in this group really know what is going on?”

Chooser	Chosen					
	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1
D	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	1
F	1	0	0	1	0	0
Totals	2	1	1	3	1	4

In the Forsyth and Katz formulation, the 6×6 array above is referred to as the choice matrix, C , with element c_{ij} = response of individual i to individual j . Further, as pointed out by Festinger (3) for matrices whose elements are 0 or 1, powers of C have as elements the numbers of chains of corresponding lengths going from i through intermediaries to j . Thus, $C^2 = (c_{ij}^{(2)})$, where $c_{ij}^{(2)} = \sum_k c_{ik}c_{kj}$; each component, $c_{ik}c_{kj}$, of $c_{ij}^{(2)}$ is equal to one if and only if i chooses k and k chooses j , i.e., there is a chain of length two from i to j . Higher powers of C have similar interpretations.

The column sums of C give the numbers of direct choices* made by members of the group to the individual corresponding to each column. Also, the column sums of C^2 give the numbers of two-step choices from the group to individuals; column sums of C^3 , numbers of three-step choices, etc. An index of the type we seek, then, may be constructed by adding to the direct choices all of the two-step, three-step, etc., choices, using appropriate weights to allow for the lower effectiveness of longer chains. In order to construct appropriate weights, we introduce the concept of “attenuation” in a link of a chain.

It is necessary to make some assumptions regarding the effective functioning of an existing link. The first assumption we make is common to all sociometric work, namely, that our information is accurate and that, hence, certain links between individuals exist; and where our information indicates no link, there is no communication, influence, or whatever else we measure. Secondly, we assume that each link independently has the same probability of being effective. This assumption, obviously, is no more true than is the previous one; however, it seems to be at least a reasonable first approximation to the true situation. Thus, we conceive a constant a , depending on the group and the context of the particular investigation, which [41] has the force of a probability of effectiveness of a single link. A k -step chain, then, has probability a^k of being effective. In this sense, a actually measures the

*. In the sequel, it is assumed that C is a matrix of 0's and 1's.

non-attenuation in a link, $a = 0$ corresponding to complete attenuation and $a = 1$ to absence of any attenuation. With this model, appropriate weights for the column sums of C , C^2 , etc. are a , a^2 , etc., respectively.

We have noted previously that the quantity a depends upon both the group and the context; we now examine this notion in greater detail. Suppose that our interest is in the communication problem of transmission of information or rumor through a group. It is quite evident that different groups will respond in different ways to the same information and, also, that a single group will exhibit different responses to various pieces of information. For example, the information that the new high-school principal is unmarried and handsome might occasion a violent reaction in a ladies' garden club and hardly a ripple of interest in a luncheon group of the local chamber of commerce. On the other hand, the luncheon group might be anything but apathetic in its response to information concerning a fractional change in credit buying restrictions announced by the federal government.

Some psychological investigations have been directed at exactly this point. It is possible that these, or subsequent studies, may reveal that a is or is not relatively constant among all existing links in a group with respect to a particular context. If it should appear that a is not relatively constant, it will be necessary to consider more complicated models. For present purposes, we shall assume a is relatively constant and that, either by investigation or omniscience, its value is known.

Let s_j be the sum of the j th column of the matrix C and s a column vector with elements s_j . In the example above, e.g., the row vector $s' = (2, 1, 1, 3, 1, 4)$. We wish to find the column sums of the matrix

$$T = aC + a^2C^2 + \dots + a^kC^k + \dots = (I - aC)^{-1} - I.$$

T has elements t_{ij} and column sums $t_j = \sum_i t_{ij}$. Let t be a column vector with elements t_j and u be a column vector with unit elements. Then $t' = u'[(I - aC)^{-1} - I]$.

Multiplying on the right by $(I - aC)$ we have

$$t'(I - aC) = u' - u'(I - aC) = au'C,$$

and by transposition,

$$(I - aC')t = aC'u.$$

But, $C'u$ is a column vector whose elements are the row sums of C' , i.e., the column sums of C ; therefore $C'u = s$. Finally, dividing through by a , we have

$$\left(\frac{1}{a}I - C'\right)t = s.$$

[42] Thus, given a , C , and s , we have only to solve the system of linear equations above to obtain t . Actually, we compute no powers of C although our original summation was over all powers. The process breaks down in case $1/a$ is not greater than the largest characteristic root of C . (See 5, 168). Some experience with computations indicates that reasonable, general-purpose values of $1/a$ are those between the largest root and about twice that root. It is evident that the effect of longer chains on the index will be greater for smaller values of $1/a$. Finally, it is a real advantage in computations to choose $1/a$ equal to an integer. In the numerical example of the following section, the largest root is less than 1.7 and $1/a$ is taken equal to 2.0. There is an extensive literature on bounds for such roots; in this connection, see the series of papers by A. Brauer (6). For matrices of non-negative elements, a simple upper bound for the largest root is the greatest row (column) sum; this bound is attained when all row (column) sums are equal. For the solution, several abbreviated methods of computation are available. See, e.g., Dwyer (4).

The usual index of status is obtained by dividing the column sum s_j by $n - 1$, the number of possible choices. Using the same notion, we obtain as divisor of the t_j , with $(n - 1)^{(k)} = (n - 1)(n - 2) \dots (n - k)$,

$$m = a(n - 1) + a^2(n - 1)^{(2)} + a^3(n - 1)^{(3)} + \dots = (n - 1)!a^{n-1}e^{1/a},$$

approximately. * Finally, then, the new status index vector is given by $(1/m)t$, where t is the vector solution to the system of equations above.

A Numerical Example

We shall consider the example of the group of six persons whose choice matrix is given at the beginning of the paper. For this group, conventional technique of dividing column sums by $n - 1 = 5$ produces the

$$\text{Conventional Status Vector} = (.4, .2, .2, .6, .2, .8).$$

Going beyond the surface question of "How many choose X?" to the deeper question of "Who choose X?" reveals certain important features of this artificially constructed group. F and D are, apparently, of highest status. A, however, is chosen by both of these though he is not chosen by any of the "small fry" in the group. Is not A's status higher than is indicated by the conventional computation?

Secondly, the positions of the three low-status persons are not identical. B and C choose each other and are chosen by no one else in the group. E, on the other hand, has contact with the rest of the group through D and is in a somewhat different position than B and C.

*. The approximation improves with increasing n . The relative error $< 1/[a^{n-2}(n - 2)!e^{1/a}]$. For example, when $n = 25$, $a = 1/2$, the relative error $< 4 \times 10^{-17}$.

[43] Other features might be pointed out, such as that F's choice of D is not reciprocated, etc. But this is enough to illustrate the well-known deficiencies in the conventional computations. We pass now to actual computation of the vector t .

We first write out the required equations, using $a = 1/2$ for simplicity. The coefficients of t_1, t_2, \dots, t_6 are the negative of the transpose of C plus $1/a = 2$ added to each principal diagonal term. The equations are

$$\begin{array}{rcccccc}
 2t_1 & & & -t_4 & & -t_6 & = & 2 \\
 & 2t_2 & -t_3 & & & & = & 1 \\
 & -t_2 & +2t_3 & & & & = & 1 \\
 & & -t_3 & +2t_4 & -t_5 & -t_6 & = & 3 \\
 & & & -t_4 & +2t_5 & & = & 1 \\
 -t_1 & -t_2 & -t_3 & & -t_5 & +2t_6 & = & 4,
 \end{array}$$

and the resulting values of t_1, \dots, t_6 are 13, 1, 1, 11.4, 6.2, and 12.6, respectively. The approximate computation of $m = 27.71$ agrees fairly well, even here with $n = 6$ only, with the exact value of 26.25. Dividing the t_j by 27.71 gives the

$$\text{New Status Vector} = (.47, .04, .04, .41, .22, .45).$$

Comparison of the new with the conventional computation above indicates that every change is in the appropriate direction to overcome the shortcomings in the index pointed out previously and the new status indices are in much more nearly correct relative position.

REFERENCES

1. Jennings, H.H. Leadership and isolation. New York : Longmans, Green, 1943 and 1950.
2. Forsyth, E., and Katz, L. A matrix approach to the analysis of sociometric data : preliminary report, *Sociometry*, 1946, 9, 340-347.
3. Festinger, L. The analysis of sociograms using matrix algebra. *Human Relations*, 1949, 2, 153-158.
4. Dwyer, P.S. Linear computations. New York : Wiley and Sons, 1951.
5. Ferrar, W.L. Finite matrices. London : Oxford Univ. Press., 1951.
6. Brauer, A. Limits for the characteristic roots of a matrix. Series of four papers in *Duke Mathematical Journal*, I : 1946, 13, 387-395 ; II : 1947, 14, 21-26 ; III : 1948, 15, 871-877 ; IV : 1952, 19, 75-91.

Manuscript received 7/3/52

Revised manuscript received 8/8/52

Un nouvel indice de statut dérivé de l'analyse sociométrique *

Leo Katz
Michigan State College

Afin d'évaluer le statut tout en contournant les problèmes liés aux concours de popularité, ce document présente une nouvelle méthode de calcul qui tient compte de *qui* choisit ainsi que de *combien* choisissent. Il est nécessaire d'introduire, à cet égard, le concept d'atténuation de l'influence transmise par des intermédiaires.

Introduction

Depuis longtemps, la plupart des chercheurs qui s'intéressent aux relations interpersonnelles et intergroupes ne sont pas satisfaits des indicateurs ordinaires de « statut », du type concours de popularité². Dans le domaine sociométrique par exemple, Jennings (1) déclare : « Les recherches actuelles ne permettent pas de conclure qu'un statut élevé [calcul conventionnel] soit plus désirable qu'un statut faible dans n'importe quel groupe social, sans tenir compte de son milieu et de son fonctionnement. » Cependant, en l'absence de méthodes plus efficaces pour mesurer le statut, seules deux alternatives s'offrent à l'enquêteur. Il est contraint soit d'accepter la validité de l'indicateur de popularité, du moins en première approximation, soit de procéder à une étude quasi anthropologique d'un groupe social afin d'identifier les *vrais* leaders, c'est-à-dire les individus dont le statut est réellement élevé.

L'objectif de cet article est de proposer une nouvelle méthode de calcul du statut prenant en compte non seulement le nombre de « voix » directes reçues par chaque individu mais aussi le statut de chaque individu qui choisit le premier, le statut de chaque individu qui les choisit à son tour, etc. Ainsi, le nouvel indicateur proposé tient compte de qui choisit et de combien choisissent.

Nous utilisons dans cet article une définition opérationnelle du statut, celui-ci étant défini par la question posée aux membres du groupe. Le même dispositif peut donc être utilisé pour étudier l'influence, la transmission d'informations, etc.

*. Ce travail a été réalisé sous le parrainage de l'Office of Naval Research. L'ONR a joué un rôle majeur dans le financement de la recherche étasunienne au sortir de la deuxième guerre mondiale. En ce qui concerne l'analyse de réseau, il a financé de nombreux travaux en théorie des graphes et en optimisation linéaire. Leo Katz est officier de liaison scientifique pour l'ONR en 1959-1960.

2. L'indicateur de statut correspond à ce qu'on nommerait aujourd'hui le degré entrant, souvent considéré dans les réseaux sociaux comme un indicateur de popularité.

Le nouvel indicateur de statut

Pour présenter les résultats du « scrutin », nous utilisons la représentation matricielle des données sociométriques telle qu'elle est donnée par Forsyth et Katz (2). Un exemple pour un groupe de six personnes figure ci-dessous. Dans cet exemple, A choisit F, B choisit C et F, C choisit B, D et F, et ainsi de suite. Les éléments de la diagonale sont, par convention, des zéros. La question posée pourrait être la suivante : « Quelles sont les personnes de ce groupe qui savent vraiment ce qui se passe ? ».

	Choix reçu					
Choix émis	A	B	C	D	E	F
A	0	0	0	0	0	1
B	0	0	1	0	0	1
C	0	1	0	1	0	1
D	1	0	0	0	1	0
E	0	0	0	1	0	1
F	1	0	0	1	0	0
Totaux	2	1	1	3	1	4

Selon la terminologie de Forsyth et Katz, le tableau 6×6 ci-dessus est appelé matrice de choix C où l'élément c_{ij} est la réponse de l'individu i à l'individu j . En outre, comme l'a souligné Festinger (3) pour les matrices dont les éléments sont 0 ou 1, les puissances de C ont pour éléments les nombres de chaînes de longueurs correspondantes allant de i à j en passant par des intermédiaires. Ainsi, $C^2 = (c_{ij}^{(2)})$ où $c_{ij}^{(2)} = \sum_k c_{ik}c_{kj}$; chaque élément, $c_{ik}c_{kj}$ de $c_{ij}^{(2)}$ est égal à 1 si et seulement si i choisit k et k choisit j , c'est-à-dire qu'il existe une chaîne de longueur 2 entre i et j . Les puissances supérieures de C ont des interprétations similaires.

Les sommes marginales des colonnes de C donnent le nombre de choix directs³ effectués par les membres du groupe en faveur de l'individu correspondant à chaque colonne. Les sommes des colonnes de C^2 donnent les nombres de choix en 2 étapes du groupe vers les individus; les sommes des colonnes de C^3 , les nombres de choix en 3 étapes, etc. L'indicateur que nous recherchons peut donc être construit en ajoutant aux choix directs tous les choix en deux étapes, trois étapes, etc., en utilisant des pondérations appropriées pour tenir compte de l'efficacité moindre des chaînes plus longues. Afin d'établir des pondérations appropriées, nous introduisons le concept d'« atténuation » dans un maillon d'une chaîne.

Il est nécessaire de formuler certaines hypothèses concernant la présence des liens. La première hypothèse que nous faisons est commune à tous les travaux sociométriques, à savoir que nos informations sont exactes et que,

3. On considère par la suite que la matrice C contient uniquement des 0 et des 1.

par conséquent, certains liens entre les individus existent ; lorsque nos informations n'indiquent aucun lien, il n'y a pas de communication, d'influence ou tout autre élément que nous mesurons. Deuxièmement, nous supposons que chaque lien a la même probabilité d'être efficace. Cette hypothèse n'est évidemment pas plus vraie que la précédente mais elle semble constituer une approximation raisonnable de la situation réelle. Nous créons une constante a , dépendant du groupe étudié et du contexte de l'enquête, qui [41] correspond à la probabilité d'efficacité d'une chaîne de longueur 1. Une chaîne de k étapes a donc une probabilité a^k d'être efficace. a mesure en fait l'absence d'atténuation d'un lien, $a = 0$ correspondant à une atténuation complète et $a = 1$ à l'absence de toute atténuation. Dans ce modèle, les pondérations appropriées pour les sommes des colonnes de C , C^2 , etc. sont respectivement a , a^2 , etc.

Nous avons noté précédemment que la quantité a dépend à la fois du groupe et du contexte ; nous allons maintenant examiner cette notion plus en détail. Supposons que nous nous intéressions au problème de la transmission d'une information ou d'une rumeur au sein d'un groupe. Il est évident que différents groupes réagiront de différentes manières à la même information et qu'un même groupe réagira différemment à divers éléments d'information. Par exemple, l'information selon laquelle le nouveau directeur du lycée est un charmant célibataire peut provoquer une forte réaction au sein d'un club féminin de jardinage et n'éveiller qu'un vague intérêt dans un groupe de la chambre de commerce locale. Par contre, le groupe de la chambre de commerce réagirait davantage à l'information concernant des restrictions de crédit par le gouvernement fédéral.

Des études psychologiques ont porté sur ce point précis. Il est possible que ces études, ou des études ultérieures, démontrent que a n'est pas nécessairement constant parmi tous les liens existant au sein d'un groupe dans un contexte particulier. S'il apparaît que a n'est pas constant, il sera nécessaire d'envisager des modèles plus complexes. Pour l'instant, nous supposons que a est relativement constant et que, par investigation ou par omniscience, sa valeur est connue.

Soit s_j la somme de la j ème colonne de la matrice C et s un vecteur colonne dont les éléments sont s_j . Dans l'exemple ci-dessus, par exemple, le vecteur ligne $s' = (2, 1, 1, 3, 1, 4)$. Nous souhaitons trouver les sommes marginales des colonnes de la matrice ⁴

$$T = aC + a^2C^2 + \dots + a^kC^k + \dots = (I - aC)^{-1} - I. \text{ } ^5$$

4. La démonstration qui suit suppose un minimum de familiarité avec le calcul matriciel ; voir par exemple ce court document (Beauguitte et Beauguitte, 2011).

5. I est la notation standard pour la matrice identité, aussi appelée matrice unité : dans cette matrice carrée, toutes les cases sont remplies de 0 sauf la diagonale principale remplie de 1.

T a pour éléments t_{ij} et pour sommes marginales de colonnes $t_j = \sum_i t_{ij}$. Soit t un vecteur colonne à t_j éléments et u un vecteur colonne dont tous les éléments sont 1. Alors $t' = u'[(I - aC)^{-1} - I]$.

En multipliant à droite par $(I - aC)$ on obtient

$$t'(I - aC) = u' - u'(I - aC) = au'C,$$

et, par transposition,

$$(I - aC')t = aC'u.$$

$C'u$ est un vecteur colonne dont les éléments sont les sommes des lignes de C' , c'est-à-dire les sommes des colonnes de C , donc $C'u = s$. Enfin, en divisant par a , on a

$$\left(\frac{1}{a}I - C'\right)t = s.$$

Ainsi, étant donné a , C et s , il suffit de résoudre le système d'équations linéaires ci-dessus pour obtenir t . En fait, nous ne calculons aucune puissance de C alors que notre sommation initiale portait sur toutes les puissances. La méthode ne fonctionne plus si $1/a$ n'est pas supérieur à la plus grande racine caractéristique de C (voir 5, 168). L'expérience tend à montrer que les valeurs raisonnables et d'usage général de $1/a$ sont celles qui se situent entre la racine la plus grande et environ le double de cette racine. Il est évident que l'effet de chaînes plus longues sur l'indice sera plus important pour des valeurs plus petites de $1/a$. Enfin, c'est un réel avantage dans les calculs de choisir $1/a$ égal à un entier. Dans l'exemple de la section suivante, la racine la plus grande est inférieure à 1.7 et l'on choisit $1/a$ égal à 2. Il existe une littérature abondante sur les limites de ces racines; à cet égard, voir la série d'articles d'A. Brauer (6). Pour les matrices à éléments non négatifs, une borne supérieure simple pour la plus grande racine est la plus grande somme de lignes (colonnes); cette borne est atteinte lorsque toutes les sommes marginales de lignes (colonnes) sont égales. Pour la solution, plusieurs méthodes de calcul sont disponibles. Voir, par exemple, Dwyer (4).

L'indicateur habituel de statut est obtenu en divisant la somme des colonnes s_j par $n - 1$, le nombre de choix possibles⁶. En utilisant la même notion, on obtient comme diviseur de t_j , avec $(n - 1)^{(k)} = (n - 1)(n - 2) \dots (n - k)$,

$$m = a(n - 1) + a^2(n - 1)^{(2)} + a^3(n - 1)^{(3)} + \dots = (n - 1)!a^{n-1}e^{1/a},$$

approximativement*. Enfin, le nouveau vecteur d'indicateur du statut est

6. En langage contemporain, on parlerait du degré entrant normalisé.

*. Plus n est grand, meilleure est l'approximation, l'erreur relative étant inférieure à $1/[a^{n-2}(n - 2)!e^{1/a}]$. Par exemple, si $n = 25$ et $a = 1/2$, l'erreur relative $< 4 \times 10^{-17}$.

donné par $(1/m)t$ où t est le vecteur solution du système d'équations ci-dessus.

Un exemple numérique

Nous allons considérer l'exemple du groupe de six personnes dont la matrice de choix est donnée au début du document. Pour ce groupe, la technique conventionnelle consistant à diviser les sommes des colonnes par $n - 1 = 5$ produit le

$$\text{Vecteur de statut conventionnel} = (.4, .2, .2, .6, .2, .8).$$

Si l'on dépasse la question superficielle « Combien choisissent X ? » pour s'intéresser à la question plus approfondie « Qui choisit X ? », on découvre certaines caractéristiques importantes de ce groupe artificiellement construit. F et D ont apparemment le statut le plus élevé. A est pourtant choisi par ces deux personnes alors qu'il n'est choisi par aucun des « petits » du groupe. Le statut de A n'est-il pas plus élevé que ne l'indique le calcul conventionnel ?

Ensuite, les positions des trois personnes de statut inférieur ne sont pas identiques. B et C se choisissent mutuellement et ne sont choisis par personne d'autre dans le groupe. En revanche, E est en contact avec le reste du groupe par l'intermédiaire de D et se trouve dans une position quelque peu différente de celle de B et C.

D'autres caractéristiques pourraient être soulignées, comme le fait que le choix de D par F ne soit pas réciproque, etc. Mais cela suffit à illustrer les lacunes bien connues des calculs conventionnels. Passons maintenant au calcul effectif du vecteur t .

Nous commençons par écrire les équations nécessaires, en utilisant $a = 1/2$ pour simplifier. Les coefficients de t_1, t_2, \dots, t_6 sont l'opposée de la transposée de C plus $1/a = 2$ ajouté à chaque terme de la diagonale principale. Les équations sont les suivantes

$$\begin{array}{rcccccc} 2t_1 & & & -t_4 & & -t_6 & = & 2 \\ & 2t_2 & -t_3 & & & & = & 1 \\ & -t_2 & +2t_3 & & & & = & 1 \\ & & -t_3 & +2t_4 & -t_5 & -t_6 & = & 3 \\ & & & -t_4 & +2t_5 & & = & 1 \\ -t_1 & -t_2 & -t_3 & & -t_5 & +2t_6 & = & 4, \end{array}$$

et les valeurs résultantes de t_1, \dots, t_6 sont 13, 1, 1, 11.4, 6.2, et 12.6, respectivement. Le calcul approximatif de $m = 27.71$ s'accorde assez bien, même ici avec $n = 6$ seulement, avec la valeur exacte de 26.25. En divisant le t_j par 27.71, on obtient le

Nouveau vecteur de statut = (.47, .04, .04, .41, .22, .45).

La comparaison du nouveau calcul avec le calcul conventionnel ci-dessus montre qu'il paraît pertinent pour surmonter les lacunes de l'indicateur signalées précédemment et que les nouveaux indicateurs de statut sont des mesures beaucoup plus proches de la réalité.

RÉFÉRENCES

1. Jennings, H.H. Leadership and isolation. New York : Longmans, Green, 1943 and 1950.
2. Forsyth, E., and Katz, L. A matrix approach to the analysis of sociometric data : preliminary report, *Sociometry*, 1946, 9, 340-347.
3. Festinger, L. The analysis of sociograms using matrix algebra. *Human Relations*, 1949, 2, 153-158.
4. Dwyer, P.S. Linear computations. New York : Wiley and Sons, 1951.
5. Ferrar, W.L. Finite matrices. London : Oxford Univ. Press., 1951.
6. Brauer, A. Limits for the characteristic roots of a matrix. Series of four papers in *Duke Mathematical Journal*, I : 1946, 13, 387-395 ; II : 1947, 14, 21-26 ; III : 1948, 15, 871-877 ; IV : 1952, 19, 75-91.

Manuscrit reçu le 7/3/52

Manuscrit révisé reçu le 8/8/52

groupe f.m.r.



La collection « [textes](#) » du groupe fmr (flux, matrices, réseaux) propose des rééditions bilingues d'articles consacrés à l'analyse de réseaux.

Disponibles en ligne

- L. Beauguitte, P. Beauguitte et P. Gourdon, 2021, « [William L. Garrison, 1960, Connectivity of the Interstate Highway System](#) ».
- L. Beauguitte et M. Maisonobe, 2021, « [Joseph B. Kruskal, 1956, On the Shortest Spanning Subtree of a Graph and the Traveling Salesman Problem](#) ».
- L. Beauguitte et M. Maisonobe, 2021, « [E.W. Dijkstra, 1959, A Note on Two Problems in Connexion with Graphs](#) ».
- L. Beauguitte, 2021, « [Alfonso Shimbel, 1951, Application of Matrix Algebra to Communications Nets](#) ».
- L. Beauguitte, 2021, « [Alfonso Shimbel, 1953, Structural Parameters of Communication Networks](#) ».
- L. Beauguitte, 2021, « [Z. Prihar, 1956, Topological Properties of Telecommunication Networks](#) ».
- L. Beauguitte et M. Maisonobe, 2021, « [Alex Bavelas, 1948, A Mathematical Model for Group Structures](#) ».
- L. Beauguitte et J. Fen-Chong, 2021, « [Alex Bavelas, 1950, Communication Patterns in Task-Oriented Groups](#) ».
- L. Beauguitte, 2021, « [Forrest R. Pitts, 1965, A Graph Theoric Approach to Historical Geography](#) ».
- L. Beauguitte, 2021, « [M. L. Northway, 1940, A method for depicting social relationships obtained by sociometric testing](#) ».
- F. Bahoken et L. Beauguitte, 2021, « [John D. Nystuen and Michael F. Dacey, 1961, A Graph Theory Interpretation of Nodal Regions](#) ».
- F. Bahoken et L. Beauguitte, 2022, « [Edward L. Ullman, 1949, Mapping the world's ocean trade : A research proposal](#) ».
- L. et P. Beauguitte, 2022, « [F. L. Hitchcock, 1941, The Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities](#) ».
- F. Bahoken, 2022, « [W. R. Tobler, 1969, Review of Sémiologie graphique : Les Diagrammes Les réseaux Les Cartes](#) ».
- F. Bahoken et L. Beauguitte, 2022, « [P. R. Gould, 1967, On the Geographical Interpretation of Eigenvalues](#) ».
- L. Beauguitte, F. Bahoken et J. Fen-Chong, 2022, « [E. Forsyth et L. Katz, 1946, A Matrix Approach to the Analysis of Sociometric Data](#) ».
- L. Beauguitte et F. Bahoken, 2023, « [J.L. Moreno et H.H. Jennings, 1938, Statistics of social configurations](#) ».

- L. Beauguitte, 2023, « [G. D. Dantzig, 1960, On the Shortest Route Through a Network](#) ».
- L. Beauguitte, 2023, « [K. J. Kansky, 1963, Structure of Transportation Networks](#) ».
- F. Bahoken et L. Beauguitte, 2023, « [L. Festinger, 1949, The Analysis of Sociograms Using Matrix Algebra](#) ».
- L. Beauguitte, 2023, « [D. Cartwright, 1959, The Potential Contribution of Graph Theory to Organization Theory](#) ».
- L. et P. Beauguitte, 2026, « [Leo Katz, 1953, A New Status Index Derived from Sociometric Analysis](#) ».