

Un modèle moyenné en épaisseur pour le problème inverse de l'imagerie électrocardiographique

Yves BOURGAULT, Univ. Ottawa - Ottawa Yves COUDIÈRE, IMB - Bordeaux
Emma LAGRACIE, IMB - Bordeaux Lisl WEYNANS, IMB - Bordeaux

Le problème inverse de l'imagerie électrocardiographique (ECGi) relève d'une grande utilité dans la détection précoce de pathologies graves du rythme cardiaque. Il peut être formalisé comme suit : retrouver le potentiel électrique $u \in H^1(\Omega)$, et la tension $v \in H^1(\Omega_H)$, satisfaisant les équations

$$\begin{cases} -\operatorname{div}((\sigma_e + \sigma_i)\nabla u) - \operatorname{div}(\sigma_i\nabla v) = 0 & \text{dans } \Omega_H, \\ -\operatorname{div}(\sigma_T\nabla u) = 0 & \text{dans } \Omega_T, \\ -\operatorname{div}(\sigma_B\nabla u) = 0 & \text{dans } \Omega_B, \end{cases} \quad (1)$$

assorties de conditions aux limites de flux, tels que la trace $u|_{\Gamma_T}$ du potentiel u sur la surface du torse corresponde aux données z_T observées sur cette même surface. Dans ces équations, les domaines Ω_H , Ω_T et Ω_B représentent respectivement le coeur, le torse et le sang, dont l'union est le domaine total Ω . Les tenseurs symétriques définis positifs $\sigma_{i/e/T/B}$ sont des tenseurs de conductivité électrique.

Ce problème inverse est notoirement mal posé, et les techniques de résolutions actuelles ne donnent pas de résultats suffisamment probants pour être utilisés en clinique [1]. En particulier, il est difficile de reconstruire la tension v dans le volume du coeur puisque une infinité de tensions v peuvent produire la même observation sur le torse. Une alternative majoritairement utilisée consiste à ne considérer que la surface externe du coeur Γ_H , appelée épicarde, et résoudre un problème inverse plus simple uniquement dans le domaine du torse Ω_T , dont la frontière interne est l'épicarde. Dans ce cas, la tension v correspondant à la trace $u|_{\Gamma_T}$, si elle existe, peut être retrouvée à une constante additive près [2].

Nous proposons un modèle intermédiaire entre les approches volumique et surfacique, qui incorpore des informations du volume du myocarde et prend en compte les interactions entre les trois domaines, tout en résolvant un problème surfacique sur le coeur par le biais de quantités moyennées [3]. Pour construire ce modèle, nous moyennons la première équation de (1) dans l'épaisseur du coeur, supposé fin par rapport à sa taille, et nous la couplons avec les deux équations restantes. Cette opération permet de se ramener à un modèle couplé entre un coeur surfacique dans lequel évoluent les quantités moyennes \bar{u} et \bar{v} et les domaines extracardiaques, volumiques. Nous prouvons que le problème est bien posé par des arguments classiques.

Le modèle moyenné est ensuite utilisé comme contrainte dans un problème de contrôle optimal, visant à retrouver le couple (\bar{u}, \bar{v}) qui minimise l'écart à des données z_T sur la surface du torse. Nous montrons que, régularisé, ce problème de minimisation quadratique admet une unique solution. Le formalisme Lagrangien est utilisé pour résoudre numériquement le problème de contrôle optimal. Nous présenterons ensuite quelques résultats obtenus en 2D.

- [1] J. Duchateau, F. Sacher, T. Pambrun, N. Derval, J. Chamorro-Servent, A. Denis, S. Ploux, M. Hocini, P. Jaïs, O. Bernus, et al. *Performance and limitations of noninvasive cardiac activation mapping*. Heart rhythm, **16(3)**, 435–442, 2019.
- [2] V. Kalinin, A. Kalinin, W. H. Schulze, D. Potyagaylo, A. Shlapunov. *On the correctness of the transmembrane potential based inverse problem of ecg*. In *2017 Computing in Cardiology (CinC)*, pp. 1–4. IEEE, 2017.
- [3] E. Lagracie, Y. Bourgault, Y. Coudière, L. Weynans. *A depth-averaged heart model for the inverse problem of cardiac electrophysiology*. En préparation.