



HAL
open science

Les variables de recherche : un outil pour transposer la dialectique particulier-général

Sylvain Gravier, Thibaut Trouvé

► **To cite this version:**

Sylvain Gravier, Thibaut Trouvé. Les variables de recherche : un outil pour transposer la dialectique particulier-général. 2025. hal-04951435

HAL Id: hal-04951435

<https://hal.science/hal-04951435v1>

Preprint submitted on 17 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Les variables de recherche : un outil pour transposer la dialectique particulier-général

Sylvain GRAVIER*, Thibaut TROUVÉ†

17 février 2025

Résumé

On présente un concept théorique en lien étroit avec celui de variable didactique : *variable de recherche*. Il s'agit d'une variable du problème dont l'enseignant dévolue à l'élève à la responsabilité de faire évoluer la valeur. Leur introduction dans une situation didactique permet de transposer à la classe la dialectique particulier-général constamment mise en œuvre dans la recherche professionnelle.

Introduction

Dans la recherche professionnelle, la production de savoirs mathématiques nouveaux passe par la résolution de problèmes. Pour progresser dans la résolution d'un problème, le chercheur en mathématiques fait dialoguer le particulier et le général. En pratique, cette évolution se traduit par l'étude de cas particuliers et la généralisation des résultats partiels obtenus. Cette *dialectique particulier-général* constitue une composante importante du *mathematical thinking* (Mason *et al.*, 2010).

Un des objectifs majeurs de Maths à Modeler¹ est de déterminer des conditions favorables à la transposition, dans la classe, de l'activité du chercheur et, en particulier, la dialectique particulier-général, en se plaçant dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1982). Dans sa thèse, Godot (2005) introduit le concept de variable de recherche permettant aux élèves d'appréhender en partie cette dialectique.

Dans la première partie de cette communication, on élargit et précise la définition de variable de recherche. Ceci nous amène à détailler les savoirs en jeu dans la dialectique particulier-général. En particulier, on revisite, par le biais de la dialectique outil-objet (Douady, 1986), le processus de généralisation décrit par Mason *et al.* (2010) et on raffine ce que ces auteurs nomment généralisation théorique. En conclusion, on donne des éléments de gestion permettant de mettre en œuvre les variables de recherche en classe.

*Institut Fourier & Maths à Modeler, CNRS – Université Grenoble Alpes, sylvain.gravier@univ-grenoble-alpes.fr

†Institut Fourier & Maths à Modeler, Université Grenoble Alpes, thibaut.trouve@univ-grenoble-alpes.fr

1. <https://mathsamodeler.ujf-grenoble.fr>.

On commence par introduire trois problèmes mathématiques qui illustreront nos propos dans la suite. Les outils de résolution nécessaires à la compréhension sont précisés. Ces problèmes ont fait l'objet de plusieurs expérimentations en classe à différent niveau (primaire, collège, lycée et université). Des références sur des analyses didactiques de situations basées sur deux de ces problèmes sont données.

1 Prélude : problèmes et énoncés

Dans les recherches en didactique des mathématiques, que ce soit en France ou à l'internationale, le concept de *problème* n'est jamais défini. Dans cette communication, on réserve le terme *problème* pour désigner un problème mathématique. Notre définition de problème prend en compte deux aspects (Da Ronch, 2022) : l'un est syntaxique, l'autre est sémantique. Du côté de la syntaxe, un problème consiste en une question portant sur un ensemble d'instances (Garey et Johnson, 1979). Du côté de la sémantique, un problème n'est pas isolé ; il vit dans un espace-problème au sein duquel, par sa résolution, il entretient des liens avec les autres problèmes (Giroud, 2011).

Étant donné un problème, un *énoncé* est une formulation d'un sous-problème proposé aux élèves. En particulier, deux énoncés peuvent relever du même problème. On présente trois exemples de problèmes pour chacun desquels on propose un énoncé et des éléments d'analyse mathématique.

Chacun de ces problèmes utilise la notion de *polymino*. Tout d'abord, on précise que deux carrés unités c_1, c_2 sont *voisins* si c_2 est le translaté de c_1 par $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(0, -1)$ ou $(-1, 0)$. Cette notion de voisinage permet de définir le *chemin* entre deux carrés unités c et c' comme étant une séquence de carrés unités dont les extrémités sont c et c' et telle que deux carrés consécutifs sont voisins. Un polymino P est un ensemble de carrés unités qui est connexe (toute paire de carré de P admet un chemin inclus dans P). Une *grille* est un polymino rectangulaire.

1.1 Pavage par des dominos

Le *domino* est le polymino constitué de deux carrés. Le *pavage* d'un polymino P par des dominos est une partition des carrés unités de P par des dominos.



FIGURE 1 – Le domino.

Problème :

Instance : Un polymino P .

Question : Est-il possible de paver P à l'aide de dominos ?

Énoncé : Peut-on paver, à l'aide de dominos, une grille carrée privé d'un carré unité?

Dans (Grenier et Payan, 2002), on trouvera une analyse mathématique d'une situation didactique utilisant cet énoncé. Pour notre propos, on introduit la notion suivante. Une *bicoloration* d'un polymino P est une application $c : P \rightarrow \{\blacksquare, \square\}$ telle que $c(u) = c(v)$ si et seulement si tous les chemins de u à v sont impairs (en nombre de carrés unités). Pour se convaincre qu'une telle coloration existe, il suffit d'affecter le centre des carrés de P à des points de \mathbb{Z}^2 . On fixe $c(u) = \blacksquare$ pour u affecté au point $(0, 0)$. On obtient ainsi la bicoloration définie par $c(v) = \square$ si et seulement si la somme des coordonnées du point de \mathbb{Z}^2 assigné à v est impaire. Cela correspond à l'extension de la coloration de l'échiquier sur tout \mathbb{Z}^2 .

1.2 Solitaire paritaire

Étant donné un ensemble E de carrés unités, on attribue à chaque élément de E , un jeton noir \bullet ou un jeton blanc \circ . La règle du solitaire paritaire consiste à :

1. Choisir un carré $u \in E$ ayant un \circ .
2. Pour tout voisin de u dans E , changer la couleur de son jeton.
3. Supprimer u de E .

On remarque ici que même si E est initialement un polymino, après application de la règle du solitaire paritaire, il peut ne plus être connexe (voir figure 2).

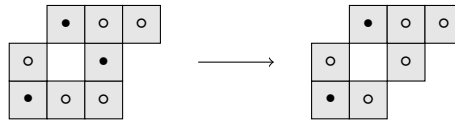


FIGURE 2 – Exemple d'application de la règle du solitaire paritaire.

Problème :

Instance : Une grille G sur laquelle sont disposés des jetons \circ et \bullet .

Question : Est-il possible de retirer tous les jetons de G par seule application de la règle du solitaire paritaire?

Une *ligne* est un chemin qui n'utilise que l'une des translations suivantes : $\overrightarrow{(1, 0)}$ ou $\overrightarrow{(-1, 0)}$. Une grille peut être vue comme une union de ligne.

Énoncé : Étant donnée une ligne L sur laquelle sont disposés des jetons \circ et \bullet , est-il possible de retirer tous les jetons de L par seule application de la règle du solitaire paritaire?

Le problème général reste d'actualité, il est formulé en termes d'orientation acyclique de graphes avec une contrainte locale (en chaque sommet) de parité.

1.3 Exclusion optimale

Une *composante connexe* d'un ensemble E de carrés unités est un sous-ensemble de E connexe et maximal (par inclusion). En particulier, si E n'a qu'une seule composante connexe alors c'est un polymino.

Problème :

Instance : Une grille G et un polymino P .

Question : Quel est le plus petit nombre k tel qu'il existe $C \subseteq G$ avec $|C| = k$, et tel qu'aucune composante connexe de $G - C$ ne contienne P ?

Un *trimino* est un polymino de 3 carrés. Le *trimino long* est le trimino formé de trois carrés alignés (figure 3).

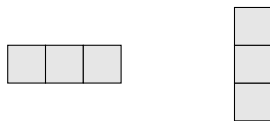


FIGURE 3 – Le trimino long.

Énoncé : Soit G_5 la grille carrée 5×5 . Quel est le plus petit nombre k tel qu'il existe $C \subseteq G_5$ avec $|C| = k$, et tel qu'aucune composante connexe de $G - C$ ne contienne pas de trimino long?

Une analyse mathématique et didactique des problèmes d'optimisation combinatoire est proposée dans (Gravier et Ouvrier-Bufferet, 2022). Le problème d'exclusion optimale sert d'illustration de concepts généraux d'optimisation. Il est formulé en termes de jardin pour la grille, de bête pour le trimino et de piège pour les carrés unités à enlever. Le nom de ce problème provient du problème de recherche à l'origine intitulé « pentomino exclusion problem » (Golomb, 1994). On verra plus tard que le problème d'*empilement* a un lien privilégié avec le problème d'exclusion optimale.

Problème Empilement :

Instance : Une grille G et un polymino P .

Question : Quel est le plus grand nombre l tel qu'il existe l polyminos P_1, \dots, P_l isomorphes à P et inclus dans G tels que pour tout $i \neq j$, $P_i \cap P_j = \emptyset$?

2 Les variables de recherche

Si l'on reconnaît la dialectique particulier-général comme un objectif d'apprentissage, on peut se questionner sur l'existence et les caractéristiques de situations permettant à un élève de s'approprié un tel savoir. Comme cette dialectique apparaît lors de l'activité de recherche en mathématiques, il est naturel de s'orienter vers des dispositifs permettant de la mettre en œuvre. Dans sa thèse, Georget (2009) fait un état des lieux des dispositifs récemment développés visant à transposer l'activité du mathématicien à la sphère scolaire. Notamment, il mentionne les *Situations de Recherche pour la Classe (SiRC)* (Grenier et Payan, 1998; Grenier et

Payan, 2002), le *débat scientifique* (Legrand, 1988), les *problèmes ouverts* (Arsac et Mante, 2007) et bien d'autres... À l'internationale, de tels dispositifs sont développés dans le cadre du *problem solving* avec la perspective d'appréhender le *mathematical thinking* (Mason *et al.*, 2010; Pólya, 2004; Schoenfeld, 1985).

2.1 Outil de transposition

Dans le cadre des SiRC, Godot (2005) introduit le concept de *variable de recherche*. Il s'agit des variables du problème dont l'élève a à sa charge le choix des valeurs. Elle illustre son propos avec différents exemples dont le problème de pavage par des dominos pour lequel la taille de la grille est une variable de recherche.

Selon elle, ce type de variable « définit les différents sous-problèmes qui sont rattachés au problème ouvert et amène à des phases d'action et de formulation différentes » (*ibid.*, p. 133). Plus généralement, la dialectique particulier-général s'exprime, dans la phase de recherche, à travers les changements de valeurs des variables du problème que l'on peut classer selon deux types :

- restriction des valeurs possibles ou spécification de la valeur pour s'intéresser à un cas particulier du problème considéré; ou
- extension des valeurs possibles pour envisager le problème considéré comme un sous problème d'un problème plus général.

Donc, pour favoriser l'émergence en classe de cette dialectique, l'enseignant peut, pour chaque variable du problème :

- laisser à la charge des élèves le choix de ses valeurs, on parlera de *variable non fixée*, ou bien
- autoriser les élèves à modifier sa valeur initialement fixée, on la qualifiera alors de *variable fixée modifiable*.

Le premier cas correspond à la taille de la grille et à la position du carré unité supprimé dans l'énoncé du pavage par des dominos, ou encore à la disposition des jetons ◦ et • sur la ligne dans l'énoncé du solitaire paritaire. L'étude de la ligne peut être présentée comme un préliminaire (et donc modifiable) du problème du solitaire paritaire ainsi que la grille carrée 5×5 pour le problème d'exclusion optimale.

Bien sûr, certaines variables du problème peuvent être fixées par l'enseignant qui ne souhaite pas que leur valeur soit modifiée par les élèves. Cela correspond à l'usage classique des variables didactiques liées au problème. Par exemple, dans l'énoncé d'exclusion optimale, la forme du polymino (trimino long) est non modifiable par l'élève.

On propose d'étendre la définition de variable de recherche, initialement restreinte aux variables non fixées, au cas des variables fixées modifiables. Cela permet de considérer un problème plus général que celui proposé dans l'énoncé. De plus, l'enseignant peut proposer une valeur initiale qui aide, par exemple à la compréhension du problème, la dévolution de la situation, ou encore l'émergence de certaines stratégies de résolution.

On remarque que cette définition de variable de recherche est indépendante du cadre des SiRC. De plus, si l'on peut *a priori* penser que « les variables de recherche ne sont pas des va-

riables didactiques » (Godot, 2005, p. 134), leur mise à disposition des élèves traduit bien une intentionnalité didactique : l'enseignant fait en sorte, lors du choix de l'énoncé à proposer, qu'il soit nécessaire que les élèves s'emparent de cette variable pour progresser dans la résolution du problème. Il s'agit précisément de la définition de *variable didactique* que l'on rappelle ici :

un champ de problèmes peut être engendré à partir d'une situation par la modification des valeurs de certaines variables qui, à leur tour, font changer les caractéristiques des stratégies de solution (coût, validité, complexité... etc.) [...] Seules les modifications qui affectent la hiérarchie des stratégies sont à considérer (variables pertinentes) et parmi les variables pertinentes, celles que peut manipuler un professeur sont particulièrement intéressantes : ce sont les variables didactiques (Brousseau, 1982, p. 23).

2.2 Des savoirs spécifiques

Selon Mason *et al.* (2010), dans l'activité de recherche, la dialectique particulier-général est propre à la pensée mathématique et s'articule autour de deux processus :

SPECIALIZING [which] means choosing examples

- randomly, to get a feel for the question;
- systematically, to prepare the ground for generalizing;
- artfully, to test a generalization

(*ibid.*, p. 21).

et

GENERALIZING [which] means detecting a pattern leading to:

- WHAT seems likely to be true (a conjecture);
- WHY is it likely to be true (a justification); and
- WHERE it is likely to be true, that is a more general setting of the questions (another question!).

(*ibid.*, p. 22).

La dialectique particulier-général rend compte de démarches de recherche mathématique. Parmi ces démarches, on trouve notamment le traitement de cas particuliers dans la perspective de *formulation de conjectures*. Pour pouvoir formuler une conjecture suite au traitement d'exemples, il convient de repérer des éléments communs aux exemples examinés (WHAT). Ce type de raisonnement inductif produit des *généralisations empiriques* (*ibid.*, p. 232).

Par exemple, le jeu du solitaire paritaire sur une ligne peut être effectué par l'étude d'un seul \circ , puis deux \circ , puis trois \circ ... jusqu'à la production d'une conjecture.

Seule la validation par la preuve fournit une justification (WHY) de la conjecture formulée. La résolution de cas particuliers peut aboutir à la résolution complète du problème si l'ensemble des cas particuliers recouvre toutes les instances possibles du problème. Ainsi, cette stratégie

peut conduire à des *raisonnements par exhaustion de cas*. Inversement, un exemple particulier peut s'avérer être un *contre-exemple* d'une conjecture formulée précédemment (WHY).

Lors de ces phases de recherche, la preuve est traitée comme un *outil* (Douady, 1986) de validation de conjecture. Dans le processus de construction d'une preuve, il n'est pas rare que la réponse à la question du problème soit plus précise que celle requise par l'énoncé. On obtient ainsi un résultat « plus fort » au sens où le résultat initialement recherché est un corollaire du théorème obtenu. Ce phénomène se produit souvent dans la construction de preuve par récurrence.

Par exemple, on peut montrer que le jeu du solitaire paritaire se résout lorsque l'on a un nombre impair de \circ . Il suffit de jouer un i -ème jeton \circ , avec i impair, dans l'ordre de gauche à droite. La preuve est plus précise et décrit notamment une façon de jouer (voir figure 4). Il est même possible de démontrer que tout autre coup conduit à l'échec.

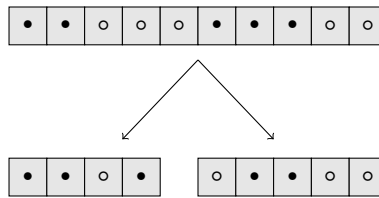


FIGURE 4 – Illustration de la preuve pour le solitaire paritaire.

Il paraît important de repérer ce phénomène qu'on qualifiera de *raffinement du problème*. Il pourrait être identifié en répondant à la question : comment démontrer la conjecture ?

Cela suggère d'enrichir le modèle de Mason *et al.* (2010) par l'insertion avant le WHY d'un HOW.

La *généralisation théorique* (*ibid.*, p. 232) est produite suite à des raisonnements déductifs (WHERE). La définition de problème comme un couple instance/question permet, à nouveau, de préciser ce point. En effet, on identifie deux modalités de généralisation théorique.

La première est obtenue en répondant à la question suivante : quelles sont les instances pour lesquelles la preuve reste effective ? On procède ici à une *généralisation du problème* résolu avec la même preuve.

Dans le problème de pavage par des dominos, on peut remarquer qu'un domino recouvre un \square et un \blacksquare . Donc, la grille est pavable par des dominos seulement si elle a le même nombre de \square que de \blacksquare . Cette condition nécessaire, qui peut émerger suite à des études de petits cas, est générale et s'applique à des polyminos quelconques.

Un moyen de répondre à la question précédente est de déterminer les propriétés de l'instance utilisées dans la preuve. On approche ainsi un point de vue plus abstrait qui consiste à s'interroger sur la portée des arguments utilisés dans la preuve : quels sont les problèmes résolus par ce type de preuve ? On considère ici la preuve comme modèle de résolution d'une famille de problèmes. On parlera de *modèle de preuve*.

Par exemple, pour les problèmes d'optimisation combinatoire, la dualité entre deux problèmes permet d'obtenir des encadrements sur les valeurs optimales (Gravier et Ouvrier-Buffer, 2022) et constitue donc un modèle de preuve pour traiter ce type de problèmes.

Ainsi, le problème d'exclusion optimale peut être abordé en considérant le problème d'empilement. Chaque trimino long de G_5 doit contenir un carré unité de C . Donc, si on exhibe un empilement de l triminos longs dans G_5 alors la cardinalité de C est au moins l . Cette relation entre la taille d'un empilement et celle d'un ensemble excluant est indépendante de la forme du polymino, elle traduit une relation de dualité entre les problèmes d'exclusion optimale et d'empilement.

Ces questions caractéristiques de la généralisation théorique portent sur l'*objet* (Douady, 1986) preuve.

La dialectique particulier-général met donc en jeu les *savoirs transversaux* (Grenier et Payan, 2002) suivant :

- exhaustion de cas,
- conjecture,
- contre-exemple,
- raffinement du problème,
- généralisation empirique,
- généralisation du problème,
- modèle de preuve.

On décrit maintenant comment l'utilisation de variables de recherche favorise la transposition, dans la classe, de la dialectique particulier-général.

La présence d'une variable non fixée impose à l'élève de répondre à la question du problème pour toutes les valeurs possibles de cette variable. Cela constitue un moyen d'apprentissage du quantificateur universel. Or, on sait que l'usage d'un élément générique (soit $x...$) constitue une source de difficulté lors de l'apprentissage de la preuve (Durand-Guerrier et Arzac, 2003). Notamment, lorsque la variable n'est pas numérique, déterminer les propriétés d'un élément générique peut s'avérer difficile. La problématique d'*énumération* de l'ensemble des instances est alors au cœur de la résolution du problème. Parfois, les élèves adoptent une *stratégie de comptage* du nombre d'instance possible afin de s'assurer de ne pas en omettre lors d'une exploration exhaustive. Si l'ensemble des valeurs possibles est petit alors l'énumération peut être effective et une preuve par exhaustion envisagée.

Cependant, l'énumération n'est pas toujours évidente à mettre en œuvre lorsque cet ensemble est grand ou non fini. Les élèves sont alors amenés à étudier des cas particuliers. Ils privilégieront des exemples qui paraissent pertinents ou facilement résolubles. À ce stade, l'élève peut produire des conjectures ou des contre-exemples à des conjectures antérieures. Il peut aussi essayer de déterminer dans quelle mesure les arguments utilisés pour traiter ces exemples sont applicables à d'autres valeurs, voire à toutes. Ici, c'est la généralisation du problème qui est en jeu, elle constitue un premier pas vers l'identification d'un modèle de preuve. S'il échoue à recouvrir l'ensemble des valeurs possibles, il peut entreprendre une étude *ad-hoc* des valeurs restantes.

L'exemple du solitaire paritaire sur une ligne illustre ce processus. Le cas d'une ligne avec un seul \circ est très souvent étudié et résolu car on n'a qu'une seule façon de jouer qui produit au plus deux lignes avec un seul \circ . On conclut par récurrence sur la longueur de la ligne. Le passage au problème avec deux \circ apparaît naturellement, mais là, l'élève n'arrive pas à terminer sans jeton. La conjecture sur l'impossibilité peut alors émerger. L'élève peut continuer avec trois \circ . Même s'il est difficile d'obtenir un résultat pour une ligne de longueur quelconque, l'élève peut conjecturer qu'il est possible de terminer sans jeton. Après des tentatives avec quatre \circ , la conjecture qui affirme qu'il est possible de terminer sans jeton si et seulement si le nombre de \circ est impair apparaît. L'élève peut alors revenir sur la preuve à un seul \circ . Elle fonctionne toujours en jouant le premier (en partant de la gauche) jeton \circ et en remplaçant l'hypothèse « un seul jeton \circ » par « un nombre impair de jeton \circ ». On peut raffiner le choix du premier jeton joué pour obtenir la preuve illustrée en figure 4. Le cas d'un nombre pair de jeton \circ peut se traiter de façon analogue en montrant qu'il reste toujours au moins un jeton.

La variable fixée et modifiable invite l'élève à considérer, dans un premier temps, un cas particulier pertinent en vue d'une généralisation. L'aspect modifiable de la variable n'a de sens que si les élèves ont accès au problème général que l'enseignant peut avoir exposé au préalable. C'est l'enseignant qui leur met à disposition un cas particulier pertinent du problème, choisir parce que son étude fait émerger une preuve qui peut être utilisée pour d'autres instances, voire qui repose sur un modèle permettant de résoudre d'autres problèmes. On retrouve ici les aspects formulés plus haut pour les variables non fixées. La différence majeure est que la recherche de cas particuliers pertinents est prise en charge par l'enseignant au lieu de l'élève, ce qui est intéressant notamment pour des problèmes pour lesquels ces valeurs sont difficiles à déterminer.

L'utilisation de variables de recherche permet donc de transposer les savoirs liés à la dialectique particulier-général ainsi que d'autres savoirs liés au traitement du quantificateur universel :

- élément générique,
- énumération des éléments d'un ensemble,
- comptage de la cardinalité d'un ensemble.

3 Conclusion : un point sur le contrat didactique

L'introduction de variables de recherche dans une situation didactique constitue une rupture avec le contrat didactique ordinaire de la classe. Lorsqu'ils expérimentent une telle mise en situation pour la première fois, les élèves rencontrent des difficultés à s'emparer de ces variables (qu'elles soient non fixées ou fixées modifiables). Il s'avère donc nécessaire de les *désigner* pour que les élèves fassent évoluer leur valeur au cours de la résolution. Ceci implique que les variables du problème qui ne sont pas désignées comme variables de recherche, sont les variables non modifiables.

De plus, il y a un véritable enjeu de gestion de la situation lié aux variables de recherche pour amener les élèves à faire évoluer par eux-mêmes leurs valeurs. Pour conclure, on propose quelques possibilités de gestion, sans détailler leurs modalités qui restent propres à chaque dispositif.

D'une part, il semble nécessaire d'exposer un problème général aux élèves avant de proposer l'énoncé sur lequel il est demandé de travailler. Cela permet aux élèves d'identifier les variables fixées (dans l'énoncé) et modifiables (selon le problème général donné).

D'autre part, les énoncés comportant des variables non fixées peuvent être difficiles à appréhender. L'enseignant amènera alors les élèves à voir la nécessité de spécifier la valeur de ces variables pour progresser dans la résolution. Certains choix s'avéreront pertinents alors que d'autres mèneront à des sous-problèmes difficiles voire insolubles, ce qui remettra en cause ces choix. En pratique, les élèves ont tendance à choisir des valeurs pour lesquelles la résolution n'est pas évidente. En effet, par effet de contrat, les élèves rejettent les exemples simples qui ne leur paraissent pas conforme à la demande de l'enseignant. Ainsi, ils sont souvent confrontés à un problème encore trop difficile. L'enseignant pourra alors les inciter à étudier des exemples plus simples (souvent les petits cas).

Après ces phases d'appropriation des variables de recherche, il est important de pointer l'intérêt de leur utilisation dans la résolution du problème. Par exemple, l'enseignant interrogera l'intérêt de l'étude des cas particuliers abordés pour résoudre le problème. Il incite ainsi à la généralisation empirique et/ou théorique.

Après plusieurs expériences, les élèves s'approprient plus spontanément les variables de recherche ce qui témoigne d'une acquisition de la dialectique particulier-général pour la résolution de problème.

Références

Arsac, G., & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. CRDP de l'académie de Lyon.

Brousseau, G. (1982). Les objets de la Didactique des Mathématiques. *Contributions à la seconde école d'été de didactique des mathématiques*, 10-60.

Da Ronch, M. (2022). *Pratique de l'activité mathématique en médiation : modèles didactiques et conception d'ingénieries* (Thèse de doctorat). Université Grenoble Alpes.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31.

Durand-Guerrier, V., & Arsac, G. (2003). Méthodes de raisonnement et leurs modélisations logiques. Spécificité de l'analyse. Quelles implications didactiques? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(3), 295-342.

Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979). *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness*. Freeman.

Georget, J.-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants* (Thèse de doctorat). Université Paris Diderot.

- Giroud, N. (2011). *Étude de la démarche expérimentale dans les situations de recherche pour la classe* (Thèse de doctorat). Université de Grenoble.
- Godot, K. (2005). *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation. Exemple de la roue aux couleurs* (Thèse de doctorat). Université Joseph-Fourier – Grenoble I.
- Golomb, S. W. (1994). *Polyominoes : puzzles, patterns, problems, and packings*. Princeton University Press.
- Gravier, S., & Ouvrier-Bufferet, C. (2022). The mathematical background of proving processes in discrete optimization – exemplification with Research Situations for the Classroom. *ZDM – Mathematics Education*, 54, 925-940. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01400-3>
- Grenier, D., & Payan, C. (1998). Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), 59-100.
- Grenier, D., & Payan, C. (2002). Situations de recherche en « classe » : essai de caractérisation et proposition de modélisation. In V. Durand-Guerrier & C. Tisseron (Éd.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (p. 189-203). ARDM et IREM de Paris 7.
- Legrand, M. (1988). Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 365-406.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically*. Pearson Education Limited.
- Pólya, G. (2004). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.