



**HAL**  
open science

## **TAYLORS : Converger plus vite vers un état synchrone résilient**

Benoît Perroux, Jérôme Ermont, Katia Jaffrès-Runser

### ► **To cite this version:**

Benoît Perroux, Jérôme Ermont, Katia Jaffrès-Runser. TAYLORS : Converger plus vite vers un état synchrone résilient. CORES 2025 - 10èmes Rencontres Francophones sur la Conception de Protocoles, l'Évaluation de Performances et l'Expérimentation des Réseaux de Communication, Jun 2025, Saint Valery-sur-Somme, France. <hal-05027375>

**HAL Id: hal-05027375**

**<https://hal.science/hal-05027375v1>**

Submitted on 9 Apr 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# TAYLORS : Converger plus vite vers un état synchrone résilient<sup>†</sup>

Benoît Perroux<sup>1,2</sup> et Jérôme Ermont<sup>1</sup> et Katia Jaffrès-Runser<sup>1</sup>

<sup>1</sup> IRIT, Université de Toulouse, CNRS, Toulouse INP, UT3, Toulouse, France

<sup>2</sup> Alliantech, 52 rue Jacques Babinet, Toulouse, France

---

De nos jours, nombreux sont les usages des réseaux de capteurs sans-fil pour des besoins d'acquisition de données physiques. Ces séries de données sont horodatées par les horloges internes des capteurs, qui ont donc besoin d'être finement synchronisées. Cependant, les déploiements de ces réseaux de capteurs se font parfois dans des environnements complexes et dynamiques, impliquant un besoin accru de résilience. Enfin, ces réseaux pouvant n'être installés que temporairement, par exemple pour la calibration acoustique d'une salle de spectacle ou l'instrumentation d'essais en vol, ils nécessitent une convergence rapide de la synchronisation afin de pouvoir commencer les mesures au plus tôt. Dans cet article, nous utilisons un modèle stochastique pour analyser les paramètres influençant le temps de convergence d'un protocole de synchronisation distribué, avant de proposer TAYLORS, un protocole résilient, rapide et adapté aux environnements dynamiques tout en restant léger et adapté aux plus simples des microcontrôleurs.

**Mots-clefs :** synchronisation, consensus, réseaux distribués, réseaux sans-fil

---

## 1 Introduction

La diversité des déploiements de réseaux sans-fil dans le cadre industriel a ouvert la voie à de nombreux cas d'acquisition de données en temps-réel. Le développement massif et la réduction des coûts de déploiement de ces solutions a amené de nouveaux cas d'usages, plus contraints, intégrant une forte dynamique. Cette dynamique peut se retrouver tant au niveau de la mobilité des capteurs qu'au niveau matériel, avec des allumages et des mises en sommeil non coordonnés. Dans ce cadre, une méthode de synchronisation résiliente à la dynamique est nécessaire afin d'horodater et de coordonner les points de mesures répartis. De nombreux protocoles de synchronisation sans-fil à la précision grandissante ont été développés ces dernières années, tel PulseSync [LSW15]. Les plus précis reposent sur un modèle de synchronisation hiérarchique et requièrent la maintenance d'un arbre de diffusion qui est de facto moins adaptée à des contextes très dynamiques. Un second modèle de synchronisation, totalement distribué et fonctionnant par consensus, a été développé avec des protocoles tels que SISP [vdBVD11] et ATS [SF11]. Ces protocoles distribués sont naturellement plus résilients que leurs équivalents hiérarchiques, bien que généralement moins précis. Pour un déploiement temporaire du réseau, leur principale limite réside dans leur durée de convergence.

Dans cet article, nous présentons une étude du temps de convergence du protocole distribué SISP en se basant sur un modèle stochastique. Dans un second temps, nous proposons TAYLORS, un algorithme dérivé de SISP qui propose d'en réduire la durée de convergence sans en altérer les propriétés essentielles.

## 2 Le protocole SISP

Dans cette étude, nous nous basons sur le protocole SISP, qui allie une grande simplicité, détaillée dans l'Algorithme 1, et une bonne précision, de l'ordre de la dizaine de microsecondes [HJRvdBV17]. Ce protocole, au fonctionnement intégralement distribué, propose une moyenne des valeurs des horloges des nœuds voisins grâce à des messages de synchronisation (*SYNC*) envoyés en broadcast. La mise à jour des horloges se fait dès la réception d'un message *SYNC*, sans mise en mémoire. De proche en proche, les itérations de l'algorithme permettent d'atteindre un consensus global à partir de moyennes locales.

---

<sup>†</sup>Version étendue [PEJR25]

---

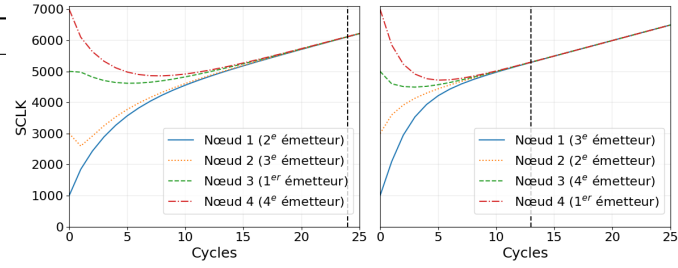
**Algorithme 1** Routine SISP
 

---

```

1:  $LCLK \leftarrow LCLK + 1$ 
2:  $SCLK \leftarrow SCLK + 1$ 
3: si  $LCLK \bmod T == 0$  alors
4:   broadcast {SYNC( $SCLK$ )}
5: sinon si msgReçu( $RCLK$ ) alors
6:    $SCLK \leftarrow (SCLK + RCLK)/2$ 
7: fin si
    
```

---


**FIGURE 1** : Comparaison de deux séquences d'émission.

### 3 Exposé du problème

Afin d'observer les mécanismes impactant le temps de convergence, défini comme la durée entre initialisation et arrivée à un état stable, du protocole SISP, nous l'avons implémenté sur le testbed FIT IoT-LAB [ABF<sup>+</sup>15] sur des cartes Ultra-Wide Band (UWB) Qorvo DWM1001. Chaque série de mesures a été reproduite vingt fois afin de lisser les résultats. Pour nous abstraire des éléments temporels liés à l'implémentation et s'aligner sur l'analyse théorique, nous présentons les résultats en termes de *cycles de synchronisation*. Ces cycles correspondent à la période entre deux émissions successives d'un nœud donné. Pendant cette période, chaque nœud émet un, et un seul, message de synchronisation.

Le principal facteur limitant le temps de convergence est la topologie du réseau. Dans un réseau très connecté la convergence est très rapide. Par exemple, dans le cas d'un graphe complet, elle est de l'ordre de  $2.5 \pm 0.21$  cycles pour 5 nœuds et  $2.1 \pm 0.25$  cycles pour 10 nœuds. À l'inverse, dans le cas d'un réseau en ligne, le temps de convergence va de  $21.1 \pm 11.7$  cycles pour 5 nœuds à  $127.7 \pm 46.8$  cycles pour 10 nœuds.

Outre l'augmentation du temps de convergence par rapport au réseau maillé, nos mesures sur la topologie ligne révèlent un fort écart-type, signe d'un second facteur limitant. Celui-ci trouve sa source dans l'ordre d'émission des messages de synchronisation au sein d'un cycle. En effet, la valeur d'horloge étant mise à jour à chaque réception d'un message *SYNC*, la valeur émise par un nœud donné dépend des informations précédemment reçues. Dans la Figure 1, ce phénomène est mis en avant sur une topologie ligne de 4 nœuds. En fonction de la séquence d'émission, le temps de convergence varie de 13 à 24 cycles de synchronisation.

### 4 Analyse de convergence

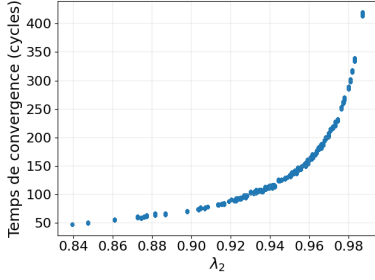
Suite aux observations de la Section 3, nous proposons un modèle mathématique du protocole SISP qui prend en compte à la fois la topologie du réseau et la séquence d'émission des messages au sein d'un cycle. Pour ce faire, nous nous orientons vers la théorie des matrices stochastiques, couramment utilisée pour des problèmes de consensus [JLM03] à travers le théorème de Perron-Frobenius. Dans un premier temps, nous présentons la méthode de construction du modèle stochastique synchrone équivalent par cycles, avant d'en tirer profit pour obtenir des bornes sur le temps de convergence.

#### 4.1 Construction du modèle stochastique

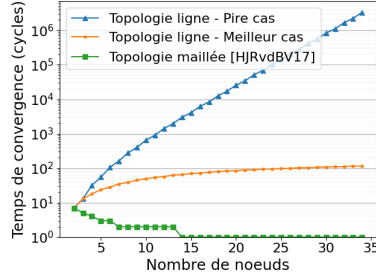
Nous présentons ici une version simplifiée de notre modèle, s'abstrayant de la dérive des horloges entre les différents nœuds. Nous avons en effet pu montrer que si la présence de dérive réduit la stabilité et modifie la valeur finale du consensus, elle n'a qu'une influence négligeable sur le temps de convergence.

Pour chaque nœud du réseau, noté  $v_i$ , on note  $S_i(t)$  sa vision de l'horloge partagée (SCLK) à l'instant  $t$ . Le vecteur  $S(t)$ , composé des valeurs  $S_i(t)$ , représente alors l'état global des horloges du système. L'état de synchronisation globale du réseau peut donc se définir par  $S(t) = cste * \mathbb{1}$ .

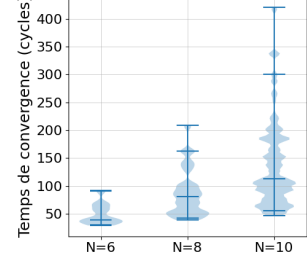
Dans un premier temps, nous représentons l'effet de l'émission d'un message de synchronisation par un nœud sur les horloges des  $N$  nœuds du réseau, et donc le vecteur  $S(t)$ . Le protocole SISP est relativement simple en cela : lors de l'émission d'un message SYNC par le nœud  $v_i$ , seuls deux effets sont possibles sur chaque nœud. S'il appartient pas au voisinage  $\mathcal{N}(v_i)$  de l'émetteur, il reçoit le message, son horloge est donc modifiée et devient la moyenne entre sa valeur d'horloge actuelle et la valeur reçue. Dans le cas contraire, le message n'est pas reçu et la valeur d'horloge ne subit aucune modification. Nous représentons alors l'effet de l'émission d'un message SYNC par le nœud  $v_i$  sur le vecteur  $S(t)$  par la matrice  $E_i$  :



**FIGURE 2 :** Lien entre  $\lambda_2$  et le temps de convergence pour une topologie ligne de 10 nœuds (étude exhaustive).



**FIGURE 3 :** Temps de convergence pire-cas et meilleur-cas de SISF pour des topologies *ligne* et *maillé*.



**FIGURE 4 :** Distribution des temps de convergence pour des topologies en ligne.

$$E_i = (e_{i,n,p})_{1 \leq n \leq N, 1 \leq p \leq N} \quad \text{avec } e_{i,n,p} = \begin{cases} 1 & \text{si } v_n \notin \mathcal{N}(v_i) \text{ \& } p = n \\ 0.5 & \text{si } v_n \in \mathcal{N}(v_i) \text{ \& } (p = n \parallel p = i) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

Nous remarquons ensuite la présence de *cycles de synchronisation*, numérotés  $k$ , correspondant à la période entre deux émissions successives d’un même nœud. Un cycle, au cours duquel chaque nœud émet exactement un message SYNC, permet de regrouper les émissions successives en un événement régulier et répété. Pour une séquence d’émission des  $N$  nœuds  $\sigma = \{\sigma_1, \dots, \sigma_N\}$ , la valeur des horloges au cycle  $k + 1$  en fonction des valeurs au cycle  $k$  s’obtient via la matrice  $P_\sigma$  :

$$P_\sigma = E_{\sigma_N} \cdot E_{\sigma_{N-1}} \cdot \dots \cdot E_{\sigma_1} \quad (2)$$

Enfin, en notant  $T_{cycle}$  la durée d’un cycle, représentant l’incrément du temps qui passe, nous exprimons l’évolution des valeurs d’horloge entre deux cycles successifs, et également selon l’état initial.

$$S(k + 1) = P_\sigma \cdot S(k) + T_{cycle} \cdot \mathbb{1} \quad (3)$$

$$S(k) = P_\sigma^k \cdot S(0) + \sum_{i=0}^{k-1} P_\sigma^i T_{cycle} \cdot \mathbb{1} = P_\sigma^k \cdot S(0) + k T_{cycle} \cdot \mathbb{1} \quad (4)$$

## 4.2 Exploitation du modèle

Une fois le modèle mis en place, on remarque que la matrice  $P$  étant le produit de matrices stochastiques  $E_i$ , elle est elle-même stochastique. De plus, il est démontrable que si le réseau décrit par le modèle est connexe, la matrice  $P$  est irréductible. Il en découle, d’après le théorème de Perron-Frobenius sur les matrices stochastiques irréductibles, que  $P^k$  converge vers une distribution stationnaire notée  $\Pi_P$  à une vitesse dépendante de la deuxième plus grande valeur propre de  $P$ , notée  $\lambda_2$ .

Une étude exhaustive sur les séquences d’émission pour une ligne de 10 nœuds, présentée en Figure 2, permet de visualiser le lien entre  $\lambda_2$  et le temps de convergence du système. Ce modèle nous permet donc de déterminer les séquences d’émission produisant le meilleur et le pire cas du temps de convergence à partir des matrices  $P_\sigma$ . Par simulation ciblée sur ces deux cas, il nous est possible de borner le temps de convergence à topologie donnée. En Figure 3, nous observons pour des topologies en ligne que le pire cas augmente exponentiellement selon le nombre de nœuds, atteignant le million de cycles pour 32 nœuds. Nous apportons enfin une nuance sur la rareté de ce *pire cas* à travers la distribution des temps de convergence, présentée en Figure 4. Pour une ligne de 10 nœuds par exemple, la médiane des temps de convergence est de 115 cycles, avec 95% des séquences causant un temps de convergence inférieur à 350 cycles.

## 5 TAYLORS

Afin de diminuer le temps de convergence de la synchronisation, nous proposons une évolution de SISP nommée TAYLORS. L'objectif de cette démarche est de présenter l'effet de certains mécanismes sur la stabilité et la rapidité, tout en gardant le cœur de SISP que sont sa simplicité, sa résilience et sa précision. Le mécanisme principal que nous utilisons repose sur l'utilisation d'un type de consensus différent de SISP : le max-consensus. Avec ce système, lors de la réception d'un message, la nouvelle valeur d'horloge vaut le maximum entre la valeur reçue et la valeur de l'horloge à l'instant de réception. Cependant, l'application du max-consensus cause une instabilité des horloges en raison des sauts de valeurs supérieurs à un consensus par moyenne. Nous avons donc choisi de limiter ce comportement à un état transitoire, lorsque la différence d'horloge est supérieure à un seuil. Cela permet également de revenir au fonctionnement de SISP une fois la convergence atteinte, garantissant donc par construction la même précision de synchronisation.

Le temps de convergence de TAYLORS a été comparé expérimentalement à celui de SISP. Les résultats présentés en Table 1 montrent qu'alors que l'amélioration est légère pour des topologies maillées, TAYLORS réduit le temps de convergence moyen de SISP d'un facteur 20 sur une ligne de 10 nœuds. D'un point de vue analytique, le max-consensus étant un *flooding* implicite, le temps de convergence pire-cas en nombre de cycles correspond au diamètre du réseau.

TABLE 1 : Temps de convergence moyen de SISP et TAYLORS (cycles)

		SISP	TAYLORS
Maillé	5 nœuds	2.5	1.5
	10 nœuds	2.1	1.34
Ligne	5 nœuds	21.1	2.4
	10 nœuds	121.7	6.1

## 6 Conclusion

Dans cet article, nous nous sommes concentrés sur la problématique du temps de convergence des protocoles de synchronisation distribués, répondant ainsi à un besoin de déploiement rapide et robuste pour des cas d'acquisition de séries de données horodatées. Nous avons créé et utilisé un modèle stochastique du protocole SISP afin de borner la convergence de protocoles de consensus en moyenne. Le constat de la grande variance du temps de convergence et des bornes supérieures trop élevées pour les cas d'usages nous a amené à proposer TAYLORS, un protocole gardant la précision et la simplicité de son inspiration tout en accélérant sa convergence grâce à l'utilisation transitoire du max-consensus. Nos résultats expérimentaux montrent que le temps de convergence moyen de TAYLORS est 20 fois inférieur à celui de SISP pour des lignes de 10 nœuds. De futurs travaux pourront venir compléter le modèle stochastique par la prise en compte des pertes de message mais aussi les arrondis aux valeurs entières dus aux microcontrôleurs.

## Références

- [ABF<sup>+</sup>15] Cédric Adjih, Emmanuel Baccelli, Eric Fleury, Gaetan Harter, Nathalie Mitton, Thomas Noel, Roger Pissard-Gibollet, Frédéric Saint-Marcel, Guillaume Schreiner, Julien Vandaele, and Thomas Watteyne. FIT IoT-LAB : A Large Scale Open Experimental IoT Testbed. In *IEEE WF-IoT*, Milan, Italy, December 2015.
- [HJRvdBV17] Oana Hotescu, Katia Jaffrès-Runser, Adrien van den Bossche, and Thierry Val. Synchronizing Tiny Sensors with SISP : A Convergence Study. In *ACM MSWIM*, 2017.
- [JLM03] A. Jadbabaie, Jie Lin, and A.S. Morse. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules. *IEEE Trans. Autom. Control*, 48(6), June 2003.
- [LSW15] Christoph Lenzen, Philipp Sommer, and Roger Wattenhofer. PulseSync : An Efficient and Scalable Clock Synchronization Protocol. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, 23(3) :717–727, 2015.
- [PEJR25] Benoît Perroux, Jérôme Ermont, and Katia Jaffrès-Runser. TAYLORS : A fast, scalable Yet Lightweight protocol for Resilient Synchronization of WSN. working paper, 2025.
- [SF11] Luca Schenato and Federico Fiorentin. Average TimeSynch : A consensus-based protocol for clock synchronization in wireless sensor networks. *Automatica*, 47(9), 2011.
- [vdBVD11] Adrien van den Bossche, Thierry Val, and Réjane Dalce. SISP : A lightweight synchronization protocol for Wireless Sensor Networks. In *ETFA2011*, pages 1–4, 2011.