



**HAL**  
open science

# Fissuration par champ de phase : Suivre le chemin d'équilibre de la structure

Flavien Loiseau, Veronique Lazarus

## ► To cite this version:

Flavien Loiseau, Veronique Lazarus. Fissuration par champ de phase : Suivre le chemin d'équilibre de la structure. Opération CIEDS 2024, Jul 2024, Palaiseau, France. . <hal-04924487>

**HAL Id: hal-04924487**

**<https://hal.science/hal-04924487v1>**

Submitted on 31 Jan 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY 4.0 - Attribution - International License

# Fissuration par champ de phase : Suivre le chemin d'équilibre de la structure

F. Loiseau, V. Lazarus

IMSIA, CNRS, EDF, CEA, ENSTA Paris, Institut Polytechnique de Paris, 91120 Palaiseau Cedex, France



## 1. Contexte

La **fabrication additive** est de plus en plus utilisée pour produire et réparer des structures mécaniques. Cependant, l'empilement de plan à la base de ce procédé induit une **hétérogénéité** des matériaux. Ainsi, la réponse mécanique des pièces fabriquées de cette manière **dépend de l'orientation des couches**, créant une anisotropie.

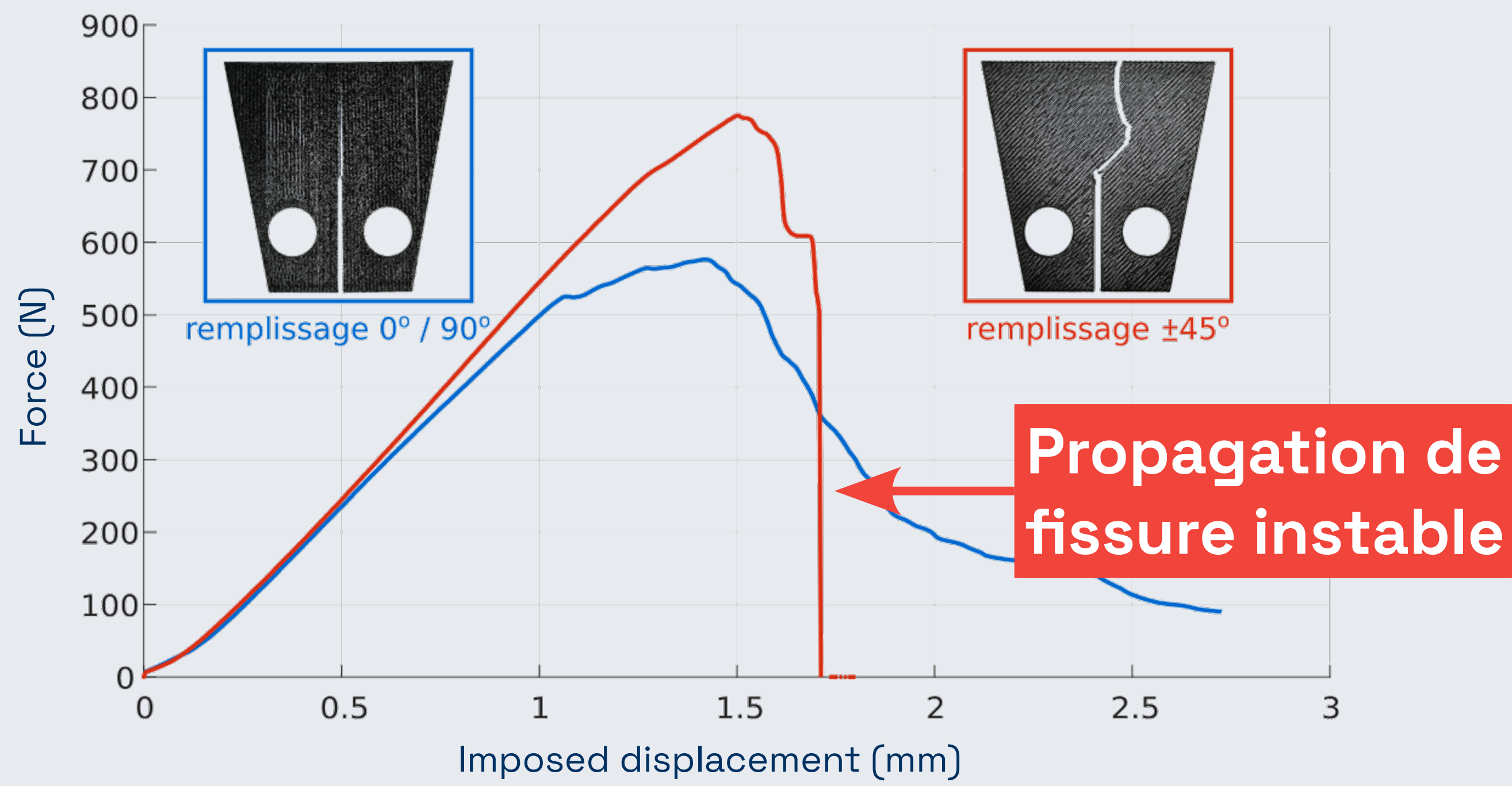


Fig. 1 : Influence de l'orientation des couches sur le comportement mécanique [1].

### Objectif global du projet CIEDS FracAddi

Comprendre et modéliser la propagation de fissure dans les structures (anisotrope) produites par fabrication additive.

## 2. Instabilités

Les méthodes classiques de pilotage du chargement en mécanique entraînent généralement des **instabilités** quand la rupture est prise en compte. Ces instabilités provoquent des **difficultés lors de la résolution numérique** de ces problèmes. En particulier, les pilotages en effort sont particulièrement difficiles, car il peut ne pas exister de solution à l'équilibre après la rupture totale du domaine d'étude.

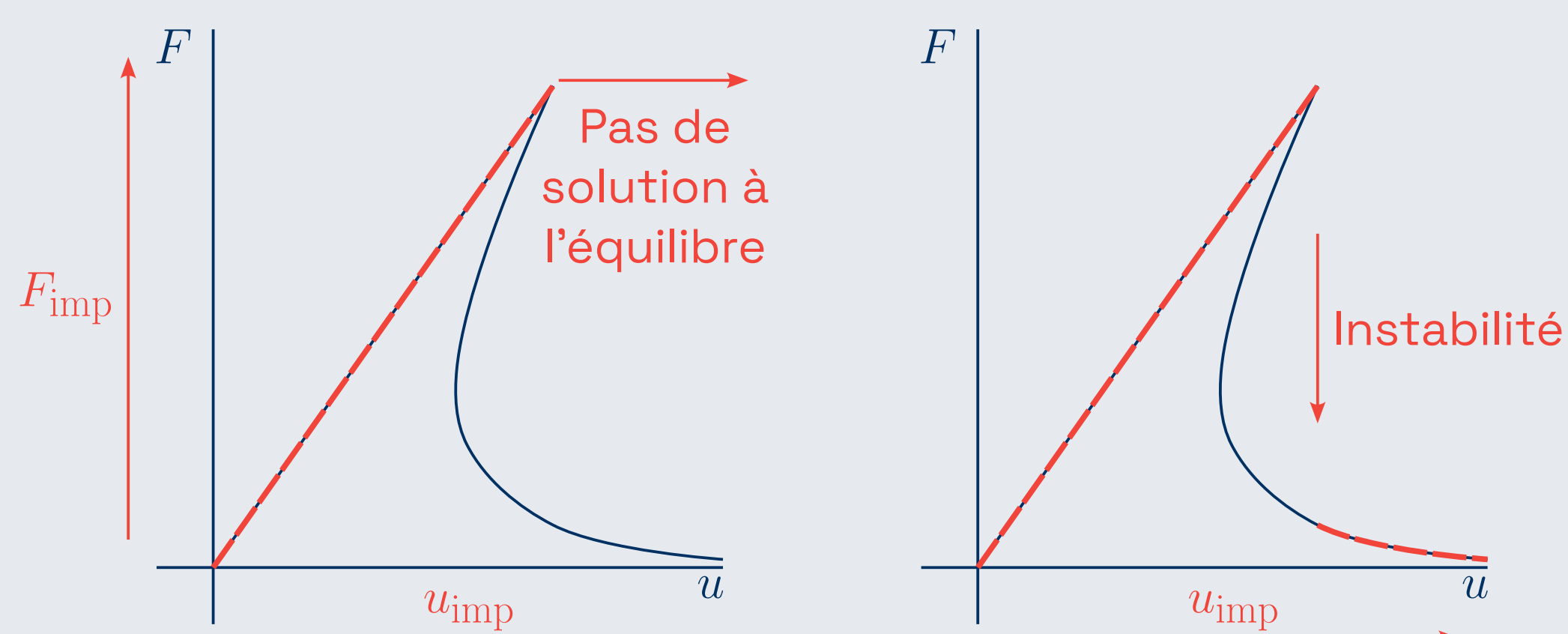


Fig. 2 : Instabilités possibles lors de pilotages classiques.

### Objectif de cette étude

Proposer une stratégie numérique pour la simulation de la fissuration permettant d'éviter les instabilités en suivant **le chemin d'équilibre de la structure**.

## 3. Simulation par champ de phase

La méthode de simulation de la **fissuration par champ de phase** [2, 3] est utilisée dans ce projet. L'état de la structure est représenté par deux fonctions : le **déplacement**  $u(x)$  et la **phase de fissure**  $\alpha(x)$ . Ces champs sont solutions d'un problème de **minimisation d'énergie**.

$$(u, \alpha) = \arg \min_{\substack{u^* \in U \\ \alpha^* \in A}} \underbrace{\mathcal{E}(u^*, \alpha^*)}_{\text{Elastic energy}} + \underbrace{D(\alpha^*)}_{\text{Fracture dissipation}} - \underbrace{W_{\text{ext}}(u^*)}_{\text{External work}}$$

Les différentes énergies s'écrivent,

$$\mathcal{E}(u, \alpha) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} a(\alpha) \varepsilon(u) : \mathbf{E} : \varepsilon(u) dx,$$

$$D(\alpha) = \int_{\Omega} \frac{G_c}{c_w} \left( \frac{w(\alpha)}{\ell} + \ell \nabla \alpha \cdot \nabla \alpha \right) dx,$$

$$W(u) = \int_{\partial \Omega} \lambda t \cdot u dx.$$

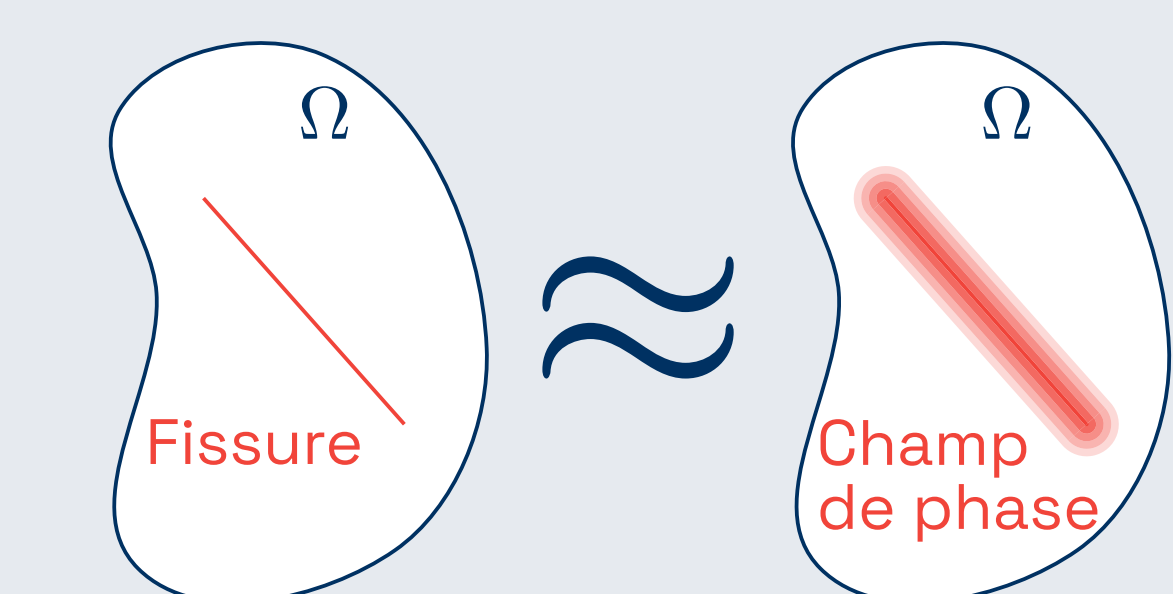


Fig. 3 : Illustration d'une fissure par champ de phase.

Le problème est résolu en trouvant les points stationnaires qui minimisent cette fonctionnelle. En pratique, il est possible de faire numériquement une **minimisation alternée** (détermination de  $u(x)$  avec  $\alpha(x)$  fixé et inversement).

## Références

- [1] Corre, T., & Lazarus, V. (2021). Kinked crack paths in polycarbonate samples printed by fused deposition modelling using criss-cross patterns. *International Journal of Fracture*, 230(1), 19–31. <https://doi.org/10.1007/s10704-021-00518-x>
- [2] Francfort, G. A., & Marigo, J.-J. (1998). Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(8), 1319–1342. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(98\)00034-9](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(98)00034-9)
- [3] Bourdin, B., Francfort, G. A., & Marigo, J.-J. (2000). Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(4), 797–826. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(99\)00028-9](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00028-9)
- [4] Rastello, G., Oliveira, H. L., & Millard, A. (2022). Path-following methods for unstable structural responses induced by strain softening: A critical review. *Comptes Rendus. Mécanique*, 350(G2), 205–236. <https://doi.org/10.5802/crmeca.112>
- [5] Chen, Z., & Schreyer, H. L. (1990). A numerical solution scheme for softening problems involving total strain control. *Computers & Structures*, 37(6), 1043–1050. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(90\)90016-U](https://doi.org/10.1016/0045-7949(90)90016-U)

## 4. Pilotage pour suivre le chemin d'équilibre

Afin de suivre le chemin d'équilibre de la structure, un **facteur de charge**  $\lambda$  est introduit dans le problème [4]. Ce facteur de charge est régi par une équation de pilotage du type

$$\Delta f(\lambda, u, \alpha, \text{etc.}) - \Delta \tau = 0,$$

| quantité pilotée      | pas

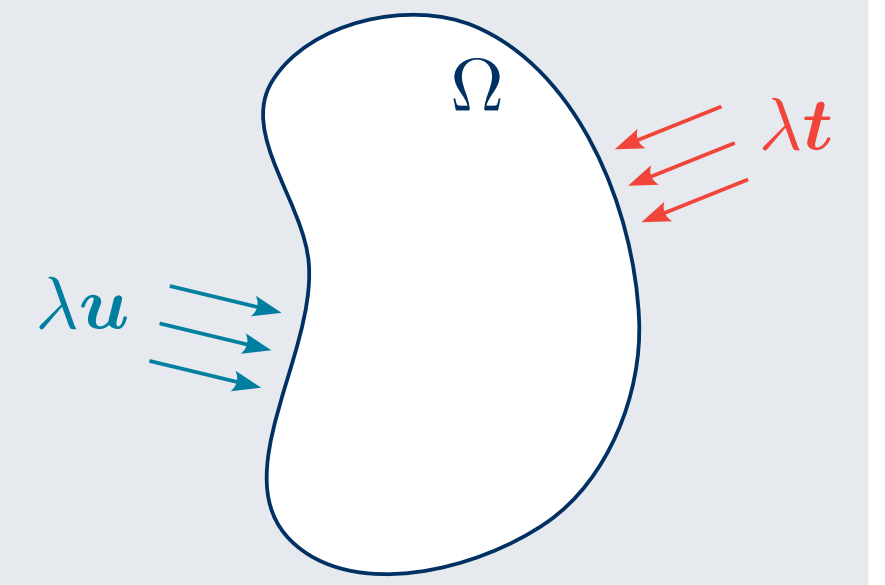


Fig. 4 : Facteur de charge.

où la quantité pilotée et son pas sont choisis arbitrairement. Pour cette étude, la quantité pilotée est l'**incrément de déformation maximum** [5]. Ainsi, l'équation de pilotage s'écrit

$$\max_{x \in \Omega} \left( \frac{\varepsilon(u_{n-1})}{\|\varepsilon(u_{n-1})\|} : \Delta \varepsilon(u) \right) - \Delta \tau = 0.$$

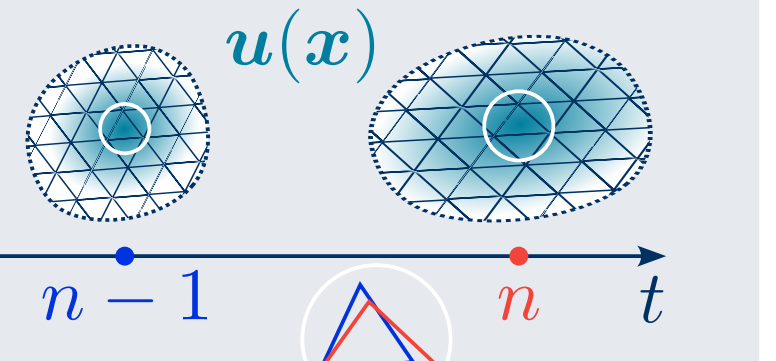


Fig. 5 : Incrément de déformation.

## 5. Résolution avec suivi du chemin d'équilibre

Pour résoudre le problème de fissuration par champ phase en incluant l'équation de pilotage, la démarche de résolution doit être adaptée (de manière la moins intrusive possible).

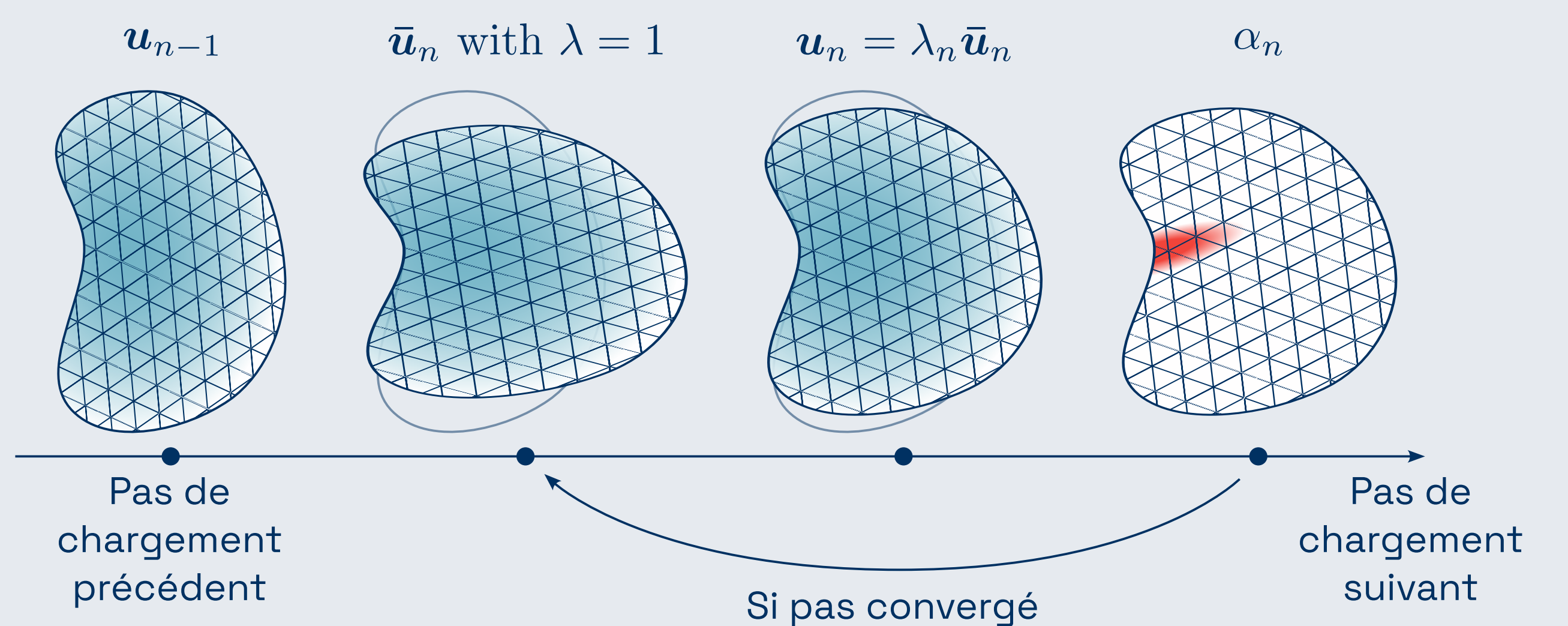


Fig. 6 : Démarche de résolution pour le problème par champ de phase avec suivi du chemin d'équilibre.

## 6. Plaque avec un trou excentré en traction

### Problème étudié

Plaque avec trou excentré présentant plusieurs instabilités.

### Phases de simulation

- Avant A : phase élastique et nucléation de la fissure
- A à B : propagation de la fissure du trou vers la face droite,
- B à C : recharge élastique puis propagation vers la gauche,
- C à D : propagation de la fissure jusqu'à la rupture totale.

### Observations

La méthode proposée **permet de décrire les instabilités**, contrairement au chargement classique en déplacement imposé. De plus, la méthode est **numériquement plus robuste**.

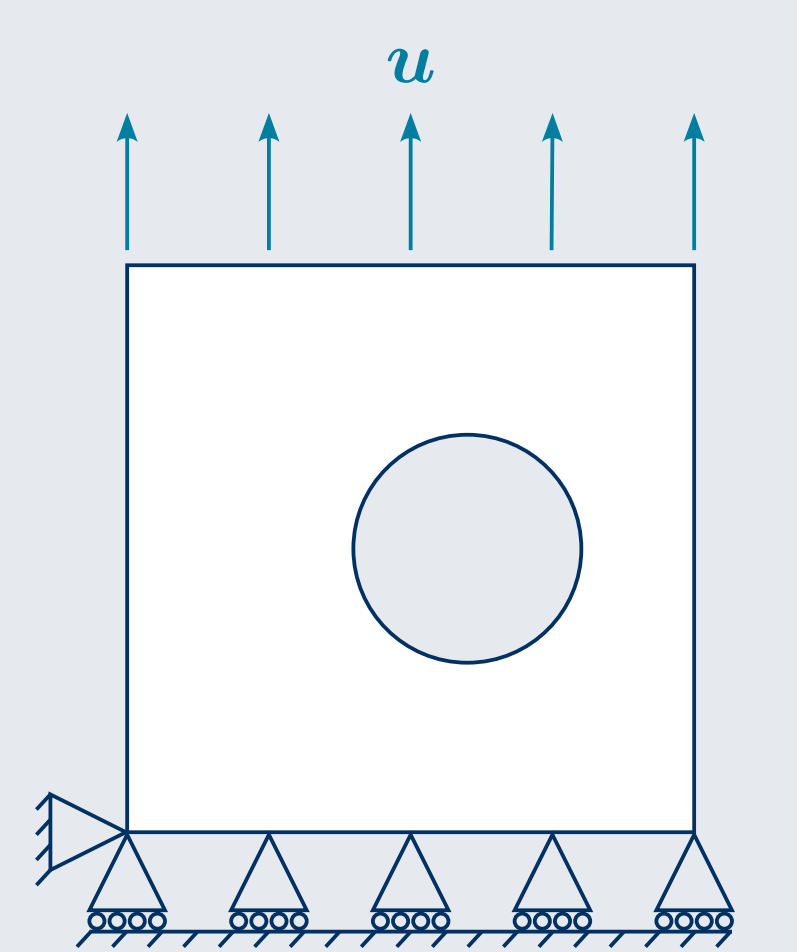


Fig. 7 : Illustration du problème.

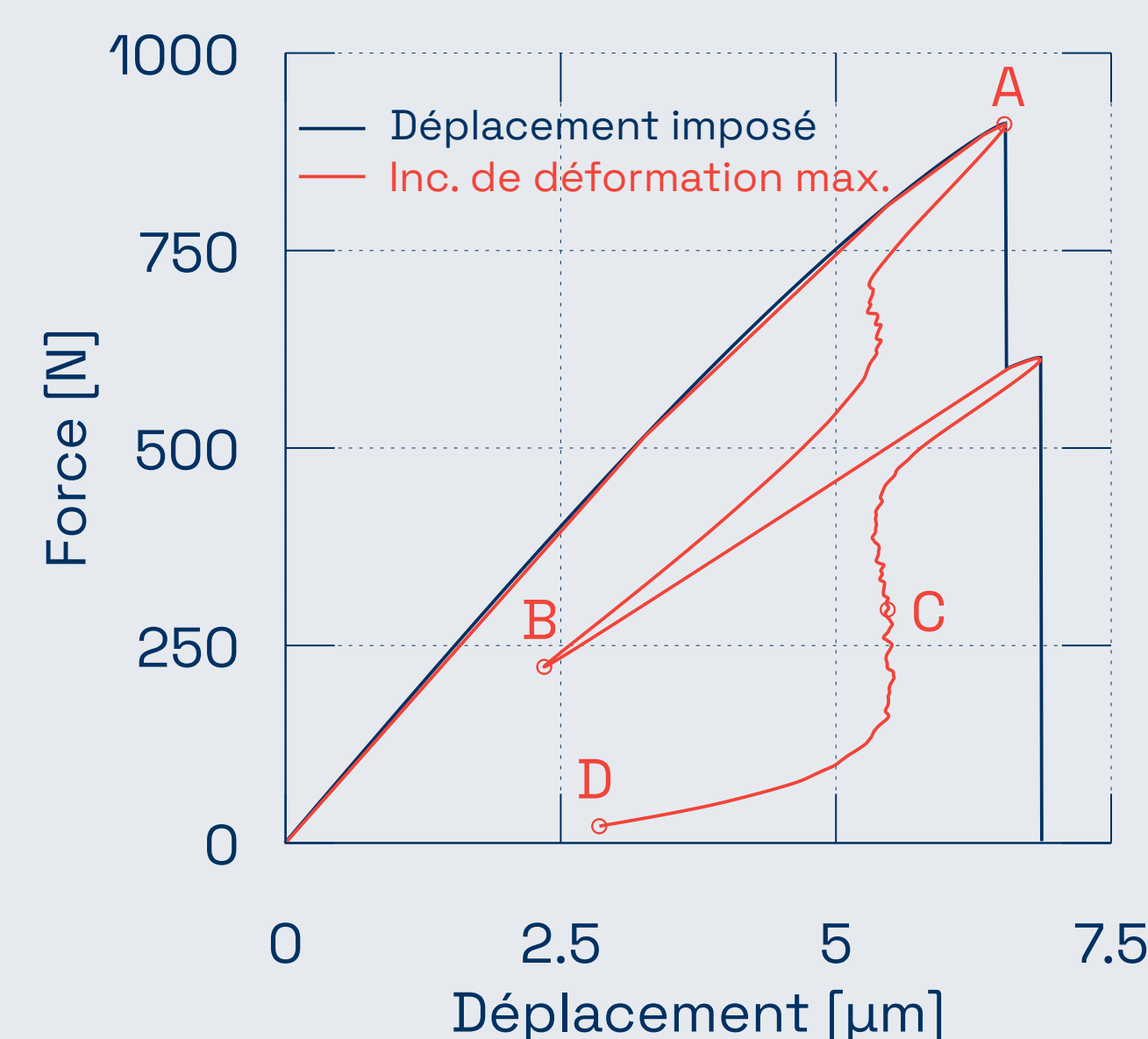
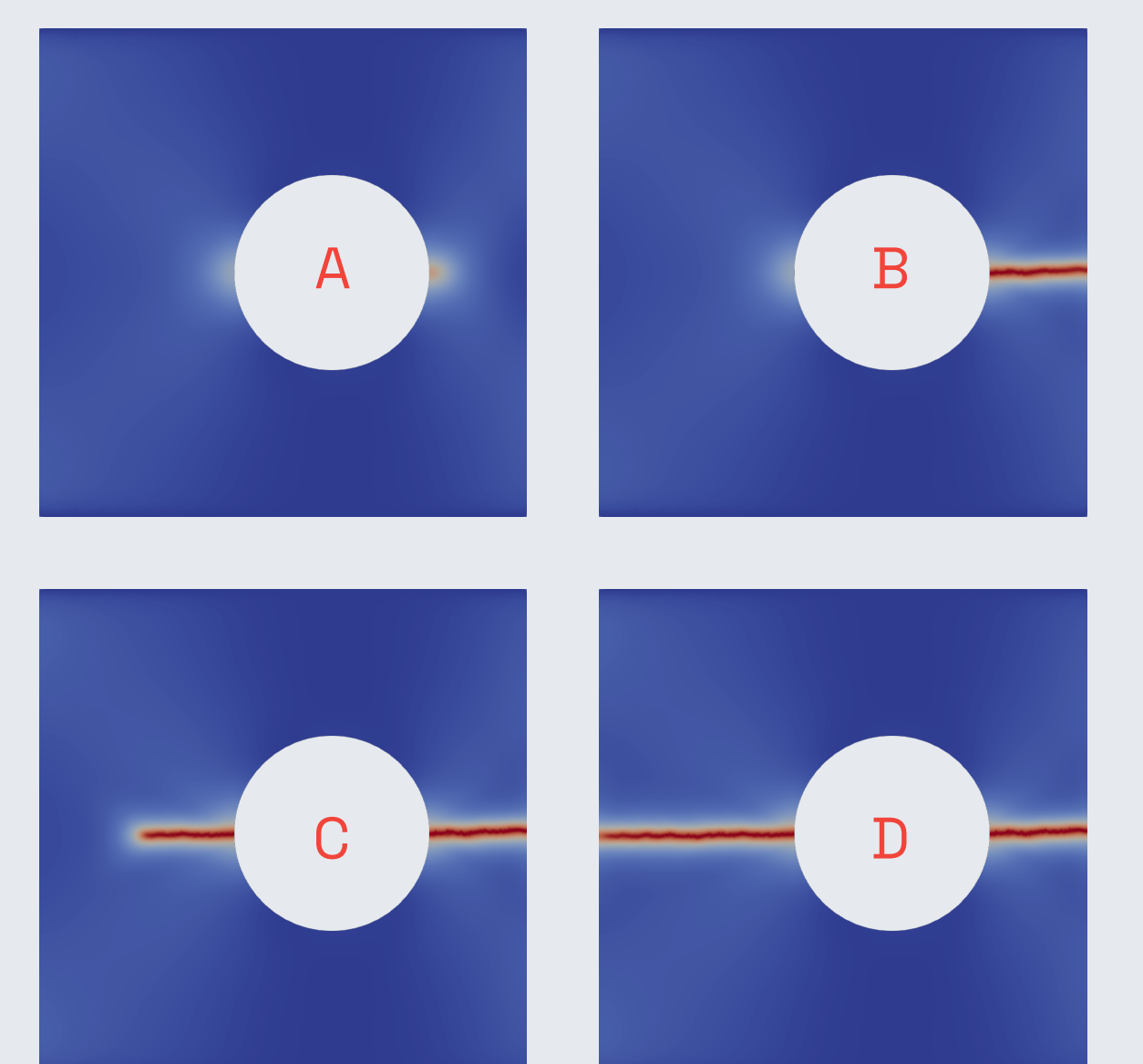


Fig. 8 : Tracé force-déplacement et évolution du champ de phase de fissure durant le chargement.



## 7. Conclusion et perspectives

Une stratégie de résolution permettant de suivre le chemin d'équilibre et d'éviter les instabilités a été développée.

### Bénéfices

- Simulation **robuste** de la propagation de fissure.
- Représentation fidèle de **conditions aux limites expérimentales** en effort.
- Directement **adaptable** à la propagation de fissure en milieu anisotrope.

### Implications

Cette méthode offre un cadre robuste pour **développer des modèles de fissuration anisotrope**. À long terme, ces modèles pourront être utilisés pour la conception et le dimensionnement de pièces produites ou réparées par fabrication additive.