



**HAL**  
open science

# Ondes élastiques topologiquement guidées pour l'haptique de surface

Massai Hatoumva, Charles Croënne, Bertrand Dubus, Arthur Paté, M. Miniaci,  
Florian Allein, Frédéric Giraud

## ► To cite this version:

Massai Hatoumva, Charles Croënne, Bertrand Dubus, Arthur Paté, M. Miniaci, et al.. Ondes élastiques topologiquement guidées pour l'haptique de surface. 17e Congrès Français d'Acoustique, Société Française d'Acoustique, Apr 2025, Paris, France. <hal-05362771>

**HAL Id: hal-05362771**

**<https://hal.science/hal-05362771v1>**

Submitted on 13 Nov 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

17<sup>e</sup> Congrès Français d'Acoustique  
27-30 avril 2025, Paris

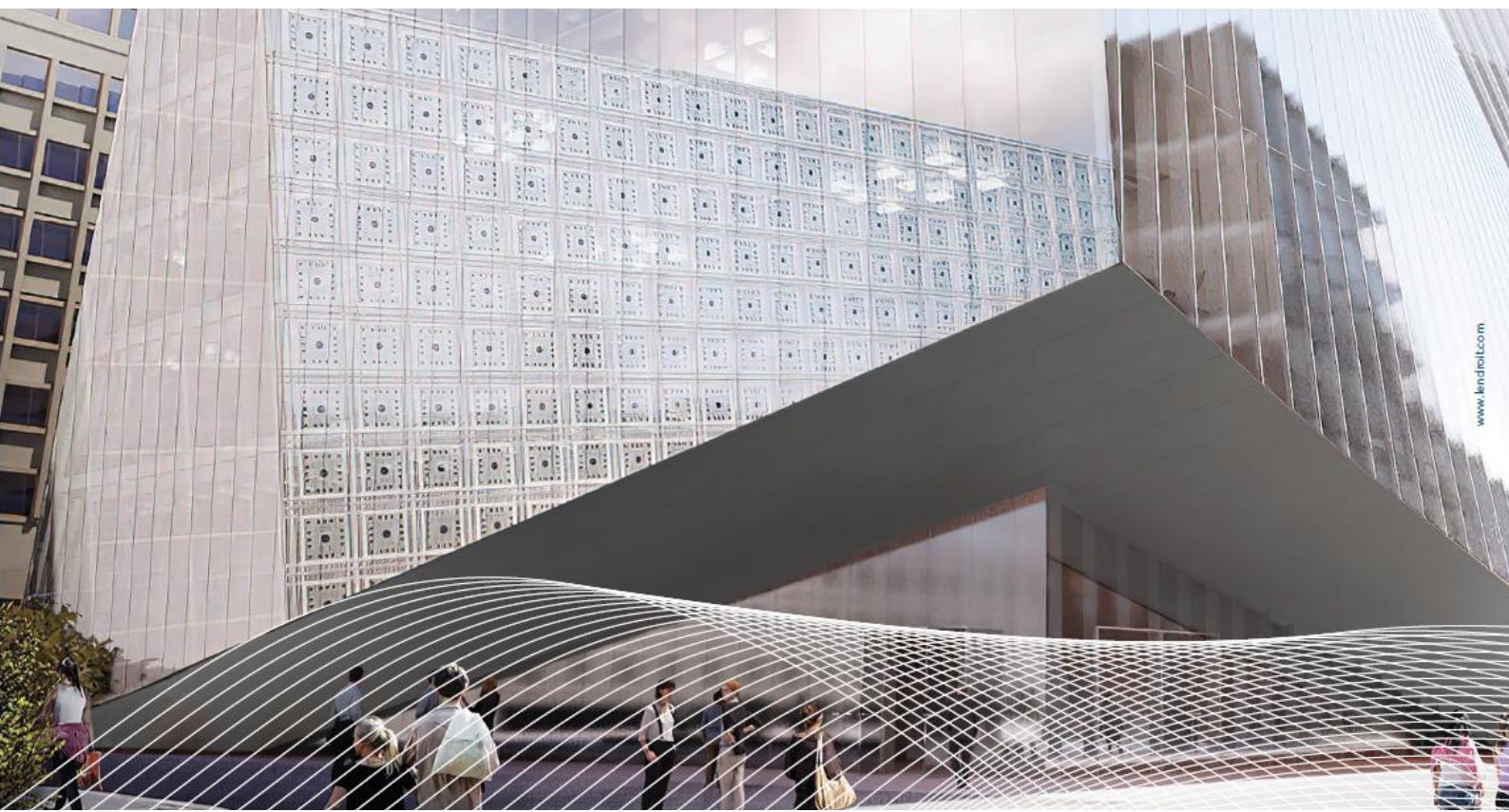


## Ondes élastiques topologiquement guidées pour l'haptique de surface

M. Hatoumva <sup>a</sup>, C. Croëgne <sup>a</sup>, B. Dubus <sup>a</sup>, A. Paté <sup>a</sup>, M. Miniaci <sup>a</sup>, F. Allein <sup>a</sup> et F. Giraud <sup>b</sup>

<sup>a</sup>Université de Lille, CNRS, Université Polytechnique Hauts-de-France, Junia, UMR 8520-IEMN, F-59000 Lille, France, OAE Department- France

<sup>b</sup>Université de Lille, Arts et Métiers Institute of Technology, Centrale Lille, Junia, ULR 2697 -L2EP, F-59000 Lille, France



Les cristaux phononiques topologiques marquent une avancée majeure pour le guidage et le contrôle des ondes élastiques en permettant la synthèse des modes localisés spécifiques (états de bords). Si les propriétés de ces modes font actuellement l'objet de nombreuses études, la question de leur perception haptique par un être humain reste largement ouverte, en raison de leur forte localisation combinée à une polarisation complexe. Dans cette étude, les propriétés de propagation des ondes élastiques topologiquement protégées sont examinées dans des plaques élastiques structurées avec un réseau hexagonal composé de trous triangulaires et circulaires. L'ajout de ces motifs géométriques conduit à une dégénérescence dans les bandes d'énergie sous forme de deux cônes de Dirac. Cette dégénérescence est levée par une transformation géométrique mettant en œuvre une rupture de symétrie dans la direction de l'épaisseur, ouvrant ainsi un gap topologique et générant des états de bord robustes. Ces états de bord permettent une propagation unidirectionnelle des ondes le long des bords ou interfaces entre deux domaines d'un même cristal aux propriétés topologiques distinctes, sans rétrodiffusion, garantissant une insensibilité aux perturbations locales. Ces ondes, confinées aux interfaces, peuvent être ajustées pour produire des vibrations élastiques précises dans une plage de fréquences perceptibles par le toucher humain. Ces caractéristiques permettent d'envisager la réalisation de surfaces haptiques de grandes dimensions intégrant des boutons virtuels, et ouvrent la voie à des dispositifs innovants exploitant des propriétés topologiques pour des technologies interactives.

## 1 Introduction

L'ingénierie des ondes élastiques a récemment bénéficié des avancées de la physique topologique, ouvrant la voie à des applications innovantes pour le confinement, le guidage et le contrôle des vibrations. Dans ce contexte, les guides d'ondes élastiques topologiques offrent une solution prometteuse en garantissant une propagation unidirectionnelle et sans rétrodiffusion des ondes mécaniques, grâce à des principes inspirés de l'effet Hall quantique et des isolants topologiques [1, 2].

Les premiers travaux sur les systèmes mécaniques inspirés de la topologie ont identifié des matériaux structurés capables de supporter des états de bords protégés, indépendamment des défauts et des désordres géométriques. Mousavi *et al.* [3] et Miniaci *et al.* [4] ont exploré la conception de réseaux élastiques présentant des bandes interdites topologiques, inspirées des structures phononiques. Ils ont étudié le guidage topologique des ondes élastiques dans des cristaux phononiques (CP) en exploitant les mécanismes de couplage entre la géométrie de la structure et ses propriétés élastiques. Cependant, la méthodologie et les structures utilisées diffèrent légèrement : dans [3], les CP sont utilisés dans une configuration périodique particulière en jouant sur les propriétés topologiques pour concevoir des bandes interdites spécifiques. L'accent est mis sur la création et la protection d'états de bord unidirectionnels insensibles aux défauts et perturbations, et sur la démonstration numérique d'un mécanisme robuste pour la manipulation des ondes mécaniques. Les travaux de [4] sont davantage axés sur l'expérimentation mettant en œuvre des plaques élastiques perforées et des modes de flexion (ondes de Lamb). L'existence d'états de bord protégés est montrée expérimentalement par observation directe d'ondes progressives guidées le long des interfaces. Toutefois, ces études restent principalement centrées sur des aspects théoriques et expérimentaux visant la transmission des ondes dans des structures topologiques, sans prise en compte de la perception haptique des vibrations. L'haptique de surface, qui repose sur la stimulation tactile par des ondes mécaniques, requiert des guides d'ondes

présentant des propriétés robustes, notamment face aux perturbations et aux irrégularités des supports. Elle nécessite surtout une interaction fine avec la peau humaine, impliquant des gammes de fréquences et des forces de contact spécifiques pour réaliser la rétroaction haptique [5, 6] ou le rendu des textures de surface [7]. La plupart des dispositifs haptiques actuels reposent sur des ensembles de transducteurs (piézoélectriques ou électromagnétiques) contrôlés en amplitude et en phase, peu adaptés aux interactions tactiles sur des grandes surfaces. Le guidage d'onde par interface topologique apparaît donc comme une solution innovante pour conduire l'énergie vibratoire dans une zone spécifique d'une surface de grande taille sans nécessiter le contrôle d'un grand nombre de transducteurs.

Cette étude vise à explorer l'intégration des guides d'ondes élastiques topologiques dans des dispositifs haptiques, en tenant compte des spécificités biomécaniques et perceptuelles du toucher humain. Nous proposons une approche numérique pour concevoir des métastructures élastiques adaptées à l'interaction haptique, en exploitant les avantages des états topologiques de bord.

## 2 Présentation du problème

### 2.1 Dimensionnement et prototypage du réseau Kagome

Le réseau Kagome [8] (Fig. 1(a)), caractérisé par des triangles interconnectés, offre un cadre idéal pour générer des cônes de Dirac aux points de haute symétrie K et K' de la première zone de Brillouin [3, 4]. Ce réseau permet d'obtenir un croisement linéaire des bandes acoustiques, similaire à celui observé dans la structure de bandes électroniques du graphène [9].

Pour obtenir des surfaces lisses tout en assurant la conservation de l'antisymétrie au niveau de l'interface entre les deux domaines formant la structure topologique, des feuilles en PMMA de même épaisseur sont collées sur chaque face de la plaque perforée en Al afin de masquer les trous non débouchants (Fig. 2). Cette configuration vise

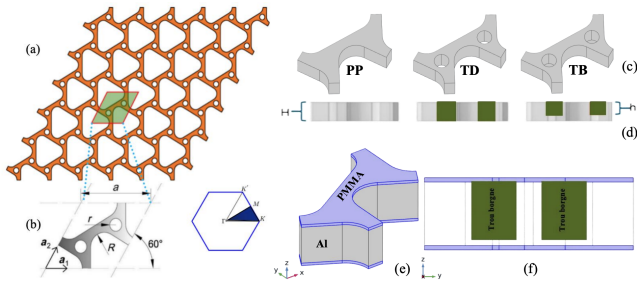


FIGURE 1 – (a) vue en perspective du CP à 2D constitué d'un réseau triangulaire de trous d'air dans une plaque en aluminium (Al) de paramètres géométriques :  $a = 20,5$  mm (taille de la maille du réseau triangulaire) ;  $r = 0,085a$  (rayon des trous d'air circulaires) ;  $R$  (rayon de courbure du coin des trous d'air triangulaires) ;  $H$  (épaisseur de la plaque en Al),  $h$  (profondeur de trous borgnes). (b) cellule unitaire du réseau comprenant les vecteurs de base  $a_1$  et  $a_2$ , ainsi que la première zone de Brillouin dans laquelle le diagramme de dispersion est tracé. (c) vue en perspective et (d) vue en coupe de différentes configurations : PP (plaque pleine), TD (trous débouchants) et TB (trous borgnes). (e) vue en perspective et (f) vue en coupe de la configuration plaque topologique prise en sandwich par une couche de polyméthacrylate de méthyle (PMMA).

à éviter tout contact direct avec les perforations lors de l'interaction tactile.

## 2.2 Équation d'onde élastique

En élasticité linéaire, le tenseur des contraintes  $\sigma$  est lié au tenseur des déformations  $\varepsilon$  par la loi de Hooke [10] :

$$\sigma = C : \varepsilon. \quad (1)$$

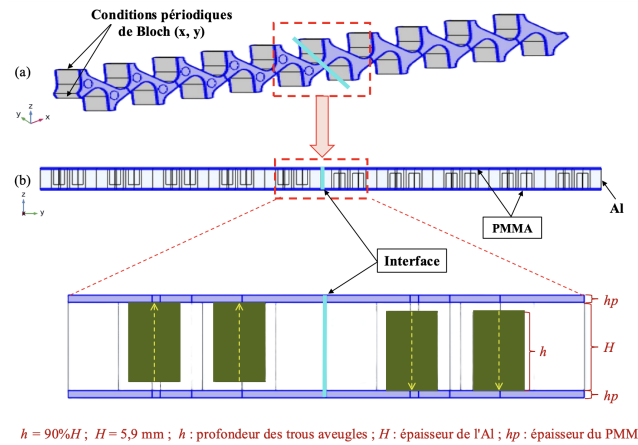
Pour les problèmes en 2D, le tenseur des déformations est défini par :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

où  $x_i$  et  $x_j$  sont les coordonnées spatiales.  $u_i$  et  $u_j$  sont les composantes du déplacement dans les directions  $i$ -ème et  $j$ -ème.  $C$  le tenseur de rigidité. L'équation du mouvement est obtenue en appliquant la deuxième loi de Newton sous forme tensorielle :

$$\nabla \cdot \sigma + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

avec  $u$  le champ de déplacement,  $\rho$  la densité du matériau et  $t$  le temps. La substitution de la relation (1) dans (3) conduit à l'équation de mouvement qui régit la réponse dynamique dans un CP :



$h = 90\%H$  ;  $H = 5,9$  mm ;  $h$  : profondeur des trous aveugles ;  $H$  : épaisseur de l'Al ;  $h_p$  : épaisseur du PMMA

FIGURE 2 – Plaque topologique prise en sandwich (10 × 1 cellule unitaire le long de  $a_2$ ) avec brisure de symétrie en épaisseur, montrant l'interface entre deux phases aux propriétés topologiques distinctes. (a) vue en perspective et (b) vue en coupe.

$$\nabla \cdot (C : \varepsilon) + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \quad (4)$$

Dans un cristal phononique topologique, la géométrie ou la distribution des matériaux brise certaines symétries, ce qui conduit à des modes de bord topologiquement protégés. Ce phénomène est intégré dans le modèle. Ainsi, l'équation d'équilibre élastique s'écrit :

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (5)$$

où  $\mu$  et  $\lambda$  sont les paramètres de Lamé et  $\nabla \cdot u$  représente la divergence du déplacement. En résolvant cette équation avec des conditions aux limites appropriées (conditions périodiques de Bloch-Floquet sur la cellule unitaire le long des vecteurs de réseau  $a_1$  et  $a_2$  (Fig. 1(b)), on peut simuler le comportement des ondes, identifier les bandes interdites et observer les modes topologiquement protégés.

Pour une analyse de dispersion dans un réseau 2D, nous appliquons le théorème de Bloch-Floquet [11], ce qui conduit à l'expression du vecteur déplacement :

$$u(\tau + v, t) = u(\tau, t) e^{ikv}, \quad (6)$$

où  $\tau = (x, y)$  est le vecteur position,  $v = n_1 a_1 + n_2 a_2$  le vecteur de translation du réseau (avec  $a_1, a_2$  entiers),  $k = (k_x, k_y)$  le vecteur d'onde. Cette condition impose que le déplacement de l'onde est invariant à une translation d'un vecteur de réseau à une phase près. En substituant la solution de Bloch dans l'équation de mouvement, et en utilisant les conditions de périodicité de Bloch et la symétrie du cristal phononique, l'équation du mouvement peut être formulée comme un problème aux valeurs propres :

$$D(k)U = \omega^2 M, \tag{7}$$

avec  $D(k)$  la matrice dynamique en 2D, dépendant du vecteur d’onde  $k$ ,  $U$  le vecteur déplacement périodique et  $M$  la matrice de masse. Les valeurs propres  $\omega$ , solutions de cette équation donnent les fréquences de vibration pour chaque mode de propagation. La relation de dispersion liant  $\omega$  et  $k$  peut être représentée sous la forme d’une courbe de dispersion qui permet de visualiser les bandes interdites et passantes en faisant varier le vecteur d’onde  $k$  le long des points de haute symétrie de la zone irréductible de Brillouin [ $\Gamma$ , K, M].

### 3 Simulation et optimisation de la structure topologique

#### 3.1 Principe et méthodologie

Le logiciel de simulation par éléments finis COMSOL Multiphysics est utilisé pour optimiser la structure afin d’obtenir le gap topologique recherché et modéliser des états de bord associés. Le processus implique : la brisure de la symétrie spatiale, l’ouverture du gap topologique et la création d’une interface supportant les modes d’hybridation.

La structure étudiée reprend la géométrie de la référence [4] en ajoutant sur chaque face une fine plaque de PMMA (Fig. 2). L’analyse des propriétés topologiques repose sur l’étude des modes propres et de la dispersion des ondes élastiques à travers la structure. Afin d’évaluer les propriétés de dispersion de la configuration choisie, une étude paramétrique est réalisée en faisant varier l’épaisseur des couches de PMMA tout en conservant intacte la géométrie de la plaque perforée. L’objectif est d’examiner si les propriétés caractéristiques (bandes interdites topologiques, modes de bord et d’interface) observées dans la plaque perforée [4], persistent dans cette nouvelle configuration.

#### 3.2 Résultats de simulation

La figure 3 présente les courbes de dispersion et les modes de déplacement associés au point K de la zone irréductible de Brillouin, pour les configurations TB avec et sans PMMA.

Une étude comparative des bandes interdites avant et après l’ajout du PMMA révèle que la plage de fréquences où aucune onde élastique ne se propage est toujours présente. De légères modifications des modes de dispersion sont observées, dues à l’ajout de masse et à l’amortissement (tangente de pertes de 7%) introduit par le PMMA, ce qui réduit la largeur relative de la bande interdite.

Les diagrammes de la figure 4 illustrent la relation entre la fréquence des ondes et le vecteur d’onde réduit  $k$ . Les trois cas présentés correspondent à différentes épaisseurs de la couche de PMMA, fixée sur les faces inférieure et supérieure d’une plaque en aluminium, présentant des perforations non

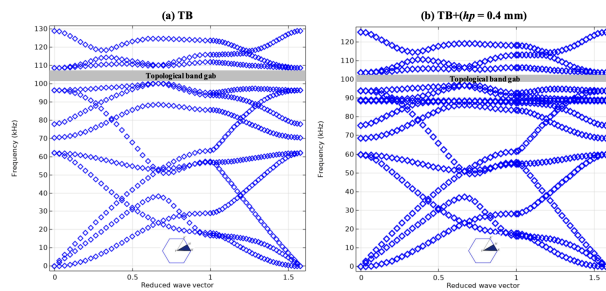


FIGURE 3 – Effet du PMMA sur la largeur du gap topologique. (a) configuration TB et (b) configuration TB avec plaques de PMMA.

débouchantes de profondeur  $h$ . La polarisation des modes est identifiée par la couleur des symboles, allant du bleu (purent dans le plan) au rouge (purent hors-plan). Ces modes sont importants pour la caractérisation des propriétés topologiques et des bandes interdites.

L’analyse des diagrammes de dispersion de la figure 4 montre que la variation de l’épaisseur de PMMA affecte la largeur relative de la bande interdite, ainsi que le comportement dispersif des modes de bord. Pour une épaisseur de 0,4 mm (Fig. 4(a)), la largeur du gap topologique est relativement étroite (5,6 kHz). La plupart des modes sont dispersifs, leur fréquence change de manière significative avec  $k$ .

En augmentant légèrement l’épaisseur de PMMA (Fig. 4(b)), la largeur du gap augmente d’environ 1,5 kHz. Cela indique que certaines fréquences de vibration sont désormais interdites sur une plus grande plage de  $k$ . Avec une épaisseur encore plus grande (0,7 mm) (Fig. 4(c)), la largeur du gap diminue (5,1 kHz). Cela montre qu’il y a moins de fréquences interdites.

Ces observations montrent que l’ajustement de l’épaisseur  $hp$  modifie les propriétés mécaniques locales (densité et rigidité effective), et influence donc le comportement des ondes élastiques se propageant dans la structure phononique. En ajustant  $hp$ , la bande interdite peut être élargie ou rétrécie. Les modes de bord sont donc sensibles aux changements de la structure géométrique de la plaque, suggérant que les propriétés de propagation des ondes le long des bords de la plaque peuvent être modulées par variation de l’épaisseur de PMMA. Il convient de noter que, la protection topologique se manifeste par le croisement des modes d’hybridation au point de Dirac, caractérisé par une dégénérescence protégée. Ces modes d’interface sont des valeurs propres isolées apparaissant dans la BGT suite à une transition topologique.

Par rapport aux résultats de la référence [4], l’analyse des modes localisés aux interfaces et aux bords montre que ces derniers persistent dans la nouvelle configuration. Cela confirme la nature protégée des états de bord et d’interface, même en présence des couches de PMMA. Cette nouvelle configuration avec des faces supérieures et inférieures lisses présente l’avantage de pouvoir être utilisée pour des applications tactiles.

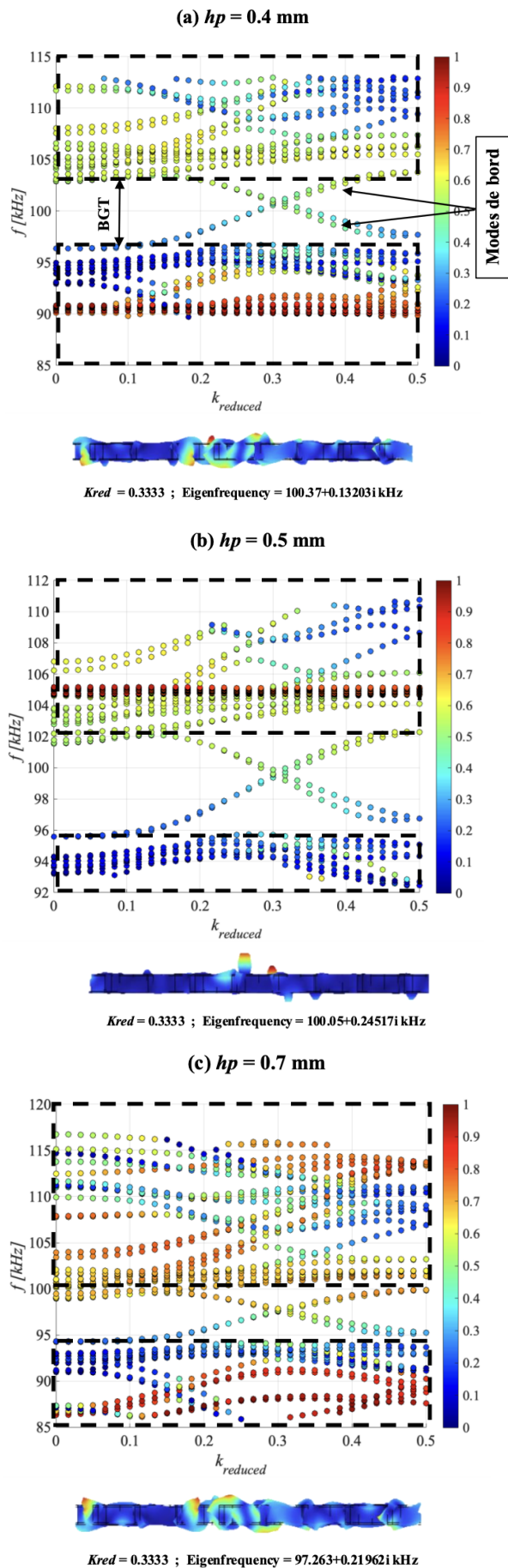


FIGURE 4 – Effet de l'épaisseur de PMMA sur la polarisation des modes d'interface et de bord pour une plaque comportant  $10 \times 1$  cellules élémentaires intégrant une interface séparant deux domaines aux trous aveugles inversés.

## 4 Conclusion

Dans cette étude, nous avons numériquement démontré la possibilité de confiner des modes de vibration au sein d'un cristal phononique topologique présentant des surfaces lisses. Ce confinement est rendu possible grâce à la présence des modes localisés à l'interface entre deux domaines de phases topologiques différentes. La modélisation et la simulation de ces phénomènes, réalisées à l'aide de COMSOL Multiphysics, ont permis d'explorer les conditions d'apparition des modes d'hybridation. L'ajout des couches en PMMA sur la plaque perforée en aluminium ne compromet pas les propriétés caractéristiques de la structure topologique étudiée. Cette manipulation des phonons s'avère particulièrement utile pour concevoir des matériaux topologiques dans lesquels les ondes se propagent de manière robuste le long d'interfaces, sans rétrodiffusion ou dispersion indésirable. Ces propriétés trouvent des applications dans la réalisation de guides d'ondes, le confinement des ondes élastiques progressives et le contrôle des vibrations complexes. Afin de combler le fossé entre la physique des guides d'ondes topologiques et leur mise en pratique, une validation expérimentale de ces résultats est envisagée. De plus, l'ajustement des propriétés mécaniques du cristal permettrait de localiser des vibrations perceptibles par le toucher humain sur des surfaces de grande taille, ouvrant ainsi la voie à des applications innovantes en réalité augmentée, en interfaces homme-machine et dans des dispositifs haptiques avancés.

## Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet HASAMÉ sous convention ANR-21-CE33-0020.

## Références

- [1] M. Z. Hasan, and C. L. Kane, Topological insulators, *Reviews of Modern Physics*, **82**(4), 3045 (2010).
- [2] S. D. Huber, Topological mechanics, *Nature Physics*, **12**(7), 621-623 (2016).
- [3] S. H. Mousavi, A. B. Khanikaev, and Z. Wang, Topologically protected elastic waves in phononic metamaterials, *Nature Communications*, **6**, 8682 (2015).
- [4] M. Miniaci, R. K. Pal, B. Morvan, and M. Ruzzene, Experimental observation of topologically protected helical edge modes in patterned elastic plates, *Physical Review X*, **8**, 031074 (2018).
- [5] C. Basdogan, C. H. Ho, M. A. Srinivasan, and M. Slater, The role of haptic communication in shared virtual environments, *ACM Transactions on Computer-Human Interaction (TOCHI)*, **7**(4), 443-473 (2000).
- [6] C. Hudin, and J. E. Colgate, Perceived intensity of lateral skin stretch, *IEEE Transactions on Haptics*, **8**(2), 173-182 (2015).
- [7] T. Daunizeau, C. Hudin, and C. Basdogan, Haptic perception in surface textures : A review, *Frontiers in Psychology*, **12**, 667832 (2021).

- [8] T. C. Lubensky, C. L. Kane, X. Mao, A. Souslov, and K. Sun, Phonons and Elasticity in Critically Coordinated Lattices, *Rep. Prog. Phys.*, **78**, 073901 (2015).
- [9] A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, The electronic properties of graphene, *Reviews of Modern Physics*, **81**(1), 109-162 (2009).
- [10] S. P. Timoshenko, and J. N. Goodier, *Theory of Elasticity*, (3rd ed.) McGraw-Hill (1970).
- [11] L. Wu, H. Yu, Z. Zhang, and S. Fan, Direct calculation of topological invariants for acoustic topological insulators based on the Bloch eigenstates, *Physical Review B*, **92**(11), 115407 (2015).