



HAL
open science

Introduction d'une équation d'état expérimentale d'un gaz, décrite par les énergies de Helmholtz dans un modèle de bulle utilisant une équation de type Rayleigh-Plesset

Stéphane Labouret

► To cite this version:

Stéphane Labouret. Introduction d'une équation d'état expérimentale d'un gaz, décrite par les énergies de Helmholtz dans un modèle de bulle utilisant une équation de type Rayleigh-Plesset. JSUP7, 7eme Journée Sonochimie Ultrasons et Procédés (JSUP 7), Dec 2023, Lyon, France. , Livret disponible sur le site https://jsup2023.sciencesconf.org/data/pages/Livret_JSUP2023_5_Decembre.pdf, 2023. hal-04924311

HAL Id: hal-04924311

<https://hal.science/hal-04924311v1>

Submitted on 5 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

En fin de contraction inertielles, les gaz contenus dans les bulles de cavitation sont soumis à de très fortes pression, qui dépassent plusieurs centaines de méga-Pascal (MPa) et jusqu'à plusieurs dizaines de Giga-Pascal (GPa). Les équations d'état de gaz de type Van der Waals, qui ont de puis longtemps remplacé le gaz parfait dans la description du comportement des bulles de cavitation, ne sont plus fidèles aux mesures expérimentale au-delà de quelques MPa, et divergent significativement au-delà de quelques GPa : en particulier le gaz devient plus rigide que ne le montre les expériences dédiées à l'étude du comportement des gaz à hautes pressions. Les mesures du comportement des gaz à haute pression et haute température sont traduits sous forme de corrélation de (au moins, à ma connaissance de néophyte dans ce domaine d'étude) deux approches :

- l'approche cubique qui consiste affiner et étendre les relation de type Van der Waals par des termes supplémentaires.

$$P = \frac{R_g T}{(V - b)} - \frac{a}{(V^2 + k_1 b V + k_2 b^2)}$$

avec $k_1 = 2$ et $k_2 = -1$ pour Peng-Robinson (PR) et

avec $k_1 = k_2 = 0$ Pour Van der Waals

R_g , constante des gaz parfait, a et b des constantes à déterminer

- l'utilisation des énergies des Helzmoltz, qui prend en compte le gaz idéal et α^o une correction α^r avec :

$$\alpha^o(\delta, \tau) = \ln(\delta) + \alpha_1 \ln(\tau) + \alpha_2 + \alpha_3 \ln(\tau) + \alpha_4 \ln(\tau^{-1}) + \alpha_5 \ln(\tau^{-2}) + \alpha_6 \ln(\tau^{-3}) + \alpha_7 \ln[1 - e^{-\alpha_8 \tau}]$$

$$\alpha^r(\delta, \tau) = \sum_1^6 N_k \delta^{i_k} \tau^{j_k} + \sum_7^{32} N_k \delta^{i_k} \tau^{j_k} e^{-\delta^{l_k}} + \sum_{33}^{36} N_k \delta^{i_k} \tau^{j_k} e^{(-\phi_k (\delta-1)^2 - \beta_k (\tau-\gamma_k)^2)}$$

$$U = R_g T \tau \left[\left(\frac{\partial \alpha^o}{\partial \tau} \right)_\delta + \left(\frac{\partial \alpha^r}{\partial \tau} \right)_\delta \right] \quad P = \rho R_g T \left[1 + \delta \left(\frac{\partial \alpha^r}{\partial \delta} \right)_\tau \right] \quad \alpha_k, N_k, i_k, j_k, \phi_k, \text{ et } \gamma_k \text{ des constantes,}$$

Avec $\delta = \frac{\rho}{\rho_c}$, $\tau = \frac{T_c}{T}$, T_c et ρ_c , les valeurs critiques de T et ρ

La corrélation de Peng-Robinson s'insère naturellement dans les modèles de bulles car elle présente une expression de la pression du gaz, qui est utilisé ainsi que sa dérivée temporelle dans les équations de type Rayleigh-Plesset (dans la dérivée seconde de R) utilisant un modèle de transfert thermique.

Pour utiliser les corrélation ayant recours aux énergies de Helzmoltz, la pression et surtout sa dérivée n'a plus d'expression directement utilisable (T , n'est pas directement connue) ; d'abord :

si à un instant t donné le rayon et l'énergie interne du gaz sont connue, il est possible de retrouver la température en résolvant numériquement la relation $U(T, \rho)$; puis la pression en est déduite par la relation noté ci-dessus. Ensuite :

les dérivées de l'énergie interne et de la masse volumique (celle du rayon de la bulle) ne nécessitant pas la connaissance de la dérivée temporelle de P , on peut déterminer ces deux grandeurs à $t+dt$, puis $P(t+dt)$, en utilisant la même procédure :

On obtient alors une estimation de la dérivée de P à l'instant t . En pratique, il est préférable d'utiliser les valeurs de $P(t-dt)$ et $P(t+dt)$ calculées à partir de valeurs de l'instant t (en utilisant $P(t)$, la chute de la température lors du rebond de la bulles est fatale au calcul...). En résumé, il faut introduire dans le système d'équation le calcul numérique de la dérivée temporelle de la pression.

Pour une bulle d'air dans l'eau, es premiers calculs ont montrés une concordance encourageante avec les résultats obtenus par Bidi *et al* et Quin *et al*. (les modèles testés sont pas tout à fait identique à ce stade de l'étude).

R. Span *et al.* ; International Journal of Thermophysics, 1998, vol. 19 (4).

S. Bidi *et al.* ; Ultrasonics Sonochemistry, 2022, vol 90.

D. Qin *et al.* ; Ultrasonics Sonochemistry, 2023, vol 97.