



HAL
open science

Approche stochastique appliquée au dimensionnement des chaînes et réseaux d'énergie

Patrick Guérin, Geoffroy Roblot, Laurence Miègeville

► To cite this version:

Patrick Guérin, Geoffroy Roblot, Laurence Miègeville. Approche stochastique appliquée au dimensionnement des chaînes et réseaux d'énergie. Xavier Roboam. Conception systémique pour la conversion d'énergie électrique, 1, Hermès - Lavoisier, 2012, Traité EGEM : Electronique - Génie Electrique - Microsystèmes, 978-2-7462-3192-4. <hal-05517544>

HAL Id: hal-05517544

<https://hal.science/hal-05517544v1>

Submitted on 18 Feb 2026

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY-NC-ND 4.0 - Attribution - Non-commercial use - No Derivative Works - International License

Approche stochastique appliquée au dimensionnement des chaînes et réseaux d'énergie ¹

MOTS-CLÉS : réseau d'énergie, prévision des consommations, modèle probabiliste des charges, modélisation probabiliste et dynamique, simulation de Monte-Carlo.

KEYWORDS: power system, load forecasting, probabilistic load model, dynamic probabilistic load model, Monte-Carlo simulation.

¹Chapitre rédigé par Patrick Guérin, Geoffroy Roblot, Laurence Miègeville, IREENA, université de Nantes - Saint nazaire

7.1. Introduction

La conception d'une chaîne ou d'un réseau d'énergie passe nécessairement par une phase de dimensionnement des matériels les constituant. Une des grandeurs fondamentales caractérisant les équipements électriques est la puissance ou le courant qu'ils doivent être capables de fournir, transporter ou absorber. La phase de dimensionnement s'appuie donc généralement sur un calcul préliminaire estimant les intensités des courants ou les puissances mises en œuvre. Jusqu'à présent, en fonction de la taille du réseau d'énergie, deux grandes tendances se sont dégagées pour réaliser la prévision des grandeurs électriques en vue de son dimensionnement.

Pour les réseaux terrestres de transport et de distribution, l'objectif est principalement la prévision des puissances absorbées par les consommateurs afin de planifier la mise en service des centrales électriques [CAR 91] et à plus long terme, étudier l'opportunité de construire de nouvelles unités. Selon l'horizon temporel souhaité, ces prévisions reposent sur des outils mathématiques [MOG 89][ALF 02] tels que : les régressions linéaires, les séries temporelles ou l'intelligence artificielle [BAN 05][SFE 05]. Avec l'introduction de sources d'énergie renouvelables mais non contrôlables, la puissance disponible devient également un critère à prévoir pour la bonne stabilité de certains réseaux [VAL 09]. Toutes ces méthodes prévisionnelles utilisent un historique important de données pour établir des modèles de comportement dans le but de simuler les futures consommations selon l'évolution de certains paramètres. La description macroscopique apportée par ces modélisations est bien adaptée aux réseaux de transport et de distribution terrestre de par le nombre élevé des charges raccordées et leur grande diversité.

Pour les chaînes d'énergie et les réseaux de distribution de type industriel ou tertiaire, la prévision des demandes de puissance est obtenue à partir d'un bilan de puissances [ELE 85]. Celui-ci est établi dans le but de dimensionner les équipements (générateurs, lignes, tableaux de distribution, protections...), plutôt que dans un souci de planification ou de gestion des sources d'énergie. Bien que plus ou moins normalisé [NFC15100 1991], ce bilan devient de plus en plus difficile à déterminer face à l'augmentation du nombre des récepteurs et à leur mode de fonctionnement intermittent ou continûment variable que permet aujourd'hui l'emploi des convertisseurs de puissance.

Les réseaux d'énergie embarqués ou ilotés sont souvent traités comme des réseaux de type industriel, car leurs caractéristiques et leurs utilisations s'en rapproche beaucoup plus que celles des réseaux de transport ou de distribution terrestre :

-le nombre de consommateurs est beaucoup plus réduit. Le comportement de l'ensemble peut être lié au fonctionnement de quelques charges de fortes puissances. Ainsi, le comportement individuel des charges peut avoir des répercussions

significatives sur la consommation globale et les modèles macroscopiques utilisés dans les réseaux de transport ne sont alors plus aussi adaptés.

- ces réseaux particuliers ne disposent pas d'un grand nombre de moyens de production qui seraient utilisés ou non en fonction de la demande. Pour satisfaire l'adéquation entre production et consommation, les générateurs doivent être dimensionnés pour fournir la puissance maximale susceptible d'être demandée.

Néanmoins, ces réseaux peuvent distribuer l'énergie électrique à plusieurs dizaines de milliers de charges et fournir des puissances de plusieurs dizaines de kilowatts à une centaine de mégawatts. Les règles employées pour établir un bilan de puissance semblent alors mal adaptées. Afin de garantir une fourniture suffisante en énergie ainsi que sa distribution, le concepteur de l'installation aura naturellement tendance à augmenter les marges de sécurité, conduisant le plus souvent à un sur-dimensionnement des équipements. Cette solution se répercute non seulement sur les coûts d'investissement mais également sur les coûts de production, si l'énergie électrique provient d'une source primaire fossile, comme dans le cas usuel des diesels-alternateurs. De plus, le sur-dimensionnement électrique d'un réseau embarqué, influence défavorablement le bilan des masses et augmente les volumes occupés dans la plate-forme mobile. Les répercussions se feront ressentir sur sa consommation énergétique globale et donc potentiellement sur son autonomie. Le cas extrême où les générateurs ne pourraient plus s'intégrer à la plate-forme ou encore celui où cette plate-forme ne répondrait plus au cahier des charges initial n'est pas à exclure.

Qu'il s'agisse d'une chaîne d'énergie alimentant une charge fortement variable ou un réseau distribuant l'électricité à un nombre important de consommateurs, le dimensionnement réclame avant tout une prévision réaliste des consommations possibles des charges. Le présent article, rappelle tout d'abord une méthode usuelle pour déterminer le bilan de puissances d'une installation électrique. Puis, une approche stochastique des flux de puissances est présentée, en se basant sur des analyses statistiques des consommations [HER 02]. La modélisation des charges sera abordée de manière théorique [VEN 73] mais également pratique au travers de la traduction d'un cahier des charges et à partir de relevés expérimentaux.

La mise en œuvre d'un algorithme de Monte-Carlo à la simulation du réseau fournira non seulement la prévision de la puissance maximale susceptible d'apparaître mais aussi une valeur non dépassée pour une probabilité donnée. Les algorithmes de Monte-Carlo ont déjà été employés dans la prévision des grandeurs électriques, notamment lors du calcul des puissances crêtes absorbées par des charges résidentielles [QUE 04], des chutes de tension [CAR 07] ou des perturbations harmoniques [GUE 04]. L'association de modèles probabilistes des charges à des simulations de Monte Carlo ont permis à [ROB 06] de dimensionner des transformateurs sur un réseau de navire. De même, [GUE 09] ont démontré la validité de cette démarche en comparant les puissances relevées expérimentalement

sur les générateurs d'un réseau embarqué, aux prévisions issues des simulations de ce réseau.

Afin d'illustrer les inconvénients et les potentiels de cette approche probabiliste, une étude prévisionnelle des courants absorbés par un réseau embarqué comportant plus d'un millier de charges électriques sera entièrement traitée. Les résultats de simulation seront alors confrontés aux relevés expérimentaux réalisés sur l'installation en fonctionnement normal.

Une extension de cette approche probabiliste sera ensuite proposée afin d'introduire aux prévisions une dimension temporelle. Enfin, une modélisation probabiliste et dynamique des charges sera exposée ainsi qu'un nouvel algorithme de Monte Carlo, modifié pour prendre en compte cet aspect temporel des données. La simulation des flux de puissance sur le même réseau embarqué conduira alors à la prévision des intensités et de leur durée en termes de probabilités d'apparition. Il est ainsi possible de proposer un dimensionnement correspondant à un courant susceptible d'apparaître tout en gagnant une information sur sa probabilité d'occurrence et les risques éventuels de surcharge, défini en amplitude et en durée.

7.2. Principe usuel du bilan de puissances

Le bilan de puissances est essentiel dans la conception d'une installation électrique, qu'il s'agisse de la distribution dans un bâtiment, un site industriel ou du réseau d'énergie d'un navire ou d'un avion. Partant du courant nominal de chacune des charges supposé connu *a priori*, l'objectif est de déterminer dans chacun des départs ou liaisons du réseau, le courant d'emploi I_b devant circuler dans les conducteurs. Ce courant est alors utilisé pour définir le calibre des protections, la section des câbles ainsi que la puissance apparente des transformateurs et des générateurs.

7.2.1. Courant maximal

Une première méthode de calcul consiste à assimiler le courant d'emploi I_{b_m} d'un récepteur m , égal à son courant nominal I_{n_m} . Le courant d'emploi au niveau des tableaux divisionnaires ou principaux sont obtenus en effectuant une somme algébrique de tous les courants individuels. En conséquence, le courant d'emploi I_g d'un générateur alimentant M charges est donné par [1].

$$I_g = \sum_{m=1}^M I_{b_m} \quad [1]$$

Ce calcul particulièrement simple est 'sécurisant' pour le concepteur car il conduit nécessairement à définir les équipements de l'installation pour le courant maximal susceptible d'être absorbé. Quel que soit le fonctionnement des charges, la

source d'énergie sera dès lors capable de fournir la puissance demandée et les équipements constituant les liaisons supporteront sans difficultés les courants de transit.

Cette méthode aboutie généralement à un sur-dimensionnement lorsque les charges n'absorbent pas toute leur puissance nominale ou que tous les récepteurs ne fonctionnent pas systématiquement en même temps. Dans ces cas, il est possible de pondérer le courant maximal des charges, ou encore le courant total ainsi obtenu.

7.2.2. Facteur d'utilisation K_u

Alimenté ou non par un convertisseur statique, un récepteur donné ne fonctionne pas toujours à sa puissance nominale. A titre d'exemple, la puissance d'un ventilateur est fonction de sa vitesse de rotation. Pour tenir compte de cette variation possible liée à l'usage du récepteur, le courant d'emploi peut être pondéré par rapport au courant nominal [2], par un coefficient K_u dit facteur d'utilisation ou de charge.

$$I_b = K_u \cdot I_n \quad \text{avec} \quad K_u = P_a / P_n \quad [2]$$

où P_a et P_n désignent respectivement la puissance réellement absorbée et la puissance nominale installée.

A titre indicatif, le tableau 7.1 propose quelques valeurs usuelles de ce coefficient selon le type d'équipement considéré [NFC15100 1991].

Récepteurs	Facteur d'utilisation K_u
Chauffage	1
Eclairage	1
Prise de courant	1
Moteur électrique	0.75

Tableau 7.1. Exemples de facteurs d'utilisation

7.2.3. Coefficient de simultanéité K_s

Considérons un groupe de charges raccordées en un même point du réseau, par exemple sur un tableau divisionnaire. A un instant donné, le courant total résultant dépend du nombre de charges en fonctionnement. Plus ce nombre est grand, plus le

risque que toutes ces charges fonctionnent simultanément diminue. La norme (NFC15100, 1991) définit le coefficient de simultanéité comme étant le 'rapport de la somme des puissances nominales de tous les appareils susceptibles de fonctionner simultanément à la somme des puissances nominales de tous les appareils alimentés par le même circuit ou la même installation'. Ainsi, pour un tableau divisionnaire de M départs, le courant total se calcule par [3].

$$I_t = K_s \sum_{m=1}^M I_{b_m} \quad [3]$$

avec I_{b_m} , le courant d'emploi du $m^{\text{ème}}$ départ.

Les normes proposent des exemples de ces facteurs de simultanéité pour différentes catégories de charge (tableau 7.2) ou selon le nombre de circuits raccordés à une armoire électrique (tableau 7.3).

Type de charges	Facteur de simultanéité K_s
Eclairage	1
Conditionnement d'air, chauffage	1
Prise (M = nombre de prises du circuit)	$0.1 + 0.9/M$
Appareil de cuisson	0.7
Ascenseur et monte-charge	0.6 à 1 selon P_{moteur}

Tableau 7.2. Facteurs de simultanéité pour des charges usuelles

Nombre de circuits	Facteur de simultanéité K_s
2 - 3	0.9
4 - 5	0.8
6 à 9	0.7
> 9	0.6

Tableau 7.3. Facteurs de simultanéité pour des armoires électriques

2.4. Facteur d'accroissement K_a

Dans la perspective d'un agrandissement de l'installation ou de l'ajout de nouvelles charges, il est possible d'intégrer un coefficient majorant la valeur de courant précédemment obtenue. Ce coefficient d'accroissement, appelé aussi facteur d'extension ou de réserve, est souvent défini dans les spécifications de l'installation et habituellement choisi entre 1.15 et 1.25. Sans être déterminé dans ce but, ce coefficient apporte au concepteur une marge de sécurité supplémentaire pour faire face à des configurations non initialement prévues.

Du choix des précédents facteurs d'utilisation, de simultanéité ou d'accroissement dépend grandement la valeur des courants d'emploi et donc le dimensionnement de l'installation.

2.5. Application

Afin d'illustrer cette méthode de prévision des consommations, nous proposons d'établir le bilan de puissances du réseau embarqué de la figure 7.1. Celui-ci est constitué d'un générateur alimentant un tableau principal (TP) où sont raccordées cinq charges (CH1 à CH5) et un tableau secondaire (TS). Ce dernier distribue l'énergie à CH6 et à un ensemble de 12 récepteurs absorbant un courant total de 0.345p.u., regroupés sous l'intitulé CH7.

Le courant nominal de chaque récepteur est donné dans le tableau 7.4 en grandeur réduite. Selon la méthode exposée en 2.1, le courant maximal que devrait fournir le générateur serait ainsi de 1 p.u. Cette valeur particulière correspond donc à la valeur de référence choisie pour le calcul des grandeurs réduites.

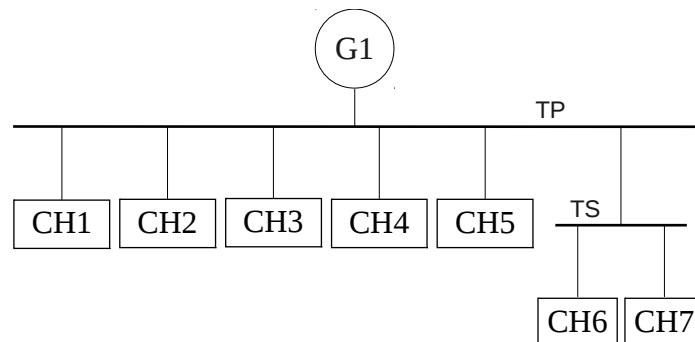


Figure 7.1. schéma simplifié d'un réseau embarqué

En considérant que les charges ne fonctionnent pas à leur puissance nominale des coefficients d'utilisation sont proposés dans le tableau 7.4. Le jeu de barres principal comporte six départs et d'après le tableau 7.3 le coefficient de simultanéité K_s doit être de 0.7. Pour le groupe CH7 de 12 récepteurs, un facteur $K_s = 0.6$ est choisi.

Le courant dans le générateur est alors calculé à l'aide de la relation [4] et aboutit à $I_{g1} = 0.648$ p.u. si une réserve de 20% est prévue pour des extensions ultérieures (soit un facteur d'accroissement $K_a = 1.2$).

$$I_g = K_a \cdot K_s \cdot \sum_{m=1}^M K_u \cdot I_{n_m} \quad [4]$$

Une campagne de mesures effectuée sur cette installation en fonctionnement normal a montré que la valeur maximale du courant enregistré au niveau du générateur était de : $I_{g1} = 0.414$ p.u. Cela représente 64% du courant prévu par le bilan de puissances. En considérant le facteur d'accroissement choisi ($K_a = 1.2$), l'estimation semble cohérente avec la mesure. Compte tenu de la manière dont les divers coefficients de pondération sont définis, il semble difficilement possible d'aboutir à des estimations plus précises.

TP	CH1	CH2	CH3	CH4	CH5	CH6	CH7
In(p.u.)	0.103	0.161	0.113	0.179	0.062	0.037	0.345
Ku / Ks	1.0	0.8	0.8	0.8	1.0	1.0	0.6
Ib(p.u.)	0.103	0.129	0.090	0.143	0.062	0.037	0.207

Tableau 7.4. *Caractéristiques des départs ou des charges*

Comme l'illustre cet exemple, le bilan de puissances dépend fortement des valeurs attribuées aux divers coefficients de pondération. Ceux-ci sont recommandés par les normes mais peuvent également être fixés par le concepteur de manière empirique ou à la suite d'un retour d'expérience sur des installations similaires. Ce 'savoir-faire' du concepteur est primordial pour établir un bilan le plus proche possible des puissances susceptibles d'être réellement consommées lors de l'exploitation du réseau d'énergie. Des coefficients trop élevés conduiraient à un surdimensionnement de ce réseau, mais des valeurs trop faibles pourraient entraîner des surintensités dans les liaisons, une surcharge des sources d'énergie voire une rupture d'approvisionnement dans des situations plus critiques.

D'autre part, les méthodes de calcul présentées ici ne tiennent pas compte d'une possible gestion du réseau durant son exploitation. Certaines charges peuvent voir leur fonctionnement modifié volontairement afin de limiter leur puissance ou même

simplement être délestées afin de maintenir la puissance appelée dans la capacité du générateur. Cette gestion contrôlée des flux de puissance influence bien évidemment le bilan définitif et le dimensionnement des équipements, tout en offrant au concepteur, une marge de manœuvres supplémentaire.

7.3. Approche Stochastique

7.3.1. Observation

Le bilan de puissances calculé dans la partie précédente s'appuie d'une part sur une approche déterministe qui suppose connu et figé le point de fonctionnement de l'ensemble des charges du réseau et d'autre part sur des coefficients (utilisation, simultanéité) qui traduisent une dispersion statistique possible des points de fonctionnement. Cette méthode présente l'avantage d'être relativement simple de mise en œuvre et rapide en temps de calcul.

L'observation et l'analyse du comportement des charges pilotées ou non par des convertisseurs de puissance amènent à la conclusion que les courants absorbés ont des allures fortement variables (figure 7.2a) et potentiellement imprévisibles. Les récepteurs électriques actuels possèdent des modes de fonctionnement de plus en plus intermittents ou fortement variables, rendus possibles par l'évolution de l'électronique de puissance (chauffage par train d'onde, variation de vitesse des moteurs, gradation de lumière...). Les courants absorbés résultent alors plus ou moins fortement d'un ensemble de paramètres, parmi lesquels se trouvent la consigne de commande mais également des variables extérieures au processus évoluant avec le temps.

Dans le cas des chaînes ou réseaux d'énergie embarqués, le courant total que doivent délivrer les générateurs est le résultat d'un foisonnement des courants produits par la multitude de charges au fonctionnement variable, raccordées à ce réseau. Comme l'illustre la figure 7.2b, le courant ainsi délivré évolue fortement au cours du temps sans pour autant que les raisons de ces variations puissent être clairement détaillées et identifiées.

Traduire toute la diversité de fonctionnement d'une charge et le comportement d'un grand nombre de consommateurs par quelques coefficients ne semble plus adapté à la situation des installations électriques actuelles. Face à ce type de problème, des méthodes particulières doivent être élaborées pour tenir compte des comportements fluctuants et non prévisibles [PRA 92][MIE 98].

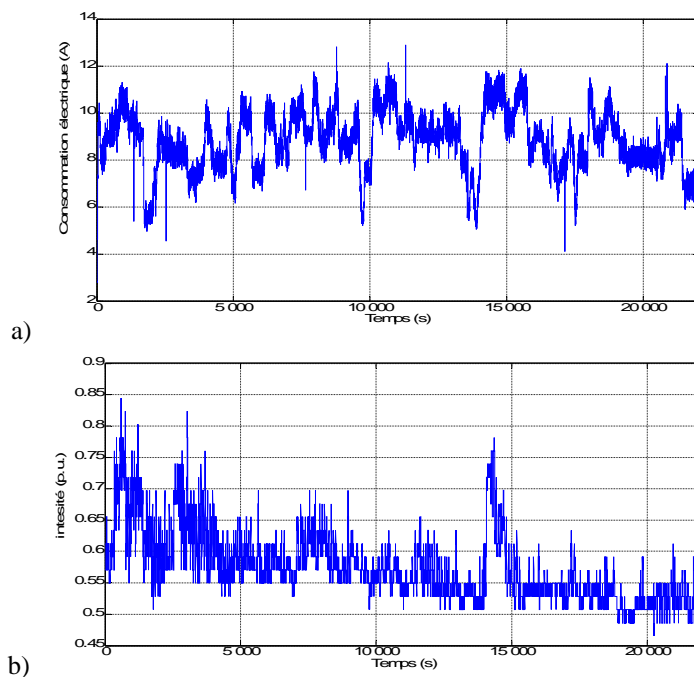


Figure 7.2. variation temporelle a) du courant absorbé par une charge
b) du courant fourni par un générateur

7.3.2. Principe de l'approche stochastique

A chaque instant, les puissances consommées dans un réseau de distribution qu'il soit terrestre et stationnaire ou embarqué, sont le fruit d'un grand nombre de phénomènes où une multitude de paramètres intervient de manière plus ou moins indépendante. Si ces paramètres sont modifiés par le hasard, il est alors possible de formuler l'hypothèse selon laquelle ces puissances sont le résultat de phénomènes aléatoires.

L'examen d'un grand nombre de phénomènes aléatoires montre que ceux-ci sont généralement décrits par des lois spécifiques, dites statistiques. Elles représentent le comportement de l'ensemble et sont alors pratiquement indépendantes des spécificités individuelles de chaque phénomène. Globalement, les particularités se compensent, aboutissant alors à un résultat moyen, dont l'aspect aléatoire a quasiment disparu. C'est cette 'stabilité', vérifiée par l'expérience, qui permet

l'utilisation de méthodes statistiques ou probabilistes dans l'étude des phénomènes physiques.

En considérant que les puissances absorbées sont le résultat de phénomènes en partie aléatoires, l'approche stochastique considère les grandeurs électriques (puissance, courant) comme des variables aléatoires. Le régime de fonctionnement variable des charges et les différents phénomènes de foisonnement susceptibles d'intervenir au niveau du réseau d'énergie sont susceptibles d'être caractérisés et régis par des lois de probabilité. L'objectif de l'approche stochastique est alors d'identifier le comportement général des récepteurs, où l'aspect aléatoire aurait disparu, dans le but de fournir une image plus réaliste des flux de puissance se propageant à travers le réseau et d'estimer plus fidèlement la puissance totale susceptible d'être consommée. Une démarche similaire a déjà été appliquée avec succès à l'analyse de la génération et de la propagation des harmoniques dans les réseaux à faible puissance de court-circuit [GUE 04].

Puisque la puissance et le courant des charges sont considérées comme des variables aléatoires, celles-ci ne sont plus représentées par une valeur unique, comme l'envisage l'approche déterministe, mais par des lois de probabilité. La fonction de densité de probabilité caractérise la dispersion de la grandeur (figure 7.3a) et la fonction de répartition indique la probabilité de ne pas dépasser une valeur donnée (figure 7.3b).

L'objectif du bilan de puissances n'est alors plus d'obtenir une valeur de courant I_g pour le générateur mais une fonction de densité de probabilité $f_{I_g}(ig)$ décrivant le comportement de la variable aléatoire ig . Le problème se résume donc à déterminer la loi de probabilité $f_{I_g}(ig)$ telle que :

$$P[ig < I_g] = \int_0^{I_g} f_{I_g}(ig) dig \quad \text{avec} \quad ig = \sum_{m=0}^M i_m \quad [5]$$

Le courant fourni par le générateur est donc une somme de variables aléatoires i_m dont les fonctions de densité de probabilité $f_{i_m}(i_m)$ sont supposées connues. Le problème soulevé par la somme de variables aléatoires est classique dans la théorie des probabilités [VEN 73][PAP 84], mais sa résolution peut s'avérer particulièrement complexe sans hypothèses préalables sur les propriétés des variables et leur loi de probabilité.

A partir de la fonction de répartition, une valeur 'Xp' non dépassée selon une probabilité 'p' peut être extraite comme indiqué sur la figure 7.3b. Cette valeur privilégiée est souvent définie pour une probabilité égale à 0.9 ou 0.95 et sert parfois de référence pour décrire le niveau de 'pollution' du réseau électrique [IEEE519 1992] ou pour caractériser la qualité de l'énergie, comme le facteur de déséquilibre [EN50160 94]. Lorsque cette valeur est relative au courant absorbé par une même catégorie de charges perturbatrices, elle est parfois utilisée pour définir le coefficient de diversité. Ainsi, pour une installation nouvelle constituée des mêmes charges mais en nombre différent, ce coefficient permet d'estimer les courants

harmoniques engendrés [LEM 76]. Cette démarche appliquée au calcul du bilan de puissances permettrait dans de nombreux cas d'établir les coefficients de diversité sur des bases plus scientifiques.

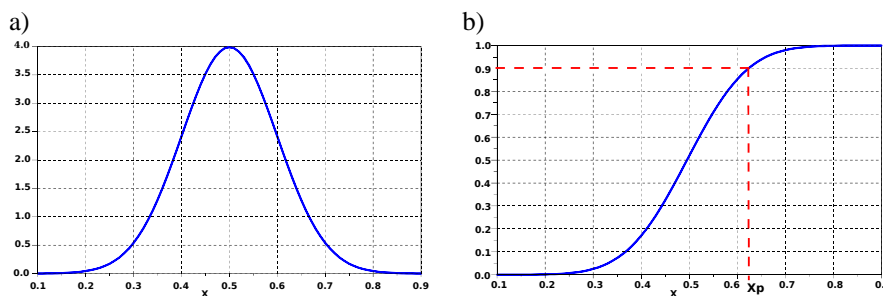


Figure 7.3. loi de probabilité normale, a) fonction densité de probabilité, b) fonction de répartition

7.4. Modélisation des charges

L'approche ainsi proposée repose sur une modélisation probabiliste de la puissance ou du courant absorbé par les charges du réseau d'énergie. Les moyens pour établir un modèle probabiliste d'une charge doivent s'adapter au comportement de celle-ci. Trois types de charges se distinguent particulièrement et sont décrites à la section suivante..

De plus, selon les informations disponibles lors de la conception de ce réseau, la modélisation s'appuie :

- sur une description des modes de fonctionnement et des puissances correspondantes, détaillée dans un cahier des charges. Cela suppose une traduction en termes de paramètres statistiques ou de lois de probabilité relatives aux puissances,
- sur des relevés expérimentaux effectués périodiquement sur un intervalle de temps donné, directement sur le récepteur considéré ou sur une charge remplissant les mêmes fonctions et présentant un mode de fonctionnement similaire.

7.4.1. Différents types de charges

7.4.1.1. Charge « constante »

Un récepteur m absorbant un courant constant I_k se représente par la probabilité :

$$P[i_m=I_k] = 1 \quad [6]$$

7.4.1.2. Charge à « états »

Un récepteur dont le courant prend plusieurs valeurs finies se caractérise par plusieurs probabilités correspondant respectivement à chacune de ces valeurs. A titre d'exemple, prenons la charge dont l'allure temporelle du courant est donnée par la figure 7.4a. Cette charge possède trois états (E1, E2, E3) auxquels correspondent trois intensités ($I_1 = 1A$, $I_2 = 3,5A$, $I_3 = 6,9A$). Sa modélisation s'effectuera par :

$$P[i=I_1] = p_1 = 0,72$$

$$P[i=I_2] = p_2 = 0,25$$

$$P[i=I_3] = p_3 = 0,03$$

avec p_1 , p_2 , p_3 , les probabilités respectives selon laquelle la charge sera dans l'état E1, E2 ou E3. Ces probabilités peuvent se regrouper graphiquement sous la forme d'un diagramme en bâton comme celui de la figure 7.4b [DRO 92].

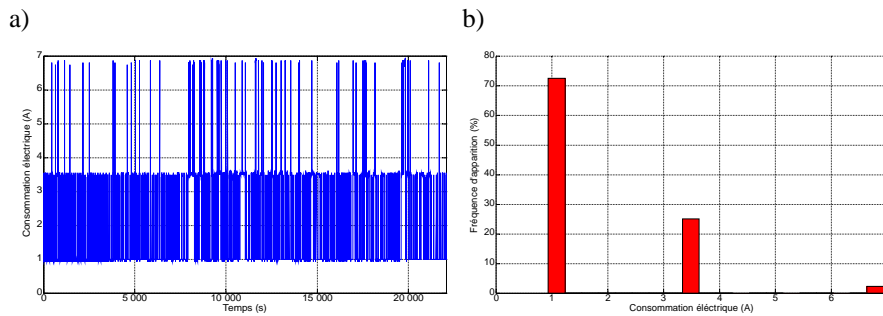


Figure 7.4. charge à « états »: a) allure temporelle ; b) diagramme en bâtons

7.4.1.3. Charge « continûment variable »

Lorsque le courant i évolue continûment dans le temps comme dans l'exemple de la figure 7.2a, celui-ci se modélise à partir d'une fonction de densité de probabilité $f_i(i)$ défini par [5] et décrivant la dispersion de son intensité.

Toutefois, la modélisation de l'amplitude du courant n'est pas toujours suffisante. En effet, la propagation des courants dans les réseaux d'énergie à courant alternatif s'effectue par la somme vectorielle de ces courants. Une information sur l'amplitude i et la phase ϕ (ou encore la partie réelle x et imaginaire y) est alors nécessaire. Le courant absorbé par une charge est donc régi par un couple de variables aléatoires $\{i, \phi\}$ ou $\{x, y\}$ caractérisé par une fonction de densité de probabilité conjointe $f_{i\phi}(i, \phi)$ ou $f_{xy}(x, y)$.

$$P[i < I, \phi < \Phi] = \iint_{-\infty-\infty}^{I \ \Phi} f_{i\phi}(i, \phi) di d\phi \quad [7]$$

Dans la littérature [COR 72][KAZ 89][PIE 91][LEH 93], les lois de probabilité correspondant aux variables aléatoires $\{i, \phi\}$ ou $\{x, y\}$ sont souvent supposées connues *a priori* ou assimilées à des lois 'simples'. Dans la plupart des publications, les variables aléatoires i et ϕ sont supposées indépendantes, chacune étant décrite par une loi de probabilité. Dans la réalité, l'amplitude des courants est parfois étroitement liée à sa phase. Pour s'en convaincre, il suffit d'examiner le comportement du courant absorbé par un gradateur [GUE 96]. Aussi, semble-t-il préférable, lorsque cela est nécessaire, de prendre en compte cette dépendance dans la détermination des lois de probabilité, malgré la grande complexité que cela génère dans le traitement des calculs.

7.4.2. Modélisation à partir d'un cahier des charges

La conception d'une chaîne ou d'un réseau d'énergie se base sur un cahier des charges décrivant plus ou moins précisément les consommateurs qui y seront raccordés. Ces informations sont parfois suffisantes pour établir un modèle probabiliste de ces consommateurs, moyennant leur traduction 'statistique'.

Deux cas sont proposés ci-dessous à titre d'exemple.

a) poste radio récepteur / émetteur .

Un poste radio est alimenté en 28V DC. Il est en émission pendant 5% du temps avec une consommation de 500W et en réception le reste du temps avec une consommation de 20W.

Cette charge rentre dans la catégorie des charges à « états » et peut se modéliser par :

$$P[i = 17,8A] = 0,05$$

$$P[i = 0,7A] = 0,95$$

b) variateur de vitesse

Un variateur de vitesse triphasé 400V, pilote un moteur dont la puissance varie entre 20 et 40kW, mais son point de fonctionnement principal est autour de 30kW.

Vu du réseau, ce variateur absorbe un courant continûment variable avec une valeur moyenne autour de 30kW. A défaut d'informations plus précises, la répartition de la puissance peut être choisie de manière uniforme entre 20 et 40kW ou selon une distribution Gaussienne.

La modélisation s'effectue soit sur la puissance :

- $f_p(p) = U[20000 ; 40000]$ pour une répartition uniforme,

- $f_p(p) = N[30000 ; 3300]$ pour une répartition Gaussienne.

Elle peut également porter sur le courant en considérant un rendement de 0,95 :

- $f_i(i) = U[30,4A ; 60,8A]$ pour une répartition uniforme,

- $f_i(i) = N[45,6A ; 5,1A]$ pour une distribution Gaussienne.

Si l'angle de déphasage est à prendre en considération, des hypothèses doivent être posées comme par exemple son indépendance par rapport à l'amplitude et une plage de variation entre 10° et 25° ($0,98 > \cos \Phi > 0,90$) :

- $f_\Phi(\Phi) = U[10^\circ ; 25^\circ]$.

Le choix d'une distribution uniforme s'effectue lorsque l'on ne souhaite pas privilégier de valeurs particulières, tout en explorant la plage de variation possible de la grandeur.

La précision de la modélisation à partir d'un cahier des charges est directement liée aux informations disponibles et aux hypothèses prises pour combler les manques de connaissances. Cette préoccupation est également partagée par les techniques usuelles de calcul de bilan de puissances. A l'usage, ces modélisations probabilistes même relativement 'simplistes' fournissent des estimations intéressantes, notamment sur les valeurs extrêmes susceptibles d'apparaître sur un réseau d'énergie.

7.4.3. Modélisation à partir de relevés expérimentaux

Afin d'obtenir une modélisation plus précise d'une charge, il est préférable de disposer de relevés expérimentaux réalisés directement sur celle-ci, dans les conditions réelles de fonctionnement. A défaut, il est possible de se contenter de charges ayant un comportement similaire, même si leur gamme de puissance peut être différente.

A partir des enregistrements de la puissance ou du courant, les paramètres statistiques des relevés, tels que la moyenne et l'écart quadratique moyen sont déterminés. Ceux-ci peuvent aider à l'interprétation des mesures en dégagant des caractéristiques propres à certaines charges. La détermination des paramètres statistiques peut ensuite être étendue à l'identification des lois régissant la dispersion des puissances. Dans ce but, les échantillons de mesures tels que ceux de la figure 7.2, sont rassemblés sous la forme d'histogrammes des occurrences ou des fréquences (figure 7.5a). Le choix des intervalles de groupement, ou classes, et de leur nombre influence beaucoup l'allure générale de ces histogrammes. Un nombre de classes trop faible conduit à une description grossière de la répartition des échantillons, sachant qu'un nombre trop important n'apporterait pas davantage de précision car dans ces conditions, les données dans chaque intervalle ne seraient pas suffisamment nombreuses pour être représentatives. En règle générale, l'expérience montre que le nombre de classes doit se situer entre 10 et 20. L'application de la règle empirique de Sturge [8] fournit un bon compromis en définissant un nombre raisonnable de classes, adapté au nombre total d'observations N [DRO 92].

$$N_{classe} = 1 + 10/3 \cdot \text{Log}(N) \quad [8]$$

Selon le cas de figure, la largeur des classes est choisie identique pour chaque subdivision ou bien variable si la répartition des données est irrégulière. A cet effet, il est intéressant de considérer des classes plus étroites dans un domaine où les densités sont plus fortes.

Pour un nombre croissant d'observations, la largeur des classes serait de plus en plus étroite et l'histogramme se rapprocherait d'une courbe limite correspondant idéalement à la fonction de densité de probabilité de la variable étudiée. De même, la courbe des fréquences cumulées (figure 7.5b) déduite de l'histogramme tendrait vers la fonction de répartition.

La courbe des fréquences cumulées ou l'histogramme des fréquences peut également être approchée ou identifiée par une loi de probabilité connue. Le nombre d'échantillons de mesure étant nécessairement limité, la modélisation du comportement en puissance d'une charge par une loi de probabilité permet de caractériser globalement ses variations aléatoires sans pour autant que tous les états possibles de la charge aient été enregistrés.

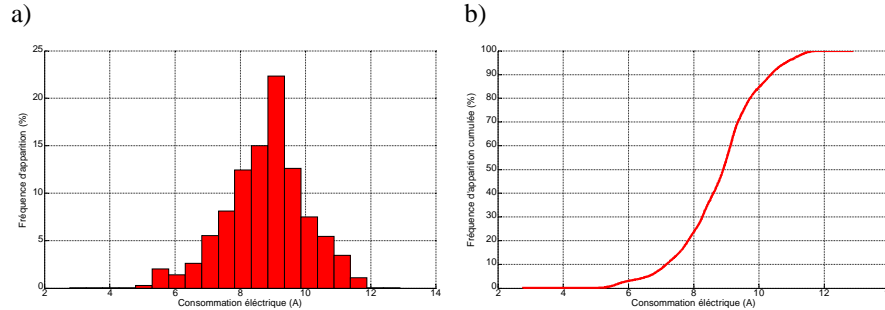


Figure 7.5. caractéristiques statistiques de la charge continue variable.
 a) histogramme des fréquences b) courbe des fréquences cumulées

D'autre part, pour des charges non encore opérationnelles et donc non identifiables par des mesures, il est possible de définir des lois de probabilité *a priori* pour décrire leur variation de puissances. Par exemple, une loi uniforme permet d'explorer une plage de puissances de la charge sans privilégier une valeur particulière, alors qu'une modélisation par une loi normale donne plus d'importance aux valeurs au voisinage de la puissance moyenne. Ce type de description *a priori* ne représente pas le comportement exact de la future charge, mais permet un calcul de la puissance totale en prenant en compte la dispersion de la puissance consommée.

7.5. Simulation des flux de puissance

7.5.1. Méthode analytique

Les courants générés par les diverses charges raccordées sur un même réseau vont se propager à travers celui-ci en fonction des impédances rencontrées. A chaque nœud du réseau, ces courants s'ajoutent selon les valeurs de leur amplitude et de leur phase. C'est pourquoi les travaux basés sur une approche probabiliste se sont tout particulièrement intéressés à la question de la sommation des courants. Les courants étant assimilés à des 'vecteurs aléatoires', le problème se ramène à la détermination des lois de probabilité relatives à une somme de vecteurs aléatoires indépendants les uns des autres. Cette dernière hypothèse signifie alors qu'il n'existe aucune interaction entre les différentes charges d'un réseau d'énergie.

A l'exception des réseaux continus où les courants s'ajoutent algébriquement, dans les réseaux alternatifs, la somme des courants et *a fortiori* des 'vecteurs

aléatoires', s'effectuent par la somme de leurs composantes réelle x_m et imaginaire y_m . L'indépendance entre ces composantes aléatoires x_m, y_m (ou amplitude i_m et phase ϕ_m) est toutefois loin d'être systématique et relèverait plutôt du cas particulier. Dans le cas général, le calcul de la fonction densité de probabilité du courant résultant i caractérisé par le couple de variables aléatoires x, y doit tenir compte des lois conjointes.

Appliqué à la somme de deux vecteurs, le calcul conduit à la relation [9], dans le cas général où la dépendance entre les composantes réelles et imaginaires est prise en considération [GUE 96]. Cette relation correspond au produit de convolution à deux dimensions des fonctions de densité de probabilité conjointe, respectives à chaque vecteur.

$$f_{X_1X_2Y_1Y_2}(x_1, x_2, y_1, y_2) = f_{X_1Y_1}(x_1, y_1) \cdot f_{X_2Y_2}(x_2, y_2)$$

$$f_{XY}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X_1Y_1}(x_1, y_1) f_{X_2Y_2}(x - x_1, y - y_1) \cdot dy_1 \cdot dx_1 \quad [9]$$

avec :

- (X1, Y1) coordonnées du 1er vecteur
- (X2, Y2) coordonnées du 2ème vecteur
- (X, Y) coordonnées du vecteur résultant, avec $X = X_1 + X_2$; $Y = Y_1 + Y_2$
- $f_{X_1Y_1}(x_1, y_1)$ fonction densité de probabilité de X1, Y1 (supposée connue)
- $f_{X_2Y_2}(x_2, y_2)$ fonction densité de probabilité de X2, Y2 (supposée connue)
- $f_{X_1X_2Y_1Y_2}(x_1, x_2, y_1, y_2)$ fonction densité de probabilité conjointe du système X1, Y1, X2, Y2

Dans le cas particulier où les composantes réelles et imaginaires des vecteurs sont indépendantes (X1 indépendant de Y1 et X2 indépendant de Y2), la relation [9] s'écrit sous la forme du produit des deux fonctions densité de probabilité marginales [10], traduisant l'indépendance des composantes aléatoires X et Y du vecteur résultant.

$$f_{XY}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X_1X_2}(x_1, x - x_1) dx_1 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f_{Y_1Y_2}(y_1, y - y_1) \cdot dy_1$$

$$= f_X(x) \cdot f_Y(y) \quad [10]$$

Ce cas particulier permet de conduire les calculs sur chaque composante prise séparément et de ne faire usage que des lois marginales.

$$\begin{aligned}
 f_X(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X1}(x1) \cdot f_{X2}(x-x1) \cdot dx1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X1}(x-x2) \cdot f_{X2}(x2) \cdot dx2 \\
 f_Y(y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_{Y1}(y1) \cdot f_{Y2}(y-y1) \cdot dy1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{Y1}(y-y2) \cdot f_{Y2}(y2) \cdot dy2
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Dans le cas général où les lois sont quelconques, la détermination de la loi de probabilité résultante réclame souvent un ordinateur pour la résolution des intégrales. Pour quelques lois particulières ou moyennant certaines hypothèses simplificatrices, il est possible de conduire les calculs d'une manière entièrement analytique [PIE 91][LEH 93].

L'objectif final du bilan de puissance consiste à évaluer l'amplitude ou la valeur efficace du courant. Si seule la fonction de densité de probabilité conjointe $f_{xy}(x,y)$ sur les composantes réelle et imaginaire est disponible, il devient nécessaire de poursuivre les calculs pour obtenir les lois de répartition $f_i(i)$ relatives à l'amplitude des courants [PAP 91]. Des hypothèses restrictives sur les variables aléatoires permettent, dans quelques cas, d'écrire les expressions littérales de la loi de répartition sur l'amplitude $f_i(i)$, sans avoir recours au calcul numérique. L'exemple où les composantes réelle x et imaginaire y sont indépendantes est souvent proposé [KAZ 89][VEN 73].

Cette méthode analytique de détermination des lois de probabilité est intéressante car elle en fournit une expression littérale. L'influence des divers paramètres intervenant dans les relations pourrait ainsi être analysée précisément. Malheureusement, les expressions de x , y sont souvent complexes et ne peuvent pas toujours être approximées par des lois normales. Par conséquent, la recherche des lois de probabilité passe fréquemment par l'emploi de calculateurs numériques où, à défaut d'un calcul formel, les expressions littérales ne sont plus accessibles.

7.5.2. Méthode de Monte-Carlo

Toutes les charges raccordées à un réseau étant identifiées par une loi de probabilité, il est possible de reproduire leur comportement individuel et ainsi d'en déduire la puissance totale consommée. La technique la plus aisée à mettre en œuvre pour atteindre ce résultat est basée sur un algorithme de Monte-Carlo [RUB 81]. Celui-ci a été adapté à la modélisation stochastique des charges que nous avons retenue et à la simulation d'un réseau de distribution électrique [GUE 09].

La démarche est illustrée par la figure 7.6. Le courant absorbé par le récepteur est tiré aléatoirement en fonction de sa loi de probabilité. Cette étape est répétée pour chacune des charges du réseau. Lorsque tous les courants sont affectés, la simulation du réseau est effectuée en calculant la propagation des courants à travers les branches du réseau, jusqu'aux sources d'alimentation. Les résultats sont

mémorisés avant de relancer une nouvelle boucle de simulation. Pour chaque itération, les calculs sont semblables à ceux utilisés dans une approche déterministe. Lorsque le nombre total d'itérations est atteint, les histogrammes des fréquences et les fonctions de répartition sont déterminés à partir des courants enregistrés. Si le nombre d'itérations est suffisamment élevé (généralement plusieurs milliers), ces courbes peuvent être raisonnablement assimilées à des lois de probabilité, selon une précision satisfaisante.

Cependant, des problèmes liés au temps de calcul et à la taille mémoire réclamée pour le stockage des données peuvent apparaître. En effet, pour une bonne évaluation des lois de probabilité, cette méthode nécessite un nombre important d'itérations afin d'explorer tout le domaine de définition des grandeurs et les interactions possibles entre ces dernières. Ainsi, plus le nombre de charges est élevé, plus le nombre d'itérations doit être grand. Dans ces conditions, l'application de l'algorithme de Monte Carlo nécessite le développement de programmes adaptés pour la simulation de réseaux où le nombre de consommateurs est important (>50).

D'un point de vue pratique, la technique de simulation de Monte-Carlo présente l'avantage de pouvoir étudier une installation électrique non seulement selon une approche stochastique, mais également d'un point de vue déterministe, en fixant le régime de fonctionnement des charges. Ainsi, il est aisé de vérifier les calculs exécutés par le programme et de reproduire des situations particulières de fonctionnement des charges et du réseau, comme le cas le plus défavorable.

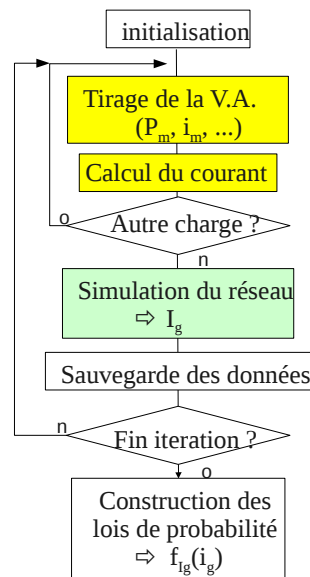


Figure 7.6. *algorithme de Monte-Carlo adapté à la simulation d'un réseau*

7.5.3. Application à un réseau d'énergie 'embarqué'

7.5.3.1. Présentation

L'application proposée concerne un réseau embarqué composé de 4 canaux de génération alternatifs, chacun alimenté par un générateur principal. La structure de ce réseau étant symétrique, l'étude portera seulement sur la moitié décrite par la figure 7.7. Les deux générateurs (G1, G2) sont des alternateurs triphasés alimentant chacun une barre de distribution principale (TP AC1, TP AC2). Sur celles-ci sont connectées les charges de forte puissance ainsi que les sous-barres d'alimentation nommées barres secondaires sur lesquelles sont branchées la majorité des charges. Un générateur auxiliaire APU intervient en complément ou à la place des générateurs principaux dans certaines configurations particulières. Le réseau d'énergie comporte aussi une distribution continue afin d'alimenter les charges secourues et celles de plus faible puissance. Cette distribution continue est alimentée par des convertisseurs statiques (TRU) raccordés sur les barres principales.

Les deux canaux de génération de la figure 7.7 ont fait l'objet d'une vaste campagne de mesures ayant permis l'instrumentation et le relevé de la valeur efficace du courant absorbé par près de 300 charges. Cela représente un peu moins de la moitié des charges présentes en terme de nombre et selon les circuits, entre 40 et 60% de la puissance réellement consommée. Les courants ont été enregistrés avec une période d'échantillonnage d'une seconde pendant plusieurs dizaines d'heures lorsque ce réseau d'énergie était en phase d'exploitation normale. Ces relevés expérimentaux permettent d'une part la modélisation des charges conformément à la méthode décrite en 4.3. et d'autre part de valider les résultats de la simulation en les comparant aux courants mesurés sur les générateurs.

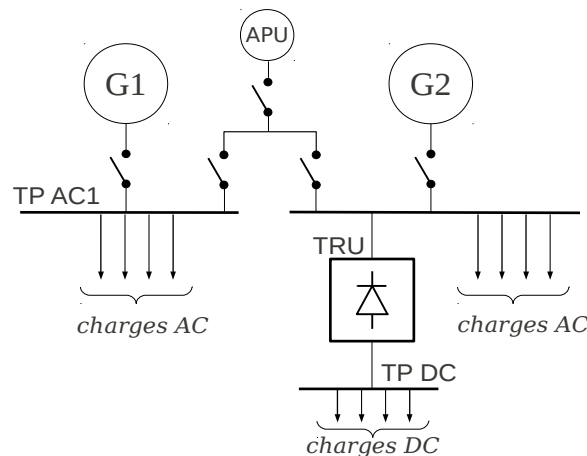


Figure 7.7. architecture du réseau d'énergie embarqué

Une part importante des charges non instrumentées sont du même type que certaines ayant fait l'objet d'enregistrements. Il a alors été supposé qu'elles avaient le même comportement (même répartition statistique des intensités) et que l'amplitude du courant absorbé était proportionnelle à leur puissance installée.

Pour les charges restantes, elles ont été regroupées au sein de charges 'fictives' correspondant à la différence entre le courant réellement mesuré sur un départ et la somme des intensités absorbés par les charges instrumentées et alimentées par ce même départ. Ces charges fictives représentent 12% de la puissance fournie par le générateur G2 et 45% pour le générateur G1. Elles ont ensuite été modélisées par des fonctions de densité de probabilité au même titre que les charges continûment variables.

La modélisation de ces charges fictives ainsi que la simulation des flux de puissances supposent que les courants présentent tous la même phase. Pour la partie continue du réseau d'énergie, cette hypothèse est correcte. Pour la partie alternative elle se justifie par le fait que le facteur de puissance des charges installées serait proche de 1 et ne serait jamais inférieur à 0,9.

7.5.3.2. Simulation d'une charge

En fonctionnement normal, chaque générateur alimente son propre jeu de barres. Sur ce réseau, la simulation des flux de puissance peut être décomposée en trois études indépendantes correspondant aux deux jeux de barres principaux (AC1, AC2) et au réseau continu (DC).

Selon l'algorithme de Monte-Carlo, le courant de chaque charge est généré aléatoirement en fonction du modèle stochastique identifié. Une première vérification consiste à tracer les histogrammes des fréquences de ces courants et de les comparer à ceux issus des mesures afin de vérifier la bonne représentativité de la répartition des courants. D'après la modélisation adoptée, ces histogrammes ne peuvent pas être rigoureusement identiques à ceux issus des mesures, mais leur allure générale doit être similaire et la plage de variation doit être respectée. De plus, l'expérience montre qu'il est très important que les valeurs maximales soient correctement représentées.

Compte tenu du nombre de charges, ces histogrammes ne peuvent pas être tous présentés ici, mais la figure 7.8 montre la bonne concordance qui peut exister entre les courants simulés et modélisés relativement à la charge continûment variable.

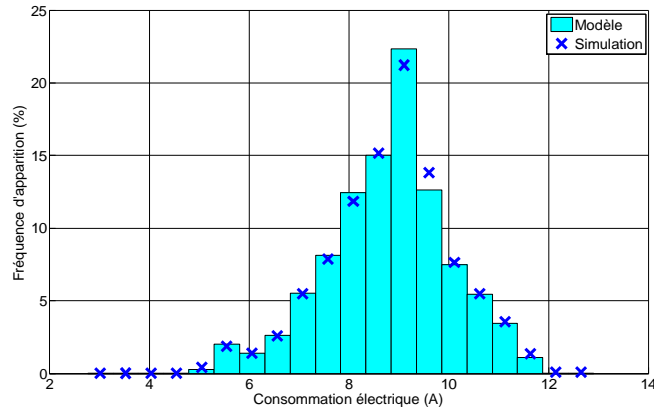


Figure 7.8. *histogramme des fréquences, modélisation et simulation de la charge continûment variable*

7.5.3.3. *Simulation du réseau continu*

A partir du tirage aléatoire du courant absorbé par chaque charge DC, le courant total fourni par le TRU est calculé selon l'algorithme de la figure 7.6. L'ensemble des valeurs obtenues est représenté sous la forme d'un histogramme des fréquences (figure 7.9) ou d'une fonction de répartition et peut être comparé aux relevés expérimentaux. Le tableau 7.5 synthétise les caractéristiques statistiques de ces estimations. A travers ce tableau et la figure 7.9, nous observons une bonne concordance de la valeur moyenne, de la valeur non dépassée avec une probabilité de 95% ('P95') et de l'allure générale de l'histogramme des fréquences, traduisant une dispersion similaire des intensités. Les extrêmes sont également bien conservés avec des écarts inférieurs à 4%.

	Mesures (p.u)	Simulations (p.u)	Ecart relatif (%)
Moyenne	0,595	0,597	<0,5
Ecart-type	0,016	0,171	9,0
Min	0,470	0,486	3,5
Max	0,735	0,757	3,0
P95	0,621	0,622	<0,51

Tableau 7.5. *Caractéristiques statistiques mesure / simulation réseau DC*

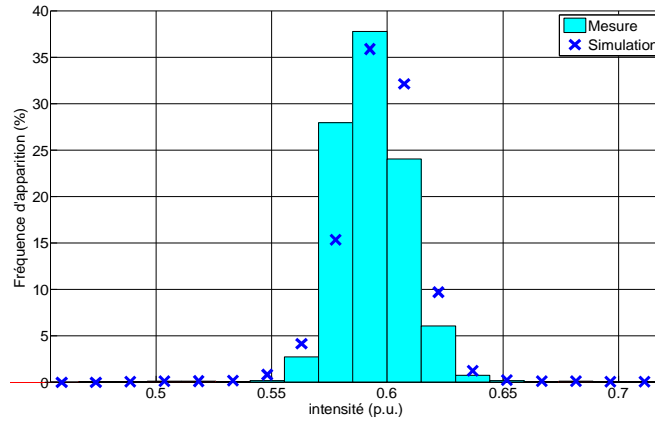


Figure 7.9. histogramme des fréquences, mesure / simulation réseau DC

7.5.3.4. Simulation du canal G1

Une démarche similaire est adoptée pour la simulation des courants dans le canal d'énergie du générateur G1. Les résultats de simulation sont rassemblés dans le tableau 7.6 et les fréquences d'apparition du courant fourni par le générateur sont représentées par l'histogramme de la figure 7.10.

La comparaison aux mesures des valeurs simulées montre une bonne reproduction des fréquences d'apparition, avec un comportement général similaire aux mesures. Il faut également noter la bonne conservation de la valeur moyenne et des extrema, notamment de la valeur maximale.

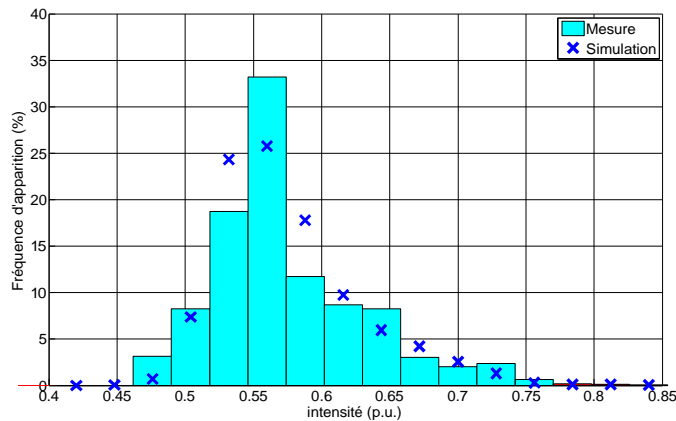


Figure 7.10. histogramme des fréquences, mesure / simulation canal G1

	Mesures (p.u.)	Simulations (p.u.)	Ecart relatif (%)
Moyenne	0,574	0,575	<0,5
Ecart-type	0,057	0,051	9,2
Min	0,465	0,455	2,2
Max	0,845	0,830	1,8
P95	0,697	0,680	2,5

Tableau 7.6. *Caractéristiques statistiques mesure / simulation canal G1*

7.5.3.5. *Simulation du canal G2*

De même, le canal alimenté par le générateur G2 est simulé et les principales caractéristiques sont regroupées dans le tableau 7.7. La figure 7.11 indique la répartition des fréquences d'apparition des courants simulés et leur confrontation aux mesures montre une fois encore un comportement réaliste des valeurs estimées et un bon encadrement des valeurs extrêmes.

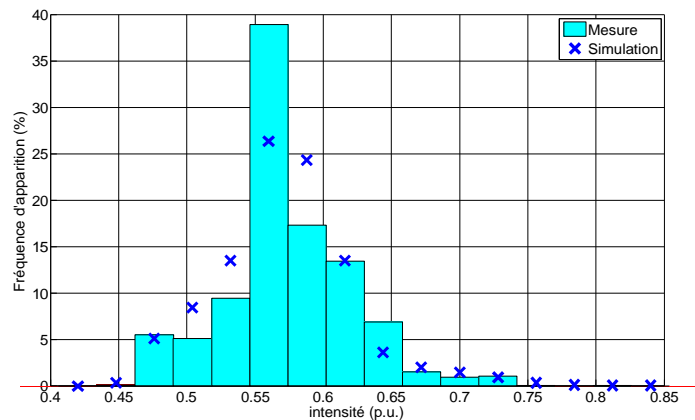


Figure 7.11. *histogramme des fréquences, mesure / simulation canal G2*

	Mesures (p.u)	Simulations (p.u)	Ecart relatif (%)
Moyenne	0,572	0,571	<0,5
Ecart-type	0,047	0,050	5,9
Min	0,447	0,444	<0,5
Max	0,803	0,861	7,2
P95	0,655	0,657	<0,5

Tableau 7.7. *Caractéristiques statistiques mesure / simulation canal G2*

La représentation de ces résultats de simulation sous forme de courbes de fréquences cumulées (figure 7.12) peut faciliter leur exploitation. Des valeurs particulières de courants peuvent être extraites, notamment les valeurs maximales ou celles associées à une probabilité donnée, comme par exemple la valeur à 95% ('P95' dans les tableaux). Il faut remarquer que les simulations reproduisent assez fidèlement la distribution des courants malgré une légère tendance à la surestimation.

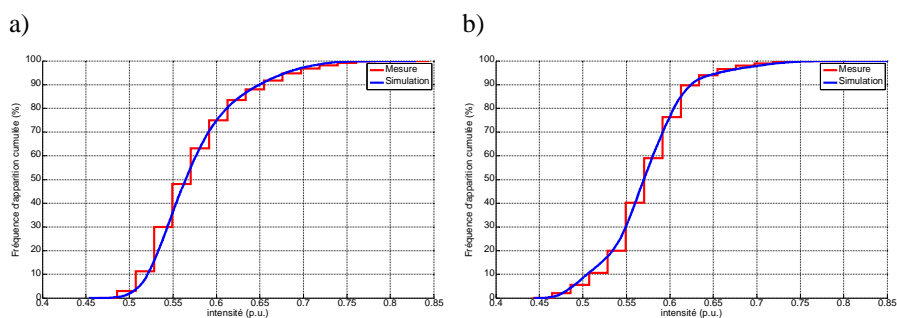


Figure 7.12. courbe de répartition, comparaison mesure / simulation
a) générateur G1 ; b) générateur G2

La modélisation stochastique des charges et leur simulation selon un algorithme de Monte-Carlo permet ainsi de prévoir un courant 'probable' dans 95% des cas et le courant maximal susceptible d'être demandé aux générateurs. Il faut toutefois remarquer que cette valeur maximale n'est pas la valeur maximale théorique mais celle apparue lors des simulations. Cette dernière peut éventuellement évoluer selon les tirages aléatoires effectués. Il est donc prudent de réaliser les simulations sur un grand nombre de tirages afin que l'ensemble des états possibles puissent être envisagés.

7.6. Approche dynamique et probabiliste

L'approche stochastique des flux de puissance présentée précédemment, fournit une prévision des courants susceptibles d'être absorbés ou générés, en association avec une probabilité de ne pas dépasser ces valeurs. Inversement, cette méthode permet de quantifier en terme de probabilité, le risque que les valeurs estimées soient dépassées. Le concepteur de l'installation électrique est alors en mesure de réaliser un dimensionnement pour une puissance donnée tout en disposant d'une connaissance sur le risque potentiel de dépassement de cette puissance.

Néanmoins, la méthode ne donne aucune indication sur la manière dont les éventuels dépassements pourraient avoir lieu. De plus, pour une même valeur de courant donnée, la modélisation et la simulation ne permet pas de distinguer entre une intensité apparaissant plusieurs fois au cours de la période d'observation de celle apparaissant une seule fois mais d'une durée plus longue. Or, pour un dimensionnement optimal des matériels, l'information sur l'énergie est tout aussi importante que celle sur la puissance, en particulier lorsque l'on cherche à utiliser les équipements au maximum de leur capacité, notamment vis-à-vis de contraintes thermiques. Il est connu que les machines électriques peuvent supporter de 1 à 2 fois leur puissance nominale mais sur des périodes de temps très courtes qui dépendent fortement de leur possibilité de dissipation thermique.

Pour prendre en compte l'aspect énergétique des flux de puissance, il devient nécessaire de considérer leur dynamique temporelle, ce qui réclame une nouvelle modélisation du comportement des charges ou des grandeurs électriques.

7.6.1. Modélisation des charges ou des grandeurs électriques associées

7.6.1.1. Introduction

D'après la figure 7.2a, si l'évolution de l'intensité du courant est plus ou moins aléatoire, il est possible de remarquer que la durée sur laquelle cette amplitude est maintenue varie également de manière importante et non prévisible.

Compte tenu des précédentes observations, l'identification de la grandeur électrique étudiée doit porter sur les variations tant en amplitude qu'en durée. L'identification de l'intensité d'un courant ou d'une puissance par une approche stochastique a été développée précédemment. La prise en compte de l'aspect temporel sera effectuée par la modélisation de la durée de maintien d'une amplitude donnée [MIE 99]. Cette durée peut être considérée comme ayant un caractère aléatoire et être décrite par une variable aléatoire dt , au même titre que la puissance ou l'intensité du courant. Selon le comportement de cette variable aléatoire, plusieurs cas de figure sont à envisager.

7.6.1.2. Durée constante

Si pour une intensité donnée I_k , la durée est toujours la même et égale à dT_j , celle-ci devient déterministe et se traduit par une probabilité conditionnelle :

$$P[dt=dT_j | i=I_k] = 1 \quad [12]$$

Cette expression reste valable que l'intensité corresponde au courant d'une charge à états ou qu'elle se rapporte à celui d'une charge continûment variable. Dans ce

dernier cas, l'intensité est 'discrétisée' en plusieurs classes comme cela a été proposé en 7.4.3.

7.6.1.3. Durée variable

Pour une même intensité I_k , la durée peut prendre plusieurs valeurs finies. Il existe donc une probabilité associée à chaque durée, conditionnée par la valeur de l'intensité :

$$P[dt=dT_j | i=I_k] = p_{jk} \quad \text{avec} \quad \sum_j p_{jk} = 1 \quad [13]$$

La durée peut également prendre un ensemble de valeurs ou suivre une loi de probabilité particulière, toujours conditionnée par la valeur de l'intensité :

$$P[dt < dT_j | i=I_k] = \int_0^{dT_j} f_{dT}(dt) d(dt) \quad [14]$$

avec f_{dT} la fonction densité de probabilité conditionnelle de dt sachant $i=I_k$.

7.6.1.4. Probabilité conjointe

Les expressions [12] à [14] donnent la probabilité d'une durée dT_j connaissant l'intensité I_k . Dans un cas général, une dépendance est possible entre la durée de maintien et l'intensité d'un courant ou d'une puissance. La description probabiliste de la grandeur électrique s'effectue alors par une loi de probabilité conjointe représentant le comportement du couple de variables aléatoires amplitude-durée $\{i ; dt\}$.

Auparavant, les grandeurs électriques étaient caractérisées par des lois de probabilité à une variable pour l'amplitude ou à deux variables si la phase et l'amplitude étaient considérées simultanément. A présent, l'introduction de la durée de maintien comme nouvelle variable aléatoire oblige à employer des lois de probabilité conjointe à deux variables (amplitude-durée), voire même trois variables (amplitude-phase-durée), si l'information sur la phase doit être prise en compte. Ainsi, la fonction de densité de probabilité conjointe serait décrite dans un espace de dimension quatre.

7.6.1.5. Traitement des relevés expérimentaux

De la même manière qu'en 7.4.3 où nous avons modélisé les charges à partir du relevé expérimental de l'amplitude de la puissance ou du courant, il est possible d'obtenir un histogramme des fréquences s'approchant de la loi de probabilité conjointe au couple de variables aléatoires amplitude-durée $\{i, dt\}$.

Prenons pour illustration l'évolution du courant de la figure 7.13a. Chaque valeur d'amplitude est affectée à une classe $[I_k^- ; I_k^+]$ de largeur $\Delta i = I_k^+ - I_k^-$. Toutes les

valeurs attribuées à une même classe sont alors identifiées à une valeur unique, le plus souvent la demi somme des extrémités de la classe $I_k = (I_k^+ + I_k^-)/2$. Selon la figure 7.13a, le nombre de valeurs consécutives appartenant à une même classe à $\pm \Delta i/2$ définit la durée de maintien dT de l'amplitude du signal au niveau moyen I_k .

Cette technique initialement proposée par [KAP 94] et réadaptée par [MIE 99] a été préférée à la recherche du temps correspondant à une amplitude constante. En effet, deux valeurs d'amplitudes sont rarement strictement égales, ne serait ce qu'en raison des incertitudes de mesure de la chaîne d'acquisition. Il faut cependant remarquer que le choix de la largeur des classes Δi influence la définition des durées dT correspondantes. Dans la pratique, nous avons adapté cette technique par l'introduction d'un 'hystérésis' afin de réduire l'effet de 'seuil' des extrémités des intervalles conduisant à des changements successifs et arbitraires de classes.

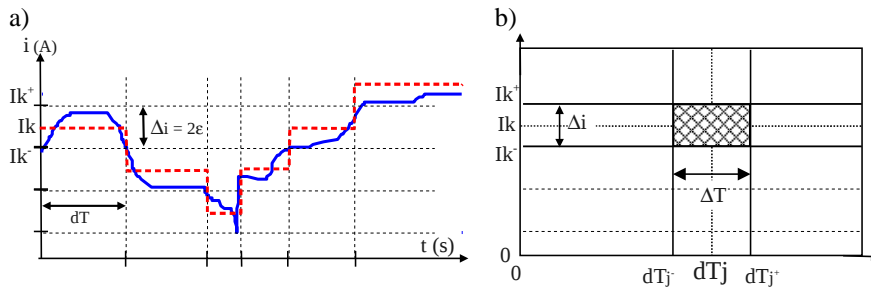


Figure 7.13. discrétisation du courant et détermination des durées

La classification des amplitudes et la détermination des durées qui en découle sont réalisées sur toute la période d'observation du signal. Les valeurs de durée dT ainsi obtenues sont à leur tour ordonnées en classe $[dT_j^-; dT_j^+]$ associée à une durée moyenne $dT_j = (dT_j^+ + dT_j^-)/2$. Ainsi l'évolution temporelle de la grandeur observée est identifiée par une série statistique bivariable $\{ (i, dT)_n, n = 1, \dots, N \}$ correspondant au couple de variables aléatoires {amplitude-durée}.

Chaque couple de valeurs $(i, dT)_n$ de la série statistique peut alors être attribué à un intervalle (I_k, dT_j) selon le découpage en classes du plan amplitude-durée de la figure 7.13b. Après comptage du nombre de données affectées à chaque classe, l'histogramme des occurrences ou des fréquences, définissant une 'surface de répartition' peut être construit, de manière similaire à la courbe de répartition sur l'amplitude. Le principe est semblable mais dans le cas présent, une dimension supplémentaire est requise pour décrire le comportement vis-à-vis du temps.

Appliqué à l'exemple d'une charge continûment variable (voir figure 7.2a), le traitement du courant donne un histogramme des fréquences similaire à celui de la

figure 7.14. Le choix de la largeur des classes est également important pour l'exploitation du graphique. Une échelle logarithmique sur l'axe des durées de l'histogramme peut être un choix judicieux afin d'adopter un découpage relativement fin concernant les événements de courte durée, qui sont par ailleurs les plus nombreux. Les intervalles sont alors de largeur croissante et permettent d'affecter un nombre représentatif d'observations aux classes de durée longue, sans devoir créer de classes intermédiaires vides. Pour la présente application, il a été préféré une échelle de temps non linéaire, avec des valeurs arbitraires en secondes : {0, 5, 15, 30, 60, 120, 180, 240, 300, 600, 1200, 1800, > 1800}. Cette échelle offre l'avantage d'intégrer trois durées usuelles de surcharges définies pour ces alternateurs (5s, 300s, >20mn).

L'observation de la figure 7.14 permet d'identifier des situations particulières comme la présence de :

- courants d'amplitude élevée (13A) mais de courtes durées (<15s),
- courants d'amplitude moins élevée (5 à 8A) mais sur de plus longues durées (~300s),
- courants apparaissant plus fréquemment autour de 9A, mais sur de courtes durées (5 à 15s).

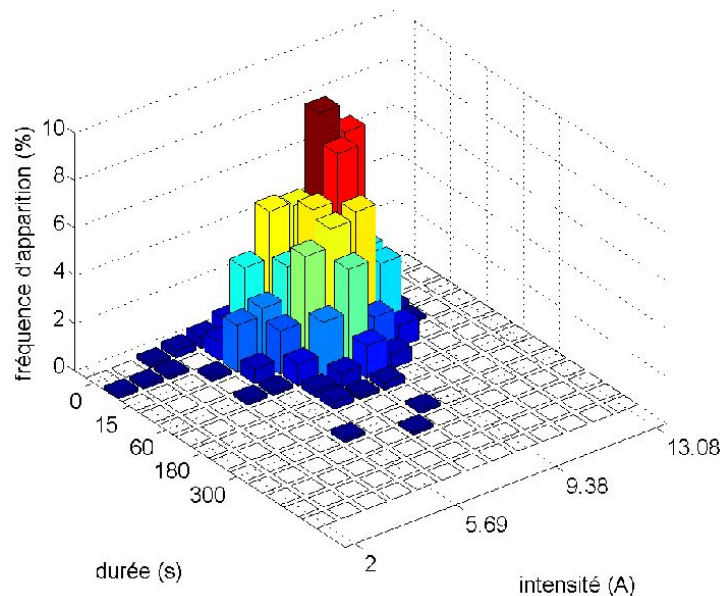


Figure 7.14. histogramme des fréquences {amplitude-durée} pour la charge continûment variable

7.6.1.6. Indépendance entre amplitude et durée

Pour certaines charges, les durées peuvent être indépendantes de l'intensité du courant ou de la puissance. Dans ces cas de figure, la modélisation est plus simple puisqu'elle se traduit par deux lois de probabilité marginales relatives à chacune des variables au lieu d'une loi de probabilité conjointe à deux variables. De plus, les lois de probabilités conditionnelles présentées dans les relations [12] à [14] se réduisent à une simple fonction de répartition.

7.6.2. Simulation des flux de puissance

D'un point de vue purement théorique, le calcul de la somme des courants pourrait être traité de manière analytique par l'adjonction de la variable durée dans les lois de probabilité. Cependant, excepté dans de rares situations (variables indépendantes, lois particulièrement 'sympathiques') ce calcul réclamerait une résolution numérique pour être mené à bien.

Une technique plus simple à mettre en œuvre consiste à adapter la simulation de Monte-Carlo proposée en 7.5.2., afin d'intégrer la dimension temporelle. Les étapes se déroulent alors selon le nouvel algorithme de la figure 7.15. A partir de la modélisation par une loi de probabilité conjointe {amplitude-durée} de la grandeur électrique, une simulation de type Monte Carlo permet de générer l'intensité des courants et sa durée de maintien selon une loi appropriée, imposant une corrélation entre puissance et durée de fonctionnement. Cette simulation pour une période de temps donnée (t_{fin}) crée un scénario de fonctionnement avec une succession d'états (intensité-durée) représentant le courant absorbé par une charge particulière. Ce calcul est effectué pour les M charges de l'installation et la propagation des courants et des tensions résultantes s'effectuent ensuite de manière classique.

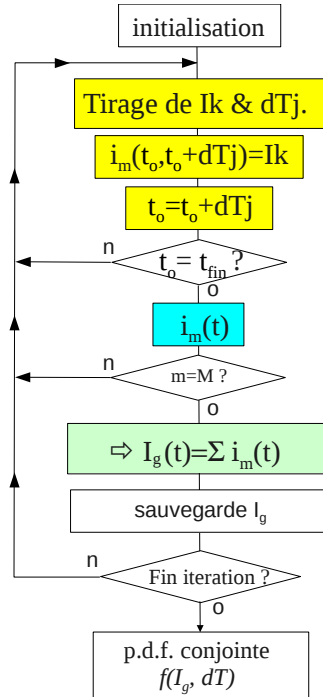


Figure 7.15. *algorithme de simulation dynamique et probabiliste des flux de puissance.*

La répétition de ces calculs un grand nombre de fois aboutit à un ensemble de scénarii correspondant au courant total à produire par le générateur. Ces données sont alors traitées selon la même procédure de modélisation détaillée en 7.6.1.5. et fournit un histogramme des fréquences du couple {amplitude-durée}.

7.6.3. Application au réseau embarqué

Le réseau de la figure 7.7 est utilisé comme exemple d'application pour cette approche dynamique et probabiliste des flux de puissance. Les charges ont tout d'abord été modélisées sous la forme d'histogrammes des fréquences puis simulées conformément à l'algorithme de Monte-Carlo modifié de la figure 7.15.

L'échelle de temps a été choisie de manière arbitraire afin d'intégrer les trois durées de surcharges disponibles pour ces alternateurs (5s, 300s, >20mn) : {0, 5, 15, 30, 60, 120, 180, 240, 300, 600, 1200, 1800, > 1800}.

7.6.3.1. Simulation du canal G1

A l'issue de la simulation des charges et du canal de puissance affectés au générateur G1, le courant à produire se comporte selon l'histogramme de la figure 7.16. Cette figure montre que :

- les intensités minimale, moyenne, maximale sont égales à celles obtenues lors de la simulation des flux de puissance sans prendre en compte l'aspect temporel. De fait, elles sont similaires aux valeurs mesurées.
- la concentration des intensités autour de la valeur moyenne est parfaitement visible,
- il existe une prédominance des intensités avec de courtes durées, aucune valeur ne dépassant 120s,
- les intensités les plus élevées sont de faibles durées, (<5s et <15s) et apparaissent rarement,
- *a priori*, les durées ne sont pas indépendantes des intensités,

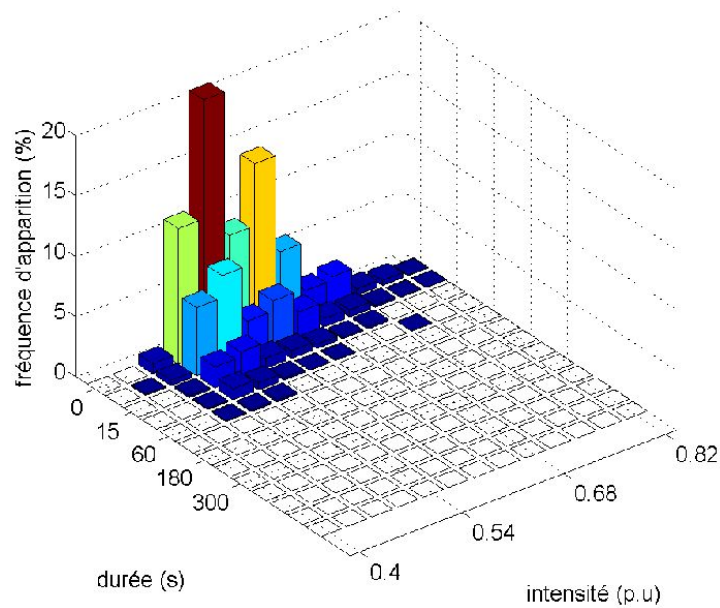


Figure 7.16. histogramme des fréquences {amplitude-durée} / simulation canal G1

7.6.3.2. Simulation du canal G2

La même démarche a été appliquée au canal du générateur G2. La simulation de celui-ci a fourni l'histogramme des fréquences du couple {amplitude-durée} de la figure 7.17. L'analyse de ce graphique conduit aux constatations suivantes :

- les intensités minimale, moyenne et maximale sont bien retrouvées,
- une intensité donnée n'est jamais maintenue plus de 120s, même pour les plus faibles valeurs,
- les deux classes d'intensité élevée apparaissent rarement et jamais plus de 5s,
- les valeurs se concentrent autour de l'intensité moyenne de 0.57 p.u. et d'une durée inférieure à 5s. Leur répartition pourrait suivre l'allure d'une loi normale 2D, ce qui serait tout à fait logique, compte tenu du grand nombre de charges et des propriétés du théorème central limite.

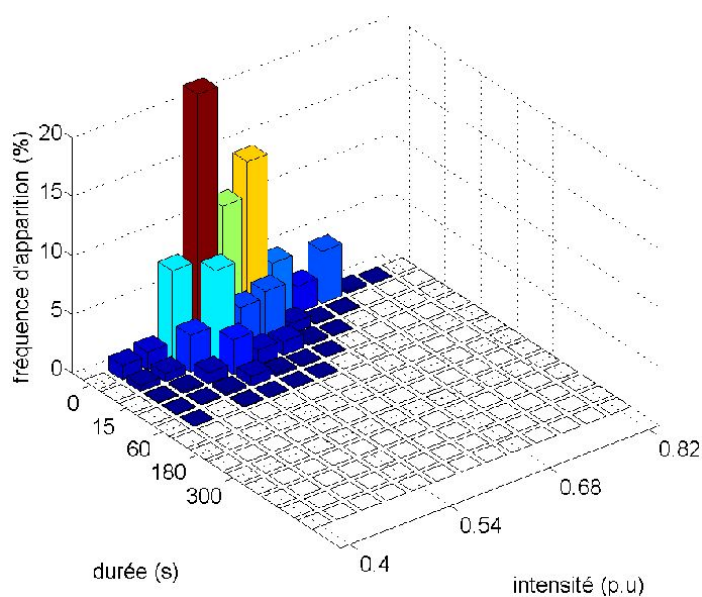


Figure 7.17. histogramme des fréquences {amplitude-durée} / simulation canal G2

Ces histogrammes des fréquences sur l'amplitude et la durée caractérisent parfaitement le comportement du courant que sera amené à produire chaque générateur. Il est maintenant tout à fait envisageable de dimensionner ceux ci pour une intensité nominale inférieure à la valeur maximale possible, en connaissant précisément la durée et la probabilité des dépassements. Par exemple, le générateur

G2 pourrait être dimensionné pour un courant nominal de 0,7 p.u. au lieu de 0,8 p.u., sachant que des dépassements sont susceptibles de se produire dans moins de 5% des cas et sur des durées inférieures à 15 secondes.

7.7. Conclusion

La prévision des puissances consommées est une étape primordiale lors de la conception des chaînes et réseaux d'énergie, en particulier lorsque ceux-ci sont embarqués car elle conditionne le choix de l'ensemble des matériels électriques, depuis les générateurs jusqu'aux câbles, en passant par les protections et les tableaux divisionnaires. De plus, la définition de ces puissances impose également le choix des 'auxiliaires' : moteur d'entraînement, refroidisseur... avec une influence directe sur les masses et les volumes à embarquer.

Après avoir rappelé une méthode classique de calcul du bilan de puissances, nous avons proposé une nouvelle approche s'appuyant sur la théorie des probabilités. Cette méthode repose tout d'abord sur une analyse statistique du comportement individuel des charges afin d'en construire les modèles stochastiques de leur puissance. Il faut noter que si l'installation est nouvelle, la modélisation des modes de fonctionnement des charges peut être envisagée à partir d'installations existantes et similaires. Les puissances n'ont cependant pas besoin d'être identiques car l'objectif vise principalement une représentation du comportement de la charge. Un facteur d'échelle peut s'appliquer pour se ramener au niveau de puissance souhaité. De même, s'il s'agit "d'électrifier" un actionneur existant (ex : remplacement d'un actionneur hydraulique par un électrique), la mesure de la puissance mécanique de cette charge apporte les informations suffisantes pour la prévision de son comportement électrique. Pour des récepteurs entièrement nouveaux, l'usage de modèles stochastiques plus simples comme des lois Uniformes ou Normales peut néanmoins être suffisant pour décrire globalement leur fonctionnement et explorer leurs plages de variations possibles.

Le comportement des charges étant modélisé, les courants susceptibles de circuler dans le réseau sont alors calculés par une simulation basée sur un algorithme de Monte-Carlo. L'application de cette démarche prévisionnelle à un réseau embarqué, nous a permis d'obtenir les lois de probabilité relatives aux courants que doivent être capable de fournir les générateurs. La validité de la démarche a été vérifiée en comparant les courants estimés par simulations à ceux mesurés sur l'installation réelle. Les calculs reposant avant tout sur la modélisation des charges, la simulation du réseau dans des configurations dégradées seraient parfaitement réalisable.

A partir des résultats représentés sous la forme de lois de probabilité, des valeurs particulières peuvent être extraites (valeur maximale, valeur non dépassée pour une probabilité de 95%...) pour servir de référence dans le dimensionnement des matériels. L'approche stochastique des flux de puissance fournit une estimation des

courants à délivrer au même titre que les coefficients de foisonnement et de simultanéité. Ces deux méthodes pourraient donc être considérées comme semblables, la première n'étant qu'une variante plus précise de la seconde. Néanmoins, l'approche stochastique permet de justifier scientifiquement le choix des coefficients à appliquer en se basant sur la théorie des probabilités. De plus, l'approche stochastique propose une prévision du courant, en l'associant à une probabilité de ne pas dépasser cette valeur. Inversement, cette méthode permet de quantifier, en terme de probabilité, le risque que la valeur estimée soit dépassée.

Afin de mieux caractériser ces dépassements ou d'analyser les surcharges susceptibles d'apparaître, une modélisation et une simulation dynamique et probabiliste a été proposée intégrant la notion de durée de maintien d'un courant. L'application au réseau embarqué a démontré l'intérêt de cette approche en fournissant une prévision en termes de probabilité et de contenu énergétique des intensités que devront produire les générateurs. Le concepteur de l'installation électrique est alors en mesure de réaliser un dimensionnement pour une puissance nominale donnée tout en disposant d'une totale connaissance du risque potentiel de surcharges, qu'il peut comparer aux capacités du matériel à supporter temporairement ces surcharges. Le risque de dépassement des valeurs nominales est alors maîtrisé.

Une définition plus précise en termes de puissance et d'énergie consommées par les réseaux électriques autorise une optimisation du dimensionnement des matériels, y compris d'éventuels organes de stockage (batteries, supercapacités) tout en garantissant leur fiabilité opérationnelle. L'information temporelle contenue dans les modélisations proposées pourrait ainsi être utilement employée soit pour améliorer la gestion de l'énergie sur le réseau par des actions préventives sur certaines charges (délestage partielle, mise sous tension retardée), soit pour évaluer la durée de vie d'un équipement en tenant compte plus précisément des régimes de fonctionnement et des contraintes thermiques qui lui sont imposées.

Bibliographie

- Alfares H.K., Nazeeruddin M. « Electric load forecasting : literature survey and classification of methods », *International Journal of Systems Science*, vol. 33 (n°1) pp 23–34, 2002.
- Bansal R.C., Pandey J.C., « Load forecasting using artificial intelligence techniques : a literature survey », *Int. J. Computer Applications in Technology*, vol. 22 (n°2/3), 2005.
- Caramia P., Carpinelli G., Pagano M., Varilone P., « Probabilistic three-phase load flow for unbalanced electrical distribution systems with wind farms », *IET Renew. Power Generation*, vol. 1, n°2, pp 115-122, June 2007.
- Carrive P., « Structure et planification ». *Les Techniques de l'Ingénieur, Traité du Génie Electrique*, D4 211-6.7, Décembre 1991.

- Corbyn D.B., « This business of harmonics », *Electronics & Power*, pp. 219-223, June 1972.
- Droesbeke J-J. *Eléments de statistiques*, Editions de l'université de Bruxelles, 1992.
- EN 50160, *Voltage characteristic of electricity supplied by public distribution systems*, November 1994.
- Electra, *Guide de l'ingénierie électrique des réseaux internes d'usine*, Technique et documentation, Lavoisier, 1985.
- Guérin P., *Contribution à l'étude des perturbations harmoniques des réseaux de bord des navires : approches déterministe et stochastique*, Thèse de Doctorat, Université de Nantes, ED 82-168, 1996.
- Guérin P., Miègeville L., « Analyse et prévision des harmoniques sur un réseau de distribution », *Revue Internationale de Génie Electrique*, Hermès - Paris - RS-RIGE, vol. 7, pp 481-512, n°5-6/2004.
- Guérin P., Miègeville L., Souffran G., « Prévision des consommations de puissance selon une approche stochastique : application aux réseaux îlotés et embarqués », *European Journal of Electrical Engineering*, pp 785-809, Décembre 2009.
- Herman R. et Heunis S.W. « A probabilistic model for residential consumer loads », *IEEE Transaction on Power Systems*, vol. 17, n°3, pp 621–625, Août 2002.
- IEEE std 519-1992, "IEEE recommended practices and requirements for harmonic control in electrical power systems", 1992.
- Kaprielian S.R. & Emanuel A.E., « An Improved Real-Time Data Acquisition Method for Estimation of the Thermal Effect of Harmonics », *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 9, No. 2, pp 668-674, April 1994.
- Kazibwe W.E., Ortmeyer T.H. and Hamman M.S.A., «Summation of probabilistic harmonic vectors», », *IEEE Trans. on Pow. Del.*, vol.4, N°1, pp 621-628, January 1989.
- Lemoine M., « Les perturbations réciproques des équipements électroniques de puissance et des réseaux », *Revue Générale de l'Electricité* - tome 85 - n°3, Mars 1976, pp 247-255.
- Lehtonen M., « A general solution to the harmonics summation problem », *ETEP* vol.3, n°3, pp 293-297, July/August 1993.
- Mc Queen D. Hyland P. et Watson S., « Monte carlo simulation of residential electricity demand for forecasting maximum demand on distribution network », *IEEE Transaction on Power Systems*, vol. 19, n°3, pp 1685–1689, Août 2004.
- Miègeville L., Guérin P., Le Dœuff R., « Stochastic assessment of power supplied to intermittent loads », *8th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP 98)*, Athènes, pp 1029-1034, 14-16 October 1998.
- Miègeville L., *Contribution à l'Analyse Prévisionnelle et Stochastique des Perturbations des Réseaux Electriques par des Charges Non Linéaires*, Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, ED 82-384, 1999.
- Moghram I., Rahman S., « Analysis and evaluation of five short-term load forecasting techniques », *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, pages 1484–1491, November 1989.

NFC 15-100, *les réseaux électriques BT.*, Edition 1991.

Prabhakara F.S., Kazibwe W.E., « Current calculation methodology for manufacturing facilities with intermittent loads », *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. 28, n°2, pp 324-328, March - April 1992

Papoulis A., *Probability, random variables and stochastic processes*, 3rd edition, Mc Graw Hill - New York, ISBN 0-07-048477-5, 1991

Pierrat L., « A unified statistical approach to vectorial summation of random harmonic components », *EPE Firenze*, vol. 3, pp. 100-105, 1991.

Robinson M.C., Wallace S.E., Woodward D.C., Engstrom G., « US Navy transformer sizing requirements using a probabilistic analysis », *Journal of Ship Production*, vol. 22, n°4, pp. 212-218, November 2006.

Rubinstein R.Y. *Simulation and the Monte Carlo method*, Wiley series in probability and mathematical statistics, 1981.

Sfetsos A., Siriopoulos C., « Time series forecasting of averaged data with efficient use of information », *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 35, n°5, pp 738-745, September 2005.

Vallée F., Deblecker O., Lobry J., « Adéquation du réseau électrique en présence de production décentralisée de type éolien », *European Journal of Electrical Engineering*, vol. 12, n°1, 2009, pp 9-31.

Ventsel H., *Théorie des probabilités*, MIR Moscou, 1973.