



HAL
open science

Région de débits atteignable en NOMA avec amplificateur non linéaire

Gaston Philippe, Arthur Louchart, Anne Savard

► To cite this version:

Gaston Philippe, Arthur Louchart, Anne Savard. Région de débits atteignable en NOMA avec amplificateur non linéaire. GRETSI, Aug 2025, Strasbourg, France. ⟨hal-05147376⟩

HAL Id: hal-05147376

<https://hal.science/hal-05147376v1>

Submitted on 7 Jul 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Région de débits atteignable en NOMA avec amplificateur non linéaire

Gaston PHILIPPE Arthur LOUCHART Anne SAVARD

IMT Nord Europe, Institut Mines Télécom, Centre for Digital Systems, F-59653 Villeneuve d'Ascq, France

Résumé – Dans ce papier, nous donnons une expression du débit pour la technique d'accès multiple non orthogonale (NOMA) dans le sens descendant, prenant en compte une non-linéarité induite par un amplificateur de puissance au niveau de l'émetteur. Nous comparons ensuite ces résultats à ceux obtenus pour un modèle linéaire et comparons également à une technique d'accès multiple orthogonale.

Abstract – In this paper, we give a throughput expression for the non-orthogonal multiple access technique (NOMA) in downlink, taking into account a non-linearity induced by a power amplifier at the transmitter. We then compare these results with those obtained for a linear model, and also compare them with another orthogonal multiple access technique.

1 Introduction

La croissance constante des équipements communicants et la limitation des ressources posent des défis majeurs pour les futures générations de réseaux de communication sans fil. Ces réseaux devront prendre en charge un grand nombre d'utilisateurs, des débits élevés, une faible latence et une empreinte carbone réduite. Pour y répondre, une solution est de considérer conjointement l'accès multiple non-orthogonal (NOMA) qui améliore l'efficacité spectrale, tout en tenant compte des distorsions non linéaires des amplificateurs de puissance, issues de composants à bas coût déployés à grande échelle.

Alors que les générations précédentes de réseaux sans fil utilisent une technique d'accès multiple orthogonale (OMA), NOMA permet de servir plusieurs utilisateurs sur la même ressource spectrale en exploitant du codage par superposition à l'émetteur et de la suppression successive d'interférences (SIC) au récepteur. De nombreuses études exploitent cette technique, aussi bien pour des communications en voie montante [14] que descendantes [6], et plusieurs politiques d'allocation de ressources permettant de maximiser l'efficacité énergétique [7, 14] ou de minimiser la consommation de puissance [9, 12] sous contrainte de qualité de service ont déjà été développées. Néanmoins, toutes ces études considèrent une chaîne de transmission parfaite avec des amplificateurs de puissance linéaires, ce qui n'est pas réaliste en pratique.

La prise en compte des non-linéarités des amplificateurs de puissance est plutôt récente [10, 11], et repose sur la décomposition de Bussgang permettant d'exprimer les effets non linéaires sous la forme d'une somme entre une partie linéaire et une partie non linéaire décorrélée [3]. Des premières études de NOMA en présence de non-linéarités ont été publiées, mais soit elles ne portent que sur la voie montante [13], soit n'intègrent que partiellement la décomposition de Bussgang [1, 2].

Dans cet article, nous proposons d'obtenir la région de débits atteignable pour un système de communication en voie descendant de deux utilisateurs exploitant NOMA en prenant en compte le comportement non linéaire de l'amplificateur de puissance de la station de base.

Notations : Par la suite, $C(x)$ dénotera la capacité du canal additif Gaussien de rapport signal à bruit x , i.e. $C(x) = \log_2(1 + x)$ et \bar{x} représente le complexe x conjugué.

2 Système étudié

Nous considérons un système de communication descendant composé d'un émetteur, appelé station de base (BS), et de deux récepteurs, nommés utilisateurs, comme décrit sur la Figure 1. La BS emploie la technique d'accès multiple NOMA pour transmettre les messages X_1 et X_2 aux utilisateurs U_1 et U_2 respectivement, via du codage par superposition. Ainsi, elle construit le signal $X = X_1 + X_2$. De plus, nous supposons que le message X_i est de puissance moyenne P_i et que la station de base ne dispose que d'un budget de puissance P_{\max} , et considérons le cas où $P_1 + P_2 = P_{\max}$. Dans cet article, la BS réalise une amplification du signal avant l'émission et cette dernière est représentée par une fonction $f(\cdot)$, qui dans le cas d'une amplification parfaite est une fonction linéaire. Ainsi, le signal émis par la BS s'écrit

$$\tilde{X} = f(X) = f(X_1 + X_2). \quad (1)$$

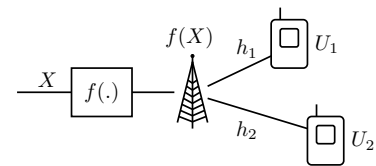


FIGURE 1 : Système étudié

Le signal reçu à l'utilisateur $U_i, i \in 1, 2$, est donné par

$$Y_i = h_i f(X_1 + X_2) + Z_i, \quad (2)$$

où $|h_i|^2$ représente le gain du canal entre la station de base et l'utilisateur i et $Z_i \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_i^2)$ représente le bruit additif Gaussien. Dans la suite, et sans perte de généralité, nous supposons que les gains des canaux normalisés sont ordonnés de la façon suivante : $\frac{|h_1|^2}{\sigma_1^2} \geq \frac{|h_2|^2}{\sigma_2^2}$. Chaque utilisateur décode le message qui lui est destiné en utilisant l'annulation successive d'interférences (SIC) et, au vu de l'ordre précédemment considéré, l'utilisateur 1 décode d'abord le message de l'utilisateur 2 avant de décoder son propre message, alors que l'utilisateur 2 décode directement son message en considérant le message destiné à l'utilisateur 1 comme du bruit.

Afin de rendre possibles les calculs analytiques du débit atteignable malgré la non-linéarité introduite par la fonction $f(\cdot)$, nous utilisons la décomposition de Bussgang [3]. Cette méthode permet d'exprimer la sortie de l'amplificateur non linéaire comme la somme d'une composante linéairement liée au signal d'entrée X et d'un terme de distorsion η , décorrélié de cette entrée. En appliquant cette décomposition à $f(X)$, nous obtenons une expression linéarisée du signal reçu sous la forme suivante :

$$Y_i = h_i (BX + \eta) + Z_i, \quad (3)$$

où B est le gain de Bussgang défini par

$$B = \frac{\mathbb{E}[f(X)\overline{X}]}{\mathbb{E}[|X|^2]} \quad (4)$$

et η est le bruit de distorsion, décorrélié de X et Z_i . Nous remarquons que le gain de Bussgang est dépendant de la fonction $f(\cdot)$ et du signal d'entrée X . Par la suite, nous considérons une fonction polynomiale d'ordre trois sans mémoire pour modéliser les effets non linéaires générés par l'amplificateur de puissance. Ce modèle s'écrit

$$f(X) = \gamma_1 X + \gamma_3 |X|^2 X \quad (5)$$

avec $(\gamma_1, \gamma_3) \in \mathbb{C}$ les coefficients caractérisant les distorsions non linéaires.

3 Région de débits atteignable en NOMA descendant non linéaire

Dans cette section, nous donnons l'expression analytique de la région de débits atteignable du système de communication considéré. Afin d'écrire ce débit atteignable, nous considérons (i) le message X_i comme une variable aléatoire gaussienne complexe circulairement symétrique, i.e. $X_i \sim \mathcal{CN}(0, P_i)$; et (ii) la pire distribution de bruit lors du calcul des débits [4], à savoir une distribution complexe circulairement symétrique gaussienne pour $h_i \eta + Z_i$, i.e. $h_i \eta + Z_i \sim \mathcal{CN}(0, |h_i|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_i^2)$ avec σ_η^2 la variance de η .

Proposition 1. *La région de débit atteignable pour un système NOMA descendant à deux utilisateurs utilisant un budget de puissance $P_1 + P_2 = P_{\max}$ et l'amplificateur non linéaire défini par (5) est donnée par :*

$$R_1^{(\text{NL})} = C \left(\frac{|h_1|^2 |B|^2 P_1}{|h_1|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_1^2} \right), \quad (6)$$

$$R_2^{(\text{NL})} = C \left(\frac{|h_2|^2 |B|^2 P_2}{|h_2|^2 |B|^2 P_1 + |h_2|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_2^2} \right), \quad (7)$$

avec

$$B = \gamma_1 + 2\gamma_3 P_{\max} \quad \text{et} \quad \sigma_\eta^2 = 2|\gamma_3|^2 P_{\max}^3. \quad (8)$$

Notons que ces deux termes dépendent de la puissance à l'entrée de l'amplificateur, i.e. $P_{\max} = P_1 + P_2$, et des coefficients caractérisants les effets non linéaires.

Démonstration. Dans un premier temps, nous obtenons l'expression des débits atteignables lorsque les récepteurs emploient l'algorithme SIC; puis nous calculons analytiquement le gain de Bussgang B et la variance du bruit de distorsion σ_η^2 .

Décodage à l'utilisateur 1. L'utilisateur 1, ayant le meilleur gain de canal normalisé, commence par décoder le message destiné à l'utilisateur 2, ce qui est possible si

$$R_2^{(\text{NL})} \leq R_{2,1}^{(\text{NL})} = C \left(\frac{|h_1|^2 |B|^2 P_2}{|h_1|^2 |B|^2 P_1 + |h_1|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_1^2} \right), \quad (9)$$

où $R_i^{(\text{NL})}$ désigne le débit du message X_i , et $R_{j,i}^{(\text{NL})}$ désigne le débit nécessaire pour décoder le message X_j à l'utilisateur i . Ensuite, l'utilisateur décode son propre message X_1 , ce qui est possible si

$$R_1^{(\text{NL})} \leq C \left(\frac{|h_1|^2 |B|^2 P_1}{|h_1|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_1^2} \right). \quad (10)$$

Décodage à l'utilisateur 2. L'utilisateur 2 décode directement son message en considérant le message de l'utilisateur 1 comme du bruit additionnel, ce qui est possible si

$$R_2^{(\text{NL})} \leq R_{2,2}^{(\text{NL})} = C \left(\frac{|h_2|^2 |B|^2 P_2}{|h_2|^2 |B|^2 P_1 + |h_2|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_2^2} \right). \quad (11)$$

Ainsi, le débit atteignable pour l'utilisateur 2 est donné par

$$R_2^{(\text{NL})} = \min\{R_{2,1}^{(\text{NL})}, R_{2,2}^{(\text{NL})}\} = R_{2,2}^{(\text{NL})}. \quad (12)$$

En effet, on montre que $R_{2,2}^{(\text{NL})} \leq R_{2,1}^{(\text{NL})}$ de la manière suivante

$$\begin{aligned} & \frac{|h_2|^2 |B|^2 P_2}{|h_2|^2 |B|^2 P_1 + |h_2|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_2^2} - \frac{|h_1|^2 |B|^2 P_2}{|h_1|^2 |B|^2 P_1 + |h_1|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_1^2} \\ &= \frac{P_2}{P_1 + \frac{\sigma_\eta^2}{|B|^2} + \frac{\sigma_2^2}{|h_2|^2 |B|^2}} - \frac{P_2}{P_1 + \frac{\sigma_\eta^2}{|B|^2} + \frac{\sigma_1^2}{|h_1|^2 |B|^2}} \leq 0, \end{aligned}$$

car nous avons supposé que les gains normalisés des canaux sont ordonnés comme suit : $|h_1|^2 / \sigma_1^2 \geq |h_2|^2 / \sigma_2^2$.

À ce stade, nous avons obtenu la région de débits atteignable du système considéré. Cependant, il nous reste à écrire les expressions analytiques du gain de Bussgang B et de la variance du bruit de distorsion σ_η^2 .

Calcul du gain de Bussgang. En injectant l'expression de $f(\cdot)$ donnée par l'équation (5) dans l'expression du gain de Bussgang (4), nous obtenons

$$B = \gamma_1 + \gamma_3 \frac{\mathbb{E}[|X|^4]}{\mathbb{E}[|X|^2]} \quad (13)$$

Puisque $X \sim \mathcal{CN}(0, P_{\max})$, nous avons $\mathbb{E}[|X|^4] = 2\mathbb{E}[|X|^2]^2$. Le gain de Bussgang se simplifie alors,

$$B = \gamma_1 + 2\gamma_3 P_{\max}. \quad (14)$$

Calcul de la variance du bruit de distorsion. Le bruit de distorsion s'écrit $\eta = f(X) - BX$. Celui-ci étant centré, nous avons égalité entre sa variance et son moment d'ordre deux, donné par

$$\sigma_\eta^2 = \mathbb{E}[|f(X) - BX|^2] = 2|\gamma_3|^2 (P_{\max})^3. \quad (15)$$

Notons que de la même manière, le moment d'ordre six se décompose en $\mathbb{E}[|X|^6] = 6\mathbb{E}[|X|^2]^3$.

□

4 Simulations

Dans cette section, nous allons comparer numériquement les débits atteignables obtenus en NOMA avec un amplificateur non linéaire, avec ceux obtenus i) en NOMA avec un amplificateur linéaire ; ii) en OMA avec un amplificateur non linéaire ; et iii) en OMA avec un amplificateur linéaire. Pour ce faire, nous commençons dans un premier temps par donner les régions de débits atteignables correspondantes.

4.1 Régions de débits atteignables des méthodes comparées

Proposition 2. [5] La région de débits atteignable pour un système NOMA descendant à deux utilisateurs utilisant un budget de puissance $P_1 + P_2 = P_{\max}$ et un amplificateur linéaire de gain B_L est donnée par :

$$R_1^{(L)} \leq C \left(\frac{|h_1|^2 |B_L|^2 P_1}{\sigma_1^2} \right),$$

$$R_2^{(L)} \leq C \left(\frac{|h_2|^2 |B_L|^2 P_2}{|h_2|^2 |B_L|^2 P_1 + \sigma_2^2} \right).$$

Proposition 3. La région de débits atteignable pour un système OMA descendant à deux utilisateurs utilisant un budget de puissance P_{\max} et se partageant la ressource temporelle avec un coefficient $\beta \in [0, 1]$ et un amplificateur linéaire de gain B_L est donnée par :

$$R_1^{(L,O)} \leq \beta C \left(\frac{|h_1|^2 |B_L|^2 P_{\max}}{\sigma_1^2} \right),$$

$$R_2^{(L,O)} \leq (1 - \beta) C \left(\frac{|h_2|^2 |B_L|^2 P_{\max}}{\sigma_2^2} \right).$$

Proposition 4. La région de débits atteignable pour un système OMA descendant à deux utilisateurs et se partageant la ressource temporelle avec un coefficient $\beta \in [0, 1]$ et l'amplificateur non linéaire défini par (5) est donnée par :

$$R_1^{(NL,O)} \leq \beta C \left(\frac{|h_1|^2 |B|^2 P_{\max}}{|h_1|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_1^2} \right)$$

$$R_2^{(NL,O)} \leq (1 - \beta) C \left(\frac{|h_2|^2 |B|^2 P_{\max}}{|h_2|^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_2^2} \right).$$

4.2 Résultats des simulations

Pour nos simulations, nous considérons un amplificateur non linéaire sans mémoire modélisé par (5), dont les coefficients sont $\gamma_1 = 1.09 + 0.712j$ et $\gamma_3 = 0.279 + 0.0808j$, et des bruits Z_i de variance unitaire, i.e. $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$. Nous supposons également que les coefficients des canaux h_i sont tels que $h_i \sim \mathcal{CN}(0, 5)$ et présentons des résultats moyennés sur 10^5 réalisations de canaux indépendants [6, 8, 11].

De plus, et sauf mention contraire, nous considérons l'allocation de puissance suivante entre les deux utilisateurs en NOMA : $P_1 = \alpha P_{\max}$ et $P_2 = (1 - \alpha) P_{\max}$ avec $\alpha = 0.3$. Ce choix empirique permet une certaine équité entre les deux utilisateurs : si l'objectif était de maximiser le débit somme, il serait optimal d'allouer toute la puissance à l'utilisateur le plus fort, dans notre cas l'utilisateur 1. Néanmoins, nous souhaitons

étudier les performances dans le cas où les deux utilisateurs ont un débit non nul, correspondant par exemple à une contrainte de qualité de service. Notons que l'optimisation de ressources sous contraintes de qualité de service n'est pas considérée dans cet article. En OMA, nous supposons que $\beta = 0.5$, en d'autres termes, chaque utilisateur est servi sur la moitié de la durée de la transmission.

Afin de comparer de façon équitable les différentes performances obtenues avec un amplificateur linéaire et non linéaire, nous calculons la valeur du gain linéaire B_L de sorte à ce que la puissance de sortie de l'amplificateur soit identique. Ainsi,

$$|B_L|^2 = |B|^2 + \frac{\sigma_\eta^2}{P_{\max}}. \quad (16)$$

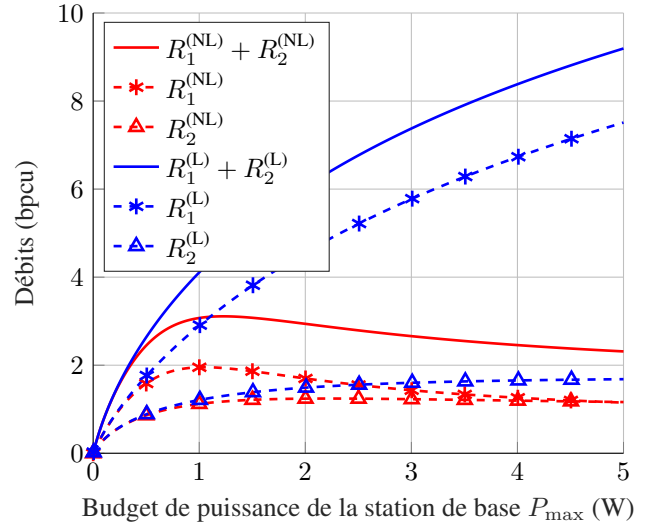


FIGURE 2 : Débits vs. puissance de transmission pour un système NOMA avec amplificateur linéaire en bleu et non linéaire en rouge.

La Figure 2 montre l'évolution du débit de chaque utilisateur, affiché en tiret, ainsi que du débit somme, affiché en trait plein, en fonction du budget de puissance P_{\max} de la BS en NOMA avec soit l'amplificateur non linéaire donné par (5) en couleur rouge, soit l'amplificateur linéaire de gain donné par (16) en couleur bleu. Tout d'abord, les débits des utilisateurs sont plus faibles lorsque l'amplificateur a un comportement non linéaire, quelle que soit la valeur de budget de puissance de la BS. La considération de la caractéristique non linéaire de l'amplificateur est donc essentielle pour l'évaluation de la performance du système en terme de débit. De plus, en présence d'un amplificateur non linéaire, les débits des utilisateurs ne sont pas monotones avec la puissance, contrairement au cas d'un amplificateur linéaire.

La Figure 3 montre l'évolution du débit en fonction de l'allocation de ressource α , pour une puissance d'émission fixée à $P_{\max} = 5$ W. La somme des débits augmente avec α , car l'utilisateur 1, i.e. ayant le meilleur gain de canal normalisé, se voit attribuer une part de plus en plus importante de la puissance P_{\max} . L'allocation permettant d'obtenir le même débit pour les deux utilisateurs est $\alpha = 0.3$; alors qu'avec un amplificateur linéaire, il faut choisir $\alpha = 0.05$.

La Figure 4 montre la somme des débits en fonction de la puissance d'émission de la BS, pour les techniques OMA et NOMA. Pour nos choix de simulations, NOMA donne un débit

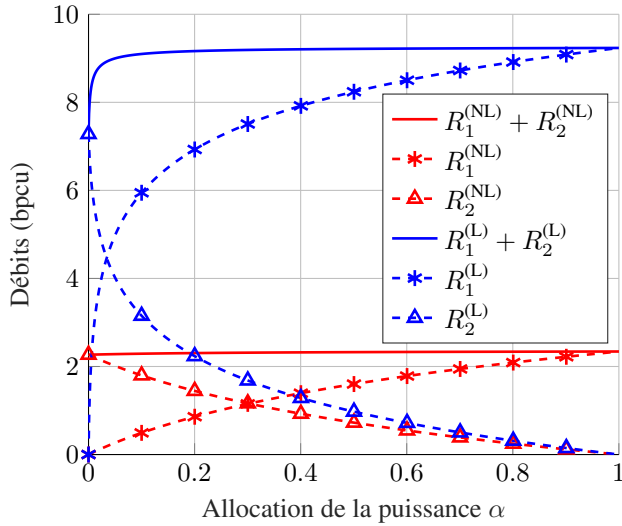


FIGURE 3 : Débits vs. allocation de puissance α pour un système NOMA avec amplificateur linéaire en bleu et non linéaire en rouge.

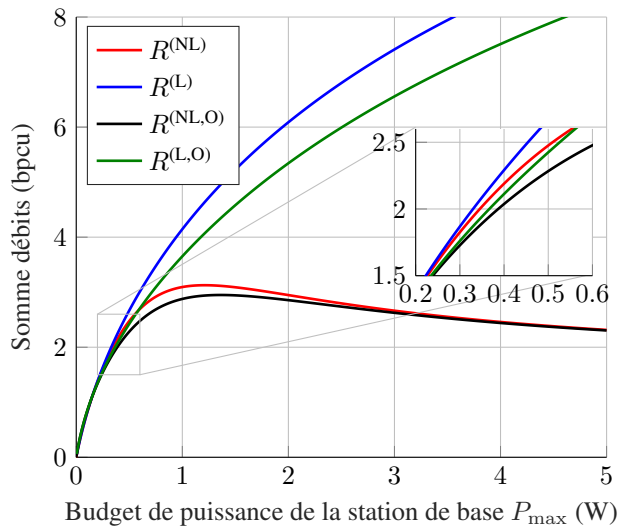


FIGURE 4 : Somme des débits vs. puissance de transmission pour un système NOMA et OMA, avec un amplificateur linéaire et non linéaire.

somme supérieur ou égal à celui obtenu avec OMA, et ce quel que soit le choix d'amplificateur, i.e. linéaire ou non, excepté dans la plage $P_{\max} = 0$ à 0.15 W. De plus, avec le modèle d'amplificateur non linéaire considéré, nous pouvons montrer que les sommes des débits des deux techniques convergent asymptotiquement vers la valeur $R_{\infty}^{\text{NL}} = \log_2(3)$, celle-ci étant uniquement dépendante du modèle (5). Finalement, il existe une plage allant de $P_{\max} = 0.15$ W à 0.58 W où la somme des débits en NOMA et présence de non-linéarité surpasse celle obtenue en OMA avec un amplificateur linéaire.

5 Conclusion

Dans ce papier, nous avons exprimé analytiquement les débits atteignables pour un réseau sans fil de deux utilisateurs en voie descendante exploitant NOMA en présence d'un amplificateur non linéaire, grâce à la décomposition de Bussgang.

Même si les débits ne croissent plus de façon monotone avec la puissance en présence d'un amplificateur non linéaire, NOMA permet d'atteindre des débits supérieurs à ceux de OMA. Nos travaux futurs porteront sur l'allocation de ressources en utilisant les expressions analytiquement obtenues.

Références

- [1] Oussama Ben Haj BELKACEM, Mohamed Lassaad AMMARI et Rui DINIS : Performance analysis of NOMA in 5G systems with HPA nonlinearities. *IEEE Access*, 8:158327–158334, 2020.
- [2] Oussama Ben Haj BELKACEM, Rui DINIS et Mohamed Lassaad AMMARI : Nonlinear effects in NOMA-OFDM systems : Analytical signal characterization and receiver design. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 72(3):3739–3750, 2022.
- [3] Ozlem Tugfe DEMIR et Emil BJORNSON : The Bussgang Decomposition of Nonlinear Systems : Basic Theory and MIMO Extensions [Lecture Notes] . *IEEE Signal Process. Mag.*, 38(1):131–136, 2021.
- [4] S.N. DIGGAVI et T.M. COVER : The worst additive noise under a covariance constraint. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 47(7):3072–3081, novembre 2001.
- [5] Zhiguo DING, Zheng YANG, Pingzhi FAN et H. Vincent POOR : On the Performance of Non-Orthogonal Multiple Access in 5G Systems with Randomly Deployed Users. *IEEE Signal Process. Lett.*, 21(12):1501–1505, 2014.
- [6] Hajar EL HASSANI, Anne SAVARD et E. VERONICA BELMEGA : A closed-form solution for energy-efficiency optimization in multi-user downlink NOMA. In *IEEE PIMRC*, pages 1–5, 2020.
- [7] Hajar EL HASSANI, Anne SAVARD, E. Veronica BELMEGA et Rodrigo C. de LAMARE : Energy-efficient solutions in two-user downlink noma systems aided by ambient backscattering. In *IEEE GLOBECOM*, pages 1673–1678, 2022.
- [8] Wali Ullah KHAN, Ju LIU, Furqan JAMEEL, Vishal SHARMA, Riku JÄNTTI et Zhu HAN : Spectral Efficiency Optimization for Next Generation NOMA-Enabled IoT Networks. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 69(12):15284–15297, 2020.
- [9] Xunan LI, Chong LI et Ye JIN : Dynamic resource allocation for transmit power minimization in ofdm-based noma systems. *IEEE Commun. Lett.*, 20(12):2558–2561, 2016.
- [10] Arthur LOUCHARTE, Philippe CIBLAT et Charly POUILLIAT : Power allocation in Uplink Multiband Satellite System with Nonlinearity-Aware Receiver. In *IEEE SPAWC*, pages 201–205, 2021.
- [11] Jean-Alain LUCCIARDI, Gilles MESNAGER, Nathalie THOMAS, Charly POUILLIAT, Marie-Laure BOUCHERET et Guillaume BUSCARLET : Piecewise Volterra Series Approximation for Improved Non-Linear Channel Modelization and Detection. In *IEEE GLOBECOM*, pages 1–7, 2018.
- [12] Hong WANG, Chen LIU, Zheng SHI, Yaru FU et Rongfang SONG : On power minimization for irs-aided downlink noma systems. *IEEE Wireless Commun. Lett.*, 9(11):1808–1811, 2020.
- [13] Xiaojia WANG, Suzhi BI, Xian LI, Xiaohui LIN, Zhi QUAN et Ying-Jun Angela ZHANG : Capacity Analysis and Throughput Maximization of NOMA With Non-Linear Power Amplifier Distortion. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 23(12):18331–18345, 2024.
- [14] Ming ZENG, Nam-Phong NGUYEN, Octavia A. DOBRE, Zhiguo DING et H. Vincent POOR : Spectral- and energy-efficient resource allocation for multi-carrier uplink noma systems. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 68(9):9293–9296, 2019.