



**HAL**  
open science

## Journées scientifiques du Service des calculs et de mécanique céleste du Bureau des longitudes

Jean-Eudes Arlot

► **To cite this version:**

Jean-Eudes Arlot. Journées scientifiques du Service des calculs et de mécanique céleste du Bureau des longitudes. Notes Scientifiques et Techniques de l'Institut de Mécanique Céleste, 1995, 50. hal-04893781

**HAL Id: hal-04893781**

**<https://hal.science/hal-04893781v1>**

Submitted on 17 Jan 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ISSN 1243-4272  
ISBN 2-910015-10-6

---

NOTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES  
DU BUREAU DES LONGITUDES

---

S050

JOURNÉES SCIENTIFIQUES DU SERVICE DES CALCULS  
ET DE MÉCANIQUE CÉLESTE DU BUREAU DES LONGITUDES

1994



---

*Service des Calculs et de Mécanique Céleste du Bureau des Longitudes*  
UA 707  
77, avenue Denfert-Rochereau  
75014 Paris

Avril 1995



## INTRODUCTION

Les Journées Scientifiques 1994 du Service des Calculs et de Mécanique Céleste du Bureau des longitudes se sont tenues les 30 novembre et 1er décembre 1994. Comme les Journées qui ont eu lieu en 1990 et 1992, cette manifestation a rencontré un vif succès puisque la majorité des chercheurs, techniciens et étudiants du Service ont présenté les travaux qu'ils menaient.

Les comptes rendus de ces Journées ne prétendent pas décrire d'une manière exhaustive les travaux réalisés dans le laboratoire mais présenter les principales recherches ou tâches que leurs auteurs ont souhaité développer. Le but de ces présentations est surtout d'informer les collègues de l'état présent des recherches effectuées sur tel ou tel thème et de l'avancement de tâches de service particulières.

Cependant, les thèmes majeurs des recherches menées au Services des Calculs et de Mécanique Céleste du Bureau des longitudes ont tous été abordés : l'astrométrie à travers les observations CCD, les campagnes d'observation et l'opération Hipparcos ; les éphémérides à travers le renouvellement des productions traditionnelles, l'amélioration des représentations et l'émergence de nouvelles formes de diffusion ; la mécanique céleste et les systèmes dynamiques à travers les méthodes mathématiques, les techniques analytiques et numériques et les comparaisons aux observations ; et enfin, l'histoire de l'astronomie, plus particulièrement celle du Bureau des longitudes.

Le présent compte rendu informera donc les lecteurs intéressés par l'état actuel des recherches de l'établissement et pourra aider à ouvrir des discussions et établir des contacts et des collaborations futures, en attendant les prochaines journées.

J.-E. Arlot

Directeur du Service des Calculs et  
de Mécanique Céleste du Bureau des longitudes



<b>JOURNÉES SCIENTIFIQUES DU SERVICE DES CALCULS          ET DE MÉCANIQUE CÉLESTE DU BUREAU DES LONGITUDES 1994</b>
---

<b>C. Veiga</b>	Une méthode de réduction des positions des satellites naturels . . .	1
<b>F. Colas</b>	Observations CCD astrométriques au Pic du Midi : observations récentes . . . . .	5
<b>F. Colas</b>	La station de planétologie des Pyrénées . . . . .	9
<b>W. Thuillot</b>	Campagne PHESAT95 : les prédictions des phénomènes des satellites de Saturne . . . . .	11
<b>J.E. Arlot</b>	Organisation de la campagne PHESAT95 d'observation des phénomènes de satellites de Saturne . . . . .	17
<b>P. Descamps</b>	Astrométrie de haute précision, dynamique et planétologie . . . . .	21
<b>J. Berthier</b>	Les prédictions d'occultations et de rapprochements d'étoiles . . .	27
<b>P. Rocher</b>	Éphémérides de comètes et d'astéroïdes sur PC . . . . .	31
<b>J. Chapront</b>	Approximation d'une éphéméride par analyse en fréquence . . . . .	37
<b>V. Brumberg</b>	Analytical Techniques for Compact Theories of Motion . . . . .	43
<b>J. Laskar</b>	Chaos à grande échelle dans le système solaire . . . . .	49
<b>O. Néron de Surgy</b>	Modèle pour l'étude des variations à long terme des obliquités des planètes . . . . .	55
<b>Y. Papaphilippou</b>	Application de l'analyse en fréquence dans un potentiel galactique à deux degrés de liberté . . . . .	61
<b>Ph. Robutel</b>	Application du théorème d'Arnold aux problèmes planétaires . . .	67
<b>A. Albouy</b>	Symétrie des configurations centrales de quatre corps . . . . .	69
<b>A. Chenciner</b>	Configurations équilibrées de n corps soumis à l'attraction newtonienne . . . . .	71
<b>D. Sauzin</b>	Résurgence et séparatrices . . . . .	75
<b>L. Niederman, J.P. Marco</b>	Sur la construction de solutions de seconde espèce dans le problème plan restreint des trois corps . . . . .	77

<b>J.-L. Sagnier</b>	Approche numérique du système de Tryphon . . . . .	83
<b>V. Battlo</b>	Répartition par groupes des comètes de la famille de Jupiter en relation avec leur origine . . . . .	89
<b>C. Edelman</b>	Symétries des solutions centrales du problème des trois corps	95
<b>J.L. Simon</b>	Théorie des grosses planètes avec des valeurs récentes des masses . . . . .	99
<b>J. Chapront, M. Chapront-Touzé</b>	Comparaison de la théorie du mouvement de la Lune ELP aux observations : la boîte à outils . . . . .	105
<b>P. Bretagnon</b>	Intégration des équations du mouvement des planètes en coordonnées rectangulaires . . . . .	111
<b>L. Duriez</b>	Modélisation du mouvement d'Hypériorion . . . . .	115
<b>A. Bec-Borsenberger</b>	Éphémérides des astéroïdes pour DENIS . . . . .	121
<b>B. Morando</b>	Observations réduites des petites planètes par Hipparcos .	125
<b>D. Hestroffer</b>	Astrométrie des astéroïdes observés par Hipparcos . . . . .	129
<b>J.F. Bange</b>	Petites planètes Hipparcos : construction d'une méthodologie statistique . . . . .	135
<b>J. Chapront</b>	Réédition de l'histoire du Bureau des longitudes de Bigourdan . . . . .	141
<b>N. Baron</b>	Base de données "satellites naturels" . . . . .	143
<b>L. Bergeal, M. Bonnaventure, P. Bretagnon, M. Heurtier, S. Pottier</b>	Les renseignements astronomiques . . . . .	149
<b>P. Descamps</b>	Une dimension nouvelle dans la recherche et la diffusion de l'information (WWW, Mosaïc) . . . . .	153
<b>F. Cavelier, Th. Derouazi, S. Pottier, V. Raoult</b>	L'édition et la recherche vues par quatre techniciens du Bureau des Longitudes . . . . .	159
<b>D.T. Vu</b>	Annuaire du Bureau des Longitudes : évolution et perspective . . . . .	163
<b>J.L. Simon</b>	Refonte de la Connaissance des Temps . . . . .	169
<b>G. Satre</b>	L'évolution du serveur minitel . . . . .	175
<b>A. Montintin</b>	Le réseau local du Bureau des Longitudes . . . . .	177

# UNE MÉTHODE DE RÉDUCTION DES POSITIONS DES SATELLITES NATURELS <sup>1</sup>

C. H. Veiga<sup>2,3</sup> et R. Vieira Martins<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Observatório Nacional, Rua Gal. José Cristino 77, 20921-030 Rio de Janeiro, Brésil. cave@on.br or rvm@on.br

<sup>3</sup>Bureau des Longitudes, 77, avenue Denfert-Rochereau F-75014 Paris, France. cave@bdl.fr

## Résumé

Une nouvelle méthode pour définir un système de référence des observations de satellites naturels obtenues à l'aide d'un télescope de grande distance focale est présentée. Le mouvement de la planète est utilisé pour déterminer l'échelle et la direction du système de référence. Cette méthode a été développée pour faire la réduction des observations réalisées avec une caméra CCD ou photographique.

## Introduction

Les observations des satellites naturels présentent quelques particularités:

- a) les observations sont faites en plusieurs nuits en séquence, et le champ des étoiles est, généralement, le même;
- b) pour chaque observation, la position de la planète se déplace par rapport au champ des étoiles;
- c) les positions de la planète sont bien connues par rapport à un référentiel équatorial donné (VSOP82, Bretagnon, 1982).

## Méthode proposée

- a) Un minimum de deux jours d'observation est nécessaire pour obtenir un bon arc d'orbite de la planète.
- b) Au moins cinq étoiles de connexion sont nécessaires pour toutes les observations.
- c) Parfois un champ intermédiaire est nécessaire pour faire la connexion des observations.

---

<sup>1</sup>Les observations ont été faites au Laboratório Nacional de Astrofísica/CNPq/MCT-Itajubá-Brésil.



## La méthode

Pour chaque observation sont réalisées:

1<sup>o</sup>) la construction d'une mosaïque avec toutes les observations (système de référence arbitraire). Grâce à un ajustement de premier degré du champ d'étoiles, la position de la planète est mesurée pour chaque observation où l'on désire déterminer la position des satellites (Veiga, 1992; Veiga et Vieira Martins, 1994a).

2<sup>o</sup>) la détermination de l'échelle et de la direction à partir des positions de la planète par rapport au système arbitraire. À partir des coordonnées équatoriales de plusieurs positions de la planète et de ses positions mesurées, on fait un ajustement avec un modèle à quatre paramètres.

3<sup>o</sup>) la détermination de la position des satellites en coordonnées équatoriales en utilisant l'échelle et la direction déterminées précédemment.

## Application de la méthode

La méthode a été appliquée aux systèmes d'Uranus et Neptune. Pour le système d'Uranus il y a 886 positions du satellite Miranda et 983 positions pour chaque satellite extérieur (Ariel, Umbriel, Titania et Obéron). Ces observations d'Uranus sont sur plaques photographiques (333) et clichés CCD (650), obtenus entre 1993 et 1994. Les observations CCD ont commencé en 1989.

Pour les observations de Neptune, il y a 52 positions de Triton obtenues sur plaques photographiques et 401 positions obtenues sur clichés CCD.

## Comparaison des résultats

Une comparaison a été faite entre les meilleurs résultats, pour le système des satellites d'Uranus, obtenus par Ch. Veillet (Veillet, 1983) au European Southern Observatory (ESO), Chili et ceux obtenus au Laboratório Nacional de Astrofísica, Brésil.

La table 1 montre la comparaison des résultats, il s'agit des déviations standard en seconde d'arc, obtenues à partir de 200 plaques photographiques de Ch. Veillet et à partir de 173 plaques photographiques réalisées au Brésil par cette méthode. Veillet a obtenu des positions des satellites à partir de la construction d'un catalogue secondaire. On peut voir que les résultats sont voisins pour le satellite Miranda, mais pour les autres, les résultats de notre travail sont meilleurs. Il faut remarquer que les résultats de Veillet et les nôtres ne sont pas tout à fait comparables. Nous avons déterminé le centre des images à partir d'un traitement photométrique (Veiga et Vieira Martins, 1994b) et nous avons utilisé la théorie, très précise, GUST86 (Laskar et Jacobson, 1987) pour faire la réduction de toutes les positions. Par contre, Veillet a fait les centrages des images visuellement et a utilisé un modèle très simple pour les orbites des satellites d'Uranus.

La table 2 montre la comparaison des résultats entre les résidus moyens et la déviation standard des observations du système d'Uranus pour les 173 plaques photographiques (1pixel=  $5\mu$ ) et les 91 observations CCD (1pixel=  $22\mu$ ). Malgré la différence de la taille du pixel, on vérifie que les résultats sont du même ordre, ce qui montre la bonne qualité des observations obtenues avec le récepteur CCD. Ces résultats sont donnés par rapport au satellite Obéron.

La table 3 donne les résultats, résidus moyens et déviation standard, pour les 52 observations sur plaques photographiques du satellite Triton. Ces résultats sont meilleurs que ce qui est décrit dans les articles sur le sujet.

La plupart des observations CCD du système des satellites d'Uranus et de Neptune sont en cours de réduction.

TAB. 1 - Comparaison entre les déviations standard, en seconde d'arc, obtenues avec la méthode classique et notre méthode, pour le système des satellites d'Uranus, par rapport au satellite Obéron.

Satellite	Ch. Veillet ( $\sigma$ )	Ce travail ( $\sigma$ )
Miranda	0.070	0.071
Ariel	0.070	0.023
Umbriel	0.065	0.026
Titania	0.085	0.018

TAB. 2 - Les résidus moyens, en seconde d'arc, et la déviation standard pour 173 plaques photographiques et 91 observations CCD du système des satellites d'Uranus (65 pour Miranda et 75 pour Titania).

Satellite	Plaques Photographiques		Clichés CCD	
	$\overline{(o-c)}_x$	$\overline{(o-c)}_y$	$\overline{(o-c)}_x$	$\overline{(o-c)}_y$
	( $\sigma_x$ )	( $\sigma_y$ )	( $\sigma_x$ )	( $\sigma_y$ )
Miranda	-0.020 (0.070)	0.000 (0.063)	0.029 (0.056)	-0.005 (0.035)
Ariel	-0.009 (0.028)	0.005 (0.016)	-0.001 (0.023)	-0.015 (0.023)
Umbriel	-0.008 (0.028)	0.005 (0.024)	-0.001 (0.024)	-0.008 (0.024)
Titania	-0.011 (0.014)	-0.001 (0.012)	-0.003 (0.017)	-0.005 (0.015)

TAB. 3 - Les résidus moyens, en seconde d'arc, et la déviation standard pour 52 plaques photographiques de Triton.

Satellite	par rapport à Neptune	
	$\overline{(o - c)}_x$	$\overline{(o - c)}_y$
	$(\sigma_x)$	$(\sigma_y)$
Triton	-0.019	0.025
	(0.066)	(0.062)

## Conclusion

Comparée avec la méthode classique, la nouvelle méthode présente quelques avantages:

- seules les positions de la planète sont utilisées pour définir le système de référence;
- des objets de même magnitude sont utilisés;
- les positions des étoiles de catalogue ne sont pas utilisées;

Dans ce travail nous avons constaté que la précision des résultats est égale ou meilleure que celle de la méthode classique.

## Références

- Bretagnon, P.: 1982, Théorie du mouvement de l'ensemble des planètes. Solution VSOP82, *Astron. Astrophys.* **114**, 278-288.
- Laskar, J., Jacobson, R.A.: 1987, GUST86. An analytical ephemeris of Uranian satellites, *Astron. Astrophys.* **188**, 212-224.
- Veiga, C.H.: 1992, Tese de Doutorado, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, Brazil.
- Veiga, C.H., Vieira Martins, R.: 1994a, A method to define a reference system for the reduction of astrometric positions of natural satellites, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **107**, 551-558.
- Veiga, C.H., Vieira Martins, R.: 1994b, Astrometric position determination of digitized images of natural satellites, *Astron. Astrophys.* (in press)
- Veillet, Ch.: 1983, De l'observation et du Mouvement des satellites d'Uranus. Thèse d'état - Université de Paris 6.

# OBSERVATIONS CCD ASTROMÉTRIQUES AU PIC DU MIDI : OBSERVATIONS RÉCENTES

F. Colas

## 1. Introduction

Depuis 1988, date à laquelle nous avons commencé à utiliser une caméra CCD sur le télescope de 1 mètre du Pic du Midi, nous avons observé un grand nombre d'objets du système solaire. L'expérience acquise est intéressante à évoquer afin d'effectuer un bilan sur la qualité et la production scientifique des dernières années. L'amélioration de la précision des observations nous paraît maintenant primordiale plus que leur quantité. L'arrivée du catalogue Hipparcos devrait permettre d'améliorer notablement les problèmes d'astrométrie absolue. La connaissance des possibilités du télescope de 1 mètre du Pic du Midi permet dès à présent d'aborder de nouveaux domaines scientifiques. Dans un premier temps, je passerai en revue les divers objets du système solaire que nous avons observés en les classant par ordre de distance au Soleil. J'aborderai ensuite les comètes et les astéroïdes qui commencent à représenter une part importante de nos travaux. Enfin j'essaierai de montrer les possibilités de développement des observations.

## 2. Observations des satellites naturels des planètes

### 2.1. *Satellites de Mars*

Les satellites de Mars furent le sujet des premières observations réalisées en 1988 avec le télescope de 1 mètre durant une opposition très favorable de la planète. Elles permirent en particulier de se rendre compte de la qualité et des problèmes des observations CCD. Dès le début nous avons découvert les problèmes de calibration liés à la taille des CCD mais aussi la faculté extraordinaire du CCD anti-éblouissement à observer des objets faibles proches de planètes très brillantes. Les résultats de cette campagne ont

déjà été abordés en détail dans l'édition précédente des journées scientifiques du Bureau des longitudes, néanmoins la prochaine opposition de la planète en février 1995 sera l'occasion d'une nouvelle campagne d'observation. Ces résultats seront ajoutés aux données obtenues en 1990 et 1992. Je pense que l'ensemble de ces observations permettra d'améliorer de façon substantielle les théories du mouvement de Phobos et Deimos développées, en particulier, au Bureau des longitudes par M. Chapront- Touzé.

### *2.2. Satellites de Jupiter*

Les satellites Thébé (J XIV) et Amalthée (J V) furent l'objet d'une grande partie de mon travail de thèse. Nous avons développé avec D.T. Vu une théorie du mouvement de ces deux objets ajustée sur les observations du Pic du Midi. La méthode d'observation consistait à mesurer les positions de ces satellites par rapport à un satellite galiléen, la saturation des satellites brillants ne permettait pas d'obtenir une précision de mesure meilleure que 0.5 arcsec. Nous allons cependant continuer les observations mais en utilisant uniquement les moments où Thébé et Amalthée sont mesurables sur un même cliché. Avec cette méthode nous n'aurons plus d'erreurs systématiques, on devrait atteindre une précision meilleure que 0.1 arcsec. Cette qualité de mesure est fondamentale pour déterminer correctement des paramètres encore mal connus comme les longitudes des nœuds ou des périjoves. D'autre part nous nous sommes joints à une équipe de l'USNO pour étudier la photométrie de ces deux satellites qui semblent avoir des faces d'albédo différentes. Cette étude peut se faire à partir des images utilisées pour l'astrométrie. Cette complémentarité photométrie-astrométrie est maintenant permanente dans nos travaux.

### *2.3. Satellites de Saturne*

Nous avons observé les principaux satellites de Saturne depuis 1988. En collaboration avec A. Vienne de l'observatoire de Lille qui a développé une théorie générale du mouvement des satellites de Saturne, je me suis en particulier attaché au couple Mimas-Téthys. En effet il n'y a que quelques dizaines de positions de Mimas depuis sa découverte, cette pauvreté provient principalement de la difficulté d'observation liée à la proximité des anneaux de Saturne. Son mouvement est donc mal connu, de plus il est lié par une forte résonance à Téthys. Depuis 1988 nous avons donc mesuré les positions des satellites de Saturne lorsque Mimas et Téthys étaient mesurables ensemble. La qualité de ces observations a été testée de 2 façons indépendantes : d'une part par M. Rapaport et J.C. Lefloch à l'observatoire de Bordeaux et d'autre part par A. Vienne et A. Amosse à l'observatoire de Lille. Les conclusions sont identiques, elles donnent des O-C compris entre 30 et 60 MAS pour les satellites principaux (satellites II à VI) et des erreurs plus grandes pour Mimas. Seuls Mimas, Encelade, Japet et Hypérion possèdent des orbites nettement améliorables. Nous allons donc poursuivre ces observations en nous limitant aux couples de satellites suivant : Téthys-Mimas, Téthys- Encelade, Titan-Hypérion et Titan-Japet. Le passage de la Terre dans le plan des anneaux ainsi qu'une prédiction des phénomènes des satellites (phénomènes mutuels, éclipses, occultations) fait actuellement le sujet de la campagne d'observations PHESAT95. Les observations sont bien plus difficiles que celles des phénomènes mutuels des satellites galiléens, principalement à cause de la proximité de la planète et de la plus faible magnitude des satellites. Une fois de plus la qualité des images obtenues au Pic du Midi sera primordiale. En effet le ciel peu diffusant ainsi que la faible dégradation des images par l'atmosphère nous a déjà permis d'obtenir des courbes photométriques d'éclipses de satellites distants de 3 à 5 arcsec. du disque de Saturne. Le passage de la Terre dans le plan des anneaux sera également une occasion unique pour l'observation de tous les satellites faibles proches de l'anneau. Nous étudierons en particulier la dynamique des satellites lagrangiens.

#### *2.4. Satellites d'Uranus*

Les satellites d'Uranus ont fait l'objet de travaux théoriques importants lors du survol de la planète par une des sondes Voyager. Depuis 1988, nous observons les 5 premiers satellites d'Uranus ; ces observations sont combinées avec les données obtenues au Brésil par C. Veiga actuellement au Bureau des longitudes ; nous espérons pouvoir ajuster prochainement la théorie développée par J. Laskar.

#### *2.5. Satellites de Neptune*

Suite à l'observation de Protéus à l'ESO avec la caméra astrométrique du Bureau des longitudes, nous avons lancé une campagne d'observation de Triton et de Néréide. Le problème des observations de Néréide provient de la distance entre ce satellite et Neptune, son élongation par rapport à la planète peut atteindre plusieurs dizaines de minutes d'arc. Il est donc impossible la plupart du temps d'observer dans un même champ CCD Neptune et Néréide. De plus son mouvement orbital a une période sensiblement égale à un an, les observations sont donc systématiquement biaisées. La période favorable (périastre de Néréide) correspond au mois de juillet, malheureusement la chute de la comète SL9 a perturbé les observations cette année.

### **3. Prochaines observations astrométriques**

#### *3.1. Les satellites*

Le défaut principal des CCD est leur faible surface, les problèmes de calibrations et de configurations observables en découlent directement. Pour minimiser les problèmes de calibrations, il suffit d'observer les rapprochements de satellites. Pour ne pas réduire le nombre des observations les campagnes d'observation comprendront maintenant plusieurs objectifs, une combinaison avec les observations d'astéroïdes ou de comètes sera tentée systématiquement.

#### *3.2. Les astéroïdes*

De nombreuses équipes de recherche s'intéressent activement aux astéroïdes, leur grand nombre en font les seuls objets du système solaire pouvant être étudiés de façon statistique. Les résultats ne concernent pas uniquement la mécanique céleste, ils peuvent toucher à la formation du système solaire, par exemple l'étude des familles d'astéroïdes. Les astéroïdes sont des objets de faible magnitude possédant de grands mouvements apparents sur le ciel, à cause de cela, ils sont restés durant de nombreuses années le domaine privilégié des télescopes à grand champ. Nous mettons actuellement au point une technique d'observation des rapprochements d'astéroïdes avec des étoiles Hipparcos. Cette méthode repose sur les prédictions calculées par J. Berthier et sur la précision des positions astrométriques des étoiles du catalogue Hipparcos. Une fois de plus, la faible distance entre les objets à mesurer élimine de nombreux problèmes de calibration. La précision finale pourrait être de l'ordre de 10 à 20 MAS soit au moins un ordre de grandeur de mieux par rapport aux anciennes observations. Bien que le catalogue Hipparcos ne comporte que 100 000 étoiles, il y a en moyenne plusieurs phénomènes observables par nuit. Ces observations longues, qui peuvent parfois durer plusieurs heures, s'intègrent facilement dans des programmes de mesure photométrique des astéroïdes. L'existence des objets de la bande de Kuiper semble maintenant prouvée par l'observation d'une quinzaine d'objets au-delà de 40 UA. Ces observations sont cependant très incomplètes, ces objets ne sont par exemple cherchés qu'au point anti-solaire. À l'aide du télescope de 55 centimètres du Pic du Midi, nous espérons réaliser une recherche systématique permettant de découvrir plusieurs centaines d'objets.

### *3.3. Les comètes*

Nous avons souvent observé des comètes brillantes (Swift-Tuttle, Mac Naught-Russel...) sur demande de collègues spécialistes mais jamais à des fins astrométriques. Un des problèmes majeur de l'astrométrie des comètes est l'ignorance de la distance entre le photocentre du noyau et son centre de gravité. Nous allons donc avec L. Jorda (ARPEGE, observatoire de Meudon) essayer de mesurer systématiquement les comètes franchissant la distance de 4 UA, à cette distance la comète ne dégage plus, elle se mesure donc comme un astéroïde. Nous espérons atteindre une précision de mesure meilleure que 0.1 arcsec, il sera ainsi facile d'obtenir de bons éléments orbitaux des comètes à plusieurs moments donnés. Le but des ces observations est d'obtenir trois jeux d'éléments orbitaux de la comète : - un jeu pour l'arrivée de la comète (de l'aphélie à 3 UA) - un jeu pour la période du périhélie (tout le monde observe à cette période, il n'y a donc pas de problème pour obtenir les éléments de cette période) - un jeu pour l'éloignement de la comète (de 3 UA à l'aphélie). Le principal problème de ces observations réside dans la magnitude des comètes à 4 UA qui est souvent de l'ordre de 20 ou plus, nous allons donc demander du temps d'observation sur le Télescope Bernard Lyot. Cette étude systématique s'étalera sur une dizaine d'années. La bonne connaissance de ces paramètres orbitaux permettra de connaître précisément les forces non gravitationnelles appliquées sur les comètes.

# LA STATION DE PLANÉTOLOGIE DES PYRÉNÉES

F. Colas

## 1. Introduction

L'observatoire du Pic du Midi traverse depuis plusieurs années une crise importante. Les partisans de sa fermeture exposent les frais d'entretien du téléphérique ainsi que ceux de la maintenance des bâtiments à 3000 mètres d'altitude. Nous opposons à cela l'excellence des observations effectuées qui font souvent l'admiration de nos collègues étrangers. Pour nous la fermeture de l'observatoire n'est même pas envisageable car elle impliquerait une cessation pratiquement complète de nos activités liées à une disposition permanente de moyens d'observations facilement accessibles. Nous sommes cependant conscients des réalités économiques : les moyens du Pic du Midi seront inévitablement réduits, le tourisme prendra une part importante de la vie du Pic du Midi. Le télescope de 1 mètre n'a pas de statut particulier dans l'Observatoire Midi-Pyrénées, il est juste reconnu comme un instrument «planétologique». Les profondes mutations de l'Observatoire Midi-Pyrénées nous ont donc incité à créer la Station de Planétologie des Pyrénées (S2P).

## 2. Instruments de la Station de Planétologie des Pyrénées

### *2.1. Le télescope de 1 mètre*

Le télescope de 1 mètre est principalement utilisé par P. Laques (OMP), J. Lecacheux (DESPA) et moi-même (BdL). Cette association hétéroclite a parfaitement fonctionné jusqu'à présent mais le départ à la retraite de P. Laques à la fin de cette année nous pose un réel problème car aucune personne de notre équipe n'appartiendra alors à l'OMP! L'équipe d'observateurs est petite mais les collaborations avec d'autres équipes sont nombreuses. Il n'est pas rare de travailler sur 3 ou 4 programmes différents



en une nuit. Par exemple mes travaux sur l'astrométrie des satellites ne nécessitent souvent qu'une heure d'observation pendant la nuit, j'utilise donc souvent le reste de la nuit pour d'autres programmes. Les domaines d'observations recouvrent ainsi la dynamique des atmosphères des planètes géantes, l'étude des calottes glaciaires de Mars, l'étude des anneaux de Saturne, les comètes, l'étude des courbes de lumières d'astéroïdes, la recherche de systèmes stellaires en formation...

### *2.2. Le télescope de 55 centimètres*

R. Peyturaux de l'IAP utilise un télescope de 55 centimètres au Pic du Midi pour des mesures de photométrie absolue. R. Peyturaux partant à la retraite, il désire nous céder son télescope pour qu'il continue à être utilisé. Avec une équipe du Collège de France nous désirons transformer ce télescope en télescope à grand champ. L'arrivée des nouvelles caméras CCD miniatures à technologie MPP permet de les placer directement au foyer primaire des télescopes. Nous pouvons ainsi obtenir un champ de un degré carré avec un télescope ouvert à F/3. Cette configuration très lumineuse permet d'atteindre la magnitude 23 avec un temps de pose d'une heure. Il devient ainsi possible de rechercher les objets de bande de Kuiper, une étude statistique permet d'espérer trouver quatre objets par champ dans ces conditions.

### *2.3. Le télescope Bernard Lyot*

Le télescope Bernard Lyot est un télescope national, nous continuerons à y effectuer une à deux missions d'observation par an. La mise à la disposition des observateurs d'une caméra infrarouge en 1995 en fera un instrument privilégié pour l'observation des satellites proches des planètes géantes.

## **2. Développements de la Station de Planétologie des Pyrénées**

La démarche de création de la S2P n'est pas celle d'un petit groupe égoïste, mais au contraire celle de l'ouverture d'un site d'observation exceptionnel à l'ensemble des planétologues. Nous pensons que le Pic ne peut survivre que s'il est soutenu par une grande communauté; il est donc nécessaire d'avoir une existence réelle reconnue par l'OMP, le DESPA et le BdL dans un premier temps et par de nombreux autres laboratoires par la suite. Il est à noter que cette création a été accueillie favorablement lors de sa présentation au colloque du PNP (Programme National de Planétologie) qui s'est tenu en juin dernier à Toulouse. La S2P est aussi bien accueillie par l'OMP qui désire développer un pôle de planétologie à Toulouse, le Pic du Midi deviendrait ainsi le site d'observation de ce pôle. Le but de la S2P est actuellement de fiabiliser l'instrumentation des télescopes afin de pouvoir augmenter le nombre d'observateurs, il faut savoir que le télescope de 1 mètre n'est utilisé que 40 % du temps!

## CAMPAGNE PHESAT95 : LES PRÉDICTIONS DES PHÉNOMÈNES DES SATELLITES DE SATURNE

W. Thuillot

### **Abstract**

The Earth and the Sun will pass through the Saturnian ring planes in 1995 and 1996. All around these dates, we can observe eclipses of the satellites by Saturn, mutual eclipses and mutual occultations. We have computed the predictions of these phenomena which may lead to very accurate astrometric measurements, helpful to improve the dynamical model of this system. These observations will also allow us to estimate some physical parameters such as the surface characteristics of the satellites. We organize an international campaign named PHESAT95 for the observation of the phenomena of the Saturnian satellites which occur from 1994 to 1996.

### **Introduction**

La Terre et le Soleil passent dans le plan des anneaux de Saturne tous les quinze ans. Nous entrons actuellement dans une de ces périodes particulières puisque ces passages se produiront en mai 1995, août 1995, février 1996 pour la Terre et en novembre 1995 pour le Soleil. C'est alors l'occasion de mener des observations rares puisque les anneaux de la planète et les orbites des satellites sont alors vus par la tranche. Ce sera donc une occasion précieuse de faire des mesures particulièrement utiles, à quelques années du lancement de la sonde CASSINI vers le système de Saturne. Ces différentes observations consisteront en des études de certaines structures des anneaux qui deviennent alors accessibles, des mesures astrométriques de petits satellites très près de la planète, la recherche de nouveaux satellites, et des mesures photométriques durant des phénomènes d'éclipses et d'occultations de satellites. Pour mener à bien ces observations deux campagnes internationales sont actuellement lancées, une campagne américaine

orientée principalement vers l'étude des anneaux et la campagne PHESAT95, que nous coordonnons, et qui est principalement orientée vers l'observation des éclipses des satellites par Saturne et celle de leurs phénomènes mutuels. Nous adaptons dans ce travail des méthodes de calcul, des méthodes d'observations, et des méthodes d'analyse que nous avons précédemment développées dans des campagnes similaires concernant le système des satellites galiléens de Jupiter.

## 1. Les prédictions des éclipses des satellites de Saturne

Au cours d'une révolution autour de la planète, les huit premiers satellites de Saturne présentent, pendant cette période particulière centrée sur 1995, des phénomènes analogues à ceux des satellites galiléens de Jupiter. On peut observer des passages de satellites sur la planète, des passages d'ombre, des occultations et des éclipses.

Ces éclipses par la planète, bien que présentant certaines difficultés liées à la proximité de la planète et à la brillance de son anneau, donnent l'occasion de mener des mesures astrométriques de précision. En effet, compte tenu de la vitesse tangentielle des satellites de Saturne qui va de 3 km/s pour Japet à 15 km/s pour Mimas, des mesures photométriques calées sur l'échelle du temps universel (à mieux que 1 seconde) pendant une éclipse par la planète qui peut durer de 30 s pour Mimas à 450 s pour Titan, correspondent donc à des mesures spatiales d'une précision de l'ordre de quelques centièmes de secondes de degré. On peut donc, d'une observation de phénomène, déduire une mesure de position de très bonne précision. Pour comparaison, les écarts standard obtenus sur de bonnes observations photographiques sont de l'ordre du dixième de seconde de degré (voir par exemple Vienne et Duriez, 1995). Le principal problème des observations de phénomènes est, cependant, celui de l'effet de l'atmosphère de Saturne, mais notre connaissance de sa structure a été notablement améliorée par les travaux récents liés à l'exploration spatiale et l'application d'une modélisation de ces effets doit permettre de réduire son influence.

En utilisant la théorie de Dourneau (1993), nous avons réalisé le calcul des dates de ces phénomènes dans le but de sélectionner les phénomènes se présentant dans les meilleures conditions. Nous avons ainsi calculé 3538 débuts et fins d'éclipses. Puis en sélectionnant les phénomènes se produisant à plus de 10 degrés de distance apparente du Soleil, plus de 1 degré de distance apparente de la Lune et plus de 5 secondes d'arc du bord de Saturne, nous avons obtenu 163 éclipses observables dans de bonnes conditions géocentriques pour un site de qualité moyenne. Un filtrage pour des conditions topocentriques déterminées limite encore ce nombre de phénomènes pour un site donné. La coordination d'un réseau d'observateurs peut permettre de réaliser cependant la majeure partie de ces observations. La table 1 donne une répartition de ces phénomènes par satellite.

## 2. Les prédictions de phénomènes mutuels

Pendant l'année 1995 et le début de l'année 1996, la Terre et le Soleil seront suffisamment proches des plans orbitaux des satellites pour permettre l'observation de phénomènes mutuels de ces satellites : éclipses et occultations de satellites les uns par les autres. Nous avons réalisé les calculs de ces phénomènes et trouvé que 980 phénomènes mutuels, incluant des phénomènes rasants, se produiront. En filtrant les phénomènes se produisant à une distance apparente du Soleil supérieure à 10 degrés et à une distance apparente de la Lune supérieure à 1 degré, en considérant de plus les phénomènes se déroulant à plus de 0.5 rayon de Saturne du bord de la planète et engendrant une chute de flux lumineux supérieure à 10%, le nombre de phénomènes mutuels bien observables devient 193. La table 2 donne la répartition par type de phénomènes et par satellite.

**Table 1.** Nombre d'éclipses calculées par satellite : (a) sans filtrage ; (b) en filtrant les éclipses se produisant à plus de  $10^\circ$  du Soleil,  $1^\circ$  de la Lune et  $5''$  du bord de Saturne.

Satellite	(a)	(b)	Commentaires
S1 Mimas	1492	-	: distance à Saturne $< 5''$
S2 Encelade	836	-	"
S3 Téthys	667	-	"
S4 Dioné	331	48	} 159 éclipses entre octobre 1994 et août 1996
S5 Rhéa	160	81	
S6 Titan	27	18	
S7 Hypérion	21	12	
S8 Japet	4	4	: en 1993
Total	3538	163	

### 3. Comparaison avec des observations anciennes

Dans le but d'évaluer la précision de ces prédictions nous avons recherché des observations anciennes d'éclipses et de phénomènes mutuels des satellites de Saturne. Probablement en raison de la difficulté à réaliser les observations des éclipses qui se déroulent souvent à quelques secondes de degré de la planète, et de celle du calcul des phénomènes mutuels, peu d'observations anciennes ont été réalisées. Ainsi nous avons étudié 24 observations d'éclipses réparties entre 1906 et 1977, toutes, sauf une, étant des observations visuelles de demi-éclat. Nous avons obtenu une précision de 90 secondes de temps (environ 0.15 seconde de degrés). Nous avons également étudié 14 observations de phénomènes mutuels, la plupart étant observés en 1979-1980. Nous avons obtenu la précision de 60 secondes de temps (environ 0.10 seconde de degrés).

### 4. Comparaison avec les premières observations de la période

Par ailleurs, nous avons récemment observé les premières éclipses de satellites par Saturne. Grâce à la technique de la photométrie CCD et à l'instrumentation développée ces dernières années au télescope de 1m du Pic du Midi (Colas, 1991) nous avons obtenu les premières courbes de lumière d'éclipses de satellites par Saturne (figure 1). Ce site et son instrumentation autorisent des observations dans des conditions exceptionnelles, ainsi la photométrie de ces phénomènes a été possible malgré une distance apparente du bord de la planète de quelques secondes de degré. La table 3 donne les résidus préliminaires obtenus, par la mesure du demi éclat et montre la cohérence avec les comparaisons aux observations anciennes.

**Table 2.** Nombre de phénomènes mutuels calculés par type (occultations de B par A et éclipses de B par A) et par satellite, donnés sous forme (a)/(b) ; (a) : sans filtrage ; (b) : en filtrant les phénomènes se déroulant à plus de 10° du Soleil, 1° de la Lune, 0.5 rayon de Saturne du bord de la planète et engendrant une chute de flux lumineux supérieure à 10%.

ECL. B :	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	Total
A :									
S1 Mimas	-	42/4	59/2	16/1	11/-	2/-	1/-	-	131/7
S2 Encelade	58/15	-	37/7	9/-	9/-	2/-	1/-	-	116/22
S3 Téthys	89/51	44/9	-	21/4	7/3	4/-	1/1	-	166/68
S4 Dioné	19/2	21/6	15/5	-	9/4	3/-	1/-	-	68/17
S5 Rhéa	10/2	8/2	10/3	9/4	-	2/-	-	-	39/11
S6 Titan	5/4	3/2	1/-	2/-	1/-	-	1/-	-	13/6
S7 Hypériorion	1/-	1/-	4/-	1/-	3/-	1/-	-	-	11/-
S8 Japet	-	-	-	-	-	-	1/-	-	1/-
Total	182/74	119/23	126/17	58/9	40/7	14/-	6/1	-	545/131
OCC. B :									
S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S	Total	
A :									
S1 Mimas	-	41/7	18/1	18/2	9/-	2/-	-	-	88/10
S2 Encelade	41/6	-	37/5	12/2	9/-	1/-	2/-	-	102/13
S3 Téthys	16/3	35/5	-	26/5	13/3	2/-	2/-	-	94/16
S4 Dioné	19/2	31/8	17/3	-	11/4	6/-	3/-	-	87/17
S5 Rhéa	11/-	10/-	10/3	12/3	-	2/-	-	-	45/6
S6 Titan	3/-	3/-	3/-	1/-	2/-	-	1/-	-	13/-
S7 Hypériorion	1/-	1/-	1/-	-	2/-	1/-	-	-	6/-
S8 Japet	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Total	91/11	121/20	86/12	69/12	46/7	14/-	8/-	-	435/62

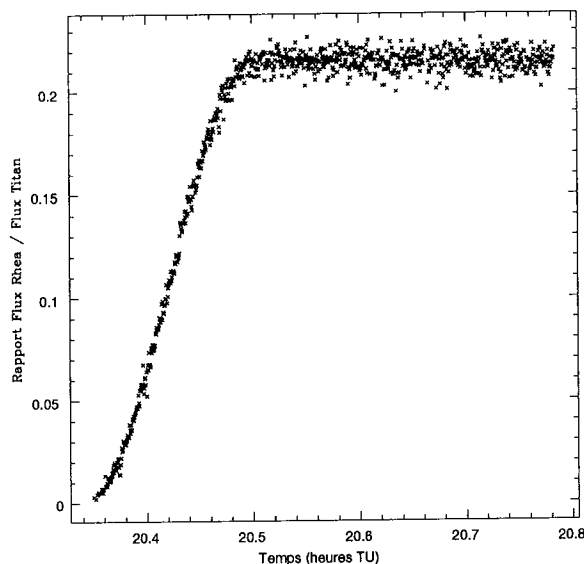
**Table 3.** Résidus préliminaires obtenus lors d'observations CCD récentes d'éclipses réalisées au télescope de 1m du Pic du Midi (Observateurs : F. Colas, P. Laques, W. Thuillot, C.H. Veiga)

Phénomène	Date	O-Cl (s)	bord de Saturne "
5 ECD	15/11/1994	- 44	3
5 ECF	15/11/1994	7	7
4 ECF	16/11/1994	0	5

## Conclusion

Quelques années avant l'arrivée de la sonde CASSINI dans le système de Saturne, nous avons l'occasion

entre 1994 et 1996, de réaliser des observations exceptionnelles, celles des phénomènes des satellites de Saturne. Nous avons récemment calculé les prédictions de ces événements. Ce travail a permis de sélectionner les phénomènes les mieux observables et de lancer une campagne internationale d'observation, la campagne PHESAT95. Cette campagne doit permettre de constituer ainsi une base de données astrométriques de haute précision qui sera utilisée pour l'amélioration du modèle dynamique des satellites de Saturne, et certainement d'en déduire certains paramètres physiques. L'ensemble de ces prédictions a été mis à la disposition de la communauté scientifique internationale sur le serveur anonyme du laboratoire ftp.bdl.fr sous le répertoire phesat95.



**Figure 1.** – Observation CCD de la fin d'éclipse de Rhéa du 15/11/1994 réalisée au télescope de 1m du Pic du Midi. L'écart trouvé entre observation et prédiction pour la date du milieu d'éclipse (50% de chute de flux) est de 7 secondes de temps.

## Références

- Arlot, J.-E., Thuillot, W. : 1993, Eclipses and mutual events of the first eight Saturnian satellites during the 1993-1995 period, *Icarus* **105**
- Colas, F. : 1991, Nouvelles observations CCD astrométriques : application au mouvement du satellite Thébé de Jupiter, Thèse, Observatoire de Paris.
- Dourneau, G. : 1993, Observations et études du mouvement des huit premiers satellites de Saturne, *Astron. Astrophys.* **267**, 292
- Vienne, A., Duriez, L. : 1995, TASS1.6 : Ephemerides of the major Saturnian satellites, *Astron. Astrophys.* (à paraître)



## ORGANISATION DE LA CAMPAGNE PHESAT95 D'OBSERVATION DES PHÉNOMÈNES DES SATELLITES DE SATURNE

J.-E. Arlot

### Introduction

En 1995 et 1996, le Soleil et la Terre vont passer dans le plan des anneaux de Saturne. Le plan est également celui des orbites des 7 premiers satellites de Saturne et ainsi, des occultations et éclipses mutuels entre les satellites eux-mêmes vont se produire, en plus des phénomènes classiques engendrés par la planète elle-même. Si les éclipses par Saturne s'étalent de 1992 à 1998, les phénomènes mutuels, eux, ne se produisent qu'en 1995 et 1996. La figure 1 donne la répartition des phénomènes mutuels sur cette période en regard des déclinaisons planétocentriques de la Terre et du Soleil.

### 1. Les phénomènes et leur observation

Tous les phénomènes qui vont se produire ne présentent ni le même intérêt, ni la même difficulté à observer et il est important d'effectuer un tri et de répartir les observations selon les sites et les instruments disponibles. Il est à noter que, par définition, un phénomène a lieu à une date précise et que, pour l'observer, il faut que Saturne et ses satellites soient au-dessus de l'horizon et que le Soleil ne soit pas gênant (c'est à dire suffisamment bas sous l'horizon). Un phénomène donné n'est donc observable que depuis quelques sites et, pour les phénomènes les plus intéressants, le maximum de sites doit être prêt à observer, principalement pour limiter les aléas de la météorologie et aussi pour lever d'éventuelles ambiguïtés apparaissant dans telle ou telle observation.

On peut distinguer trois types de phénomènes :



— les éclipses par la planète Saturne, assez difficiles à observer du fait de la proximité de Saturne et de ses anneaux : pour observer ces phénomènes, il faudra privilégier l'emploi du CCD dans de très bons sites car le photomètre photo électrique habituellement utilisé pour ces phénomènes serait ébloui par Saturne.

— les passages des satellites et de leur ombre devant Saturne et les occultations par Saturne ; ces phénomènes présentent un intérêt de curiosité plutôt que scientifique. Les passages de l'ombre de Titan sur le disque de Saturne pourraient peut-être être surveillé en imagerie afin de détecter un effet de refroidissement sur l'atmosphère de Saturne. Toujours est-il qu'un tel passage sera spectaculaire à observer et cette observation est particulièrement destinée aux astronomes amateurs et aux curieux du ciel.

— les phénomènes mutuels ; ils sont plus rares mais plus intéressants car les satellites sont dépourvus d'atmosphère (sauf Titan). Il y en a de deux types : les occultations et les éclipses mutuelles. La table 1 répartit ces phénomènes selon leur difficulté d'observation et la figure 1 donne leur répartition dans le temps. Ces phénomènes peuvent être enregistrés à l'aide d'un photomètre photo électrique pour ceux qui sont rapides (d'une durée inférieure à 2 minutes) et loin de Saturne, mais l'observation CCD sera souvent préférable comme pour les éclipses par Saturne, principalement pour les phénomènes longs. La cible du CCD permettra d'enregistrer simultanément un autre satellite comme référence. En effet, si le petit champ du système de Saturne est peu favorable à l'utilisation du photomètre photo électrique (il faut isoler un satellite dans un diaphragme de 5 à 10 secondes de degré), il est par contre favorable à l'utilisation du CCD qui a au moins un champ de 2 minutes d'arc, ce qui permet d'observer plusieurs satellites simultanément. Il est cependant conseillé d'enregistrer seulement les zones intéressantes du champ afin de limiter le volume des données à stocker et d'accélérer le processus (on augmentera ainsi la résolution temporelle).

**Table 1.** Répartition des phénomènes mutuels selon la difficulté d'observation

Distance à Saturne	Grandeur		
	< 15%	de 15% à 50%	de 50% à 100%
< 5''	27	9	9
de 5 à 10''	27	31	5
de 10 à 25''	69	44	44
+de 25''	29	30	5

## 2. La préparation des observateurs

Du fait de la nécessité d'un grand nombre de sites prêts à observer simultanément, il faut disposer d'observateurs en nombre suffisant. Ainsi, la majorité de ceux-ci ne sera pas vraiment habituée à effectuer ce type d'observation. Afin de les sensibiliser aux difficultés et aussi aux résultats que l'on pourra en déduire, nous avons organisé une réunion à Bucarest (Roumanie) en septembre dernier afin de mobiliser des observateurs sur tous les continents. Nous envisageons également la distribution de notes techniques durant le déroulement de la campagne. Cette campagne a d'ailleurs déjà commencé mais la période la plus chargée est la période allant de mai 1995 à février 1996. Il est à noter que la magnitude des objets observés limite le nombre de sites potentiels par rapport à ceux utilisés lors des campagnes d'observation des phénomènes des satellites de Jupiter. La table 2 donne les sites qui devraient être disponibles pour la

campagne. On y indique le nombre de phénomènes mutuels suivi du nombre d'éclipses. On a considéré seulement les phénomènes observables facilement (chute en flux supérieure à 15% ; bord de Saturne à plus de 5'' ; Saturne à plus de 15° au-dessus de l'horizon, Soleil à plus de 5° sous l'horizon).

**Table 2.** Nombre de phénomènes facilement observables

	Phénomènes mutuels	Éclipses
Pic du Midi	43	20
Barcelona	42	21
Teneriffe	42	26
Kavalur	40	29
Bucarest	38	23
Catania	37	24
Berlin	36	16
Kiev	36	20
Siding Spring	31	35
Pulkovo	30	15
Rio de Janeiro	29	30
ESO, La Silla	28	34
Mitaka, Tokyo	27	33
Flagstaff	25	28
Hawaï	24	45

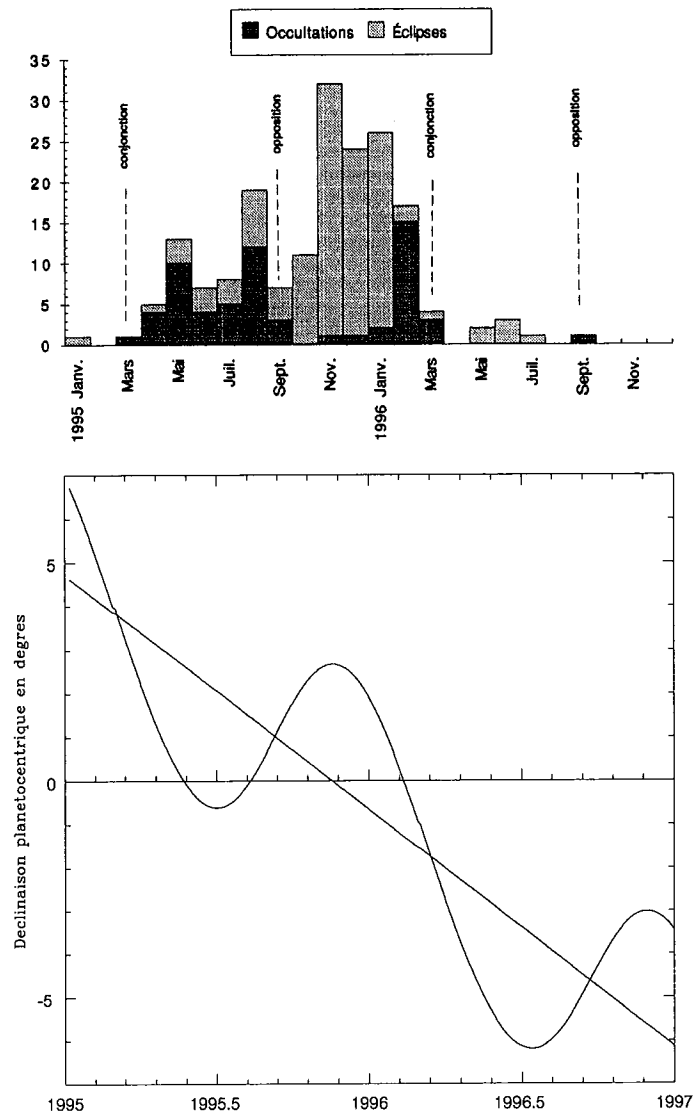
Les observateurs disposent d'une documentation en ligne accessible via FTP anonyme : on y trouve les fichiers contenant des listes de phénomènes, des notes techniques, les comptes rendus de la réunion de Bucarest et des logiciels pour PC permettant le choix des phénomènes et le calcul des conditions locales.

### 3. La collecte des données

Les observateurs doivent être particulièrement bien informés sur les données qu'ils doivent recueillir, en particulier pour pouvoir effectuer calibration, réduction et exploitation dans les meilleures conditions. Certaines informations ne pourront pas être obtenues après le moment du phénomène. En particulier, la datation en Temps Universel doit se faire à 0.1 seconde pour pouvoir utiliser ces données pour l'amélioration des éphémérides des satellites. Toutes les données seront, dans la mesure du possible, transférées via Internet mais l'usage des disquettes sera cependant possible. La réduction pourra éventuellement être faite par les observateurs eux-mêmes s'ils disposent des moyens nécessaires.

### Conclusion

La période de 1995-1996 est particulièrement favorable à l'observation des phénomènes des satellites de Saturne : c'est durant l'opposition de Saturne et du Soleil que les meilleurs phénomènes vont se produire. En 1980, lors du précédent passage de la Terre dans le plan équatorial de Saturne, seuls 8 phénomènes mutuels ont été observés mais l'intérêt de ces observations justifie l'effort entrepris en 1995 ; les progrès réalisés en 15 ans tant sur l'amélioration des récepteurs que sur la préparation des observations nous permettent d'envisager une moisson de données.



**Figure 1.** Répartition des éclipses et occultations mutuelles (en haut) vis à vis des courbes des déclinaisons saturnocentriques (en bas) de la Terre (ligne droite) et du Soleil (ligne courbe).

# ASTROMÉTRIE DE HAUTE PRÉCISION, DYNAMIQUE ET PLANÉTOLOGIE

P. Descamps

## 1. Introduction

Le but de cet article est de montrer en quoi la recherche de la très haute précision dans l'astrométrie des satellites de planètes est d'une importance capitale dans la compréhension de certains phénomènes dynamiques et physiques en jeu parmi ces corps.

Les principales méthodes d'observation des positions des satellites de planètes sont les observations d'éclipses par la planète, les observations photographiques, les observations CCD et les observations de phénomènes mutuels. Les techniques les plus couramment utilisées (photo et CCD) ne permettent au mieux qu'une précision comprise entre 0.03 et 0.1 seconde d'arc.

Le seul type d'observation qui peut réellement permettre d'atteindre des précisions astrométriques de l'ordre du millième de seconde d'arc (1 mas) sont les phénomènes mutuels des systèmes de satellites. En effet, lors de ces phénomènes, la vitesse relative des satellites s'occultant ou s'éclipsant est de l'ordre de 20km/s. C'est-à-dire qu'avec un échantillonnage en temps de 1/10ème de seconde, il est théoriquement possible d'atteindre une précision de quelques kilomètres. Pour cela, il est bien sur tout à fait nécessaire de disposer de très bonnes observations mais également d'un très bon modèle des effets photométriques de surface (Descamps, 1992). À ce niveau de précision, il convient dès lors de quantifier certains effets astrométriques faibles jusqu'ici non pris en considération.

## 2. Évaluation des effets astrométriques faibles

Deux effets astrométriques faibles ne sont pas pris en compte dans la réduction actuelle des courbes de lumière de phénomènes mutuels: l'effet de parallaxe et la déviation relativiste des rayons lumineux nous provenant des satellites galiléens due à Jupiter.

### *2.1. Effet de la parallaxe horizontale*

Actuellement, on considère que la réduction des observations se fait dans un référentiel géocentrique, c'est-à-dire que l'on ne tient pas compte de la position de l'observateur à la surface de la Terre. De ce fait, on commet donc une certaine erreur dont la valeur maximale peut être calculée comme indiqué sur la figure 1 à l'aide de la relation suivante:

$$\frac{\omega}{\alpha} = \frac{d}{\delta} \implies \omega \leq 9 \text{ mas}$$

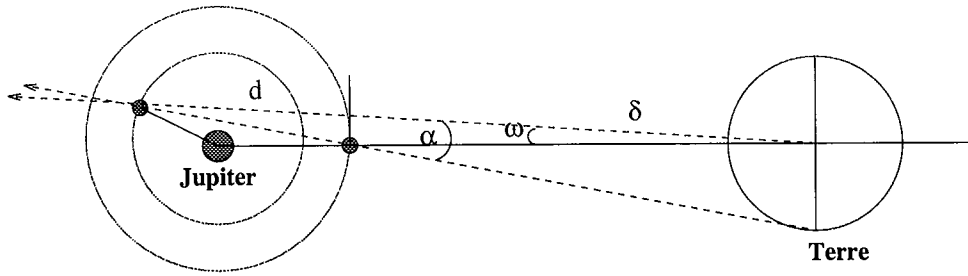


FIG. 1 - Effet de la parallaxe horizontale

## 2.2. Déviation relativiste de la lumière

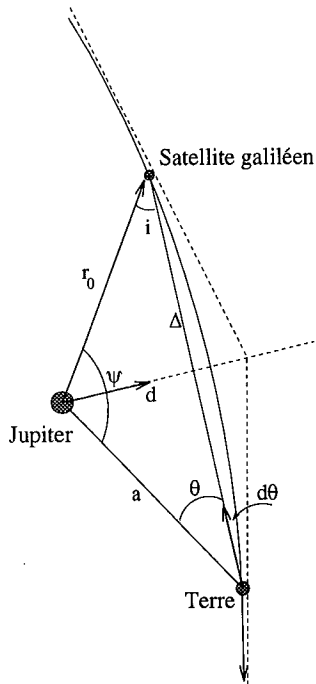


Figure 1bis: Déviation relativiste

Un autre effet faible tient à la déviation relativiste de la lumière due à Jupiter. Elle peut être calculée à l'aide de la relation obtenue par D.Hestroffer (1994) dans sa thèse dans le cas d'un corps situé à une distance finie.

$$d\theta = 2 \frac{m}{a} \frac{\sin\psi}{(1 + \cos\psi)}$$

Dans cette relation,  $m$  est le rayon relativiste de Jupiter (soit  $1.4m$ ),  $a$  est la distance Terre-Jupiter, et  $\Psi$  l'angle entre les directions Jupiter-Terre et Jupiter-satellite ainsi qu'il est indiqué sur la figure 1bis. En se plaçant dans le cas le plus favorable, c'est-à-dire pour Callisto, satellite galiléen situé le plus loin de Jupiter, et dans le cas où sa lumière vient tangenter le limbe de Jupiter ( $r_0 = 26.3R_{Jup}$ ,  $\Psi = 178^\circ$ ). Dans ce cas, la déviation maximale obtenue est très faible, elle est de l'ordre du rayon relativiste de la planète:

$$\Rightarrow d\theta \leq 0.06 \text{ mas}$$

Seul, dans la perspective d'une précision astrométrique de l'ordre du mas, l'effet de parallaxe mérite d'être retenu lors de la réduction des observations de courbes de lumière de phénomènes mutuels. Cet effet n'est de plus sensible que dans le cas des satellites galiléens de Jupiter qui sont relativement plus proche de la Terre que les satellites des autres grosses planètes telles que Saturne ou Uranus.

## 3. Astrométrie de haute précision et dynamique

### 3.1. Évolution orbitale

Les systèmes de satellites des grosses planètes présentent entre-eux de nombreuses résonances et quasi-résonances. Ces résonances alliées aux intenses effets de marées induits par la planète mère créent alors une excentricité forcée dans les orbites de ces satellites. C'est notamment le cas des satellites galiléens Io et Europe et des satellites de Saturne Mimas et Encelade. Cette excentricité forcée va alors engendrer une micro accélération séculaire du satellite sur sa trajectoire et donc un décalage en longitude qui, au bout d'un certain temps  $t$  s'exprime par:

$$\Delta l = 0.5 \left( \frac{dn}{dt} \right) t^2$$

où  $\frac{dn}{dt}$  est l'accélération séculaire du satellite.

Une telle accélération  $a$ , jusqu'à présent, été mesurée pour seulement deux satellites par l'ajustement d'un terme en  $t^2$  dans les modèles dynamiques: Io et Mimas. Les décalages alors induits sur la durée pour laquelle on dispose d'observations de ces satellites sont:

Io: 180 km/ 300 ans (Lieske, 1987)  
 Mimas: 330 km/ 100 ans (Dourneau, 1987)  
 Mimas:  $\leq 100$  km/ 100ans (Sarlat, 1992)

Le décalage en longitude pour Io correspond à 0.07 arcsec, c'est-à-dire que l'on est à la limite de la précision des observations qu'a utilisé Lieske pour sa détermination. En conséquence si on dispose d'observations de très haute précision, on pourra alors procéder à l'ajustement d'un terme séculaire sur une durée plus courte, évitant ainsi les problèmes liés aux observations anciennes.

En ce qui concerne la supposée accélération de Mimas, Duriez et Vienne (1991) montrèrent à travers leur nouvelle théorie que cette accélération provenait tout simplement de l'absence de certains termes à longue période dans les précédents modèles dynamiques. L'ajustement d'une parabole sur les séries de termes à longue période nouvellement introduits et représentant la longitude moyenne permis de retrouver la valeur de l'accélération de Dourneau. De plus Sarlat (1992) vint confirmer ce résultat en donnant une borne supérieure, bien inférieure à la valeur de Dourneau, à l'accélération de Mimas à partir de considérations sur le taux de dissipation minimum possible dans l'intérieur de Saturne.

En fait ces déterminations doivent être remises en causes car elles sont basées sur l'ajustement de modèles dynamiques dans lesquels les effets relativistes ne sont pas considérés.

### 3.2 Effets dynamiques relativistes

Aux difficultés inhérentes à la détermination de l'accélération séculaire vient s'ajouter un effet linéaire relativiste à long terme provenant de l'avance du péricentre. Cette avance du péricentre sur une période orbitale est donnée par la formule approchée classique:

$$\delta\tilde{\omega} = 6\pi\left(\frac{m}{a}\right)$$

où  $a$  est le demi-grand axe de l'orbite du satellite et  $m$  le rayon relativiste de la planète mère donné par  $m = GM/c^2$ . Ainsi, pour Jupiter, dont le rayon relativiste est de 1.4m, on a une avance du périjove de Io de 5.2km/an et pour Saturne dont le rayon relativiste est de 0.42m, l'avance du pericentre de Mimas atteint 3.1km/an. Si l'on compare cet effet, sur des intervalles de temps semblables aux durées pour lesquelles on dispose d'observations, à l'effet engendré par l'existence d'une accélération du moyen mouvement, on constate qu'ils peuvent être du même ordre de grandeur voire bien supérieurs pour l'avance relativiste du péricentre.

Or les modèles dynamiques actuels ne prennent pas encore en compte les corrections relativistes considérées comme négligeables devant la précision des observations.

## 4. Astrométrie de haute précision et planétologie

### 4.1. Évolution orbitale et géophysique des satellites

L'existence d'accélération séculaires a pour conséquence physique directe d'induire une dissipation d'énergie plus ou moins importante à l'intérieur des corps. La manifestation la plus spectaculaire de ceci est la formidable activité volcanique de Io. De manière générale, les corps présentant une accélération en moyen mouvement substantielle présenteront également en surface des traces physique de ces formidables énergies dissipées en leur sein.

Mimas, jadis soupçonné d'avoir une accélération séculaire importante présente en fait une surface fortement cratérisée (figure 2) n'ayant donc subie aucune modification depuis sa formation. Ceci est donc la marque d'une absence totale de toute source interne d'énergie. À l'inverse, Encelade, qui est en résonance 1:2 avec Dione, révèle une surface contrastée avec de nombreux terrains très jeunes, marque

d'un volcanisme d'eau peut-être encore actif. Certains faits permettent de le penser, notamment la forte densité de matière présente tout le long de l'orbite d'Encelade évoluant au sein de l'anneau E. Des calculs montrent que la durée de vie de ces particules est inférieure à 100000 ans. Il est donc nécessaire qu'un mécanisme de régénérescence existe. Il pourrait être alors lié à la production de matière en provenance d'Encelade.

La connaissance des accélérations séculaires qui permet aussi d'avoir accès à l'évolution des résonances est donc un élément important de la compréhension de la physique des corps. Elle permettrait aussi de trancher entre les différents types d'évolution qui sont proposés pour interpréter le volcanisme de Io. C'est-à-dire, sommes-nous en présence d'une évolution monotone hors de la résonance avec Europe tendant donc vers une extinction de toute activité volcanique sur Io ou plutôt avons-nous affaire à un volcanisme épisodique?

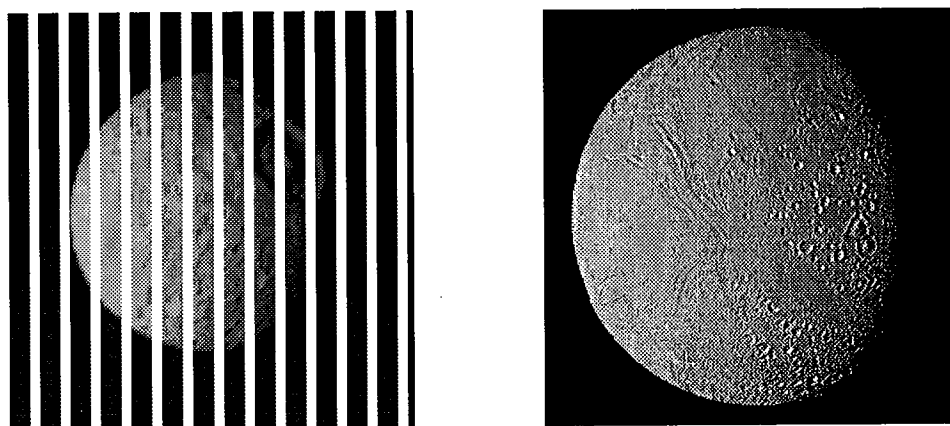


FIG. 2 - Images Voyager de Mimas et d'Encelade

#### 4.2. Détermination des paramètres de surface

Ainsi que cela a été déjà dit en introduction, l'obtention de la pleine précision astrométrique d'une observation de phénomène mutuel nécessite une modélisation aussi précise que possible des effets locaux et globaux de la diffusion de la lumière solaire par les surfaces des corps. En particulier, ceci se fait à l'aide de paramètres dit "de surface" qui renvoient aux propriétés physiques des couches superficielles concernées (albédo, porosité, rugosité, type et forme des particules du régolithe...).

Dans le cas des satellites galiléens, nombre de ces paramètres étaient déjà connus à partir d'observations terrestres et d'observations "in situ" réparties sur une large gamme d'angles de phase. Cependant, la méthode basée sur l'ajustement de ces paramètres aux observations de phénomènes mutuels a prouvé sa capacité non seulement à déterminer certains de ces paramètres mais aussi s'est révélée être la seule méthode terrestre à être capable de mesurer la rugosité macroscopique des surfaces sans l'aide d'observations à grand angle de phase (rappelons que, depuis la Terre, l'angle de phase maximum pour Jupiter est de  $11^\circ$ ).

Ceci va se révéler particulièrement intéressant dans le cas des satellites de Saturne qui présenteront eux aussi des phénomènes mutuels en 1995 (Thuillot, 1994 et Arlot, 1994) et pour lesquels relativement peu de paramètres de surface sont connus du fait d'un survol limité de ces satellites par les sondes spatiales Voyager.

#### 4.3. Volcans de Io

Un autre apport important de l'astrométrie à la planétologie concerne l'étude et le suivi temporel des volcans de Io. Ces volcans, qui sont à l'échelle du satellite des sources ponctuelles chaudes, représentent l'essentiel de l'émission infrarouge de Io. Il est donc tout à fait judicieux de chercher à observer les occultations de Io par d'autres satellites galiléens dans les bandes de l'infrarouge proche. Ce type d'observation permet alors de détecter et de localiser les volcans actifs mais également d'en donner leurs caractéristiques physiques (température, dimensions, carte tomographique).

La figure 3 représente l'observation infrarouge de l'occultation de Io par Europe du 6 mars 1991 faite par Spencer et al. (1994) ainsi que la configuration géométrique correspondante (le mouvement

s'effectue de l'est vers l'ouest). En dessous sont tracées les courbes modèles obtenues pour différentes valeurs du paramètre d'impact, c'est-à-dire de la distance Io-Europe, et sur la base d'une modélisation des paramètres physiques des volcans visibles à ce moment, obtenus à partir d'une observation antérieure (Descamps et al., 1992). La courbe en traits pleins correspond à la configuration géométrique théorique prédite à partir de l'éphéméride G5 où le volcan Loki apparaît en occultation rasante. L'observation ne montre aucune variation brusque en flux correspondant à la disparition de Loki derrière le disque d'Europe. Par contre, l'occultation d'un autre volcan connu sous le nom de Pelé est nettement visible. Ceci nous indique immédiatement que le paramètre d'impact réel est beaucoup plus grand que celui prédit. Ce type d'observation permet donc de réaliser une astrométrie de haute précision.

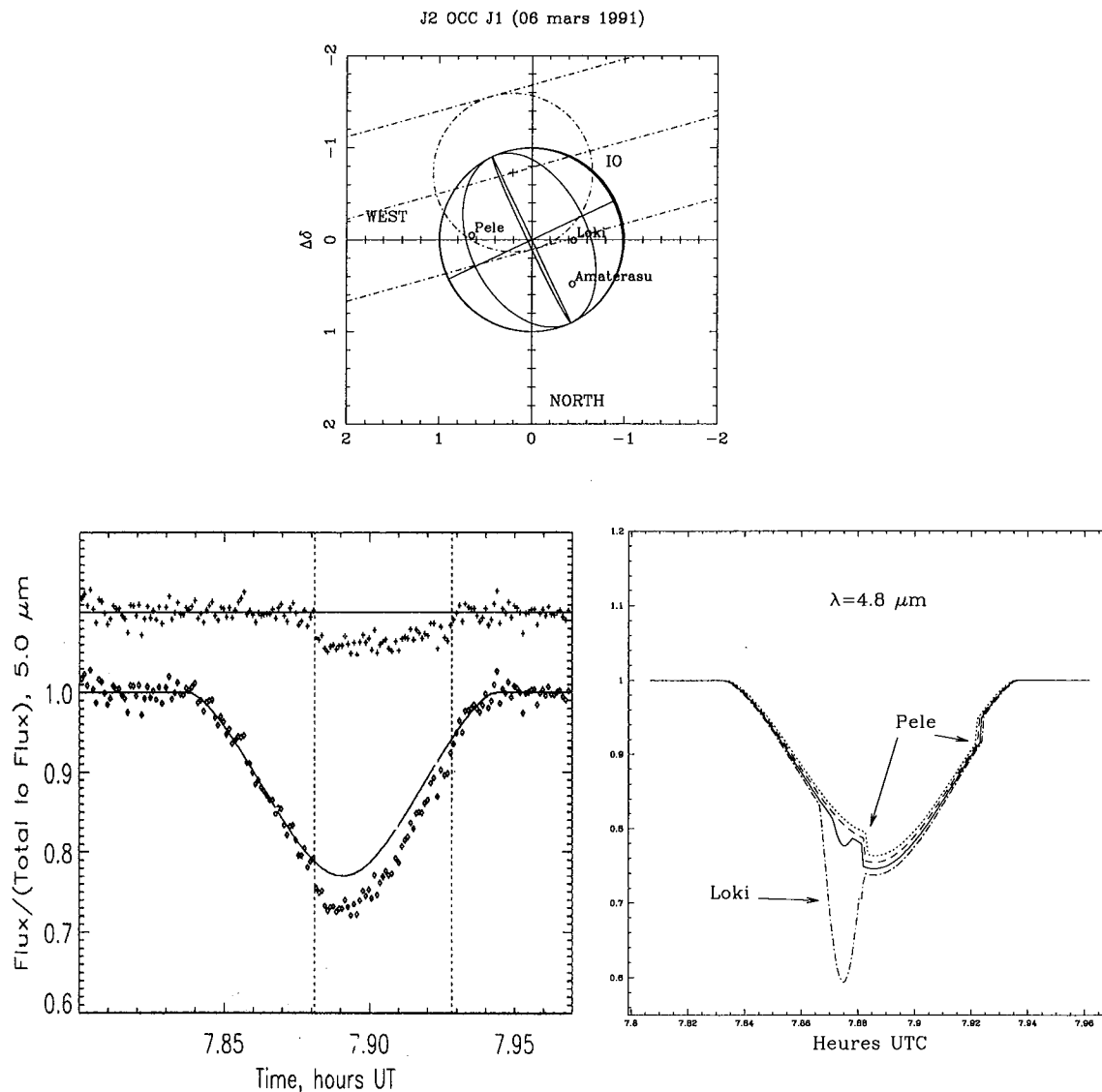


FIG. 3 - Occultation de Io par Europe le 06 mars 1991. Les différentes courbes modèles sont obtenues pour des paramètres d'impact variant de 50km d'une courbe à l'autre. La configuration géométrique du phénomène est présentée à l'instant du minimum de distance. Europe et sa trajectoire relative sont en traits pointillés.



## 5. Conclusion

Tant dans la connaissance de la dynamique des satellites naturels que dans la connaissance de leur physique (volcans de Io, chauffage d'Encelade, ...), il apparaît que la recherche de la très haute précision dans l'astrométrie de ces corps revêt une importance capitale. Actuellement, les meilleures observations astrométriques, hors phénomènes mutuels, permettent des précisions de l'ordre du 0.01 arcsec. Il s'agit en fait de gagner un facteur 10 en précision et l'observation des phénomènes mutuels permet ceci. Cependant, cette amélioration n'est possible que si l'on dispose d'une modélisation adéquate de la diffusion de la lumière solaire par les surfaces des satellites. Du point de vue pratique, cela exige aussi que la résolution en temps des mesures photométriques soit comprise entre 0.1 et 1s et que la chute en magnitude observée soit parfaitement calibrée à 0.1 magnitude près.

## Références

- Arlot, J.-E.: 1994, *Organisation de la campagne PHESAT95 d'observation des phénomènes des satellites de Saturne*. Journées scientifiques du Bureau des longitudes 1994.
- Descamps, P.: 1992, *Les effets de surface dans la réduction des observations de phénomènes mutuels des satellites de planètes*. Journées scientifiques du Bureau des longitudes 1992, 37-42.
- Descamps, P., Arlot, J.-E. and Thuillot, W.: 1992, Observation of the volcanoes of Io, Loki and Pele, made in 1991 at ESO during an occultation by Europa *Icarus*, **100**, 235-244.
- Dourneau, G.: 1987, *Observations et Études du mouvement des huit premiers satellites de Saturne*. PhD thesis, Université de Bordeaux.
- Duriez, L. and Vienne, A.: 1991, A general theory of motion for the eight major satellites of Saturn I: Equations and method of resolution. *Astron. Astrophys.*, **243**, 263-275.
- Hestroffer, D.: 1994, *Astrométrie et photométrie des astéroïdes observés par Hipparcos. Apport à l'élaboration d'un système de référence dynamique* PhD thesis, Observatoire de Paris.
- Lieske, J.H.: 1987, Galilean satellite evolution: Observational evidence for secular change in the mean motion. *Astron. Astrophys.* , **176**, 146-158.
- Sarlat, J.M.: 1992, *Perturbation des éléments orbitaux d'un satellite sous l'effet des marées*. Stage de DEA, Observatoire de Paris.
- Spencer, J.R., Clark B.E., Woodney L.M., Sinton W.M. and Toomey D.: 1994, Io hot spots in 1991: Results from Europa Occultation photometry and infrared imaging *Icarus*, **107**, 195-208.
- Thuillot, W. 1994. Campagne PHESAT95: Les prédictions des phénomènes des satellites de Saturne Journées scientifiques du Bureau des longitudes 1994.

# LES PRÉDICTIONS D'OCCULTATIONS ET DE RAPPROCHEMENTS D'ÉTOILES

J. Berthier

## 1. Intérêt des observations d'occultations d'étoiles

Les observations du mouvement apparent des planètes et des astéroïdes relativement à un champ d'étoiles possèdent de nombreuses applications telles que la détermination des erreurs systématiques des catalogues (en positions) et de leur système de référence associé (positions de l'équinoxe et de l'équateur), la construction d'un système de référence dynamique (basé sur le mouvement des astéroïdes par exemple), ou la comparaison directe entre systèmes de référence (dynamique, extragalactique, ...). De plus, ces observations sont d'une très grande précision astrométrique (quelques  $0.01''$  de degrés), et fournissent des renseignements d'ordre planétologique uniques, tels que la structure, la forme, la dimension ou l'environnement de l'astéroïde, données inaccessibles par l'observation directe.

Malheureusement, il existe certaines limites restreignant actuellement l'exploitation complète de ce type d'observations. En effet, la magnitude faible des astéroïdes (souvent supérieure à 11) impose leur observation à l'opposition et implique une corrélation importante entre les paramètres mesurés. La distribution limitée des astéroïdes à une bande proche de l'écliptique (environ  $\pm 30$  degrés) ne permet qu'une faible couverture de la sphère céleste et le faible nombre d'observations implique l'utilisation de vieilles observations souvent peu précises. Enfin, l'imprécision actuelle des prédictions d'occultations limite considérablement la réalisation de ce type d'observation.

## 2. État actuel des observations et prédictions d'occultations

### 2.1. Les observations

A l'heure actuel, un faible nombre des observations réalisées présente une occultation : on assiste plus généralement à un passage rapproché entre l'astéroïde et l'étoile, ce qui n'est pas une perte en soi puisque

la réduction astrométrique d'un tel phénomène peut apporter une amélioration de la connaissance de l'orbite de l'astéroïde (ou de la position de l'étoile). Ce nombre d'observations est faible car le nombre de phénomènes observables (c'est à dire lorsque la bande de visibilité du phénomène passe par un observatoire) est petit (une dizaine par mois répartis sur le globe terrestre), auquel vient s'ajouter l'imprécision des prédictions et parfois le découragement des observateurs. De plus, une exploitation complète des observations d'occultations nécessite des observations multiples (en différents lieux sur la bande de visibilité) d'un même phénomène. De ce fait, il est important que ces observations se fassent dans un cadre international. Pour cela, il existe actuellement deux associations coordonnant et regroupant les observations d'occultations sur un plan international. Il s'agit de l'association EAON (European Asteroidal Occultation Network) dirigé par E. Goffin, qui assure la couverture européenne des observations, et de l'association IOTA (International Occultation Timing Association) dirigée par D.W. Dunham, qui assure la couverture pour le reste du monde.

### 2.2. Les prédictions

Jusqu'à présent, les prédictions d'occultations sont calculées et diffusées par les deux organismes cités précédemment. Ils proposent les phénomènes majeurs annuels, sélectionnés par divers critères (visibilité, importance de l'astéroïde) et concernant des étoiles tirées de divers catalogue (PPM, GSC, DM, Lick). Leur précision est de  $720 * \rho$  km, avec  $\rho$  la distance géocentrique en UA de l'astéroïde.

Je suis maintenant en mesure de fournir des prédictions d'occultations, mettant en jeux les astéroïdes de la ceinture principale, les planètes, les satellites naturels de Jupiter et Saturne et les étoiles du PPM et du HIC (Hipparcos Input Catalog). Ces prédictions sont comparables à celles fournies par EAON et IOTA, mais présentent des différences systématiques allant de quelques secondes à 10 ou 15 minutes sur l'instant du minimum de distance, soit inférieures à une seconde de degrés en position. Ces différences proviennent des écarts entre les sources utilisées dans les calculs d'éphémérides et des modèles utilisés. Une estimation de la précision sur le calcul de la ligne de centralité est  $600 * \rho$  km, avec  $\rho$  en UA.

## 3. Amélioration des prédictions

Cette précision est conditionnée par la précision des éphémérides des astéroïdes ( $\leq 0.5''$ ) et des étoiles ( $\leq 0.3''$  pour le PPM), et par des erreurs numériques d'arrondis du modèle développé (considérées comme négligeables). Il est donc nécessaire pour améliorer les prédictions d'obtenir avec une plus grande précision des éphémérides des astéroïdes (planètes, satellites) et des étoiles. Pour cela, il existe deux solutions. La première consiste à accroître la précision des éléments osculateurs des astéroïdes par le biais d'observations (corrections des conditions initiales par interpolation/extrapolation à partir des observations) ainsi que d'accroître la précision des positions et vitesses des étoiles sur la sphère céleste. Mais ceci exige des années d'observations et ne peut être réalisé à courte échéance. La deuxième solution consiste à réaliser juste avant un phénomène (quelques jours à un mois) des observations dites de *dernière minute*. Cela permet d'améliorer les positions relatives de l'astéroïde et de l'étoile, d'une manière locale, et le calcul de nouvelles prédictions plus précises. En revanche, cette méthode nécessite des moyens humains (pour observer) et en matériel (méridienne, télescope à grand champ) important, et ne peut se concevoir que dans le cadre d'une collaboration internationale. C'est ce que proposent déjà les organisations EAON et IOTA, en coordonnant des observations dites de *dernière minute* pour l'amélioration des prédictions de phénomènes futurs.

## 4. Applications pratiques

Au-delà du caractère spécialisé des occultations d'étoiles par les astéroïdes, il existe une demande sans cesse croissante de prédictions de phénomènes du même type mettant en jeu d'autre corps célestes, ou dans une optique différente. C'est le cas du projet SAX (mission spatiale italienne d'observation en

rayon X) ; le Bureau des longitudes a été sollicité pour calculer une table "d'obscuration", contenant les rapprochements de corps du système solaire (planètes, satellites, astéroïdes et comètes) avec les étoiles du catalogue SAX (établi par le CDS pour les besoins de la mission) pour la période 1996-1999. C'est le cas de l'occultation de la source infra-rouge T-Tauri par la Lune du 16 déc. 94, pour laquelle j'ai été amené à calculer les conditions astrométriques d'observation au CFH du phénomène (dates d'immersion et d'émersion de l'étoile).

Ainsi, face à cette demande, et face à l'impact capital des astéroïdes dans le perfectionnement de la connaissance scientifique de notre système solaire, il est nécessaire de continuer l'effort de développement de l'observation des astéroïdes (astrométrie, photométrie), et de poursuivre la mise en place des programmes d'observations dites de dernière minute pour l'amélioration des prédictions de phénomènes.

## Références

- Berthier, J.: 1992, Rapprochements et occultations entre étoiles et astéroïdes. *Notes Scientifiques et techniques du Bureau des longitudes* **S038**, 1992.
- Duncombe, R.L., Hemenway, P.D.: A comparison of astrometric measurement techniques as applied to minor planets. *Celestial Mechanics* **26**, 1982.
- Orealskaya, V.I.: On the improvement of star positions from minor planet observations. *Asteroids, comets and meteoric matter, IAU Colloquium no 22*, 1974.
- Podobed, V.V.: Fundamental astrometry. *The University of Chicago Press*, 1965.



# ÉPHÉMÉRIDES DE COMÈTES ET D'ASTÉROÏDES SUR PC

P. Rocher

## 1. Introduction

Dans un environnement informatique traditionnel (programmation en mode par lots), les programmes d'intégrations numériques d'orbites de comètes et d'astéroïdes et les programmes de production d'éphémérides demandent de nombreuses manipulations au niveau de la gestion des données (conditions initiales pour les intégrations, paramètres d'édition pour les éphémérides...). Ces manipulations sont souvent la source d'erreurs et nécessitent la conservation de nombreux documents (sorties listing, états des mises à jour...) et cela pour un grand nombre de corps.

L'idée est de regrouper sous la forme de programmes conversationnels ces différentes tâches. L'utilisation de bases de données, directement accessibles, permet une gestion rapide et fiable des données (dans la mesure où les dates de mise à jour sont incorporées aux données elles-mêmes). Les saisies utilisant des masques permettent de réduire les risques d'erreur. L'utilisation de menus rend ces programmes utilisables par des personnes autres que l'auteur. La gestion par menus déroulants des différents fichiers permet une gestion simple des différentes sorties. La concentration dans un même programme de la gestion des bases de données, des intégrations et de la production d'éphémérides évite la recopie de nombreux paramètres.

## 2. Description

### 2.1. Bases de données

Les bases de données sont gérées par la méthode des arbres B (Turbo Pascal Database Toolbox), elles se composent de fichiers de données en accès direct et de fichiers d'index. La recherche d'éléments à partir des fichiers indexés est particulièrement rapide.

Pour les astéroïdes les fichiers sont indexés sur le nom, le numéro et le nom provisoire. Pour les comètes les fichiers sont indexés sur le nom de la comète, le numéro provisoire et le numéro définitif.

## 2.2. Intégrateur

Les intégrations numériques des orbites des corps sont effectuées par la méthode de *Gragg-Bulirsch-Stoer*, c'est une méthode de type multi-prédicteur correcteur, le prédicteur est la méthode du point milieu modifiée et le correcteur est la méthode d'extrapolation par des fractions rationnelles de Richardson avec l'algorithme de Neville. On tient compte pour le calcul des orbites de l'ensemble des perturbations des corps du système solaire (planètes, Lune et Soleil).

## 3. Sources

### 3.1. Astéroïdes

Les éléments des astéroïdes sont issus des éléments ITA93 fournis par l'Institut d'Astronomie Théorique de St Pétersbourg, comprenant 5560 astéroïdes (mai 1993), la base est mise à jour et complétée tous les mois à l'aide des éléments publiés dans les *Minor Planet Circulars*. Au 23 novembre 1994, la base compte 6148 astéroïdes.

### 3.2 Comètes

Les éléments sont ceux de la base produite par J.B. Marsden en 1982, ils ont été transformés dans le repère J2000 et sont mis à jour depuis 1983 à l'aide des éléments calculés au Bureau des longitudes (*Notes Scientifiques et Techniques* et projet ISO), on utilise également les éléments publiés dans les *Minor Planet Circulars* (M.P.C), les *Nakano Wa Kangaeru Noda* (N.K) et les *Circulaires UAI*.

### 3.3. Planètes, Soleil et Lune

Les éphémérides des corps du système solaire utilisées pour les intégrations numériques et le calcul des éphémérides sont les éphémérides du Bureau des longitudes : *VSOP82* de P. Bretagnon (1982), *TOP82* de J.L. Simon (1983) pour le Soleil et les planètes et *ELP-2000/82* de M.Chapront-Touzé et J. Chapront (1983) pour la Lune.

### 3.4. Logiciels

Les deux programmes (version 1.7 pour *ASTERPRO* et version 3.0 pour *COMETPRO*) sont écrits en Borland Pascal 7.0 et tournent en mode protégé. Ils utilisent un logiciel de gestion d'écrans et de menus déroulants *Hyper Screen* de PC Soft. Ils tournent sur PC muni d'un coprocesseur mathématique et de 4Mo de RAM minimum.

## 4. Bases de données

### 4.1. Base astéroïdes

La base contient un seul fichier de données contenant les 6148 astéroïdes numérotés à ce jour (15 novembre 1994) et trois fichiers d'index.

### 4.2 Base comètes

Huit fichiers de données répartis sur les périodes suivantes

- 1 : comètes de la période -239 - 1825
- 2 : comètes de la période 1826 - 1885
- 3 : comètes de la période 1886 - 1930
- 4 : comètes de la période 1931 - 1955
- 5 : comètes de la période 1956 - 1975
- 6 : comètes de la période 1976 - 1984
- 7 : comètes de la période 1985 - 1991
- 8 : comètes de la période 1992 .....

Et trois fichiers d'index pour chaque fichier de données.

#### *4.3. Base lieux*

Un fichier de données contenant les positions géographiques et l'altitude de différents lieux (fichier des observatoires publié dans les M.P.C.) accessibles à partir de deux fichiers indexés, le premier par les noms des lieux et le second par des codes entiers (codes observatoires utilisés dans la publication des observations dans les M.P.C.).

#### *4.4. Gestion des bases*

Sur chaque élément des différentes bases de données on peut effectuer les opérations suivantes : la consultation, la modification, la destruction et l'édition. Chacune de ces opérations passe par la recherche des éléments. Il y a trois manières de faire cette recherche.

- Recherche nominale

Pour les comètes, la recherche peut se faire sur le nom de la comète (plusieurs comètes peuvent avoir le même nom), ou sur le nom provisoire de la comète (par exemple 1994l ), ou bien sur le nom définitif de la comète lorsqu'il existe, dans les deux derniers cas la recherche donne un objet unique.

Pour les astéroïdes la recherche peut se faire sur le nom de l'astéroïde (lorsqu'il existe), sur son nom provisoire ou sur son numéro. Dans tous les cas la recherche donne un objet unique.

- Recherche séquentielle

Dans ce cas les éléments sont visualisés à l'écran séquentiellement à partir des fichiers de la base.

- Recherche à l'aide de menus déroulants

La liste des noms des objets apparaît par ordre alphabétique dans un menu déroulant, et il suffit de cliquer sur l'objet désiré. Pour les comètes et les astéroïdes on affiche les noms des corps, pour les lieux on affiche les noms des lieux.

#### *4.5. Création de fichiers d'éléments à partir des bases de données*

Ces programmes permettent également d'extraire des éléments des bases de données et de les stocker dans des fichiers sous différents formats. Le choix des éléments porte sur de nombreux critères (nom, magnitude, éléments orbitaux, distance au périhélie, date de mise à jour, etc.).

Les formats suivants sont disponibles :

- Format ITA : format identique au format de la base origine ITA 1993.
- Format MPC : format texte ASCII identique au format de publication dans les Minor Planet Circulars.
- Format INT : format spécial, utilisé pour l'intégration d'un groupe d'objets.
- Format Excel : format permettant de réutiliser le fichier avec le tableur Excel.



- **Format C2A** : format spécial pour réutiliser le fichier éléments avec le logiciel C2A.

## 5. Intégration

### 5.1. Un corps

Les programmes permettent d'intégrer l'orbite d'un des corps sur une période pouvant aller de 1850 à 2050. On tient compte de l'ensemble des perturbations planétaires, solaire et lunaire ainsi que des effets des forces de type non gravitationnel pour les comètes. Les intégrations se font dans le repère équatorial J2000. On a le choix entre deux types d'intégrations, soit intégrer de la date correspondant à l'époque des éléments (TINIT) jusqu'à une date finale (TFIN), soit intégrer jusqu'à une date intermédiaire (TVAL) puis de cette date intermédiaire jusqu'à une date finale (TFIN). On peut, si on le désire, sauvegarder les résultats de l'intégration numérique sur un fichier.

### 5.2. Un groupe de corps

On peut, de la même manière, intégrer un groupe de corps dont les éléments auront été préalablement mis dans un fichier élément au format INT.

## 6. Éphémérides

Ces programmes permettent le calcul et l'édition sous différents formats des éphémérides des objets des différentes bases de données. Pour produire ces éphémérides, nous avons accès à différents choix qui sont les suivants.

### 6.1. Sources

Les éphémérides peuvent être calculées soit à partir des éléments orbitaux à l'aide des formules du problème des deux corps, soit à partir des résultats d'une intégration numérique préalablement effectuée et sauvegardée sur fichier. Dans ce dernier cas, le programme vérifie si l'intégration numérique a bien été faite avec les mêmes éléments que ceux contenus dans la base de données.

### 6.2. Repères

Dans la version actuelle, on fournit des coordonnées géocentriques ou topocentriques, apparentes ou astrométriques. Les coordonnées apparentes sont données dans le repère défini par l'équateur et l'équinoxe vrais de la date. Les coordonnées astrométriques sont données dans le repère défini par l'équateur et l'équinoxe moyen B1950. ou J2000. Dans le cas de coordonnées topocentriques, on peut également obtenir les coordonnées horizontales (hauteur, distance zénithale et azimut). Ces calculs sont faits en utilisant les constantes et les formulaires recommandés par l'UAI.

### 6.3. Échelle de temps

On a le choix entre le Temps universel (UT) et le Temps terrestre (TT). Pour les dates postérieures à 1993, la différence Temps terrestre moins Temps universel (TT-UT) est extrapolée.

### 6.4. Éditions

Pour une date donnée, ou sur un intervalle de temps donné avec le pas de calcul de notre choix on édite à l'écran et sur fichier (si on le désire) les renseignements suivants.

- Pour une comète,
  - $\alpha$  : l'ascension droite de la comète en heure, minute et seconde de temps,
  - $\delta$  : la déclinaison de la comète en degré, minute et seconde de degré,
  - $\Delta$  : la distance de la comète à la Terre en UA,
  - $r$  : la distance de la comète au Soleil en UA,
  - Elong. : l'élongation de la comète en degré,
  - Phase : l'angle de phase de la comète en degré,
  - A.P. : l'angle au pôle de la direction de la queue en degré,
  - Queue : la longueur apparente de la queue vue de la Terre en degré,
  - E.L. : la distance angulaire comète - centre de la Lune en degré,
  - P.L. : l'angle de phase de la Lune en degré,
  - $m_1$  : la magnitude totale de la comète,
  - $m_2$  : la magnitude du noyau de la comète.
- Pour un astéroïde :
  - $\alpha$  : l'ascension droite de l'astéroïde en heure, minute et seconde de temps,
  - $\delta$  : la déclinaison de l'astéroïde en degré, minute et seconde de degré,
  - $\Delta$  : la distance de l'astéroïde à la Terre en UA,
  - $r$  : la distance de l'astéroïde au Soleil en UA,
  - Elong. : l'élongation de l'astéroïde en degré,
  - Phase : l'angle de phase de l'astéroïde en degré,
  - E.L. : la distance angulaire astéroïde - centre de la Lune en degré,
  - P.L. : l'angle de phase de la Lune en degré,
  - $m$  : la magnitude de l'astéroïde.

On a la possibilité de sortir ces éphémérides sur un fichier ASCII ou sur un fichier au format C2A.

### 6.5. Champs

On peut également calculer pour une date ou une période donnée, toutes les éphémérides des corps dont les positions sont contenues dans un champ stellaire donné, et dont les éléments correspondent à différents critères de choix. Cette possibilité n'existe qu'avec l'utilisation du formulaire du programme des deux corps.

### 6.6. Calcul de nouveaux éléments

On peut également calculer, à partir d'une intégration numérique, les éléments osculateurs écliptiques pour une date donnée.

## 7. Gestion des imprimantes

Ce programme travaille avec un gestionnaire d'imprimante, il s'agit d'un fichier de configuration qui permet d'utiliser plusieurs types d'imprimantes.

## 8. Programmes liés

Ce sont différents programmes qui utilisent les résultats ou fichiers générés par les deux programmes COMETPRO et ASTERPRO. Et également les programmes qui génèrent des éléments pour les bases de données.

### 8.1. Programme C2A

Programme de calcul et de tracé de champs d'étoiles, avec possibilité d'inclure des éphémérides externes, soit sous la forme d'éléments osculateurs, soit sous la forme de positions tabulées (Version 2.0, 1993 BdL - Ph. Deverchere).

### 8.2. Occultation d'une étoile par une comète ou un astéroïde

Programme de calcul des circonstances et de tracé des courbes d'occultation d'une étoile par une comète ou un astéroïde (Journées Scientifiques du BdL 1990).

### 8.3. Amélioration des orbites cométaires

Programme permettant la gestion des observations des comètes et l'ajustement des orbites cométaires sur les observations par la méthode des moindres carrés. Ce programme calcule, entre autre, les éléments pour la base comètes (Version PC 1994).

## 9. Améliorations et projets

Ajouter les planètes et la Lune dans les éphémérides (prévu dans le programme mais pas encore disponible).

Donner un plus grand choix dans les types de coordonnées et dans la présentation des résultats (prévu dans le programme, mais pas encore disponible).

Rédiger une documentation pour chaque programme.

Améliorer les programmes d'installation.

Permettre des sorties au format TEX.

Ajouter le calcul des levers couchers.

Interfacer le programme COMETPRO avec le programme d'amélioration d'orbite cométaire.

Passer sur une station Unix, lorsque l'on disposera du logiciel identique à Hyper Screen sous UNIX.

## Remerciements

Je tiens particulièrement à remercier : V. Raoult , Th. Derouazi, A. Le Fiblec, L. Bergeal, F. Cavelier et Y. De Kergrohen qui ont participé à la saisie et au pointage des éléments orbitaux et des observations de comètes.

Sans oublier les premiers utilisateurs de ces deux programmes, F. Colas, J. Lecacheux et L. Jorda qui m'ont signalé de nombreux "bugs" et des améliorations possibles, ainsi que P. Bretagnon, J.L Simon, M. Chapront, J. Chapront pour les éphémérides BDL82 et G. Francou pour les nombreux programmes d'éphémérides qu'il m'a fournis.

# APPROXIMATION D'UNE ÉPHÉMÉRIDE PAR ANALYSE EN FRÉQUENCE

J. Chapront

## 1. Constat

Avec l'intégration numérique, construire aujourd'hui une éphéméride du mouvement des planètes et de la Lune sur quelques siècles est un "jeu d'enfant" quand les conditions initiales et les paramètres physiques du modèle sont connus (masses, coefficients du potentiel, repères, ...), et qu'on dispose d'un bon intégrateur (Runge-Kutta-Nystrom, Moshier, ...). Ainsi, on peut reproduire un modèle aussi complet que LE200/DE200 en quelques heures de micro-ordinateur.

La précision numérique des solutions est grande. Une dégradation de l'intégrateur en  $N^\alpha$  (où  $N$  est le nombre de pas et  $\alpha \sim 1.5$ ) n'est sensible, sur quelques siècles, que pour l'éphéméride de la Lune. Après l'élaboration d'une éphéméride tabulée, les résultats sont compactés en séries de polynômes de Chebychev. Sous cette forme, la manipulation de l'éphéméride dans son ensemble est ingrate pour l'utilisateur à cause du très grand nombre de données.

Construire des solutions en séries de Poisson du mouvement des planètes et de la Lune, valides sur quelques millénaires, est une entreprise laborieuse. D'un côté, la précision est limitée par la sommation de séries qui comportent un très grand nombre de termes. D'un autre côté, la formulation des solutions est lourde mais explicite. Ainsi les coordonnées rectangulaires, ou les variables elliptiques, apparaissent sous forme de développements explicites du temps. Cette technique convient aux travaux analytiques : elle permet une analyse fine des perturbations, une définition rigoureuse des éléments moyens, et le calcul de dérivées partielles. Elle est utile pour étudier l'évolution sur le "long terme" des solutions (quelques millénaires).

## 2. Objet

Partant du résultat d'une intégration numérique précise, on recherche une forme d'approximation qui possède les avantages suivants :

- conserver une grande précision susceptible de représenter les observations modernes ;
- rendre les développements aussi compacte que possible ;
- exhiber une formulation explicite pour faciliter une utilisation "aveugle" par l'utilisateur.

Nous recherchons un compromis entre l'intégration numérique et la technique analytique ; le prix à payer est une précision plus faible que celle de l'intégration numérique, souvent surabondante, et un intervalle de temps d'approximation moins long que dans le cas des représentations en séries de Poisson.

## 3. Idée

Nous disposons initialement d'une éphéméride de haute précision (DE200/LE200, ou d'un fac-similé via le programme de Moshier). Dans le cas des satellites naturels ou des petites planètes nous utilisons les résultats d'une intégration originale. Dans la suite nous nous intéresserons uniquement aux 5 grosses planètes. Dans ce cas, les coordonnées à approcher sont les coordonnées rectangulaires, équatoriales héliocentriques  $(X, Y, Z)$ . Il est à noter que le choix des coordonnées n'est pas indifférent. Si les coordonnées rectangulaires conviennent bien pour les grosses planètes, les variables elliptiques sont mieux adaptées au cas de satellites qui présentent des excentricités et des inclinaisons non petites.

Sur un intervalle fini du temps qui couvre plusieurs dizaines de périodes de révolutions du corps concerné, nous approchons les coordonnées  $(X, Y, Z)$  par des termes de Poisson c'est à dire des produits de monômes du temps et de termes de Fourier. Les fréquences des termes de Fourier sont déterminées par une analyse spectrale.

Les coefficients des termes de Poisson qui forment une base de l'approximation sont déterminés par un ajustement selon la norme des moindres carrés.

## 4. Histoire ancienne

En 1984, une approximation d'un nouveau type, dite approximation en "séries mixtes", avait été proposée (J. Chapront et D.T. Vu).

Soit une fonction  $f(t)$ , sur un intervalle  $\Delta t$ , et son approximation  $F(t)$  :

$$F(t) = a^{(0)} + a^{(1)}(t - t_0) + \sum_{q=1}^{Q_0} b_q^{(0)} \sin(q\nu(t - t_0) + \varepsilon_q^{(0)}) + \left[ \sum_{q=1}^{Q_1} b_q^{(1)} \sin(q\nu(t - t_0) + \varepsilon_q^{(1)}) \right] (t - t_0)$$

$\nu$  désigne une fréquence de base fixée une fois pour toute. C'est en général la fréquence propre du corps concerné.

Nous désignons cette technique : *approximation avec une fréquence forcée*.

Son avantage est sa simplicité et sa bonne adaptation aux éphémérides annuelles. Elle est appliquée aux

éphémérides de satellites naturels dans les *Suppléments à la Connaissance des Temps*. Son inconvénient est une durée de validité courte puisqu'elle couvre 2 à 3 révolutions au maximum : il est en effet impossible d'absorber avec une seule fréquence  $\nu$  et ses multiples  $q\nu$  toutes les "fréquences naturelles" du mouvement, sur de longs intervalles. A titre d'exemple on représente les coordonnées barycentriques de Jupiter avec :  $\Delta t = 5200$  jours ;  $Q_0 = 6$  et  $Q_1 = 3$  ; précision  $\sim 10^{-7}$  UA.

## 5. Nouvelle approximation

Elle est formulée avec :

$$F(t) = a^{(0)} + a^{(1)}(t - t_0) + \dots + a^{(N)}(t - t_0)^N + \sum_{q=1}^{Q_0} b_q^{(0)} \sin(\nu_q(t - t_0) + \varepsilon_q^{(0)}) \\ + \left[ \sum_{q=1}^{Q_1} b_q^{(1)} \sin(\nu_q(t - t_0) + \varepsilon_q^{(1)}) \right] (t - t_0) + \dots + \left[ \sum_{q=1}^{Q_M} b_q^{(M)} \sin(\nu_q(t - t_0) + \varepsilon_q^{(M)}) \right] (t - t_0)^M$$

- Les fréquences inconnues  $\nu_q$  sont recherchées par analyse en fréquence de l'éphéméride source  $f(t)$ .
- Les coefficients :  $a^{(k)}$  et  $b_q^{(l)}$  ( $k = 0, \dots, N$  ;  $l = 0, \dots, M$ ) sont obtenus par un ajustement en moindres carrés de  $F(t)$  sur  $f(t)$ .
- $N, M, Q_1, \dots, Q_M$  sont des paramètres "libres" qui sont à notre disposition pour optimiser l'approximation soit en direction de la compacité, soit en direction de la précision, soit en recherchant un compromis entre les deux objectifs.

Nous désignons cette technique : *approximation avec des fréquences optimales*. Dans les cas que nous avons étudiés nous avons toujours recherché des solutions qui satisfassent :  $N \leq 3$  ;  $M \leq 2$ .

L'avantage de cette méthode d'approximation est qu'il est maintenant possible de couvrir plusieurs dizaines de périodes de révolutions du corps concerné. Dans le cas des 5 grosses planètes nous englobons plusieurs siècles. Son inconvénient provient de difficultés numériques qui apparaissent dans la construction de la base et l'ajustement de la solution selon cette base : la stabilité de l'algorithme de détermination de  $F(t)$  est corrompue lorsque deux fréquences sont voisines ; de même il existe une forte corrélation entre les termes à longues périodes sur l'intervalle et les termes séculaires ou mixtes.

## 6. Illustrations

Nous avons rassemblé ci-dessous deux illustrations pour juger de la précision de la méthode et de sa compacité. Les éphémérides source sont, ou bien DE200 qui couvre ici 250 ans, ou bien un fac-similé noté ME200, réalisé avec le programme de Moshier et qui couvre 558 ans. Les éléments sont les coordonnées rectangulaires héliocentriques équatoriales. Le repère est celui de DE200 pour J2000. L'"erreur maximum" est évaluée comme l'écart maximum entre l'approximation et la source sur un support de 1000 points.

**Table 1.** Précision et nombre de termes - suivant 2 types d'approximation (I et II) - des coordonnées des grosses planètes basées sur DE200 (250 ans).

Corps	Erreur maximum (")	$N$	$Q_0$	$Q_1$	$Q_2$	Intervalle de temps (jours)	Source	Type
Jupiter	0.002	3	135	22	2	91000	DE200	II
Saturne	0.004	3	118	17	2	91000	DE200	II
Uranus	0.002	1	78	18	5	91000	DE200	II
Neptune	0.002	1	48	10	1	91000	DE200	II
Jupiter	0.04	3	55	55	0	91000	DE200	I
Saturne	0.04	1	50	50	0	91000	DE200	I
Uranus	0.005	1	39	39	0	91000	DE200	I
Neptune	0.002	1	31	31	0	91000	DE200	I

Dans l'approximation de type I le nombre de termes de Poisson est égal à celui des termes de Fourier, soit :  $Q_0 = Q_1$  ;  $Q_2 = 0$  ;

Dans l'approximation de type II, les bornes de sommation  $Q_1$  et  $Q_2$  sont optimisées.

**Table 2.** Précision et nombre de termes pour l'approximation des coordonnées des 5 planètes extérieures basée sur ME200 (558 ans).

Corps	Erreur maximum (")	$N$	$Q_0$	$Q_1$	$Q_2$	Intervalle de temps (jours)	Source	Type
Jupiter	0.02	1	154	44	16	204000	ME200	II
Saturne	0.02	1	130	41	19	204000	ME200	II
Uranus	0.01	1	102	19	6	204000	ME200	II
Neptune	0.01	1	96	15	4	204000	ME200	II
Pluton	0.02	1	66	20	10	204000	ME200	II

On notera le petit nombre de termes nécessaires à une bonne approximation. On peut dire aussi, de manière imagée, que sur quelques siècles, à la précision de  $0''.01$ , il n'existe que peu de fréquences sensibles sur l'intervalle.

## 7. Et maintenant

Nous étudions actuellement l'application de la technique aux mouvements des satellites et des petites planètes pour lesquels il n'existe pas de "théorie" ; une construction est en cours pour les satellites extérieurs de Jupiter avec P. Rocher. Les satellites concernés sont JVI, JVII, JVIII (?) et JIX traités en éléments elliptiques.

Il est envisagé de réaliser, en collaboration avec G. Francou, une éphéméride compacte des planètes sur la base de DE200 ou DE245, en particulier pour les besoins spatiaux.

Cette approximation qui est un compromis entre l'intégration numérique et les solutions semi-analytiques, en séries de Poisson, peut-elle être étendue pour représenter non plus une seule trajectoire, mais un faisceau de trajectoires ? Un prolongement de la méthode à l'élaboration de solutions "semi-analytiques" sur des intervalles de temps longs, c'est à dire plusieurs dizaines de révolutions, est à l'étude.





# ANALYTICAL TECHNIQUES FOR COMPACT THEORIES OF MOTION

V.A. Brumberg

## 1. Introduction

Construction of analytical theories of motion is considered now by many people as an out-of-date domain of celestial mechanics. It is true that most 'practical' specialists in celestial mechanics use numerical integration as a main tool to solve differential equations of motion of celestial bodies whereas most theoreticians are involved in studying new types of motion in celestial mechanics problems such as chaotic motions, resonance passages, etc. The aim of this presentation is to show some new stimulatory points in the old area of analytical techniques of celestial mechanics. Indeed, twenty years ago the main recipe in this field was to develop specialized celestial mechanics software (Poisson series processors, for the first line) based on some general language (mostly FORTRAN) and to construct analytical theories in form of very long Poisson series. The main recipe at present is to use universal CAS (MAPLE, MATHEMATICA, etc.) to create more sophisticated celestial mechanics software (closed form Keplerian processor, for example) and to construct analytical theories in more compact form. It became evident that the rude increase of the number of terms in Poisson series would not improve effectively the accuracy of analytical theories and one should try to develop compact form analytical theories.

We give below several illustrative examples.

## 2. Damour–Deruelle parameterization of the relativistic two-body problem

The classical solution of the Keplerian two-body problem involves one and the same constant, eccentricity  $e$ , in the equation of orbit (relating the radius-vector  $r$  to the eccentric anomaly  $g$ ), Kepler equation (relating time  $t$  to  $g$ ), and the anomaly equation (relating the true anomaly  $v$  to  $g$  and the argument of latitude  $\varphi$ ). For the relativistic two-body problem in the post-Newtonian approximation (first-order solution) Damour and Deruelle (1985) has shown that the solution may be represented by the same simple

formulas provided that each of three above-mentioned equations contains its own eccentricity constant. Moreover, this solution may be extended to the post-post-Newtonian approximation by including four periodic terms (Damour and Schäfer, 1988; Schäfer and Wex, 1993). This second-order solution is given by the equations

$$\frac{2\pi}{P}(t - \tau) = g - e_t \sin g + A_P \sin v + B_P(v - g), \quad (2.1)$$

$$r = a(1 - e_r \cos g), \quad (2.2)$$

$$\frac{2\pi}{\Phi}(\varphi - \omega) = v + A_\Phi \sin 2v + B_\Phi \sin 3v, \quad (2.3)$$

and

$$\tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1 + e_v}{1 - e_v}} \tan \frac{g}{2}. \quad (2.4)$$

Of course, this solution contains two arbitrary angular constants  $\tau$  and  $\omega$  and two arbitrary metric constants  $a$  and one of the three eccentricities. Two other eccentricities and constants  $P$ ,  $\Phi$ ,  $A_P$ ,  $A_\Phi$ ,  $B_P$  and  $B_\Phi$  are expressed in terms of these two metric constants. All four constants  $A$  and  $B$  vanish for the first-order solution. Being equivalent to traditional forms of the solution of the same problem (Klioner and Kopeikin, 1994) this solution is presented in the compact form and may serve a good example in investigating other types of the perturbed two-body problem.

### 3. Closed form Keplerian processor

The main operation of the closed form Keplerian processor is to integrate with respect to time  $t$  the functions of the elliptic motion of the form

$$F = A(r, \dot{r}) \exp i(jv + kg) \quad (3.1)$$

where  $A$  is a polynomial function of its arguments. Jefferys (1971) was the first to develop an algorithm to perform this operation. After integration one may meet a secular term in mean anomaly  $M$  which is usually separated from periodic terms. The process of integration cannot be advanced further if one meets functions  $\chi(r) = \ln(r/a)$  and the equation of centre  $f = v - M$  (actually occurred already in (2.1)). Quite recently Osácar and Palacián (1994) managed to show with the aid of MATHEMATICA that integrals of these functions might be expressed in terms of Euler dilogarithm of purely imaginary argument. The practical efficiency of this representation remains to be investigated but the principal possibility to advance in the closed form solution is of much importance.

Another possibility suggested by N.N.Vasiliev (Brumberg et al., 1989) is to replace functions  $\chi(r)$  and  $\Psi(r) = f/\sin v$ , changing for the elliptic motion in some definite limits, by their best approximation polynomials. The efficiency of this approach remains also unknown.

### 4. Simplifications in satellite theory

Most extended applications of the closed form algorithms have been made in the problem of Earth's satellite motion. The review paper by Deprit and Ferrer (1989) describes the set of canonical transformations (elimination of parallax, elimination of latitude, etc.) to new variables resulting in straightforward integration of the equations of motion for the case of zonal perturbations. The same aim may be achieved by integration by parts technique with the aid of the closed form Keplerian processor. This technique is suitable also for luni-solar perturbations because after each integration by parts the remaining integral has the same form as the original one but with small factor  $n'/n$ ,  $n$  and  $n'$  being the mean motions of a satellite and a third body (Moon or Sun), respectively (Egorova, 1960). The case of tesseral harmonics presents more difficulties and will be considered below.

## 5. Elliptic function expansions as convergence accelerators

Application of elliptic functions in celestial mechanics has a long history. Contemporary stage of their application initiated by Richardson (1982) and Williams et al. (1987) and developed in three papers of 1992 by V.Brumberg (application to the general planetary theory), E.Brumberg (application to the perturbed two-body problem) and Klioner (MATHEMATICA algorithms supporting these applications) is characterized by using not elliptic functions themselves but rather their Fourier expansions as constructive tool for analytical theories. The key point is to replace the ordinary Fourier expansion

$$f(x, y) = \sum f_m(x) \exp imy \quad (5.1)$$

of a function of one power ( $0 \leq x \leq 1$ ) and one trigonometric ( $0 \leq y \leq 2\pi$ ) variables by the Fourier expansion of its corresponding Jacobi elliptic function (if, of course, such a correspondence exists)

$$g(k, u) = \sum g_m(q) \exp imw, \quad w = \frac{\pi u}{2K}, \quad (5.2)$$

$k$  and  $q$  being the modulus and Jacobi nome of the elliptic function,  $u$  is its argument and  $K = K(k)$  is the complete elliptic integral of the first kind. Due to the smallness of  $q$  even for large values of  $k$  and the dependence of the frequency of  $w$  on  $k$  one may expect that expansion (5.2) has three advantages as compared with (5.1), i.e. a) its applicability for large values of  $x$ , b) compact form of coefficients (finite rational expressions for  $g_m$  and power series for  $f_m$ ), and c) more compact form of the Fourier series themselves. In such a sense introducing of elliptic function expansions may be regarded as the accelerator of practical convergence of the series like (5.1). Of course, even more fast converging expansions may be obtained by using theta functions. But no such expansion is known for the amplitude function  $\text{am} u$  needed for the inversion problem. Besides, these functions involve more complicated operations on rational functions of Poisson series. For these reasons we consider below only Jacobi function expansions.

## 6. GPT (general planetary theory)

The final aim of GPT is to represent the motion of the major planets without fictitious secular terms. As presented in (Brumberg, 1992) GPT involves multipower series in eccentricity and inclination variables reducing eventually the original differential equations to the autonomous secular system. The coefficients of the GPT series are periodic functions of the differences of the mean longitudes  $\lambda_i - \lambda_j$  ( $i, j = 1, 2, \dots, N$ ) and may be presented in three versions :

- a) trigonometric series in multiples of  $\lambda_i - \lambda_j$  (Brumberg and Chapront, 1973),
- b) the closed form valid for the first-order theory (Brumberg, 1994),
- c) trigonometric series in multiples of elliptic arguments  $\pi u_{ij}/K(k_{ij})$  with

$$k_{ij}^2 = \frac{4a_i a_j}{(a_i + a_j)^2}, \quad 2 \text{am}(u_{ij}, k_{ij}) = \pi - (\lambda_i - \lambda_j), \quad (6.1)$$

$a_i$  being the planetary semi-major axes. One may expect that (c)-series turn out to be much faster converging as compared with (a)-series. The most difficult case in the major planet theory is related to the pair Venus–Earth where the ratio  $\alpha$  of the semi-major axes is  $\alpha = 0.723$ . The corresponding values of modulus  $k$  and Jacobi nome  $q$  are  $k = 0.987$  and  $q = 0.215$ . For this case it might be reasonable to use  $\alpha$  instead of  $k$  as the modulus of Jacobi elliptic functions. This is equivalent to Landen transformation from  $k_{ij}$  and  $u_{ij}$  to new elliptic arguments

$$\alpha_{ij} = \frac{1 - \sqrt{1 - k_{ij}^2}}{1 + \sqrt{1 - k_{ij}^2}}, \quad v_{ij} = \left(1 + \sqrt{1 - k_{ij}^2}\right) u_{ij}. \quad (6.2)$$

The corresponding Jacobi nome for the Venus–Earth case is now only  $q = 0.04$  and the new trigonometric arguments of the GPT series (d-version) are  $\pi v_{ij}/K(\alpha_{ij}) = 2\pi u_{ij}/K(k_{ij})$ . But the inversion problem becomes therewith a little bit more complicated since equation (6.1) takes the form

$$\operatorname{am}(v_{ij}, \alpha_{ij}) + \arcsin(\alpha_{ij} \operatorname{sn}(v_{ij}, \alpha_{ij})) = \pi - (\lambda_i - \lambda_j). \quad (6.3)$$

## 7. High-eccentricity orbits

The elliptic function technique might be useful for the analytical treatment of the perturbed two-body problem with high eccentricity (exceeding, to be more specific, the Laplace limit). It is based on introducing the elliptic anomaly  $w$  (E. Brumberg, 1992)

$$w = \frac{\pi u}{2K} - \frac{\pi}{2}, \quad k = e, \quad \operatorname{am} u = g + \frac{\pi}{2} \quad (7.1)$$

and using the expansion

$$\left(\frac{r}{a}\right)^n \exp i m v = \sum_{s=-\infty}^{\infty} B_s^{n,m}(q) \exp i s w \quad (7.2)$$

instead of the classical expansion

$$\left(\frac{r}{a}\right)^n \exp i m v = \sum_{s=-\infty}^{\infty} X_s^{n,m}(e) \exp i s M \quad (7.3)$$

with Hansen coefficients  $X_s^{n,m}(e)$ . Most simply the coefficients of (7.2) may be computed from the recurrence relations (E.Brumberg and Fukushima, 1994). The relation to the mean anomaly  $M$  (Kepler equation) has the form

$$w + \sum_{m=1}^{\infty} d_m(q) \sin m w = M \quad (7.4)$$

where coefficients  $d_m$  are of the order  $q^{m/2}$  (in GPT the relation (6.1) has the same form (7.4) but with the coefficients of the order  $q^m$ ). The solution of this Lagrange implicit equation

$$w = M + \sum_{m=1}^{\infty} c_m(q) \sin m M \quad (7.5)$$

as well as the expansions of the corresponding trigonometric functions

$$\exp i s w = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k^{(s)}(q) \exp i (s + k) M \quad (7.6)$$

$$\exp i s M = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k^{(s)}(q) \exp i (s + k) w \quad (7.7)$$

may be easily found by computer algebra algorithms (Klioner, 1992).

This technique has been applied to extend Kaula's first-order theory to high eccentric satellite orbits (E.Brumberg et al., 1995). The disturbing function due to the nonsphericity of a primary body as well as its derivatives with respect to  $e$  and  $M$  have been expanded into Kaula-form trigonometric series with

replacing  $M$  by  $w$ . Having determined the  $t$ -secular terms in the angular variables the integration of the Lagrange perturbation equations involves the quadratures of the type

$$T_{pjs} = \int \exp i [p\omega + j(\Omega - \chi) + sw] dt \quad (7.8)$$

(without its  $t$ -secular part). Here  $\Omega$ ,  $\omega$  and  $\chi$  stay for the longitude of the node, argument of the pericentre and a linear function of time due to the rotation of the primary. Substituting (7.6) one easily gets

$$T_{pjs} = -i \sum_{k=-\infty}^{\infty} E_k^{(s)}(q) \frac{\exp i \theta_{p,j,s+k}}{\theta_{p,j,s+k}} \quad (7.9)$$

with

$$\theta_{pjs} = p\omega + j(\Omega - \chi) + sM. \quad (7.10)$$

In such a way the form of Kaula's theory is preserved but the coefficients of the trigonometric series are expanded in powers of  $\sqrt{q}$  and it is expected that the total number of terms may be not too large.

## 8. Analytical integration by Hansen device

The problem of taking quadrature (7.8) is a particular case of the more general problem to perform integration

$$I = \int f(s, s') ds, \quad (8.1)$$

$s$  and  $s'$  being two different angular variables. Such problem occurs in constructing analytical theories (GPT, satellite theory, etc.) beyond the first order. One may always assume herewith that there exist one to one correspondences  $s \leftrightarrow M$  and  $s' \leftrightarrow M'$ ,  $M$  and  $M'$  being linear functions of the same argument (time  $t$ ) with frequencies  $n$  and  $n'$ , respectively. This involves the validity of an identity

$$M' = \frac{n'}{n}s - \frac{n'}{n}(s - M) + c, \quad c = \text{const}. \quad (8.2)$$

The solution of this problem first given by Hansen may be now greatly facilitated by computer algebra. The Hansen device is to introduce a new variable  $s_1$  by putting

$$s_1 = M' + \frac{n'}{n}(s - M). \quad (8.3)$$

This relation determines  $s_1 = s_1(s, s')$  in terms of  $s$  and  $s'$ . On the other hand it may be served as Lagrange implicit equation determining  $s' = s'(s, s_1)$  in terms of  $s$  and  $s_1$ . This determination is performed in two steps, i.e. to solve the implicit equation with respect to  $s'$

$$M' = x \quad (8.4)$$

with

$$x = s_1 - \frac{n'}{n}(s - M) \quad (8.5)$$

and then to express the obtained function  $s'(x)$  in terms of  $s$  and  $s_1$ . In such manner the function  $f(s, s')$  is reduced to some function  $g(s, s_1)$  which admits the straightforward integration since

$$\int \exp i(ps + qs_1) ds = \frac{\exp i(ps + qs_1)}{i(p + q\frac{n'}{n})}. \quad (8.6)$$

Substituting  $s_1 = s_1(s, s')$  one may restore the original form of the integrand function in terms of  $s$  and  $s'$ .

The techniques exposed in this note may be found in more detail in papers cited above and in monograph (Brumberg, 1995).

**References**

- Brumberg E. 1992. In : Kinoshita H. and Nakai H. (eds.), 139
- Brumberg E. and Fukushima T. 1994. *Celes. Mech.* **60**, 69
- Brumberg E., Brumberg V.A., Konrad Th. and Soffel M. 1995. *Celes. Mech.* (submitted)
- Brumberg V.A. 1992. In : Kinoshita H. and Nakai H. (eds.), 156
- Brumberg V.A. 1994. *Celes. Mech.* **59**, 1
- Brumberg V.A. 1995. *Analytical Techniques of Celestial Mechanics*. 1995. Springer, Heidelberg (in press)
- Brumberg V.A. and Chapront J. 1973. *Celes. Mech.* **8**, 335
- Brumberg V.A., Tarasevich S.V. and Vasiliev N.N. 1989. *Celes. Mech.* **45**, 149
- Damour T. and Deruelle N. 1985. *Ann. Inst. Henri Poincaré* **43**, 107
- Damour T. and Schäfer G. 1988. *Nuovo Cimento B* **101**, 127
- Deprit A. and Ferrer S. 1989. *J. Astronaut. Sci.* **37**, 451
- Egorova A.V. 1960. *Bull. ITA* **7**, 815 (in Russian)
- Jefferys W.H. 1971. *Celes. Mech.* **3**, 390
- Kinoshita H. and Nakai H. (eds.) 1992. Proc. 25th. Symp. on Celestial Mechanics, NAO, Tokyo
- Klioner S.A. 1992. In : Kinoshita H. and Nakai H. (eds.), 172
- Klioner S.A. and Kopeikin S.M. 1994. *Ap. J.* **427**, 951
- Osácar C. and Palacián J. 1994. *Celes. Mech.* **60**, 207
- Schäfer G. and Wex N. 1993. *Physics Letters A* **174**, 196 (Errata : **177**, 461, 1993)

## CHAOS À GRANDE ÉCHELLE DANS LE SYSTÈME SOLAIRE

J. Laskar

### Résumé

On savait que le système solaire était chaotique (Laskar, 1989). Par contre l'implication de ce mouvement chaotique sur l'âge du système solaire n'avait pas encore été évaluée. Par une étude numérique extensive, il a été possible de fournir des estimations des variations possibles des orbites des planètes sur 5 milliards d'années. Les simulations numériques montrent que le mouvement chaotique de Mercure est tel que cette planète peut s'échapper du système solaire, ou rentrer en collision avec Vénus en moins de 3.5 milliards d'années.

### 1. Le mouvement chaotique des planètes

La mise en évidence du comportement chaotique du mouvement des planètes a été obtenue par le calcul de l'exposant de Lyapounov maximal dans le système d'équations séculaires, représentant l'évolution moyenne des orbites des planètes (Laskar, 1989). En d'autres termes, on mesure l'évolution de la distance entre deux orbites obtenues à partir de conditions initiales voisines; un mouvement chaotique se traduisant par une divergence exponentielle de deux orbites initialement proches.

Dans le cas du système solaire, le temps de Lyapounov (l'inverse de l'exposant de Lyapounov), est de 5 millions d'années environ. La distance entre deux orbites évolue donc comme  $d = d_0 \exp(T/5)$ , où  $T$  est le temps en millions d'années. Si l'erreur initiale  $d_0$  est de 15 mètres, elle deviendra 150 m après 10 millions d'années, mais atteindra 150 millions de kilomètres après 100 millions d'années, en interdisant toute prédiction sur de telles durées.

Il faut souligner que cette incertitude est surtout due au fait que l'on ne connaît plus l'orientation de l'orbite de la Terre. Cela ne veut pas dire que son excentricité s'est fortement modifiée.



L'analyse des trajectoires planétaires par analyse en fréquence (Laskar, 1990) avait aussi permis de montrer que ce mouvement chaotique était surtout présent dans le système des planètes intérieures, et que le comportement des planètes extérieures est beaucoup plus stable.

## 2. Le mouvement des planètes sur plusieurs milliards d'années

Le comportement chaotique des orbites limite les possibilités de prédiction du mouvement des planètes à des durées de l'ordre de quelques dizaines de millions d'années. Il n'est donc pas possible de retrouver l'évolution du système solaire par l'intégration numérique de sa trajectoire sur une durée de 5 milliards d'années, comparable à son âge. Il est pourtant très intéressant de comprendre quelle a pu être l'évolution des orbites planétaires sur une telle durée.

Répondre à cette question est difficile, car il s'agit d'évaluer et de borner la diffusion des orbites dans une zone chaotique d'un système à un très grand nombre de degrés de liberté (15 degrés de liberté pour le système séculaire des 8 planètes principales). Cette diffusion, qui est très lente, se traduira alors par des variations des variables de type action, soit les excentricités et inclinaisons maximales atteintes par les orbites planétaires.

Une première expérience peut être effectuée en intégrant les équations séculaires sur un temps très long, éventuellement plus long que l'âge de l'Univers. Après avoir quelque peu simplifié le système d'équations de 150 000 termes que j'utilisais jusqu'à présent, et qui maintenant se réduit à 50 000 termes, la vitesse des intégrations numériques a été multipliée par 10, et une intégration numérique du système a pu être effectuée sur 25 milliards d'années, en un mois de calcul environ sur RS6000/370. On ne cherche pas de cette manière à trouver l'évolution précise du système, mais à comprendre quelle est son évolution possible sur quelques milliards d'années (Laskar, 1994).

Les résultats de ces intégrations numériques sont reportés sur la figure 1, où sont représentées les variations des excentricités maximales de chaque planète, atteintes sur une période de 10 millions d'années. On peut considérer que cette excentricité maximum atteinte en 10 millions d'années est une bonne variable d'action, c'est-à-dire une quantité qui serait quasiment constante dans le cas d'un mouvement régulier (quasipériodique).

Comme cela avait déjà été observé sur 200 millions d'années, le comportement des planètes extérieures est extrêmement régulier, et on n'observe pratiquement pas de diffusion de leurs orbites. Les excentricités maximum sont des droite horizontales sur la figure.

Par contre, pour toute les planètes intérieures, une forte diffusion des orbites est visible. Pour Venus et la Terre, cette diffusion est modérée, mais atteint tout de même environ 0.02. La diffusion de l'orbite de Mars est forte, de l'ordre de 0.12, ce qui permet à l'excentricité de Mars de dépasser 0.2. Pour Mercure, l'effet du chaos est si important, que l'excentricité peut dépasser 0.5 par moment. Le comportement des inclinaisons est tout à fait similaire (Laskar, 1994).

## 3. Chaos à grande échelle dans le système solaire

A un moment, l'excentricité de Mercure augmente très fortement, atteignant 0.5, mais ceci n'est pas encore suffisant pour croiser l'orbite de Venus. Il est alors tentant de chercher si une telle rencontre est possible. Comme les orbites des planètes sont chaotiques, une variation infime des conditions initiales peut conduire après un temps suffisamment long (de l'ordre de 500 millions d'années) à des solutions très différentes. On recherche alors une orbite d'éjection pour Mercure, en effectuant de temps à autre

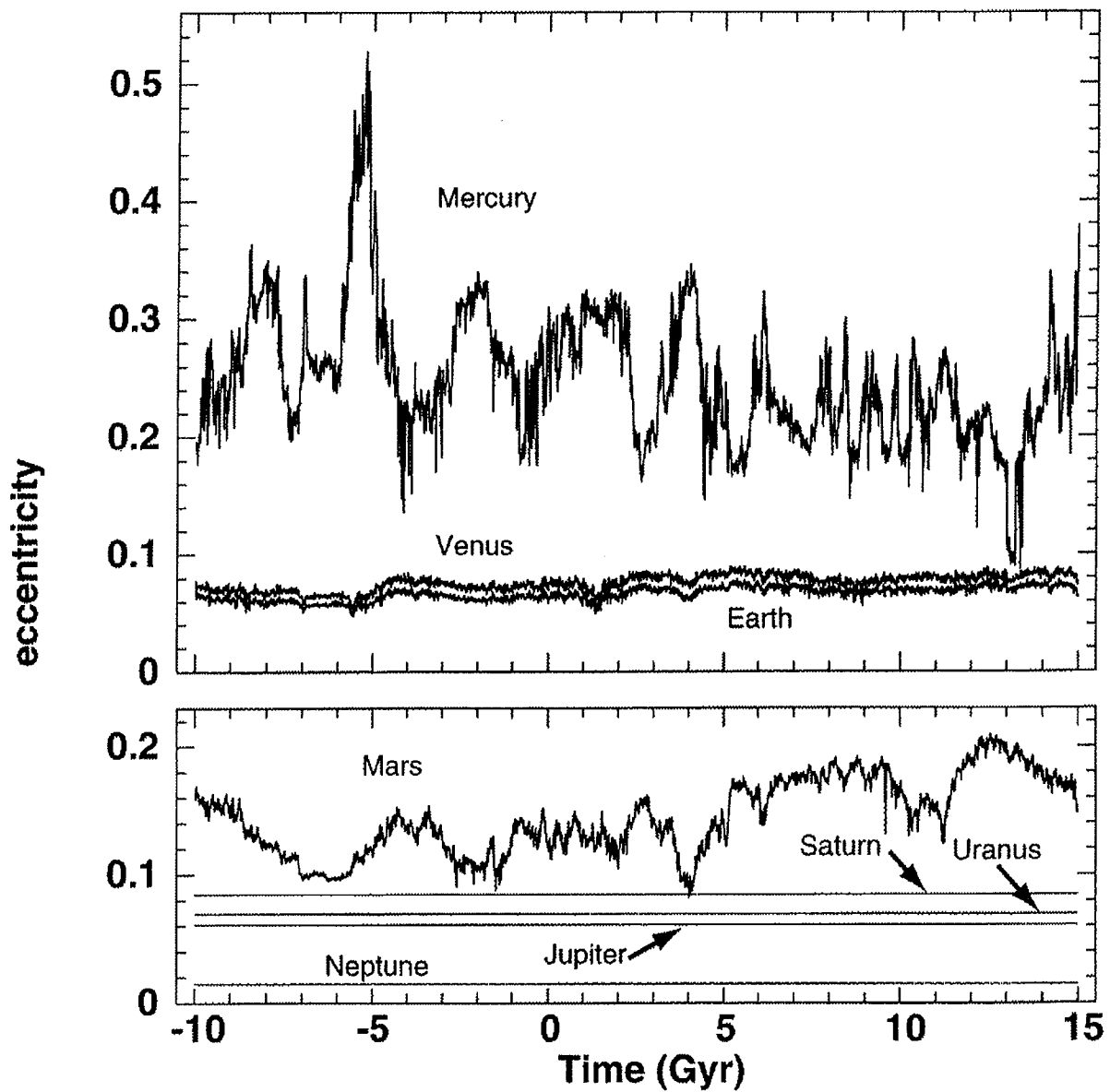


FIG. 1 - Intégration numérique des équations moyennisées du système solaire pour 10 milliards d'années dans le passé, et 15 milliards d'années dans le futur. Pour chaque planète, seule la valeur maximum de l'excentricité atteinte pendant une durée de 10 millions d'année est représentée. Pour plus de clarté, Mercure, Venus et la Terre sont représentées séparément de Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Le mouvement des planètes extérieures est si régulier que les courbes des maximum des excentricités apparaissent sur la figure comme des droites. Au contraire, les courbes des planètes intérieures présentent de très fortes variations irrégulières, résultant de leur diffusion chaotique (Laskar, 1994).

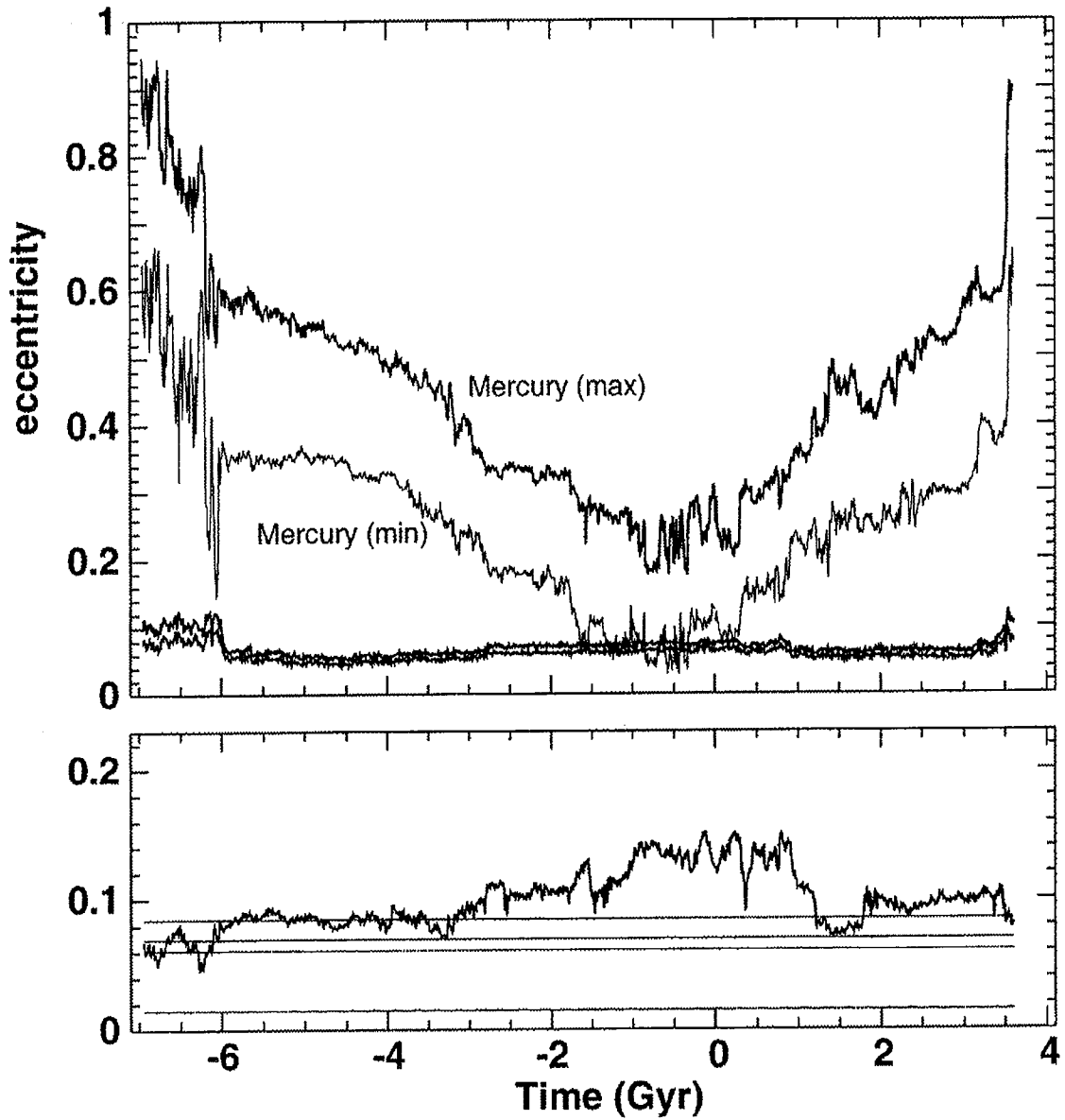


FIG. 2 - Orbite du système solaire conduisant à de très fortes valeurs de l'excentricité de Mercure, et à des possibilités de collision ou d'évasion à -6.6 et +3.5 milliards d'années. Les quantités représentées ici sont les mêmes que dans la figure 1, sauf dans le cas de Mercure où les excentricités minimum et maximum sont tracées. Durant toute cette intégration, le mouvement des planètes extérieures reste très régulier. (Laskar, 1994).

une petite modification de la position de la Terre de 15 mètres. En seulement une dizaine d'étapes et 3.5 milliards d'années, on obtient une orbite atteignant des excentricités de l'ordre de 1, et rencontrant l'orbite de Venus. Une collision, ou une rencontre proche conduisant à l'éjection de Mercure est alors possible.

Le calcul de l'exposant de Lyapounov du système solaire avait permis de montrer que le mouvement du système solaire n'est pas régulier. Le nouveau résultat présenté ici montre que le système solaire n'est pas stable non plus dans le sens le plus fort de ce terme, et les instabilités sont suffisamment importantes pour permettre une collision entre des planètes, ou l'évasion de l'une d'elles.

## Références

- Laskar, J.: 1989, A numerical experiment on the chaotic behaviour of the Solar System *Nature*, bf 338, 237-238.
- Laskar, J.: 1990, The chaotic motion of the solar system. A numerical estimate of the size of the chaotic zones, *Icarus*, **88**, 266-291.
- Laskar, J.: 1994, Large scale chaos in the solar system *Astron. Astrophys.*, **287**, L9-L12.
- Laskar, J.: 1995, Large scale chaos and marginal stability in the solar system, *XIth ICMP Colloquium, Paris 18-21 juillet 1994*.



# MODÈLE POUR L'ÉTUDE DES VARIATIONS A LONG TERME DES OBLIQUITÉS DES PLANÈTES

O. Néron de Surgy

## 1. Introduction

Les travaux récents (Laskar, Joutel, Robutel, 1993) et (Laskar et Robutel, 1993) ont montré les résultats suivants : l'inclinaison de l'axe de rotation d'une planète par rapport à la normale à son plan orbital (qu'on appelle obliquité) est dans certaines conditions très sensible aux perturbations des autres planètes et présente de larges variations chaotiques en quelques millions d'années. C'est effectivement le cas de Mars. La Terre, quant à elle, s'avère préservée de ce type de phénomène grâce à la présence de la Lune.

On s'intéresse ici aux variations d'obliquité des planètes telluriques sur une échelle de temps beaucoup plus grande, comparable à l'âge du système solaire, afin d'obtenir des scénarios d'évolution réalistes sur plus d'un milliard d'années. On doit pour cela prendre en compte certains effets non conservatifs qui s'exercent sur les planètes, tels que les effets de marées ou la friction visqueuse entre le noyau et le manteau planétaire.

Je rappelle d'abord la stratégie utilisée pour la modélisation et l'étude de la rotation planétaire à long terme dans un cadre conservatif. J'explique ensuite brièvement comment on peut prendre en compte les différents effets de marées et de friction entre le noyau et le manteau.

## 2. Les équations moyennées de la précession

On considère la planète comme un solide rigide de moments principaux d'inertie  $A < B < C$ , d'axe de rotation confondu avec l'axe de principale inertie et on limite le développement du potentiel gravitationnel au deuxième harmonique sphérique. Les équations de variation de précession  $\psi$  et d'obliquité  $\epsilon$ , les deux angles qui déterminent l'orientation de la planète — isolée des autres dans le cas présent — s'écrivent après une moyenne sur les mouvements à courtes périodes que sont la rotation diurne et la révolution

orbitale :

$$\begin{cases} \dot{\psi} = \alpha \cos \epsilon \\ \dot{\epsilon} = 0 \end{cases}$$

où  $\alpha$  est la constante de précession.

Le mouvement orbital étant perturbé par les autres planètes, il apparaît dans les seconds membres du précédent système des termes de la forme  $\sum_k A_k \sin(\nu_k t + \phi_k)$ . Les  $A_k$  sont des fonctions de l'inclinaison et de la longitude du nœud ascendant et de leurs dérivées temporelles de l'orbite de la planète considérée, et les  $\nu_k$  sont des combinaisons linéaires des fréquences fondamentales du système solaire. Toutes ces quantités sont déterminées par une intégration de ce dernier sur un temps de l'ordre de vingt millions d'années (Laskar, Joutel, Boudin, 1992). Ces termes peuvent engendrer des résonances avec la fréquence de précession, cause de larges variations chaotiques de  $\epsilon$ . Pour étudier la dynamique globale de l'obliquité, on effectue une analyse en fréquence du système pour un large éventail d'obliquités initiales (Laskar, Joutel, Robutel, 1993 ; Laskar et Robutel, 1993).

### 3. Contribution des effets dissipatifs

#### 3.1. effets de marées de corps

Les théories des effets de marées se fondent généralement sur la proposition suivante, due à Love. Le potentiel de marées dû à la déformation engendrée par l'attraction gravitationnelle différentielle d'un corps perturbateur (e.g. le Soleil) situé à la distance  $x$  du centre d'une planète élastique vaut en un point situé à la surface de cette dernière :

$$V_m(x, R) = \sum_{i \geq 2} k_i V_i(x, R)$$

où  $R$  est le rayon planétaire,  $k_i$  le  $i^{eme}$  nombre de Love et  $V_i$  le  $i^{eme}$  harmonique sphérique. Dans la pratique, il suffit de ne retenir que le terme correspondant à  $i = 2$ . Ce potentiel calculé en un point situé à une distance  $x' > x$  s'obtient en résolvant un problème de Dirichlet (Lambeck, 1980) :

$$V_m(x, x') = k_2 \left(\frac{R}{x'}\right)^5 V_2(x, x').$$

Si la planète était parfaitement élastique, on obtiendrait le potentiel de marées avec  $x = x'$ , la distance du corps perturbateur. Mais du fait de la viscosité du manteau planétaire et d'une éventuelle friction océanique, un petit déphasage de temps  $\Delta t$  (Mignard, 1979) est nécessaire pour atteindre un état d'équilibre. La quantité  $\Delta t$  ne dépend que des caractéristiques physiques de la planète. Si pour la Terre on ne peut le modéliser même grossièrement à cause de la très complexe friction océanique (Zschau, 1978), on sait grâce aux mesures de la vitesse d'éloignement de la Lune que ce temps vaut actuellement une dizaine de minutes (Mignard, 1979). Le potentiel cherché est donc :

$$V_m(x^*, x) = -k_2 \frac{GmR^5}{x^{*3}x^3} P_2(\mathbf{x}^* \cdot \mathbf{x})$$

où  $m$  est la masse du corps perturbateur,  $P_2$  le second polynôme de Legendre,  $x^* = x(t - \Delta t)$  et  $\mathbf{x}^* \cdot \mathbf{x}$  le cosinus de l'angle entre les directions aux instants  $t$  et  $t - \Delta t$  du corps perturbateur.

Il existe bien sûr d'autres façons de modéliser ces effets mais l'approche de Mignard, outre sa clarté, présente un avantage de simplicité qui est de mise pour des intégrations à long terme.

En figure 1 est portée une illustration classique de l'effet de marée à obliquité nulle.

## 2. Solutions de l'équation de Hamilton-Jacobi

Les séparatrices  $\mathcal{W}^+$  et  $\mathcal{W}^-$  sont les variétés stable et instable de l'origine vue comme trajectoire  $2\pi\varepsilon$ -périodique hyperbolique. Notre système dynamique

$$\begin{cases} \dot{q} = \partial_p H = p \\ \dot{p} = -\partial_q H = \sin q - \mu\Phi'(q) \sin(t/\varepsilon) \end{cases}$$

est en effet une perturbation non autonome  $2\pi\varepsilon$ -périodique du pendule, dont le flot est défini dans l'espace de phases étendu  $(q, p, t) \in \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}/2\pi\varepsilon\mathbb{Z}$ ;  $\mathcal{W}^\pm$  est la surface constituée des trajectoires  $\{(q(t), p(t), t), t \in \mathbb{R}\}$  telles que

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} (q(t), p(t)) = (0, 0).$$

Pour  $\mu = 0$ , ces deux surfaces se confondent en la séparatrice du pendule composée des trajectoires  $\{(q^0(t+t_0), p^0(t+t_0), t), t \in \mathbb{R}\}$  où  $t_0 \in \mathbb{R}$  et

$$\begin{cases} q^0(u) = 4 \arctan e^u \\ p^0(u) = \frac{dq^0}{du} = \frac{2}{\cosh u} = 2 \sin \frac{q^0}{2}, \end{cases}$$

mais Poincaré montre que la situation est toute différente pour  $\mu$  non nul. En fait les séparatrices s'intersectent alors transversalement le long de solutions homoclines, ce qui donne lieu à un portrait de phase compliqué à leur voisinage et suffit à assurer la non-intégrabilité du système. Le problème est d'estimer asymptotiquement la taille de l'écart entre les séparatrices lorsque  $\mu$  et surtout  $\varepsilon$  tendent vers 0 : écart d'ordre 1 par rapport à  $\mu$ , mais exponentiellement petit par rapport à  $\varepsilon$  et donc indétectable par les méthodes habituelles de perturbation.

Nous nous restreignons aux portions des variétés stable et instable situées dans le demi-espace  $\{p > 0\}$  et correspondant à des valeurs de  $q$  comprises entre 0 et  $2\pi$ . Elles admettent des équations de la forme

$$\mathcal{W}^+ : p = \partial_q S^+(q, t), \quad \mathcal{W}^- : p = \partial_q S^-(q, t),$$

où les fonctions  $S^+$  et  $S^-$  des variables  $(q, t, \mu, \varepsilon)$  sont deux solutions particulières de l'équation de Hamilton-Jacobi

$$\partial_t S + H(q, \partial_q S, t) = 0,$$

caractérisées par les propriétés suivantes :  $S^+$  et  $S^-$  sont  $2\pi\varepsilon$ -périodiques en  $t$  et analytiques pour  $\mu$  voisin de 0 ; elles coïncident pour  $\mu = 0$  avec la fonction

$$S_0 = 4(1 - \cos q/2)$$

associée à la séparatrice du pendule non perturbé ;  $S^-$  (resp.  $S^+$ ) est analytique pour  $q = 0$  (resp.  $q = 2\pi$ ) et vaut 0 en ces points.

Notre problème est donc de comparer ces deux fonctions et leurs dérivées partielles en  $q$  : là où s'annule  $\partial_q(S^+ - S^-)$ , il y a intersection des séparatrices et l'angle d'intersection est évalué à l'aide de  $\partial_q^2(S^+ - S^-)$ .

On peut chercher pour  $S^+$  et  $S^-$  des développements formels en puissances de  $\varepsilon$ , mais on trouve alors une unique solution formelle de la forme

$$\tilde{S} = S_0 + \varepsilon S_1 + \varepsilon^2 S_2 + \dots = S_0 + \sum_{k \geq 1} \varepsilon^k S_k(q, \frac{t}{\varepsilon}, \mu),$$



## RÉSURGENCE ET SÉPARATRICES

D. Sauzin

### 1. Introduction

Dans les *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, revient souvent la question de la convergence des séries obtenues dans les problèmes de dynamique. Poincaré se demande également quel parti on peut tirer de ces séries quand elles divergent et est ainsi conduit à la notion de développement asymptotique.

À la fin du deuxième tome [1], Poincaré examine *un exemple simple qui fera mieux comprendre le mécanisme de la divergence des séries auxquelles conduit la méthode de Bohlin*. Il s'agit, aux notations et à un changement de variables près, du pendule rapidement forcé décrit par le hamiltonien

$$H(q, p, t) = \frac{p^2}{2} - 1 + \cos q + \mu \Phi(q) \sin \frac{t}{\varepsilon}$$

(nous prendrons  $\Phi(q) = 1 - \cos q$ , les paramètres  $\varepsilon > 0$  et  $\mu$  sont considérés comme petits), pour lequel il prouve la divergence de certains développements formels en puissances de  $\varepsilon$  solutions de l'équation de Hamilton-Jacobi. Notre but est de montrer que la divergence de ces séries formelles est de type résurgent, au sens de la récente théorie de Jean Écalle [2], et d'en déduire une approche nouvelle du problème des séparatrices qui a fait l'objet des travaux de plusieurs mathématiciens ces dernières années [3] ; nous résumons ici notre contribution au sujet [4] sans donner aucune démonstration.

en font un équilibre relatif. On montre également que cette dernière condition équivaut à ce que les corps aient un mouvement de corps solide, c'est-à-dire à la seule condition  $\dot{B} = 0$ . Enfin, la configuration d'un mouvement homographique, en particulier une configuration centrale, est à chaque instant équilibrée.

## 6. Interprétation variationnelle

Un calcul simple prouve que les configurations équilibrées sont exactement les points critiques de la restriction de la fonction potentiel  $V$  aux sous-variétés *isospectrales* de  $Hom_s(\mathcal{D}^*, \mathcal{D}^*)$ , ensemble des endomorphismes symétriques  $B$  ayant un spectre donné.

## 7. Cas de trois corps

Lorsque  $n = 3$ , la condition pour qu'un triangle soit équilibré équivaut à la nullité du déterminant de la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m_1(r_{23}^2 - r_{31}^2 - r_{12}^2) & m_2(r_{31}^2 - r_{12}^2 - r_{23}^2) & m_3(r_{12}^2 - r_{23}^2 - r_{31}^2) \\ \psi'(r_{23}^2) & \psi'(r_{31}^2) & \psi'(r_{12}^2) \end{pmatrix},$$

où la dérivée  $\psi'$  de  $\psi$  est donnée par  $\psi'(u) = \frac{1}{2}ku^{-3/2}$  (les incontournables inverses des cubes des distances mutuelles). Si les masses sont égales, les solutions sont exactement les triangles isocèles, qui interpolent entre les solutions alignées d'Euler et le triangle équilatéral de Lagrange.

Lorsque  $n = 4$ , on trouve les quatre équations (non indépendantes) qu'a utilisées Alain Albouy pour montrer que toute configuration centrale de quatre corps de masses égales dans le plan possède une symétrie.

## Note historique

Enrico Betti avait déjà effectué il y a plus de cent ans la réduction du problème des  $n$  corps en utilisant les distances mutuelles. Je ne résiste pas au plaisir de citer *in extenso* le titre de son article : *Sopra il moto di un sistema di un numero qualunque di punti che si attraggono o si respingono tra di loro*, Annali di Matematica s.2 t.8, 301–311 (1877). Ses équations, équivalentes aux nôtres, ne sont pas écrites sous forme matricielle et sont par là même beaucoup moins faciles à manipuler.

Le potentiel newtonien ne dépend que des distances mutuelles  $r_{ij}$ , c'est-à-dire de  $\beta$  ou de  $B$ . Il est de la forme

$$V(B) = \sum_{i < j} m_i m_j \psi(r_{ij}^2),$$

où la fonction d'une variable  $\psi$  s'écrit  $\psi(u) = -ku^{-1/2}$ . Sa dérivée  $dV(B)$  est une forme linéaire sur l'espace  $Hom_s(\mathcal{D}^*, \mathcal{D}^*)$  des endomorphismes symétriques de l'espace euclidien  $\mathcal{D}^*$  ; utilisant le produit scalaire naturel donné par la trace de la composée sur cet espace d'endomorphismes, on représente  $dV(B)$  par l'endomorphisme (symétrique) de Wintner-Conley  $A : \mathcal{D}^* \rightarrow \mathcal{D}^*$  tel que

$$dV(B)\Delta B = \frac{1}{2} \text{trace}(A\Delta B).$$

## 5. Équations réduites et configurations équilibrées

Représentons  $n$  corps dans  $R^p$  à translation près par l'application linéaire  $x : \mathcal{D}^* \rightarrow R^p$  définie par

$$\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n) \mapsto x(\xi) = \sum_{i=1}^n \xi_i \vec{r}_i = \sum_{i=1}^n \xi_i (\vec{r}_i + \vec{\tau}).$$

On constate que  $\beta(\xi, \eta) = ({}^t x \circ x(\xi), \eta)$ , où  ${}^t x : R^p \rightarrow \mathcal{D}$  est la transposée de  $x$  (on a noté  $\mathcal{D}$  le dual de  $\mathcal{D}^*$  et identifié  $R^p$  à son dual), et  $(,)$  désigne la forme de dualité qui applique  $\mathcal{D} \times \mathcal{D}^*$  dans  $R$ . Une simple application du théorème de dérivation des applications composées montre que l'équation de Newton s'écrit

$$\ddot{x} = -x \circ A.$$

Notant  $D$  l'analogue de  $B$  où les produits scalaires des positions  $\langle \vec{r}_i, \vec{r}_j \rangle$  sont remplacés par les produits scalaires des vitesses  $\langle \vec{v}_i, \vec{v}_j \rangle$ , et  $C + R$  la décomposition en parties symétrique et antisymétrique de l'analogue de  $B$  où les produits scalaires des positions  $\langle \vec{r}_i, \vec{r}_j \rangle$  sont remplacés par les produits scalaires "mixtes"  $\langle \vec{r}_i, \vec{v}_j \rangle$ , on obtient les *équations réduites* (3 équations si  $n = 2$ , les 10 équations de Lagrange si  $n = 3$ , etc)

$$\begin{aligned} \dot{B} &= 2C, \\ \dot{C} &= -\frac{1}{2}(AB + BA) + D, \\ \dot{D} &= -(AC + CA) + [A, R], \\ \dot{R} &= -\frac{1}{2}[A, B]. \end{aligned}$$

Ces équations réduites sont conceptuellement très agréables : prenant par exemple leurs traces, on obtient directement l'équation de conservation de l'énergie et l'équation de Lagrange-Jacobi. Les invariants de rotation du moment cinétique donnent également  $(n - 1)$  intégrales premières qu'on explicite facilement. Les équations des équilibres relatifs ( $\dot{B} = 0, \dot{C} = 0, \dot{D} = 0, \dot{R} = 0$ ) se lisent directement :

$$C = 0, D = \frac{1}{2}(AB + BA), [A, R] = AC + CA, [A, B] = 0.$$

La dernière, indépendante des vitesses, mérite un nom :

**Définition.** On appelle configuration équilibrée une configuration de  $n$  masses qui vérifie  $[A, B] = 0$ .

On montre sur les équations réduites qu'une configuration est équilibrée si et seulement si elle admet un plongement dans  $R^p$ ,  $p$  assez grand ( $2(n - 1)$  suffit,  $R^4$  pour trois corps), et des vitesses initiales qui

forme  $\sum_{i=1}^n m_i \langle \vec{r}_i, \vec{r}_j \rangle = 0$ . Cette forme est naturellement codée dans la forme bilinéaire

$$-\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n r_{ij}^2 \xi_i \eta_j = \sum_{i,j=1}^n \langle \vec{r}_i, \vec{r}_j \rangle \xi_i \eta_j.$$

L'égalité ci-dessus est manifestement fautive ... mais elle devient vraie si  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n)$  et  $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_n)$  appartiennent au sous-espace vectoriel  $\mathcal{D}^*$  de  $R^n$  défini par

$$\mathcal{D}^* = \left\{ \xi = (\xi_1, \dots, \xi_n) \in R^n, \sum_{i=1}^n \xi_i = 0 \right\}.$$

La forme bilinéaire  $\beta(\xi, \eta)$  définie par ces formules caractérise la forme du système de  $n$  corps.

## 2. Masses

Fixer les masses  $m_i$  équivaut à se donner sur  $\mathcal{D}^*$  le produit scalaire

$$\langle \xi, \eta \rangle_m = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i} \xi_i \eta_i.$$

La forme bilinéaire  $\beta$  est alors représentée par l'endomorphisme symétrique  $B : \mathcal{D}^* \rightarrow \mathcal{D}^*$  défini par

$$\beta(\xi, \eta) = \langle \xi, B\eta \rangle_m.$$

On peut appeler  $B$  l'inertie intrinsèque du système de  $n$  masses.

## 3. Inertie

À des valeurs propres nulles près, le spectre de  $B$  est le spectre d'inertie du corps solide formé par les  $n$  masses. La différence avec la matrice d'inertie classique est que cette dernière "tourne" avec le corps solide, alors que  $B$  est invariante par rotation. Notons que le rang de  $B$  est égal à la dimension du sous-espace vectoriel de  $R^p$  engendré par les  $n$  corps. Une interprétation immédiate des calculs classiques du volume d'un parallélépipède montre que le polynôme caractéristique de  $B$  s'écrit

$$\det(\lambda Id_{\mathcal{D}^*} - B) = \lambda^{n-1} - b_1 \lambda^{n-2} + \dots + (-1)^{n-1} b_{n-1},$$

avec

$$b_{k-1} = \frac{1}{M} \sum_{i_1 < \dots < i_k} m_{i_1} \dots m_{i_k} \text{vol}_{i_1 \dots i_k}^2,$$

où le terme  $\text{vol}_{i_1 \dots i_k}$  désigne le volume de l'un quelconque des parallélotopes de dimension  $k-1$  de  $R^p$  engendrés par les corps  $i_1, \dots, i_k$ , c'est-à-dire  $(k-1)!$  fois le volume du simplexe défini par ces corps. En particulier, la trace  $I = b_1$  de  $B$  est l'inertie par rapport au centre de gravité  $\frac{1}{M} \sum_{i < j} m_i m_j r_{ij}^2 = \sum_{i=1}^n m_i \|\vec{r}_i\|^2$  qui mesure la taille du système\*.

## 4. Forces

\* L'identité ci-dessus n'est vérifiée que si le centre de gravité est à l'origine :  $\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i = \vec{0}$ .

## CONFIGURATIONS ÉQUILIBRÉES DE $n$ CORPS SOUMIS À L'ATTRACTION NEWTONIENNE

A. Chenciner

(Résumé d'un travail en collaboration avec Alain Albouy)

*Étudiant en 1772 les mouvements homographiques de 3 corps soumis à l'attraction newtonienne, Lagrange écrit une équation qui caractérise les configurations prise au cours d'un tel mouvement ... dans un espace de dimension 4. Nous montrons, en généralisant l'étude de Lagrange à un nombre quelconque de corps, qu'une bonne réduction du problème des  $n$  corps (passage au quotient par les déplacements rigides) nécessite qu'on commence par oublier la dimension de l'espace ambiant.*

### 1. Forme

Étant données  $n$  masses ponctuelles  $m_i$  repérées dans l'espace euclidien\*  $R^p$  par les vecteurs  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$ , on note  $r_{ij}$  la distance  $\|\vec{r}_i - \vec{r}_j\|$  entre le corps  $i$  et le corps  $j$ . On se débarasse en général de l'invariance par translation du problème des  $n$  corps en choisissant un repère galiléen dans lequel le centre de gravité du système est fixé à l'origine, c'est-à-dire en supposant que  $\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i = \vec{0}$ . Les  $\frac{n(n-1)}{2}$  distances mutuelles  $r_{ij}^2$ ,  $i < j$  (indépendantes des  $m_i$ ), et les  $\frac{n(n+1)}{2}$  produits scalaires  $\langle \vec{r}_i, \vec{r}_j \rangle$ ,  $i \leq j$  (qui dépendent des  $m_i$ ), portent alors la même information : ils déterminent la forme prise par les  $n$  corps à translation et rotation près. La différence  $\frac{n(n+1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} = n$  est le nombre des relations de la

---

\* On notera  $\langle \vec{r}, \vec{s} \rangle = \sum_{i=1}^n x_i y_i$  le produit scalaire des vecteurs  $\vec{r} = (x_1, \dots, x_p)$  et  $\vec{s} = (y_1, \dots, y_p)$ , et  $\|\vec{r}\|^2 = \langle \vec{r}, \vec{r} \rangle$  le carré de la norme de  $\vec{r}$ .



## SYMÉTRIE DES CONFIGURATIONS CENTRALES DE QUATRE CORPS

Alain Albouy

### Résumé

Nous montrons que toute configuration centrale du problème newtonien plan de quatre corps ayant tous la même masse possède au moins une symétrie, résolvant ainsi une conjecture de Llibre, Moeckel, Simó, etc...(voir [3]). La méthode a été suggérée par l'étude dans [2] des équilibres relatifs en dimension supérieure à 3.

### Références

- [1] A. Albouy, Symétrie des configurations centrales de quatre corps, *Comptes rendus de l'académie des sciences*, Décembre 1994.
- [2] A. Albouy, A. Chenciner, Le problème des n corps et les distances mutuelles, preprint Bureau des Longitudes, novembre 1994.
- [3] K.R. Meyer, D.S. Schmidt, Bifurcations of relative equilibria in the 4- and 5-body problem, *Ergod. Th. & Dynam. Sys.* **8\***, 215–225 (1988)

système, on se ramène aisément à l'étude du mouvement de  $p$  planètes (dont les masses sont d'ordre  $\mu$ ) par rapport à un corps central ou Soleil (de masse 1, grande devant  $\mu$ ). Les équations du mouvement sont alors représentées par le hamiltonien à  $3p$  degrés de liberté :  $H = H_0 + \mu H_1$ . La partie intégrable  $H_0$  (jouant le rôle du hamiltonien non-perturbé) est somme de  $p$  hamiltoniens indépendants modélisant le mouvement képlérien de chacune des  $p$  planètes autour du Soleil, alors que la perturbation  $\mu H_1$  prend en compte les interactions mutuelles entre les planètes. Le hamiltonien  $H_0$ , ne possédant que  $p$  fréquences non-nulles est dégénéré, donc  $H$  n'est pas redevable du théorème de Kolmogorov. Mais la situation n'est pas sans issue : les longitudes du nœud ascendant des planètes ainsi que celles de leur périhélie qui sont fixes dans le problème de Kepler, s'animent sous l'effet des perturbations dues aux planètes. Ainsi, on peut associer trois fréquences non-nulles à chacune des planètes : le moyen-mouvement (d'ordre 1), et deux fréquences d'ordre  $\mu$  associées au mouvement du nœud et du périhélie. On conçoit alors qu'en ajoutant à  $H_0$  "une partie" de  $\mu H_1$ , il est possible de construire un nouveau hamiltonien non-perturbé qui soit à la fois intégrable et non-dégénéré (encore faudra-t-il être en mesure de construire les variables angle-action associées à ce nouveau système). C'est cette idée qu'Arnold développa en 1963 dans la démonstration de son théorème portant sur l'existence de trajectoires quasi-périodiques pour les hamiltoniens quasi-intégrables dégénérés. Il appliqua ensuite ce nouveau théorème au problème planétaire des trois corps. Mais la difficulté d'obtenir une expression analytique de la fonction perturbatrice planétaire  $\mu H_1$  le conduisit à simplifier considérablement le problème. Il se limita au cas où les trois corps évoluaient dans le même plan et dans la situation asymptotique où le rapport des demi-grands axes des planètes tendaient vers zéro. Ainsi, Arnold montra que sous ces hypothèses et si les masses et les excentricités des deux planètes sont suffisamment faibles, la majorité des trajectoires quasi-périodiques du problème non-perturbé sont conservées.

Afin d'appliquer le théorème à un système planétaire plus réaliste que celui étudié par Arnold, il convenait d'améliorer trois points : l'extrême petitesse des masses et excentricités pour lesquelles le théorème est applicable, la condition asymptotique portant sur le rapport des demi-grands axes, et la restriction au problème plan. Le premier point étant inhérent au théorème d'Arnold (et plus généralement aux méthodes de démonstrations d'existence des tores dans le théorie KAM), d'autres techniques doivent être mises en œuvre pour l'aborder. En revanche, à l'aide d'une nouvelle méthode de développement de la fonction perturbatrice planétaire et en travaillant sur le manipulateur algébrique TRIP (conçu par J.Laskar), les deux derniers points concernant les demi-grands axes et les inclinaisons planétaires ont pu être améliorés. L'essentiel du travail était de réduire une partie du hamiltonien à une forme normale (ce qui est équivalent à construire des variables angle-action) dont l'expression restait valable pour toutes les valeurs des demi-grands axes, l'intégrale du moment cinétique permettant de contrôler les valeurs des inclinaisons planétaires lors de cette construction. Sous cette forme, il devenait possible d'appliquer le théorème d'Arnold et d'obtenir le résultat pouvant s'énoncer de la manière suivante : si les masses et excentricités planétaires sont suffisamment faibles, si le rapport des demi-grands axes est inclus dans l'intervalle  $[0, 0.8]$ , et pour une inclinaison mutuelle (entre les deux planètes) inférieure à un degré, la plupart des conditions initiales conduisent à des trajectoires quasi-périodiques.

## Références

- Arnold V. : 1963, 'Small denominators', *Russ. Math. Survey*, **18**, N6, 85–192
- Kolmogorov A.N. : 1954, 'The conservation of conditionally periodic motion with a small variation in the hamiltonian', *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, **98**, 527–530
- Laskar J., Robutel P. : 1994, 'Stability of the planetary three-body problem. I. Expansion of the planetary Hamiltonian', *Submitted for publication*
- Robutel P. : 1994, 'Stability of the planetary three-body problem. II. KAM theory and the existence of quasi-periodic trajectories', *Submitted for publication*



## APPLICATION DU THÉORÈME D'ARNOLD AUX PROBLÈMES PLANÉTAIRES

Ph. Robutel

Pour un système hamiltonien à  $n$  degrés de liberté (système possédant  $n$  intégrales premières indépendantes et deux à deux en involution) vérifiant certaines conditions de compacité, le théorème de Liouville montre que l'espace des phases du problème est réunion de tores invariants de dimension  $n$ . Chaque trajectoire est alors quasi-périodique et évolue sur un des tores précédents. On peut alors définir (au moins au voisinage d'un tore donné) un système de variables "angle-action"  $(\varphi, I) = (\varphi_1, \dots, \varphi_n, I_1, \dots, I_n) \in T^n \times R^n$  réduisant le hamiltonien à la forme  $H_0(I)$ . Dans ces conditions, les  $n$  fréquences d'une trajectoire évoluant sur le tore d'équation  $\{I = I_0 = \text{constante}\}$  sont données par le vecteur  $\omega(I_0) = (\omega_1(I_0), \dots, \omega_n(I_0))$  dont la  $i^{\text{ème}}$  composante est la dérivée du hamiltonien par rapport à la  $i^{\text{ème}}$  action. Si le hamiltonien  $H_0$  est non-dégénéré, au sens où l'application fréquence (qui au vecteur action  $I$  associe le vecteur fréquence  $\omega(I)$ ) est un difféomorphisme, chaque tore est défini de manière unique par la donnée d'un vecteur fréquence (et inversement). On rencontre alors dans l'espace des phases une alternance de tores tantôt résonants tantôt non résonants. On trouve parmi les tores résonants toutes les variétés possibles, allant d'une seule relation de commensurabilité de la forme  $k_1\omega_1 + \dots + k_n\omega_n = 0$  (avec  $k_i \in Z$ ), à  $n - 1$  relations indépendantes (cas de l'orbite périodique). Cette condition de non-dégénérescence, n'est pas vérifiée par n'importe quel problème intégrable. Un système formé de  $n$  oscillateurs harmoniques est intégrable mais dégénéré : ses fréquences sont indépendantes des actions. Le problème de Kepler est lui aussi intégrable et dégénéré : exprimé en variables "angle-action" (dans le cas de trajectoires elliptiques), le hamiltonien de ce problème à trois degrés de liberté ne dépend que d'une action. Ainsi, une seule de ses fréquences est non-nulle, et toutes ses trajectoires sont périodiques. Mais les hamiltoniens intégrables sont très rares, c'est pourquoi on s'intéresse à une classe beaucoup plus générale dont la dynamique est bien plus riche, celle des hamiltoniens quasi-intégrables. Il s'agit des systèmes ne différant d'un système intégrable que par une "petite quantité" appelée perturbation. Si pour un tel hamiltonien, la partie intégrable (ou non-perturbée) est non-dégénérée (au sens précédent), d'après Kolmogorov (1954), pour une perturbation suffisamment petite, la plupart des tores invariants du problème non-perturbé sont conservés (subissant des déformations de l'ordre de la taille de la perturbation) et la plus grande partie des conditions initiales conduisent à des trajectoires quasi-périodiques du système perturbé évoluant sur les tores précédents. Comme en général les tores résonants sont détruits, les orbites quasi-périodiques résistant à la perturbation possèdent  $n$  fréquences rationnellement indépendantes.

Mais ces résultats, essentiels à la compréhension de la dynamique des systèmes hamiltoniens, ne peuvent s'appliquer de manière brutale au problème planétaire. En effet, en fixant le centre de masse du



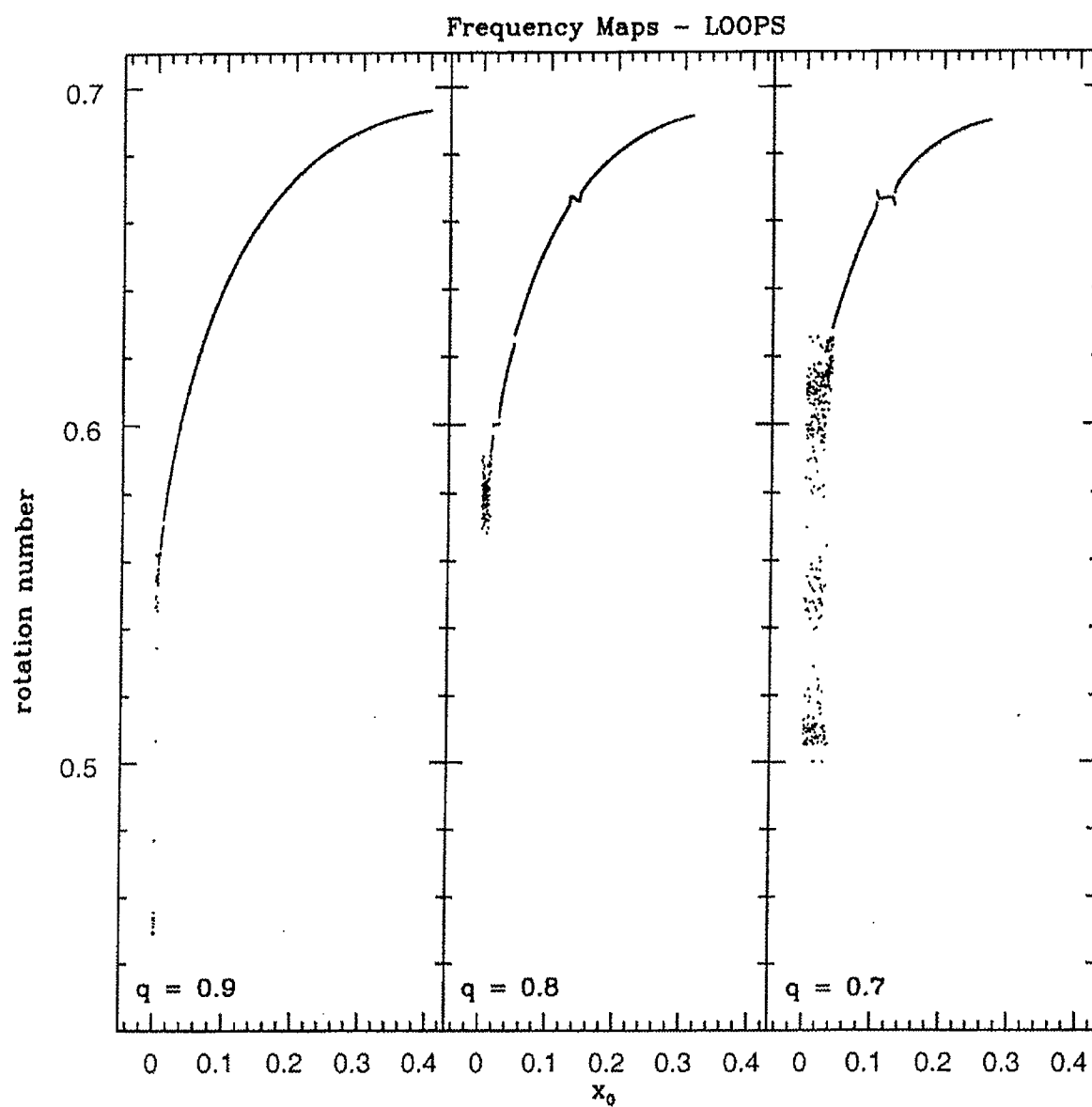
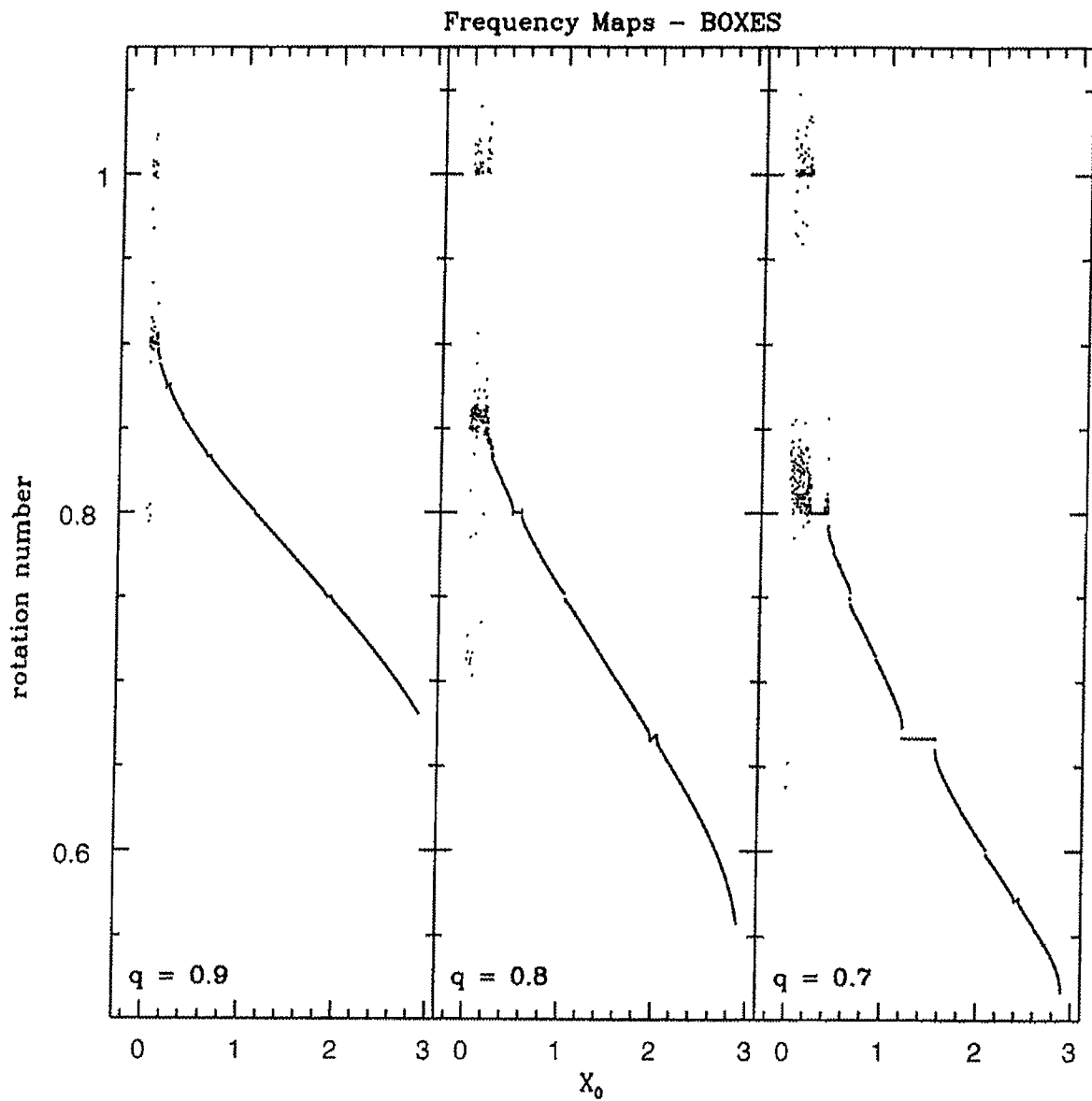
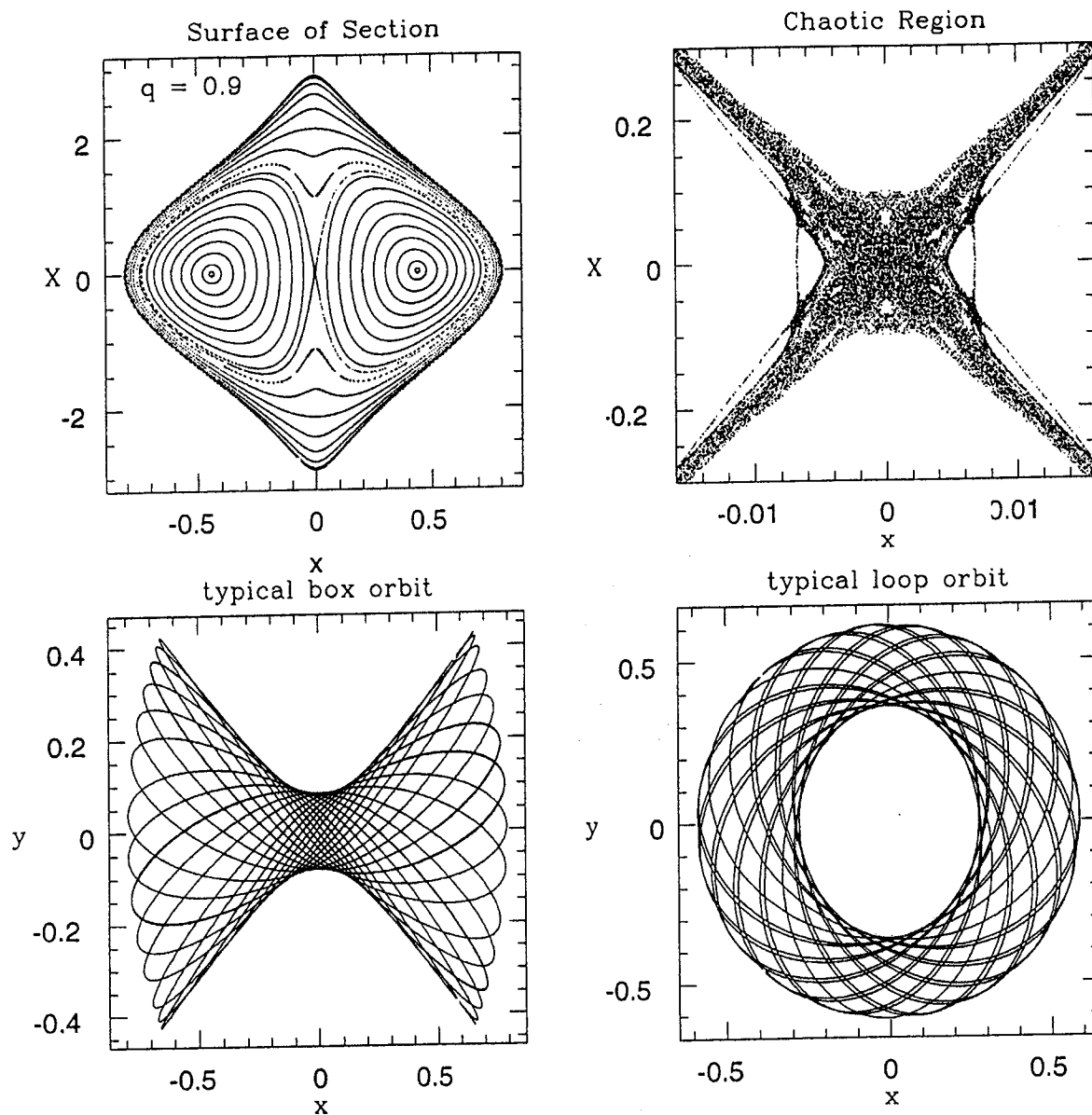


Figure 3. "Frequency maps" pour la région occupée par des orbites boucles pour trois valeurs de  $q$  différentes (0.9, 0.8 and 0.7).



**Figure 2.** "Frequency maps" pour la région occupée par des orbites boîtes pour trois valeurs de  $q$  différentes (0.9, 0.8 and 0.7).



**Figure 1.** (a) Surface de section  $y = 0$  du système logarithmique pour  $q = 0.9$  et (b) un "zoom" au voisinage de l'intersection de l'orbite hyperbolique  $x = X = 0$  avec cette surface. (c) Orbite boîte typique et (d) orbite boucle typique dans l'espace de configuration.

En revanche, l'analyse de l'application fréquence est basée sur une autre caractéristique du mouvement quasi-périodique, les fréquences fondamentales. Ces dernières peuvent être calculées d'une manière concise en utilisant un algorithme puissant (NAFF). Les aspects principaux de l'analyse en fréquence sont doubles. Tout d'abord, elle calcule une approximation quasi-périodique sous forme de série d'harmoniques pour une fonction déterminée numériquement. Ces approximations reconstruisent les tores et peuvent être très utiles en dynamiques galactiques pour tester l'autoconsistance d'un potentiel modèle (Schwarzschild, 1979). Le deuxième et en fait l'aspect le plus important de la méthode est la représentation de la dynamique globale du système par l'analyse de l'application fréquence. Plus exactement, on peut déterminer les fréquences fondamentales qui caractérisent ce mouvement quasi-périodique. Ainsi, on peut étudier la régularité de l'application fréquence  $J \mapsto \nu$ , où  $J$  sont des variables du type action.

Dans les figures 2 et 3 on représente les applications fréquences pour trois valeurs du paramètre de perturbation  $q$  (0.9, 0.8 et 0.7), pour les régions de l'espace de phase occupées par les orbites boîtes (nombre de rotation en fonction de  $x$ ) et pour les orbites boucles (nombre de rotation en fonction de  $X$ ), respectivement. Alors, on peut observer l'existence des zones chaotiques (points dispersés), les principales îles elliptiques (plateaux) dont on peut calculer la taille et les points hyperboliques (fractures de la courbe) qui correspondent à des résonances que l'on peut identifier facilement. En outre, comme ces résonances indiquent l'existence des orbites périodiques on peut localiser ces dernières.

Après cette étude préliminaire qui démontre toute la puissance de la méthode, on pense qu'on peut l'appliquer à des potentiels galactiques plus réaliste (3D et en rotation). Dans ce cas, la considération d'orbites irrégulières pour la construction des modèles galactiques doit devenir une nécessité (Kaufmann, 1993), car l'addition du degré de liberté supplémentaire va sûrement élargir les zones chaotiques (Laskar, 1993).

## Références

- Binney J. et Spergel D. : 1982, *Astrophys. J.* **252**, 308.  
 Binney J. et Tremaine S. : 1987, *Galactic Dynamics*, Princeton Univ. Press, Princeton N.J.  
 Kaufmann D.E. : 1993, *Self-consistent Models of Barred Spiral Galaxies*, PhD Thesis, Un. of Florida.  
 Laskar J. : 1993, *Physica D* **67**, 257.  
 Laskar J., Froeschlé C. et Celletti A. : 1992, *Physica D* **56**, 253.  
 Richestone D. : 1982, *Astrophys. J.* **252**, 496.  
 Papaphilippou Y. et Laskar J. : 1995, *en préparation*.  
 Schwarzschild M. : 1979, *Astrophys. J.* **232**, 236.

## APPLICATION DE L'ANALYSE EN FRÉQUENCE DANS UN POTENTIEL GALACTIQUE A 2 DEGRÉS DE LIBERTÉ

Y. Papaphilippou

L'analyse en fréquence de Laskar (1992,1993) est une nouvelle méthode pour l'étude des systèmes dynamiques conservatifs. On a tenté dans ce travail d'une part de démontrer l'impact de cette nouvelle approche en dynamique galactique et d'autre part de clarifier la dynamique du potentiel logarithmique, beaucoup cité dans la littérature comme modèle d'une galaxie barrée où des halos galactiques (Binney and Tremaine, 1987).

Le Hamiltonien du système est :

$$H = \frac{1}{2}(X^2 + Y^2) + \ln(x^2 + \frac{y^2}{q^2} + R_c^2) \quad (1)$$

où  $(x, X)$  et  $(y, Y)$  sont des paires des variables conjuguées,  $q$  est le paramètre de non-axisymétrie et  $R_c$  une constante pour enlever la singularité logarithmique du centre du potentiel.

Pour  $q = 0.9$ , il existe principalement deux familles d'orbites, dont on peut remarquer facilement sur une surface de section, pour  $y = 0$  (figure 1a) : les orbites boucles ("loops" - figure 1c) et les orbites boîtes ("boxes" - figure 1d). Ces deux types d'orbites peuvent être connectés avec deux orbites périodiques qui proviennent des deux systèmes intégrables générés pour des conditions spéciales du Hamiltonien général.

Les études des potentiels galactiques présentent souvent des complexités qui proviennent du choix des variables. Les variables utilisées sont effectivement loin des variables actions-angles, lesquelles simplifient en principe l'étude de la dynamique d'un système. Ces variables décrivent les mouvements quasi-périodiques sur des tores invariants dans le cas d'un système intégrable, ou sur les tores déformés, qui persistent dans le cas d'un système proche d'intégrable. Malheureusement, les méthodes (semi-) numériques qui calculent ce genre de variables présentent des difficultés supplémentaires surtout quand la perturbation est élevée.





sur une telle période de caractéristiques physiques telles que  $\nu$  ou  $\Delta t$ . Il s'agit surtout de comprendre les comportements possibles du système, en particulier le rôle des effets dissipatifs au voisinage des résonances séculaires dues aux perturbations planétaires, et discerner ainsi les différences entre le cadre conservatif et le cadre dissipatif.

## Références

- Dobrovolskis A.R. : 1979, Atmospheric tides and the rotation of Venus : II. Spin evolution, *Icarus*, **41**, (18).
- Goldreich P., Peale S. : 1970, The obliquity of Venus, *Astron.J.*, **75**, (273-284).
- Hide R. : 1976, Interaction between the Earth's liquid core and solid mantle, *Nature*, **222**, (1055).
- Lambeck K. : 1980, The Earth's variable rotation, *Cambridge University Press*. Laskar J., Joutel F., Boudin F. : 1993, Orbital, precessionnal, and insolation quantities for the Earth from  $-20$  Myr to  $+10$  Myr, *Astron. Astrophys.*, **270**, (522-533).
- Laskar J., Joutel F., Robutel P. : 1993, Stabilization of the Earth's obliquity by the Moon, *Nature*, **361**, (615-617).
- Laskar J., Robutel P. : 1993, The chaotic obliquities of the planets, *Nature*, **361**, (608-612).
- Lumb L.I., Aldridge K.D. : 1991, On viscosity estimates for the Earth's fluid outer core and core-mantle coupling, *J. Geophys. Geoelectr.*, **43**, (93-110).
- McCue J., Dormand J.R. : 1993, Evolution of the spin of Venus, *Earth Moon and Planets*, **63**, (209-225).
- Mignard F. : 1979, The evolution of the lunar orbit revisited (partI), *Moon and Planets*, **20**, (301-315).
- Mignard F. : 1981, The evolution of the lunar orbit revisited (partIII), *Moon and Planets*, **24**, (189-207).
- Rochester M.G. : 1976, The secular decrease of obliquity due to dissipative core-mantle coupling, *Geophys.J.R.A.S.*, **46**, (109-126).
- Toomre A. : 1974, On the 'nearly diurnal wobble' of the Earth, *Geophys.J.R.A.S.*, **38**, (335).
- Williams G.E. : 1993, History of the Earth's obliquity, *Earth-Science review*, **34**, (1-45).
- Zschau J. : 1978, Tidal friction in the solid Earth : loading tides versus body tides, *Tidal friction and the Earth's rotation (Brosche and Sündermann, Springer)*, **I**, (62-94).

### 3.3. friction noyau/manteau

Je me base sur le modèle (Rochester, 1976). Le noyau et le manteau n'ont pas la même densité. Ils tendent donc à précesser différemment, ce qui provoque une friction visqueuse à leur frontière. S'exerce aussi une friction magnétique due à la présence de courants électriques dans le noyau. Enfin, deux couples tendent à solidariser le noyau et le manteau : le couple inertiel  $\mathbf{N}$  dû aux forces de pression à la frontière et le couple topographique  $\mathbf{T}$  (Hide, 1969) dû à des déformations de cette frontière qui a pour effet de cranter le noyau dans le manteau. Le théorème du moment cinétique appliqué au noyau  $n$  et au manteau  $m$  se traduit par le système

$$\begin{cases} \frac{d(C_n \vec{\omega}_n)}{dt} = \mathbf{P}_n + \mathbf{N} + \mathbf{T} + \mathbf{F} \\ \frac{d(C_m \vec{\omega}_m)}{dt} = \mathbf{P}_m - \mathbf{N} - \mathbf{T} - \mathbf{F} \end{cases}$$

où  $\mathbf{P}_n$ ,  $\mathbf{P}_m$  et  $\mathbf{F}$  sont respectivement les couples de précession et la somme des couples de friction, et la lettre  $C$  représentant le moment principal d'inertie. Comme  $\mathbf{T}$  est difficile à estimer et que l'on cherche plutôt à majorer les effets de friction, je l'ignore. D'autre part, si le coefficient de friction visqueuse — très mal connu encore aujourd'hui — est probablement plus faible que celui de la friction magnétique, il est très vraisemblable que des effets de turbulence au voisinage de la frontière rendent la viscosité bien plus efficace que les phénomènes électromagnétiques (Lumb, Aldridge, 1991), (Williams, 1993). En ce qui concerne sa magnitude, il semble que  $\nu = 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  soit une borne supérieure raisonnable pour la viscosité efficace (Lumb, Aldridge, 1991), (Toomre, 1974).

A l'aide de (Goldreich, Peale, 1970) qui propose un modèle de friction interne pour Vénus, je déduis de (Rochester, 1976) les contributions cherchées pour les variations du moment cinétique de rotation  $L$  et de l'obliquité :

$$\begin{cases} \left( \frac{dL}{dt} \right)_f = - \frac{C_n C_m \psi^2 \sqrt{\nu}}{\gamma \sqrt{LC} R_n^2 \varepsilon_n^2} \sin^2 \epsilon \\ \left( \frac{d \cos \epsilon}{dt} \right)_f = - \frac{\cos \epsilon}{L} \left( \frac{dL}{dt} \right)_f \end{cases}$$

où  $\gamma = 0.57$  et où  $R_n$  et  $\varepsilon_n$  sont le rayon et l'ellipticité dynamique du noyau.

Notons que cette friction a pour effet d'amener le plan équatorial parallèlement au plan de l'écliptique. D'autre part, les incertitudes sur la valeur de  $\nu$  posent un problème car cette dernière décide de la tendance de l'obliquité à augmenter ou à diminuer.

### 3.4. Qui subit quoi ?

En ce qui concerne les planètes intérieures du système solaire, toutes sont a priori assujetties à la friction entre le noyau et le manteau, et seule Vénus subit des marées atmosphériques significatives. Toutes subissent aussi les marées de corps qui sont très faibles sur Mars alors qu'elles ont fortement ralenti Vénus et Mercure, cette dernière ayant tôt été capturée en résonance spin-orbite 3 : 2 (sa période de révolution vaut une fois et demie sa période de rotation) ; cette résonance contraint à intégrer une équation supplémentaire. Notons enfin que dans le cas de la Terre, les effets de marées ont des origines solaire et lunaire, cette dernière comptant environ pour quatre cinquièmes du ralentissement de la rotation terrestre.

## Conclusion

Les principaux facteurs d'évolution à long terme de l'obliquité sont à présent réunis pour effectuer des simulations réalistes et rapides du fait de la simplicité des équations. Quoi qu'il en soit, il ne s'agit pas de donner un scénario tout à fait authentique pour cette évolution au cours de quatre milliards et demi d'années. Cette tâche est notamment rendue délicate par la faible connaissance des variations

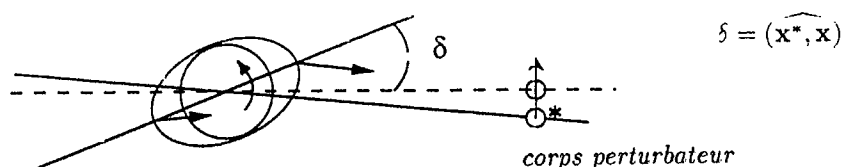


Figure 1. Couple de marées de corps à obliquité nulle.

Du potentiel précédemment défini, on doit déduire les équations de ralentissement de la vitesse de rotation planétaire, de la variation d'obliquité, et dans le cas de la Terre, des variations du demi grand axe, de l'excentricité et de l'inclinaison sur l'écliptique de la Lune. On pourra par exemple utiliser les formules de (Mignard, 1981) qui découlent d'une formulation vectorielle des effets de marées, mais ce choix n'est pas encore arrêté.

### 3.2. effets de marées atmosphériques thermiques

Si une planète proche du Soleil possède une atmosphère importante, l'échauffement de cette dernière modifie sa distribution de pression de façon à créer un renflement de masse. Comme pour les marées de corps, ce renflement est, à cause des frottements atmosphériques, déphasé d'un temps  $\Delta t'$  à l'équilibre et engendre un couple qui agit sur la vitesse et la direction de la rotation (voir fig.2). Là encore, il suffit de ne retenir que le deuxième harmonique du potentiel correspondant. Un travail pionnier dans l'estimation de cet effet est (Dobrovolskis, 1979), mais comme on peut le modéliser d'une façon analogue à l'effet de marée de corps, je choisis de conserver l'approche de Mignard, comme il est fait dans (McCue, Dormand, 1993). Dans le cas présent et contrairement aux marées de corps, la direction du renflement précède celle du Soleil, d'où un couple accélérateur.

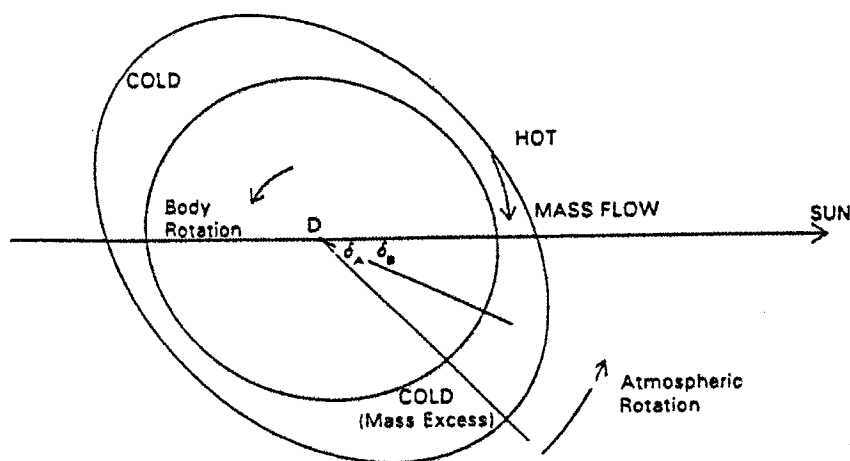


Figure 2. Couple de marées atmosphériques à obliquité nulle (McCue, Dormand, 1993).

et elle satisfait aussi bien aux exigences imposées à  $S^+$  qu'à celles imposées à  $S^-$ . Or on se rend compte, en effectuant à l'instar de Poincaré des développements (convergeants) par rapport au paramètre auxiliaire  $\mu$  et en remplaçant la variable  $q$  par

$$u = \ln \tan q/4, \quad i.e. \quad q = q^0(u),$$

que  $S^+$  et  $S^-$  diffèrent — il suffit de mener le calcul au premier ordre en  $\mu$  et l'on trouve, pour  $\varepsilon > 0$  quelconque mais fixé,

$$S^+ - S^- = \frac{2\pi\mu}{\varepsilon \sinh(\pi/2\varepsilon)} \sin \frac{t-u}{\varepsilon} + O(\mu^2).$$

La série formelle  $\tilde{S}$  ne saurait donc converger.

### 3. Résurgence

La série  $\tilde{S}$  contient pourtant d'une certaine façon toute l'information nécessaire pour reconstituer les vraies solutions  $S^+$  et  $S^-$ , du moins est-ce ce que nous avons prouvé pour un problème simplifié.

Il était en effet assez peu aisé de manier des fonctions de variables si nombreuses. Pour le moment, nous n'avons traité jusqu'au bout que le système modèle

$$\mathcal{H}(q, p, t) = p^2/2 - 1 + \cos q + \mu\Phi(q)e^{it/\varepsilon}$$

qui permet de travailler avec des fonctions dont la dépendance en temps est plus simple :

$$S^\pm = S^\pm(q, \varepsilon, \nu), \quad \nu = \mu e^{it/\varepsilon}$$

(mais le problème, en se complexifiant, a perdu sa signification géométrique).

Le résultat principal de [4] est que la solution formelle correspondante

$$\tilde{S} = S_0 + \sum_{k \geq 1} \varepsilon^k S_k(q, \nu)$$

est une *fonction résurgente* de la variable  $z = -i/\varepsilon$ , que les fonctions  $S^+$  et  $S^-$  s'en déduisent par *sommation de Borel-Laplace* dans des directions différentes (en particulier  $\tilde{S}$  est à la fois le développement asymptotique de  $S^+$  et  $S^-$  pour  $\varepsilon$  tendant vers 0), et que le *calcul étranger* permet d'estimer asymptotiquement leur différence.

a.  $\tilde{S}$  est résurgente : on observe que cette série formelle s'écrit

$$\tilde{S} = S_0 + \nu \tilde{V}(u, \nu, z), \quad \tilde{V} = \sum_{k \geq 0} z^{-k-1} V_k(u, \nu),$$

en utilisant les variables  $u = \ln \tan q/4$  ( $q \in ]0, 2\pi[ \Leftrightarrow u \in \mathbb{R}$ ),  $\nu = \mu e^{it/\varepsilon}$  et  $z = -i/\varepsilon$ .

Le caractère résurgent de  $\tilde{S}$  équivaut ici aux propriétés suivantes de la série

$$\hat{V}(u, \nu, \zeta) = \sum_{k \geq 0} \frac{\zeta^k}{k!} V_k(u, \nu),$$

transformée de Borel formelle de  $\tilde{V}$  :  $\hat{V}$  définit une fonction holomorphe pour  $\zeta$  voisin de 0 ( $u$  réel et  $\nu$  voisin de 0), qui se prolonge analytiquement sans coupure pour  $u$  et  $\nu$  fixés (*i.e.* ses singularités sont isolées sur sa surface de Riemann).

On trouve comme singularités sur le feuillet principal les points  $\omega_k = -u + i\pi/2 + ik\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , ainsi que leurs multiples entiers :  $m\omega_k$ ,  $m \in \mathbb{N}^*$ . (On montre cela en développant  $\hat{V}$  en puissances de  $\nu$  : comme au premier ordre on obtient  $\varphi(u + \zeta)$  où  $\varphi(u) = \Phi(q^0(u)) = 2/\cosh^2 u$ , les singularités de  $\varphi$  jouent un rôle essentiel.) La seule présence de points singuliers dans le plan des  $\zeta$  indique que la série  $\tilde{V}$  diverge.

**b.** De plus,  $\hat{V}$  est à croissance subexponentielle à l'infini dans les directions non singulières. Les intégrales de Laplace

$$V^\pm(u, \nu, z) = \mathcal{L}^\pm \hat{V} = \int_0^{\pm\infty} \hat{V}(u, \nu, \zeta) e^{-z\zeta} d\zeta$$

définissent donc deux fonctions  $V^+$  et  $V^-$  (en fait, étant donnée une constante  $U > 0$ , on montre que  $V^+$  est définie pour  $\varepsilon = -i/z > 0$ ,  $\nu$  proche de 0 et  $u \geq -U$ , et  $V^-$  pour  $u \leq U$ ) ; on dit que  $V^+$  (resp.  $V^-$ ) s'obtient à partir de  $\tilde{V}$  par sommation de Borel-Laplace dans la direction de  $\mathbb{R}^+$  (resp.  $\mathbb{R}^-$ ). Les fonctions  $V^+$  et  $V^-$  ont le même développement asymptotique quand  $\varepsilon$  tend vers 0 (*i.e.* quand  $z$  tend vers  $-i\infty$ ) :  $V^\pm \sim \tilde{V}$ , et

$$S^\pm = S_0 + \nu V^\pm(u, \nu, z).$$

**c.** La différence

$$V^+ - V^- = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{V} e^{-z\zeta} d\zeta$$

se calcule à l'aide d'une généralisation de la formule des résidus, à partir des singularités de  $\hat{V}$ . On voit qu'elle est exponentiellement petite en poussant le chemin d'intégration vers le haut (sans quitter le domaine d'analyticité de  $\hat{V}$ ), car

$$|e^{-z\zeta}| = e^{-\text{Im}\zeta/\varepsilon};$$

on en obtient un développement asymptotique en continuant de déformer le chemin d'intégration si l'on connaît le comportement de  $\hat{V}$  au point singulier de partie imaginaire positive la plus petite, c'est-à-dire  $\omega_0$ .

Le calcul étranger est un outil qui permet de déterminer facilement la singularité en ce point. On trouve :

$$\hat{V}(u, \nu, \omega_0 + \zeta) = -\frac{c_0}{4\pi i \zeta^2} + \frac{\nu c_1(u)}{2\pi i \zeta} + \nu \hat{A}(u, \nu, \zeta) \frac{\text{Log}\zeta}{2\pi i} + \text{partie régulière},$$

avec  $c_0 = 4\pi i$ ,  $c_1 = -4\pi i \tanh u$ ,  $\hat{A}$  fonction holomorphe unique solution d'une équation dérivée de l'équation de Hamilton-Jacobi. On en déduit :

$$\forall \beta \in ]\pi/2, \pi[, V^+ - V^- = e^{-z\omega_0} (c_0 z + \nu c_1(u) + \nu \mathcal{L}^- \hat{A}) + \mathcal{O}(e^{-\frac{\beta}{\varepsilon}}),$$

ce qui permet de mesurer précisément l'ordre de grandeur de cette différence, puisque  $|e^{-z\omega_0}| = e^{-\pi/2\varepsilon}$ .

La fonction  $\mathcal{L}^- \hat{A}$  admet pour développement asymptotique une série

$$\tilde{A} = \sum_{k \geq 0} z^{-k-1} A_k$$

qui diverge, car  $\hat{A}$  possède aussi des singularités. On obtient finalement le développement asymptotique de l'écart :

$$S^+ - S^- \sim \nu e^{-z\omega_0} (c_0 z + \nu c_1(u) + \nu \tilde{A});$$

son terme dominant  $\frac{4\pi\mu}{\varepsilon} e^{-\pi/2\varepsilon} e^{i(t-u)/\varepsilon}$  correspond bien au résultat au premier ordre en  $\mu$  de Poincaré.

### Références bibliographiques

- [1] H. Poincaré, Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste, Gauthier-Villars, Paris (1893), 452–476.
- [2] J. Écalle, Les fonctions résurgentes, 3 tomes, *Publ. Math. Université Paris-Sud*, Orsay (1981, 1985).
- [3] V.G. Gelfreich, Separatrices splitting for the rapidly forced pendulum, Prepub. Università degli studi di Milano (1992).  
A. Delshams, T. M. Seara, An Asymptotic Expression for the Splitting of Separatrices of the Rapidly Forced Pendulum, *Commun. Math. Phys.* **150** (1992), 433–463.
- [4] D. Sauzin, Résurgence paramétrique et exponentielle petite de l'écart des séparatrices du pendule rapidement forcé, Thèse de doctorat à l'Université Paris 7 Denis Diderot, à paraître dans les *Annales de l'Institut Fourier*, **45**, 3 (1995).



## SUR LA CONSTRUCTION DES SOLUTIONS DE SECONDE ESPÈCE DANS LE PROBLÈME PLAN RESTREINT DES TROIS CORPS

J.-P. Marco et L. Niederman

Dans le premier tome des *Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste*, Henri Poincaré met en évidence l'importance des solutions périodiques dans la description du problème des trois corps. Il en donne d'abord des constructions perturbatives, à partir des solutions périodiques non dégénérées du problème obtenu lorsque deux des masses s'annulent. Il choisit ainsi de perturber un problème dit "planétaire", les deux masses nulles décrivant des orbites képlériennes elliptiques sans croisement autour de la masse principale. Depuis Poincaré, les solutions périodiques ainsi construites sont dites *de première espèce*.

Dans le troisième tome ([P]), Poincaré s'aperçoit que d'autres solutions périodiques du problème général s'obtiennent en perturbant des solutions *avec singularités* du problème à deux masses nulles - les singularités correspondant aux collisions de ces deux particules - et envisage donc la perturbation de configurations non planétaires, avec croisement des trajectoires képlériennes. Il baptise *solutions de seconde espèce* ces nouvelles solutions périodiques.

La démonstration donnée par Poincaré de l'existence des solutions de seconde espèce est très courte, et paraît assez difficile à justifier complètement. En particulier, la géométrie du problème n'est pas éclaircie.

Nous envisageons dans cet article un problème plus simple, directement lié au problème initial de Poincaré, et étudié aussi par Hill, celui de la construction des solutions de seconde espèce dans le problème restreint. On entend ici par problème restreint l'étude du mouvement d'une particule  $P_3$  de masse nulle située dans le plan de deux points  $P_2$  et  $P_1$ , de masses respectives  $\mu \in ]0, 1[$  et  $1 - \mu$ , en mouvement circulaire autour de leur centre de masse  $C$ . Cette étude est effectuée dans le repère tournant lié à  $P_1$  et  $P_2$  et donne lieu à un Hamiltonien à deux degrés de liberté. Les solutions de seconde espèce seront ici des familles, paramétrées par  $\mu$ , de solutions périodiques du problème restreint, existant pour  $\mu$  petit, et convergeant lorsque  $\mu$  tend vers 0 vers la réunion de deux solutions *distinctes* du problème limite - le problème de Képler de  $P_3$  autour de  $P_1$ , en repère tournant -.



Le problème que nous venons de décrire a donné lieu à de nombreuses études analytiques (cf. [Pe1],[Pe2],[Pe3], [G1],[G2],[GO]). Nous suivons ici une approche géométrique introduite par J. Henrard ([H]), qui régularise les singularités de collision  $P_3 P_2$  par une méthode de Levi-Civita. C'est en effet par ce procédé que le caractère "perturbations singulières" de ce problème est le plus transparent. Lorsque  $\mu \neq 0$ , la régularisation consiste à compactifier localement la variété d'énergie constante par adjonction d'un cercle, les solutions singulières du problème initial étant envoyées sur les solutions intersectant ce cercle. Pour  $\mu = 0$ , le cercle dégénère en un point d'équilibre *hyperbolique*, de signature 2-2.

Nous montrons que ce point fixe de Levi-Civita possède une infinité de solutions homoclines, et faisons apparaître les solutions de seconde espèce comme bifurcations de ces solutions homoclines. Plus précisément, le point de départ est la donnée de deux segments  $\varphi_s$  et  $\varphi_u$  de solutions homoclines distinctes (pour le problème de Képler en repère tournant), et la démonstration consiste à recoller deux solutions voisines de  $\varphi_s$  et  $\varphi_u$  (dans le problème restreint) de telle manière que ce recollement soit une solution périodique.

Nous donnons de plus les expressions analytiques explicites des conditions d'existence des solutions de seconde espèce en termes de conditions initiales pour les orbites homoclines limites, (alors que les études précédentes de ce problème étaient seulement numériques [HH]).

### Références.

- [G1] P. Guillaume. Families of symmetric periodic orbits of the restricted three-body problem, when the perturbing mass is small. *Astron. Astrophys.* **3**, 1973, p. 57-76.
- [G2] P. Guillaume. Linear analysis of one type of second species solutions. *Celest. Mech.* **11**, 1975, p. 449-467.
- [GO] G. Gomez et M. Ollé. Second species solutions in the circular and elliptic restricted three body problem I et II. *Celest. Mech.* **52**, 1991, p. 107-166.
- [H] J. Henrard. On Poincaré second species solutions. *Celest. Mech.* **21**, 1980, p. 83-97.
- [HH] M. Hénon et D.L. Hitzl. Critical generating orbits for second species solutions of the restricted problem. *Celest. Mech.* **15**, 1977, p. 421-452.
- [Pe1] L.M. Perko. Second species periodic solutions with an  $O(\mu)$  near-Moon passage. *Celest. Mech.* **14**, 1976, p. 395-427.
- [Pe2] L.M. Perko. Second species solutions with an  $O(\mu^\nu)$ ,  $1/3 < \nu < 1$ , near-Moon passage. *Celest. Mech.* **16**, 1977, p. 275-290.
- [Pe3] L.M. Perko. Second species solutions with an  $O(\mu^\nu)$ ,  $0 < \nu < 1$ , near-Moon passage. *Celest. Mech.* **24**, 1981, p. 155-171.
- [P] H. Poincaré. Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste. 1987. Blanchard. Tome 3, Sections 385-391.

## APPROCHE NUMÉRIQUE DU SYSTÈME DE TRYPHON

J.-L. Sagnier

### 1. Le système étudié

C'est le système autonome à deux degrés de liberté, aux variables  $x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$ , et dont le hamiltonien s'écrit :

$$-\frac{1}{2}\omega x_2^2 + A(x_3, x_4) + C(x_3, x_4) \cdot \cos x_1 + S(x_3, x_4) \cdot \sin x_1$$

où  $\omega$  est une constante et  $A, C$  et  $S$  sont des polynômes du second degré :

$$A(x_3, x_4) = c_1 x_3 + c_2(x_3^2 + x_4^2), \quad C(x_3, x_4) = c_3(x_3^2 - x_4^2 - c_4^2), \quad S(x_3, x_4) = 2c_3 x_3 x_4,$$

$c_1, c_2, c_3$  et  $c_4$  étant des constantes. Avec des valeurs convenables des paramètres, ce système constitue un modèle simplifié du problème astéroïdal dans une résonance d'ordre deux (ici, la résonance 3 : 1) : problème restreint plan, termes de courte période éliminés, fonction perturbatrice développée en négligeant les termes de degré au moins égal à quatre par rapport aux excentricités.

En désignant par  $n_0$  le triple du moyen mouvement de Jupiter et par  $a_0$  le demi-grand axe associé (tous deux constants), les variables s'interprètent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_{\text{Jup}} - 3\lambda \quad (\text{angle critique}), & x_2 &= n_0 a_0^2 (1 - \sqrt{a/a_0}), \\ x_3 &= a_0 \sqrt{n_0} (e \cdot \cos \varpi - e_0), & x_4 &= a_0 \sqrt{n_0} e \cdot \sin \varpi, \end{aligned}$$

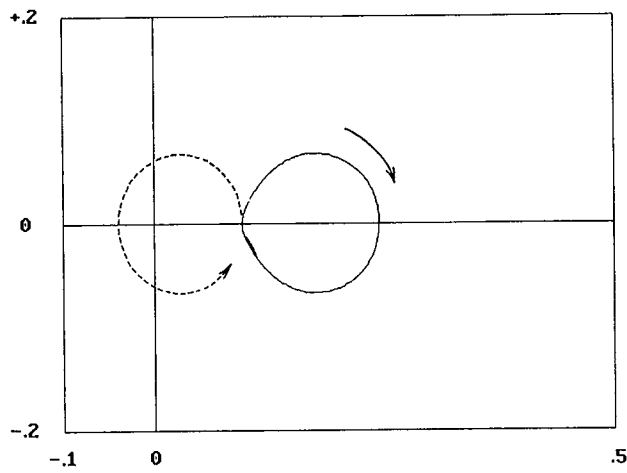
où  $e_0 (\approx 0,09)$  est une constante.

On sait que le système séculaire associé, de hamiltonien indépendant de  $x_1$  :

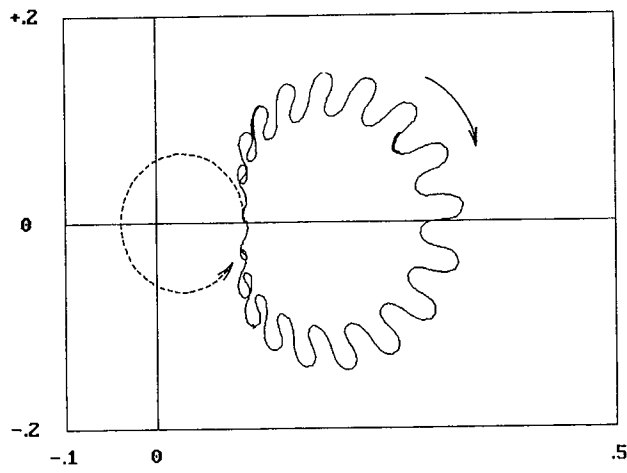
$$-\frac{1}{2}\omega x_2^2 + A(x_3, x_4)$$

admet des solutions pour lesquelles  $x_2$  est constant,  $x_1$  est une fonction affine du temps, tandis que les projections des trajectoires sur le plan  $(x_3, x_4)$  sont des cercles concentriques parcourus dans le sens direct, avec une période commune égale :

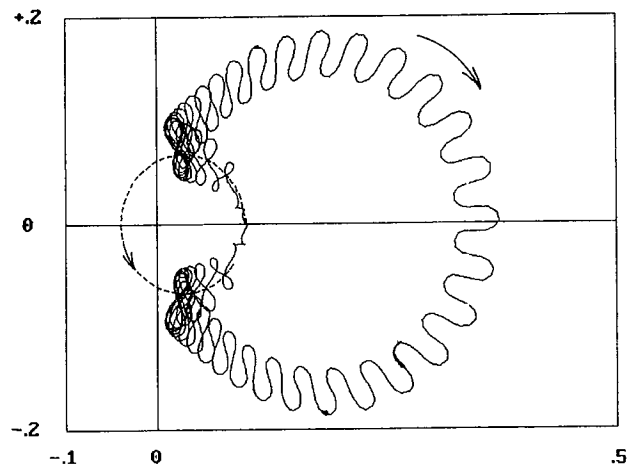
$$P_{\text{séc}} = 303 \text{ siècles.}$$



**Fig. 1.**  
 $x_{10} = 0, P = -80$  siècles



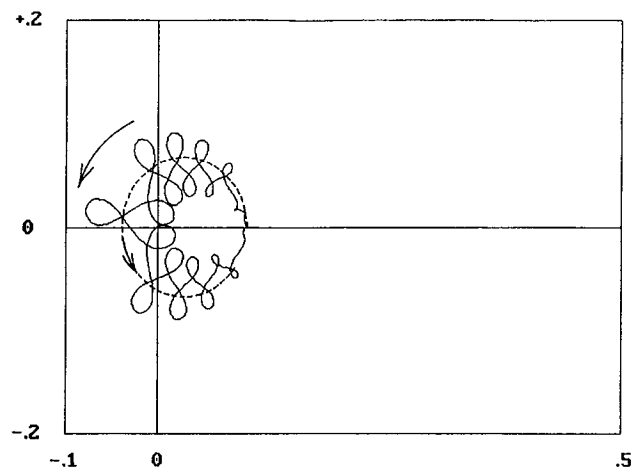
**Fig. 2.**  
 $x_{10} = 0,68\pi, P = -234$  siècles



**Fig. 3.**  
 $x_{10} = 0,83\pi, P = -656$  siècles

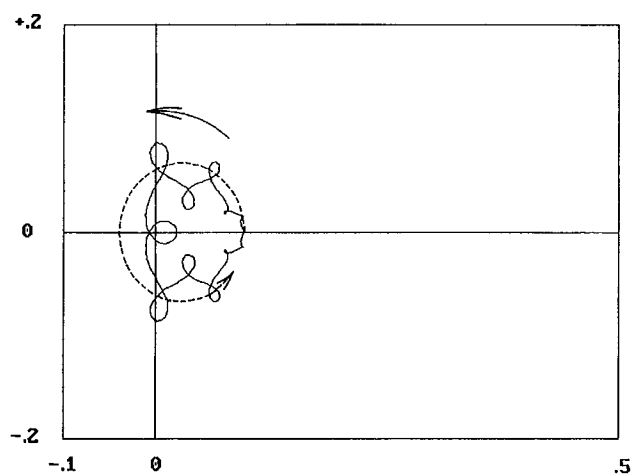
**Fig. 4.**

$x_{10} = 0,86\pi$ ,  $P = +242$  siècles



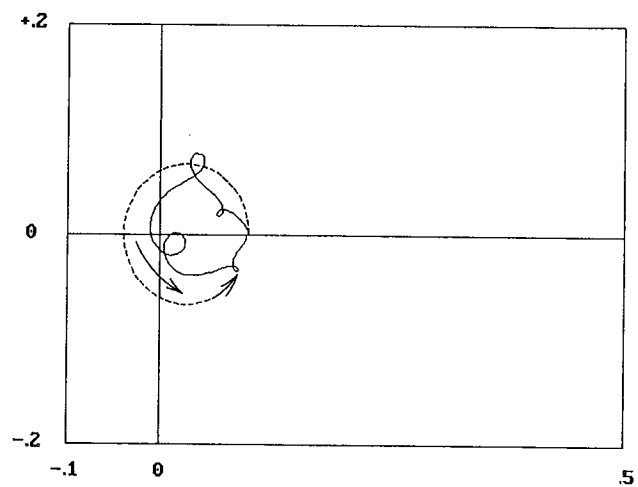
**Fig. 5.**

$x_{10} = 0,91\pi$ ,  $P = +161$  siècles



**Fig. 6.**

$x_{10} = \pi$ ,  $P = +105$  siècles



## 2. Une famille particulière de solutions

On a intégré numériquement un certain nombre de solutions de la famille définie par les conditions initiales :

$$a = a_0, \quad e = 0,095, \quad \varpi = 0,$$

et :

$$x_1 = x_{10} \in [0; 2\pi].$$

Quelques-unes sont représentées en projection sur le plan  $(e \cdot \cos \varpi, e \cdot \sin \varpi)$  par les figures 1 à 6, pour  $x_{10} \in [0; \pi]$  (le comportement est à peu près symétrique autour de  $x_{10} = \pi$ ). La trajectoire en pointillés correspond à la solution du système séculaire de mêmes conditions initiales.

On observe qu'au voisinage de  $x_{10} = \pi$ , on obtient des trajectoires directes comme dans le cas séculaire, mais qu'au voisinage de  $x_{10} = 0$ , il apparaît des formes notablement différentes, rétrogrades. Les quantités  $P$  (positives dans le cas direct, négatives dans le cas rétrograde) ne sont pas à proprement parler des périodes (les solutions ne sont pas périodiques), mais les temps d'intégration correspondant à l'arc de trajectoire représenté.

Il apparaît que les valeurs de  $P$  sont notablement différentes de  $P_{sec}$ . La figure 7 représente  $P$  en fonction de  $x_{10}$ .

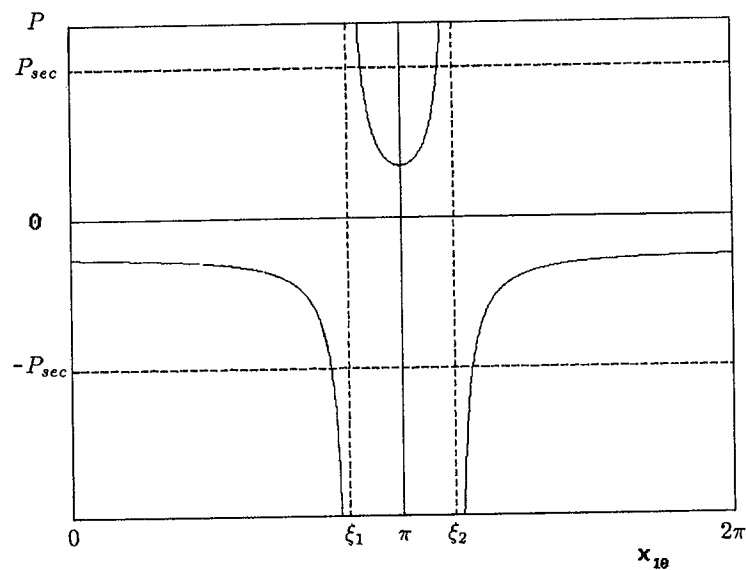


Fig. 7.  $P$  en fonction de la valeur initiale  $x_{10}$  de  $x_1$

On observe l'existence de deux valeurs critiques de cet angle :

$$\xi_1 = 0,84\pi, \quad \xi_2 = 1,16\pi,$$

qui séparent les domaines de valeurs initiales de l'angle critique conduisant aux deux sens de parcours des trajectoires. Par ailleurs, quand  $x_{10}$  tend vers  $\xi_1$  ou  $\xi_2$ ,  $P$  tend vers l'infini.

### 3. Une solution périodique

On peut donc supposer l'existence de solutions périodiques (instables) séparant plusieurs types de trajectoires (dont les deux mis en évidence). Les "périodes" infinies s'interprètent alors comme celles de solutions asymptotiques qui tendent vers ces solutions périodiques.

L'aspect de solutions pour lesquelles  $x_{10}$  est voisin de  $\xi_1$  (par exemple celle de la figure 3), laisse supposer que les éventuelles solutions périodiques se trouvent au voisinage de :

$$e = 0,067, \quad \varpi = \pm 0,41\pi.$$

Le calcul de solutions de conditions initiales voisines de ces points montre en effet des trajectoires restant très longtemps à proximité d'une courbe fermée (en forme de 8 sur la projection considérée). Les cas de mouvement direct et rétrograde sont respectivement illustrés par les figures 8 et 9.

Des orbites périodiques (de période voisine de 18 siècles) ont effectivement été mises en évidence numériquement.

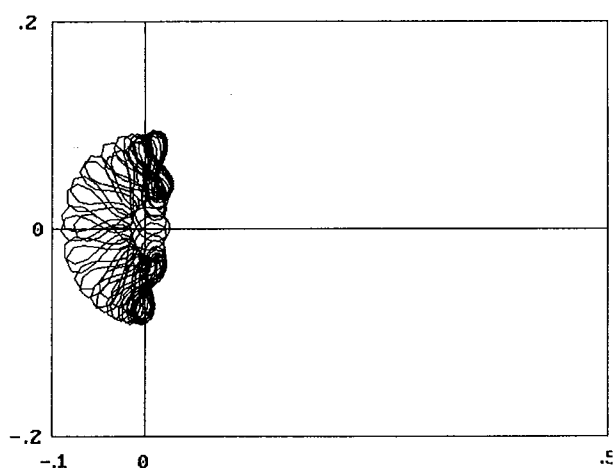


Fig. 8.

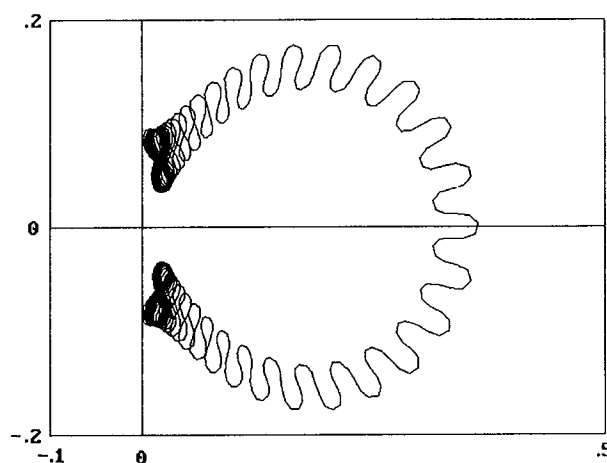


Fig. 9.

### 4. Lien avec le hamiltonien séculaire

On peut se poser la question du lien existant entre le système étudié et le système séculaire associé, dont les dynamiques semblent très différentes. Considérons le hamiltonien :

$$-\frac{1}{2}\omega x_2^2 + A(x_3, x_4) + \rho[C(x_3, x_4) \cdot \cos x_1 + S(x_3, x_4) \cdot \sin x_1]$$

qui coïncide avec celui du système étudié pour  $\rho = 1$  et à celui du système séculaire pour  $\rho = 0$ . On détermine alors pour diverses valeurs de  $\rho$  celles de  $x_{10}$  qui correspondent à des limites infinies de  $P$  (figure 10).

Les trajectoires rétrogrades ne disparaissent pas pour  $\rho = 0$ , mais pour une valeur finie (0,21) de ce paramètre. On ne pourrait donc pas mettre en évidence le comportement qui nous intéresse ici au moyen d'une perturbation infinitésimale du système séculaire.

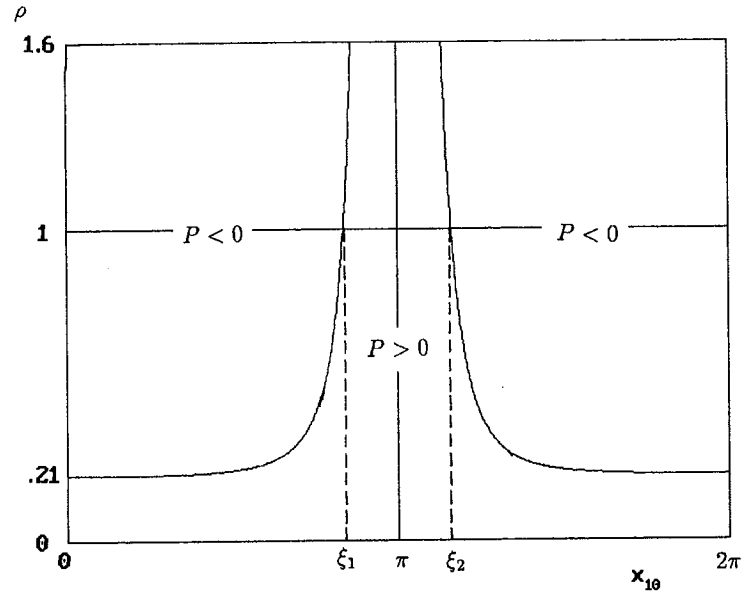


Fig. 10.

## 5. Projets

On étudie actuellement les deux points suivants.

(a) Exploration du voisinage des orbites périodiques, pour exhiber les divers types de solutions qui en sont issues.

(b) Étude de la famille d'orbites périodiques obtenue en faisant varier la valeur de l'énergie.

Il sera également intéressant de confronter les résultats obtenus ou à venir avec des travaux déjà effectués à propos de ce système.

## RÉPARTITION PAR GROUPES DES COMÈTES DE LA FAMILLE DE DE JUPITER EN RELATION AVEC LEUR ORIGINE

V. Batllo

### 1. Historique

Le mot comète vient du grec *kométès* qui signifie astre chevelu. En effet, une comète est un astre formé d'une tête brillante (noyau), entourée d'une nébulosité lumineuse (chevelure) et prolongée généralement par une queue, plus ou moins brillante et dirigée à l'opposé du Soleil. La trajectoire peut être une parabole ou une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers, auquel cas la comète est dite périodique.

Il arrive parfois qu'une comète originellement parabolique, devienne elliptique par un phénomène, nommé capture, qui se produit sous l'action d'une planète.

Ce principe de capture par le Système Solaire d'une comète au voisinage d'une planète s'est développé à l'époque de Laplace qui pensait que l'origine des comètes périodiques était une conséquence des perturbations occasionnées par les grosses planètes lors de passages proches. Pour vérifier et confirmer ses travaux, il a suivi l'approche de la comète Lexell près de Jupiter en 1767 et 1779.

De même, Newton, Tisserand et Callandreau, un siècle plus tard, ont étudié ce phénomène de capture sous deux formes différentes :

- capture définitive d'une comète non périodique par le Système Solaire en une seule rencontre (choc) avec une planète ;
- capture temporaire d'un même genre de comètes à la suite de rencontres successives avec une planète.

L'étude de la capture s'accompagne également d'un autre principe : celui de la fragmentation d'une comète "mère". Cette idée fut développée en particulier par Bredichin, toujours dans les années 1890, qui affirmait que les comètes périodiques étaient des essaims de grosses comètes.



## 2. Exposé du scénario

### 2.1. Capture et fragmentation sous l'action de Jupiter

Mon étude est fondée sur le premier modèle de capture et peut être décrite de la façon suivante : une comète géante quasi-parabolique se fragmente à son périhélie situé près d'une grosse planète (ici Jupiter) sous l'action de celle-ci. La comète devient alors une comète à courte période, d'orbite elliptique. Le périhélie initial se transforme en aphélie de l'orbite capturée, le nouveau périhélie est proche de l'orbite de la Terre et de plus, le plan orbital reste inchangé durant la capture.

L'ensemble de ces comètes fragmentées, capturées par le Système Solaire sous l'action de Jupiter et dont l'aphélie est proche de la planète, forme la famille dite de Jupiter. Le grand nombre de comètes à courte période est trop important pour être seulement dû à la fragmentation, la probabilité d'une rencontre étant très faible. C'est pourquoi, je suis l'hypothèse de Yabushita selon laquelle une pluie de comètes (comet shower) traverserait le Système Solaire actuellement, ou l'aurait traversé dans un passé récent et expliquerait ainsi ce nombre important de comètes à courte période.

L'origine de ces "comet showers" est liée à l'existence hypothétique de deux réservoirs de comètes : la ceinture de Kuiper située au-delà de l'orbite de Neptune, source plane de comètes à courte période, ou le nuage de Oort, source sphérique de comètes à longue période. Un phénomène particulier (comme le passage d'une étoile errante au travers du nuage de Oort) éjecterait un flux de comètes dans le Système Solaire, d'où cette notion de "comet shower".

### 2.2. Mise en équations du scénario

J'ai considéré le problème restreint des trois corps puisque la comète n'agit ni sur Jupiter, ni sur le Soleil. La conservation du module de la vitesse dans le repère planétocentrique avant et après le choc au sommet des orbites, permet de retrouver le critère de Tisserand. Cette nouvelle égalité transformée permet d'en déduire :

- $C \leq 3$ , où  $C$  est la constante de Jacobi ;
- $\cos I_1 > 0$ , ce qui implique que seules les comètes initialement paraboliques directes sont capturées ;
- $r_1 = 2a' \left( \frac{\cos I_1}{C_1} \right)^{2/3}$ , distance de capture qui correspond à la distance aphélie de l'orbite capturée.

L'application numérique effectuée sur 127 comètes (les éléments orbitaux ont été pris dans le catalogue de Marsden ou donnés par P. Rocher) fournit des résultats non contradictoires avec les données actuelles, les distances de capture  $r_1$  étant proches des distances à l'aphélie déterminées à notre époque.

Ce point étant établi, j'ai étudié plus particulièrement cette famille de comètes, espérant corroborer l'hypothèse de fragmentation.

L'étude à long terme de ces 127 comètes (voir le catalogue de Belayev et al.) montre que leur aphélie peut être considéré comme un point stable. De ce fait, les éléments orbitaux L, B et Q présentent des propriétés particulières définies à long terme et vérifiées par tous les membres de la famille :

- L est quasi-stationnaire ;
- B est quasiment nul ;
- Q est lui aussi quasi-stationnaire.

Les longitudes des aphélies, variant très lentement et périodiquement, reflètent donc d'une façon générale les conditions initiales de la capture. S'appuyant sur ce fait et une représentation similaire présentée par Fayet en 1911, j'ai placé ces longitudes sur un cercle, dont l'origine  $0^\circ$  correspond à la

longitude du périhélie de Jupiter afin de mettre en évidence l'existence de groupes au sein de la famille.

### 3. Étude des groupes de la famille de Jupiter

#### 3.1. Étude du cercle trigonométrique

Si l'on considère le cercle trigonométrique tracé à partir des longitudes des aphélie, on peut remarquer l'existence de groupes dont les plus importants sont situés dans les intervalles  $[148^\circ, 222^\circ]$ ,  $[227^\circ, 285^\circ]$  et  $[291^\circ, 318^\circ]$ .

Il y a également trois autres groupes, diamétralement opposés aux trois premiers, qui sont situés dans les intervalles  $[327^\circ, 35^\circ]$ ,  $[42^\circ, 80^\circ]$  et  $[90^\circ, 139^\circ]$ . Plusieurs hypothèses d'évolution après la capture sont possibles et pourraient expliquer l'existence de ces trois groupes. En effet, la plupart des comètes de ces groupes ont leur périhélie situé près de la Ceinture des Astéroïdes. Cette configuration particulière pourrait expliquer le renversement de la ligne des apsides par perturbations. Ceci est envisageable (voir l'article de Todorovic et al.) car, dans la Ceinture des Astéroïdes, il y a des corps importants qui peuvent jouer un rôle dans ces perturbations. Par exemple, Vesta, Pallas et Cérès sont les plus gros avec un diamètre compris entre 500 et 900 km et on estime à 34 le nombre d'astéroïdes ayant un diamètre plus grand que 100 km.

Pour les autres, on peut penser que la ligne des apsides s'est renversée lors de nouveaux passages proches de Jupiter.

La lecture du cercle trigonométrique met également en évidence des trous situés dans les intervalles  $[80^\circ, 90^\circ]$  et  $[139^\circ, 148^\circ]$ . Une explication pourrait être la suivante : durant une pluie de comètes (la durée peut être environ d'un million d'années), Jupiter effectue à peu près 80 000 révolutions et la fragmentation des comètes géantes peut survenir tout au long des orbites de Jupiter. Les groupes que nous observons sont les plus stables et donc, l'instabilité orbitale (problèmes de résonances ?) pourrait être à l'origine de ces trous.

#### 3.2. Étude des histogrammes

Si les comètes à courte période de la famille de Jupiter ont pour origine des comètes géantes qui se sont fragmentées en passant au-delà de la limite de Roche relative à la planète, les fragments résultants, ayant la même vitesse au début du processus, devraient avoir actuellement des paramètres dynamiques similaires. L'étude des histogrammes relatifs à chaque groupe, peut confirmer ce fait. C'est pourquoi, j'ai en particulier construit les histogrammes relatifs aux  $a_3$  et  $r_1$ .

En premier lieu, on vérifie que la distance de capture  $r_1$  est comprise dans l'intervalle  $[4.95 ; 5.45]$ , où ces valeurs représentent respectivement les distances périhélie et aphélie de Jupiter.

Pour chaque histogramme, on peut remarquer que les données sont assez concentrées et que cette concentration est différente selon les groupes. Chaque groupe met en évidence un pic dans son propre intervalle et pour chacun d'eux, les données sont homogènes. Ceci laisse donc à penser que le principe de fragmentation n'est pas illusoire.

La répartition est assez concentrée pour  $r_1$ , mais plus aplatie pour  $a_3$ , ce qui peut s'expliquer par

l'évolution des orbites depuis la capture.

### 3. Conclusion

Le mécanisme de capture en une seule rencontre a été étudié par Tisserand et d'autres scientifiques mais dans leurs travaux, la capture au sommet n'est pas exigée. De ce fait, des contradictions avec les observations apparaissent. Par exemple, il devrait y avoir des comètes rétrogrades dans la famille de Jupiter, ce qui n'est pas le cas. Le modèle que je considère lève ces contradictions.

L'étude récente de la comète Shoemaker-Levy 9 est fondamentale pour mon scénario puisque, pour la première fois, on a observé une fragmentation près d'une grosse planète. En effet, les fragmentations ont toujours été observées près du Soleil. Comme exemple, on peut citer la comète Biéla, transformée en pluie de Biéélides.

L'étude des histogrammes des groupes définis en fonction des longitudes des aphélie, montre que les comètes de chaque groupe ont des paramètres dynamiques similaires. Ceci confirme le principe de fragmentation de plusieurs comètes "mères".

Sur le cercle trigonométrique, j'ai mis en évidence l'existence de trois groupes principaux et trois autres groupes diamétralement opposés, dont les éléments ont leur périhélie situé près de la Ceinture des Astéroïdes, ce qui peut expliquer le renversement de la ligne des apsides.

Il y a également des trous, toujours sur le cercle trigonométrique, dus probablement à des zones d'instabilité dans le Système Solaire.

Mon but actuel est de vérifier que le scénario proposé est encore valable avec les comètes de la famille de Saturne, ce qui pose de nombreux problèmes car les perturbations dues à Jupiter ne sont pas négligeables.

### 4. Bibliographie

- Batillo, V. (1993) *Capture des comètes de la famille de Jupiter*. Rapport de stage du D.E.A. d'Astronomie, de Mécanique Céleste et de Géodésie de l'Observatoire de Paris.
- Batillo, V., Edelman, C. (1993) *Collisions of parabolic giant comets with Jupiter* in the Talk Session of the conference of Hirayama's Families, Tokyo.
- Belayev, N.A., Kresak, L., Pittich, E.M., Pushkarev, A.N. (1986) *Catalog of Short-Period Comets*, A.I.S.A.S. Bratislava.
- Borrelly, A. (1910) *Bulletin Astronomique*, **27**, 278.
- Callandreau, O. (1892) *Ann. Obs. Paris*, **22**, D1.
- Edelman, C. (1991) *Astron. and Astrophys.*, **244**, 228.
- Fayet, M.G. (1911) *Bulletin Astronomique*, **28**, 145.
- Marsden, B.G. (1982) *Catalog of Cometary Orbits*, C.B.A.T., 4th edit, Cambridge, U.S.A..
- Newton, H.G. (1893) *Mem. Nat. Acad. Sciences*, Washington, **6**, 8.
- Tisserand, F. (1889) *Bulletin Astronomique*, **6**, 24.
- Tisserand, F. (1896) *Traité de Mécanique Céleste*, Tome IV, Gauthier-Villars, Edit. Paris.
- Todorovic-Juchniewicz, B. (1983) *Acta. Aston.*, **33**, numéro 1, 113.
- Yabushita, S. (1992) *Celest. Mech. and Dyn. Astr.*, **54**, 161.

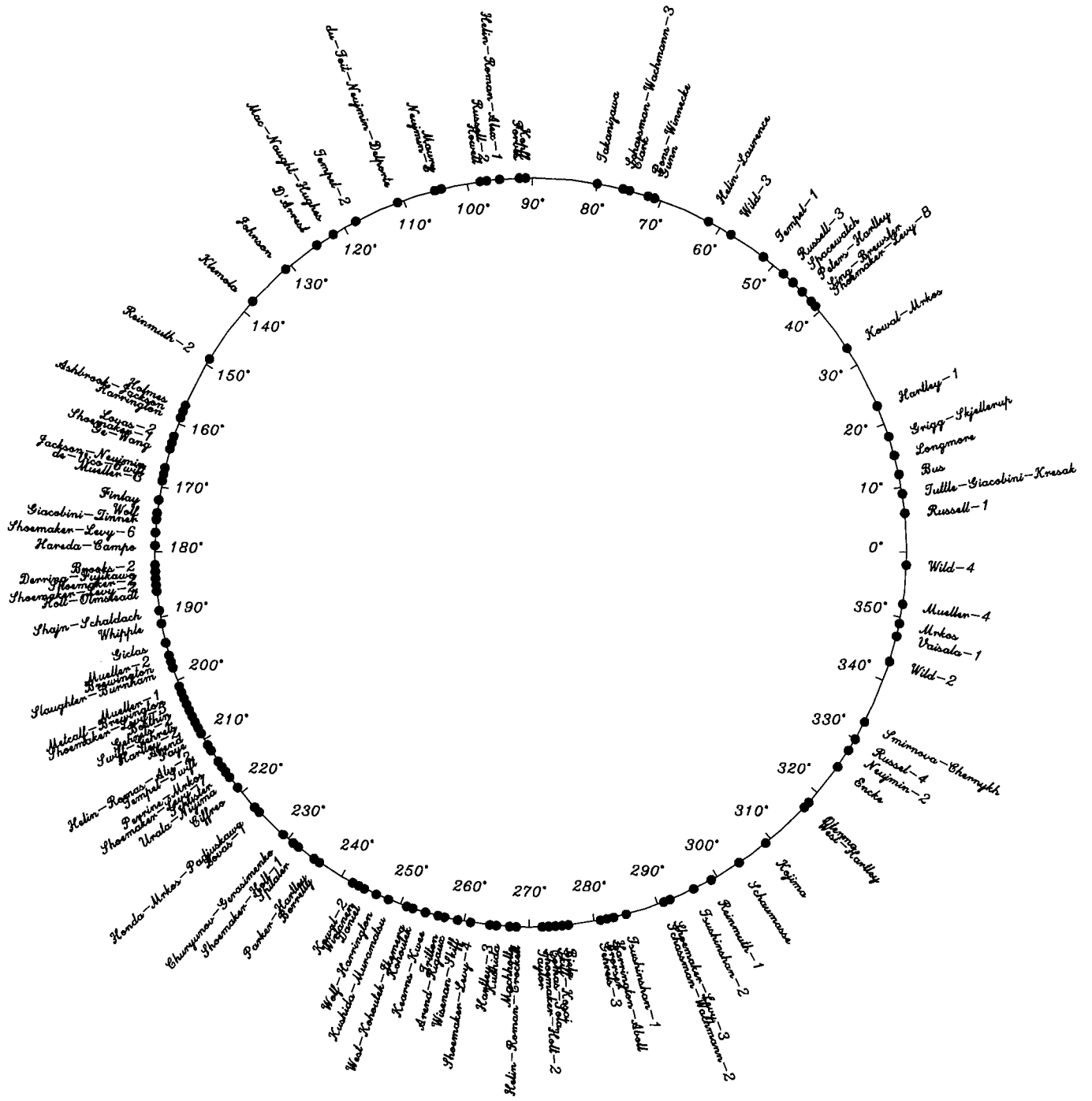


Figure 1. Cercle trigonométrique.

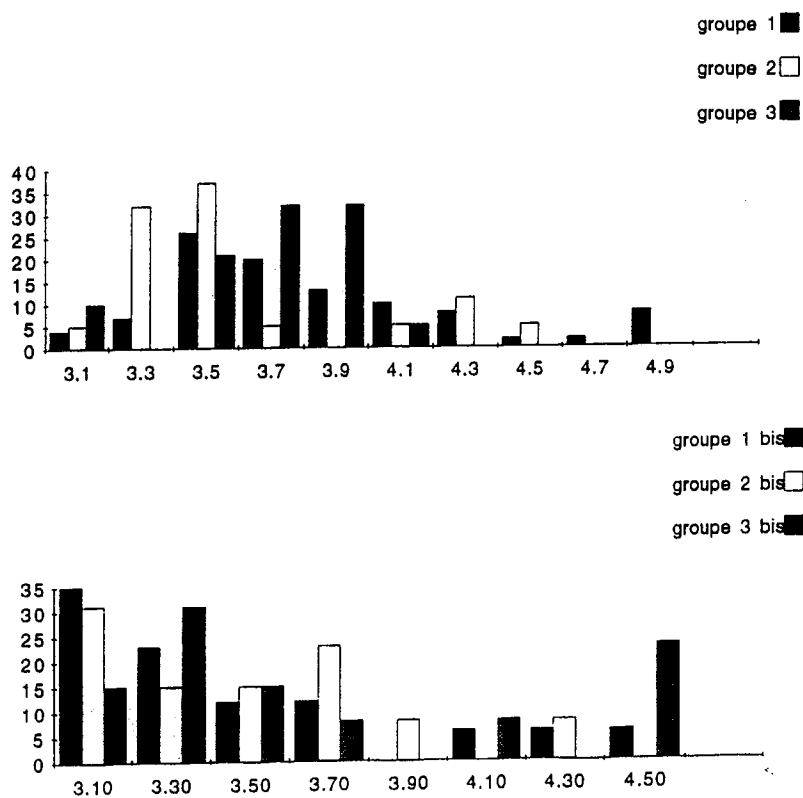


Figure 2. Répartition par groupe des  $a_3$

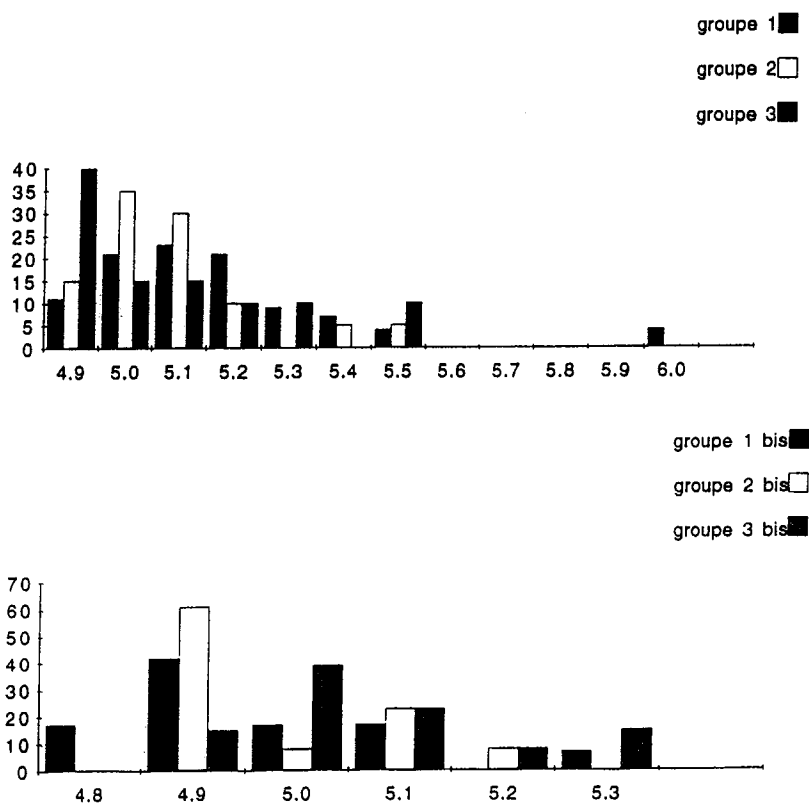


Figure 3. Répartition par groupe des  $r_1$

# SYMÉTRIES DES SOLUTIONS CENTRALES DU PROBLÈME DES TROIS CORPS

C. Edelman

## 1. Introduction

Il existe des changements de variables de l'espace et du temps échangeant deux solutions centrales du Problème newtonien des trois corps. Deux familles  $S_1$  et  $S_2$ , de telles symétries, conservant la nature, alignée ou non alignée, d'une solution centrale sont décrites dans Edelman (1993). Elles sont associées à différents automorphismes géométriques reflétant, selon Weyl (1964), la "structure intime" de l'espace des variables de position.

Le fait que dans le plan complété par le point à l'infini, ce point à l'infini soit indiscernable d'un point situé à distance finie, par exemple dans le choix d'une origine, permet de construire une famille de symétries  $S_3$  modifiant la nature d'une solution centrale.

Dans le cadre de la théorie du repère mobile de Cartan (1922),  $S_1$  et  $S_2$  correspondent à des choix de repère mobile lié aux corps semblable au repère fixe dans une similitude dépendant du temps. La famille de symétries  $S_3$  correspond à une inversion dépendant du temps. Comme pour les familles  $S_1$  et  $S_2$  le changement de variable temporelle est déterminé par la transformation ponctuelle. Ces symétries sont liées aux lois de conservation du mouvement par le théorème de Noether ou par sa généralisation.

Deux solutions centrales, alignées ou non alignées, du Problème des trois corps sont donc équivalentes modulo une famille particulière de symétries.

## 2. Symétries et automorphismes de l'espace

La description d'un système physique nécessite l'emploi de variables de positions évoluant, en général,

dans un espace géométrique. Comme il est décrit dans Weyl (1964), concernant l'espace ordinaire à trois dimensions :

“Vide, l'espace possède un très haut degré de symétrie : chaque point  $y$  est identique à n'importe quel autre et, en un point donné, rien ne différencie intrinsèquement les diverses directions.”

Avant même d'avoir défini les concepts de champ, masse, temps, un système physique fermé est susceptible de posséder des symétries associées à la structure géométrique de l'espace de ses variables de position. Selon Weyl (1964) c'est le groupe des “automorphismes géométriques” de cet espace qui en reflètent la “structure intime”. Par exemple, on peut s'attendre à ce que le Problème des deux corps soit invariant dans des translations, rotations, homothéties, inversions, affinités,...etc... Il en est de même pour les solutions centrales planes du Problème des  $n$  corps.

Pour tenir compte des lois physiques il faut se placer dans le continuum Matière-Espace-Temps. Selon Weyl (1964) :

“Relativement à un système de référence complet, non seulement les points de l'espace, mais aussi toutes les grandeurs physiques peuvent être fixés par des nombres. Deux systèmes de référence sont également admissibles si, dans l'un et dans l'autre, toutes les lois universelles, géométriques et physiques, de la nature ont la même expression algébrique. Les transformations échangeant deux repères admissibles forment le groupe des *automorphismes physiques* ; les lois de la nature sont invariantes par rapport aux transformations de ce groupe.”

Il en est ainsi pour les familles  $S_1$  et  $S_2$  décrites dans Edelman (1993). Ce sont des compositions admissibles d'automorphismes géométriques du plan complété par le point à l'infini (sphère de Riemann) associées à un changement admissible de variable temporelle uniforme. Elles échangent entre elles deux solutions centrales du problème des trois corps, sans changer leur nature, alignée ou non alignée.

Dans le cadre de la théorie du repère mobile de Cartan (1922)  $S_1$  et  $S_2$  correspondent à des choix de repère mobile, lié aux corps, semblable au repère fixe par une similitude dépendant du temps.  $S_1$  et  $S_2$  ne peuvent donc transformer une solution équilatérale en une solution alignée. Mais elles peuvent modifier la quantité  $C^2H$ . ( $C$  est le moment cinétique et  $H$  l'énergie dans le mouvement autour du centre de gravité du système). Par  $S_1$  ou  $S_2$  on peut toujours se ramener au cas circulaire, et dans ce cas il est aisé de construire une transformation géométrique échangeant une solution équilatérale et une solution alignée d'Euler. Sans changer ni les masses ni le temps on peut définir une nouvelle famille  $S_3$  de symétries. La transformation ponctuelle associée à  $S_3$  comporte une inversion dont le centre est mobile dans un repère fixe et devient fixe dans un repère tournant avec la solution équilatérale circulaire. La quantité  $C^2H$  est multipliée par  $j^2$ , où  $j$  est la fonction de Sundman de la solution alignée, ne dépendant que des masses. Il y a trois valeurs possibles de  $j$  selon la disposition des masses, donc pour une solution de Lagrange il y a trois solutions eulériennes associées par  $S_3$ .

Il semble que cette famille  $S_3$  corresponde à l'arbitraire lié à l'indiscernabilité d'un point situé à l'infini et d'un point situé à distance finie, dans le choix de l'origine.  $S_3$  est également associée à des choix de repère lié aux corps inverse du repère fixe dans une similitude dépendant du temps.

Ainsi, deux solutions centrales du Problème des trois corps sont équivalentes via un groupe particulier de symétries.

#### 4. Arbitraires du référentiel

Les arbitraires du référentiel sont en nombre fini ils correspondent au choix :

- des origines de l'espace et du temps ;

- des directions des axes de coordonnées ;
- des unités de masses, longueurs, temps.

Mais, dans le cadre de la théorie du repère mobile, le nombre de symétries engendrées par ces arbitraires est illimité; en effet, selon Cartan (1922), à chaque état des corps on peut faire le choix de n'importe quelle "loi imaginable" pour lui faire correspondre un système de référence mobile.

Les familles de symétries  $S_i$  pour  $i = 1, 3$  font intervenir simultanément plusieurs arbitraires du référentiel ; elles sont des compositions admissibles de différents automorphismes relatifs à l'espace dans lequel évoluent les variables de positions de masses et de temps. Ce sont les lois physiques qui déterminent les combinaisons permises.

Dans le tableau ci-dessous sont décrites les correspondances entre les transformations ponctuelles et les arbitraires du système de référence de l'espace géométrique à trois dimensions.

### SYMÉTRIES ET REPÈRE SPATIAL

ARBITRAIRE	SYMÉTRIES
Origine des axes	Translations, inversions
Directions des axes	Changements de directions des axes, dont rotations
Unités de longueurs	Homothéties, affinités, inversions

#### 5. Conclusion

Ainsi, dans le cas circulaire, on peut définir une famille de symétries  $S_3$  agissant sur les coordonnées cartésiennes, sous la forme active de Goldstein, c.à.d. sans changement de base,

$$S_3 : (x, y, z, t) \rightarrow (x', y', z', t)$$

Les masses étant inchangées, ce changement de variables  $S_3$ , paramétré par  $H$ , transforme une solution équilatérale circulaire en une solution alignée circulaire.

À une solution équilatérale circulaire on peut faire correspondre les trois solutions d'Euler associées aux trois positions respectives des masses correspondant aux trois choix possibles du centre d'inversion  $I$  sur le cercle ( $C$ ) circonscrit au triangle équilatéral de la solution de Lagrange initiale.

Deux solutions centrales du Problème des trois corps sont donc équivalentes via un groupe particulier de symétries.

On peut se demander si les symétries  $S_3$  sont liées à des lois de conservation du mouvement. Comme elles changent le lagrangien elles ne sont pas associées à des intégrales premières par le théorème de Noether, mais à des invariants intégraux par la généralisation de ce théorème. (Arnold 1974).

Selon Cartan, seules les similitudes indépendantes du temps, agissant sur une base fixe, peuvent engendrer des invariants intégraux linéaires. Les familles  $S_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  ne peuvent qu'être associées à des invariants intégraux d'ordre supérieur à un. Pour  $S_1$  et  $S_2$  le temps est modifié en fonction de la position, il devrait donc figurer comme élément différentiel dans l'invariant.

On peut aussi se poser le problème de généraliser les  $S_i$  à des solutions quelconques du Problème newtonien des trois corps.



**Bibliographie.**

V.I. Arnold : 1974, Méthodes mathématiques de la Mécanique classique, Spg.-Vg.

E. Cartan : 1922, Leçons sur les invariants intégraux. Hermann, Paris.

C. Edelman : 1993, *Celest.Mech.* **55**, 369.

H. Goldstein : 1950, Classical Mechanics. (Rééd. Addison Wesley 1950).

H. Weyl : 1952, Symmetry ( Princeton Univ. Press. Rééd. Flammarion 1964).

# THÉORIE DES GROSSES PLANÈTES AVEC DES VALEURS RÉCENTES DES MASSES

J. L. Simon

## 1. Introduction

La théorie des grosses planètes que nous présentons ici est la troisième étape d'un travail commencé par le calcul des perturbations mutuelles du couple Jupiter-Saturne (Simon et Joutel, 1990) et continué par le calcul des perturbations mutuelles des quatre grosses planètes (Simon et al., 1992). Les perturbations planétaires sont calculées par analyse harmonique suivant un processus itératif, sous forme de séries de Poisson d'une seule variable angulaire. La théorie contient les perturbations apportées par les planètes intérieures et a été construite avec des valeurs modernes des masses des grosses planètes.

## 2. Forme de la solution

### 2.1 Notations

Les variables utilisées sont les variables elliptiques classiques :  $a, \lambda, e, \varpi, \gamma = \sin \frac{e}{2}, \Omega, k = e \cos \varpi, h = e \sin \varpi, q = \gamma \cos \Omega, p = \gamma \sin \Omega$ . Nous désignerons par  $x$  l'une quelconque de ces variables et par  $x^0$  la constante d'intégration de  $x$ . Nous notons  $\bar{\lambda}$  la longitude moyenne définie par  $\bar{\lambda} = \lambda^0 + Nt$  où  $\lambda^0$  désigne la constante d'intégration de la longitude moyenne  $\lambda$  et où  $N$  est le moyen mouvement moyen de la planète. Nous numérotions de 5 à 8 les quatre grosses planètes prises dans l'ordre Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune.

## 2.2 Représentation à un argument angulaire

Notre théorie est une théorie à variations séculaires. Les solutions sont développées sous forme de séries de Poisson de la forme :

$$x = x^0 + x^1 t + x^2 t^2 + \dots + x^j t^j + S_0 + t S_1 + \dots + t^j S_j, \quad (1)$$

où  $t$  représente le temps,  $x^0, x^1, x^2, \dots, x^j$  sont des coefficients numériques et  $S_0, S_1, \dots, S_j$  sont des séries de Fourier dont les arguments sont des multiples d'un seul argument de base  $\mu$ . Les séries  $S_q$  ont la forme :

$$S_q = \sum_r \{A_r \cos r\mu + B_r \sin r\mu\}, \quad (2)$$

où  $r$  est un entier positif ou nul.  $\mu$  est une fonction linéaire du temps défini par :

$$\mu = \frac{(N_5 - N_6)t}{880} = 0,3595 t \quad (3)$$

$\mu$  a une période de 17485 ans. Les longitudes moyennes moyennes sont reliées à  $\mu$  par des relations du type :

$$\bar{\lambda}_i = q_i \mu + \varepsilon_i t, \quad (4)$$

où les  $q_i$  sont des entiers fixés et où les  $\varepsilon_i$  sont des quantités petites devant les moyens mouvements moyens des quatre grosses planètes.

Un tel choix de l'argument  $\mu$  permet d'obtenir des solutions du mouvement de Jupiter et Saturne beaucoup plus compactes et plus précises que les solutions classiques (Simon et al., 1992).

## 2.3 Construction de la solution

Les équations du mouvement sont les équations de Lagrange. Elles sont intégrées par une méthode itérative basée sur l'analyse harmonique (Simon et Joutel, 1988). Les développements (1) ont été calculés avec  $j = 10$  pour Jupiter et Saturne,  $j = 8$  pour Uranus et Neptune, de façon à construire une théorie de grande précision sur l'intervalle de temps  $J2000 - 6000, J2000 + 6000$ .

## 3. Perturbations par les planètes intérieures

Nous avons calculé les perturbations par les planètes intérieures de la façon suivante :

- Nous avons complété notre solution avec les perturbations aux ordres 1, 2 et 3 des masses dues aux planètes intérieures, issues de la théorie VSOP82 (Bretagnon, 1982) et transformées en séries de Poisson de  $\mu$ .
- Nous avons introduit ces perturbations dans nos itérations, obtenant ainsi les perturbations d'ordre 4 des masses apportées par les planètes intérieures ainsi qu'une partie des perturbations d'ordre supérieur. Le tableau 1 donne, pour la longitude de Saturne, l'amplitude et l'argument du terme le plus important des séries  $S_0, S_1, S_2$  pour les perturbations d'ordre 1, 2 et 3 des masses dues aux planètes intérieures issues de VSOP82 et d'ordre 4 et plus obtenues par itération. On voit que ces dernières ne sont pas négligeables ; on trouve, en particulier, un terme en  $t^2$  atteignant  $0,30''$  pour  $t = 1000$  ans, soit  $10,8''$  pour  $t=6000$  ans, ce qui est nettement supérieur à la précision de notre théorie comme nous le verrons plus loin.

**Tableau 1.** – Développements en puissance du temps des perturbations apportées par les planètes intérieures sur la longitude moyenne de Saturne dans notre solution : argument et amplitude du terme donnant la plus grosse contribution au bout de 1000 ans. L'unité est la seconde de degré.

	Ordres 1+2+3 (VSOP82, Bretagnon, 1982)	Ordres $\geq 4$ (obtenus par itération)
$S_0$	3,80 (16 882 $\mu$ $\Leftrightarrow \bar{\lambda}_3 - \bar{\lambda}_6$ )	0,13 (19 $\mu$ $\Leftrightarrow 2\bar{\lambda}_5 - 5\bar{\lambda}_6$ )
$S_1$	0,56 (27 814 $\mu$ $\Leftrightarrow \bar{\lambda}_2 - \bar{\lambda}_6$ )	0,34 (19 $\mu$ $\Leftrightarrow 2\bar{\lambda}_5 - 5\bar{\lambda}_6$ )
$S_2$	0,47 (0 $\mu$ )	-0,30 (0 $\mu$ )

#### 4. Construction d'une théorie avec des valeurs récentes des masses

##### 4.1 Masses des grosses planètes

Nous avons construit simultanément deux théories des grosses planètes : une théorie avec les masses UAI 1976 et une théorie avec les masses IERS 1992 que nous avons ajustées, aux intégrations numériques du JPL, DE200 (Standish, 1982) et DE245 (Standish, 1994), respectivement.

Le tableau 2 donne le rapport de la masse du Soleil aux masses des grosses planètes dans ces différents systèmes. On constate que les masses IERS 1992 et DE245 sont identiques, à un petit écart près sur la masse de Saturne.

**Tableau 2.** – Rapport de la masse du Soleil aux masses des grosses planètes dans différents systèmes.

	UAI 1976	DE200	IERS 1992	DE245
Jupiter	1047,355	1047,350	1047,3486	1047,3486
Saturne	3498,5	3498,0	3497,90	3497,898
Uranus	22 869	22 960	22 902,94	22 902,94
Neptune	19 314	19 314	19 412,24	19 412,24

##### 4.2 Comparaison à DE245

Notons  $\gamma_{245}, \gamma_{200}, \gamma_{vsop}$ , les équinoxes de DE245, DE200 et l'équinoxe dynamique inertiel de VSOP82 et  $\varepsilon_{245}, \varepsilon_{200}, \varepsilon_{dyn}$  les obliquités de DE245, DE200, et l'obliquité de l'écliptique dynamique VSOP82 sur le plan de référence de DE245. Les comparaisons entre DE245, DE200 et VSOP82, effectuées en collaboration avec P. Bretagnon et G. Francou donnent les relations suivantes permettant de définir le repère :

$$\begin{aligned}\gamma_{245}\gamma_{200} &= 0'', 0191 \\ \gamma_{245}\gamma_{vsop} &= -0'', 0739 \\ \varepsilon_{245} - \varepsilon_{200} &= -0'', 0030 \\ \varepsilon_{dyn} &= 23^\circ 26' 21'', 4061\end{aligned}$$

Le tableau 3 donne les plus gros écarts obtenus, après ajustement, entre notre théorie construite avec les masses IERS 1992 et DE245 sur l'intervalle de temps 1891–2000 pour les coordonnées héliocentriques, longitude, latitude et rayon vecteur. L'unité est le millième de seconde de degré pour la longitude et la

latitude et  $10^{-8}$  ua pour le rayon vecteur. On constate que ces écarts sont petits, de l'ordre de quelques millièmes de seconde de degré pour la longitude héliocentrique, par exemple.

**Tableau 3.** – Plus gros écarts entre notre théorie et DE245 sur l'intervalle 1891–2000, pour les variables héliocentriques.

	Longitude (0,001'')	Latitude (0,001'')	Rayon vecteur ( $10^{-8}$ ua)
Jupiter	6	2	6
Saturne	8	4	20
Uranus	8	6	50
Neptune	4	2	60

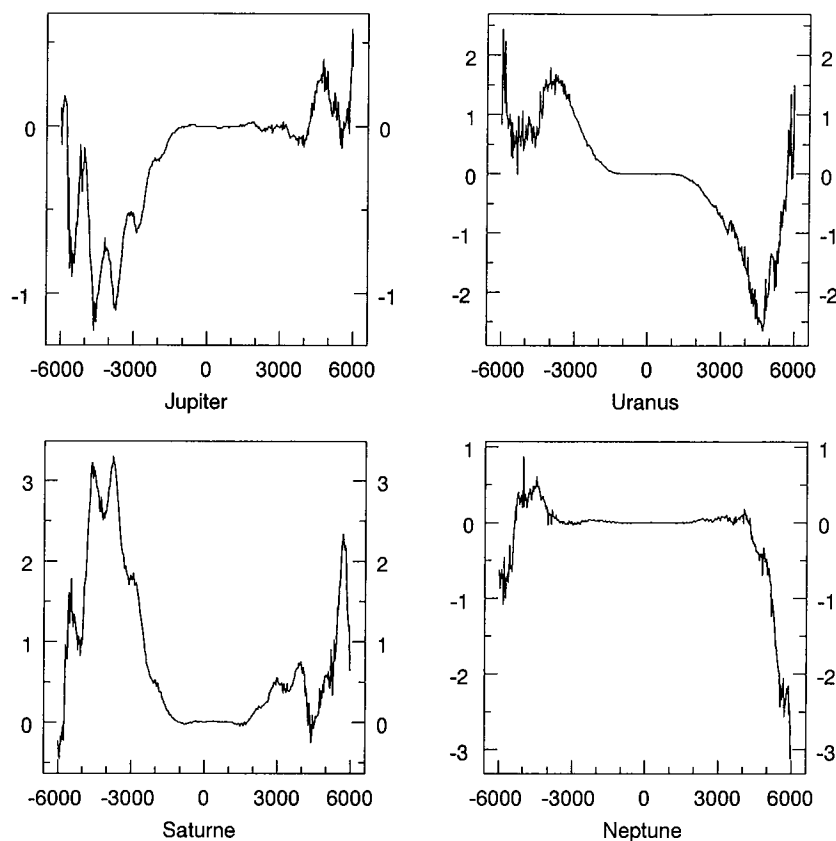
Notons que les écarts entre les intégrations numériques DE200 et DE245 sont importants et vont, sur l'intervalle 1891–2000, de 0,12'' pour la longitude héliocentrique de Jupiter jusqu'à 0,8'' pour la longitude de Neptune. Il en résulte des différences importantes entre les théories ajustées à DE245 ou à DE200, en particulier sur les moyens mouvements moyens des planètes comme le montre le tableau 4 qui donne les moyens mouvements obtenus dans nos deux théories, en radians/1000 ans.

**Tableau 4.** – Moyens mouvements moyens des grosses planètes dans la théorie ajustée à DE245 (masses IERS 1992) et dans la théorie ajustée à DE200 (masses UAI 1976). L'unité est le radian par millier d'années.

Théorie ajustée à	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
DE245	529,690 9728	213,299 0824	74,781 656	38,132 905
DE200	529,690 9666	213,299 0885	74,781 596	38,133 037
Écarts	$6,2 \cdot 10^{-6}$	$-6,2 \cdot 10^{-6}$	$6,0 \cdot 10^{-5}$	$-1,4 \cdot 10^{-4}$

#### 4.4 Précision de la solution

Nous avons estimé la précision de notre solution en comparant à des intégrations numériques internes des huit planètes sur l'intervalle de temps  $J2000 - 6000$ ,  $J2000 + 6000$ , notre théorie et les deux théories de référence VSOP87 et JASON84 (Simon et Bretagnon, 1984). La figure 1 illustre ces écarts pour les quatre longitudes moyennes. Ces écarts sont exprimés en secondes de degré et le temps est compté en années sur l'intervalle  $J2000-6000$ ,  $J2000+6000$ . Les résultats sont comparables à ceux que nous avons obtenus pour le problème simplifié des perturbations mutuelles des quatre grosses planètes. Nos résidus ne dépassent pas 0,025'' sur  $J2000 - 1000$ ,  $J2000 + 1000$  et 3,5'' sur  $J2000 - 6000$ ,  $J2000 + 6000$ . Par rapport aux meilleures théories analytiques actuelles, le gain en précision est, en moyenne, compris entre 5 et 10.



**Figure 1.** – Longitudes moyennes de Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. Comparaison de notre solution à une intégration numérique interne des huit planètes principales sur l'intervalle de temps  $J2000 - 6000, J2000 + 6000$ . 0 représente J2000. L'unité est la seconde de degré.

## 5. Conclusion

La construction de notre théorie est pratiquement achevée. Il reste à ajouter les perturbations par les gros astéroïdes et les perturbations relativistes. On disposera alors d'une théorie construite avec des valeurs modernes des masses, très voisine de DE245 et plus précise que les meilleures théories analytiques actuelles. On pourra aussi en extraire des solutions compactes de précision plus faible, à l'usage des historiens des sciences.

## Bibliographie

- Bretagnon, P. : 1982, *Astron. Astrophys.* **114**, 278  
 Simon, J.L., Bretagnon, P. : 1984, *Astron. Astrophys.* **138**, 169  
 Simon, J.L., Joutel, F. : 1988, *Astron. Astrophys.* **205**, 328  
 Simon, J.L., Joutel, F., Bretagnon, P. : 1992, *Astron. Astrophys.* **265**, 308  
 Standish, E.M. : 1982, *Astron. Astrophys.* **114**, 297  
 Standish, E.M. : 1994, communication privée

*Remerciements.* Nous remercions E.M. Standish pour sa mise à notre disposition de DE245 et pour les renseignements qu'il nous a fournis sur son intégration numérique, P. Bretagnon et G. Francou pour leur aide dans l'étude du repère de DE245 et Ch. Ruatti pour sa collaboration.



## COMPARAISON DE LA THÉORIE DU MOUVEMENT DE LA LUNE ELP AUX OBSERVATIONS : LA BOITE À OUTILS

J. Chapront et M. Chapront-Touzé

### 1. Construction d'une éphéméride du mouvement de la Lune

Il existe 2 approches à cette construction, soit l'intégration numérique (les intégrations numériques du JPL DE200/LE200 ; DE245/LE245 - E.M. Standish & J.G. Williams), soit la méthode analytique (la théorie ELP2000 : M. Chapront-Touzé & J. Chapront)

#### *L'intégration numérique*

La précision de l'éphéméride est essentiellement limitée, sur la période des observations laser-lune, à la précision avec laquelle les conditions initiales et les constantes ajustées ont pu être déterminées, ainsi qu'à la précision des constantes adoptées a priori.

La précision *externe* est estimée par E.M. Standish (1986) :

Longitude :  $0''.01$  (longitude rapportée à l'équinoxe dynamique) ;

Latitude :  $0''.005$  ;

Distance : 20 cm (écart-type des observations laser) ;

Incertitude sur l'accélération de marée :  $0''.65/\text{siècle}^2$ .

Aujourd'hui l'écart-type sur les observations en distance tombe à 3 cm (J.G. Williams et al., 1994)

#### *La méthode analytique*

La théorie analytique ELP2000 se présente sous la forme de séries de Fourier ou de Poisson des 4 arguments du "problème principal" (les arguments de Delaunay :  $D$ ,  $F$ ,  $l$  et  $l'$ ), des 8 longitudes des planètes, et de la précession en longitude. Les termes de Poisson sont induits pour l'essentiel par les variations séculaires des éléments du Soleil. Les séries tronquées à  $0''.00001$  comportent un très grand nombre de termes (environ 40 000 termes pour l'ensemble des 3 coordonnées : longitude, latitude et distance). Dans la construction de l'éphéméride il en résulte un certain nombre d'incertitudes ou de difficultés : erreurs de troncature des



séries ; accumulation d'erreurs d'arrondi dans les sommations ; maniabilité de séries encombrantes. Cette dernière restriction est sans objet avec les moyens informatiques actuels.

La précision *interne* estimée par comparaison sur 1 siècle de ELP à DE200 après ajustement des constantes à ce modèle est :

Longitude : 0".015  
 Latitude : 0".005  
 Distance : 16 m

Malgré ces défauts à caractère numérique, la méthode analytique présente un certain nombre d'avantages :

Possibilité de calcul des dérivées partielles par rapport à certains éléments de la Lune et du Soleil ; présence explicite de nombreux paramètres physiques : aplatissements de la Terre et de la Lune, masses des planètes, nombre de Love,...

Séparation des effets perturbateurs qui permet une analyse fine : corrélations ou indépendance des perturbations ;

Connaissance du mouvement sur de longs intervalles de temps (quelques milliers d'années) ;

Qualité dans la détermination du repère de l'éphéméride : excellent positionnement de l'écliptique et de l'équinoxe dynamiques ;

Détermination des arguments moyens.

## 2. Enjeu et projet d'analyse

Les erreurs en distance dépassant 10 m, peut-on raisonnablement envisager d'utiliser une théorie pour la confronter aux observations laser-lune au niveau centimétrique en distance et en tirer des informations sur la physique du problème (par exemple l'accélération due aux marées) ? La méthode analytique pour la théorie du mouvement de la Lune qui, au cours de l'histoire, a toujours connu un retard par rapport à l'évolution des techniques de l'observation, peut-elle aujourd'hui relever ce nouveau défi ? Nous donnons ci-dessous un schéma de méthode pour compléter la théorie ELP par une fonction numérique qui donne à l'ensemble une précision équivalente à celle de l'intégration numérique.

*Modèle d'approche :*

- 1 Construire une solution de départ ELP2000-82 complétée avec les arguments de ELP2000-85 et un problème principal de très haute précision :  $S(C_0, p; t)$  ;  $C_0$  : constantes ;  $p$  : paramètres physiques.
- 2 Faire une intégration numérique de référence  $M(p; t)$  (par exemple, avec le programme de Moshier qui engendre un fac-similé de DE200) ;
- 3 Ajuster  $S(C_0, p; t)$  sur  $M(p; t)$  :

On en déduit de nouvelles constantes  $C_1$  et les écarts :

$$\rho(t) = M(p; t) - S(C_1, p; t)$$

*Hypothèse de travail :*  $\rho(t)$  est indépendante des écarts faibles entre les constantes :  $C_0 - C_1$  et de  $p$  ;

- 4 Comparer directement  $S(C_1, p; t) + \rho(t)$  aux observations laser.

On en déduit de nouvelles constantes  $C_2$  et éventuellement de nouvelles valeurs des paramètres physiques  $p$ .

$S(C_1, p; t) + \rho(t)$  a - par construction - la qualité d'une intégration numérique ; il en est de même pour  $S(C_2, p; t) + \rho(t)$ .

### 3. But du travail - les outils de la boîte

Il est nécessaire de mettre en œuvre des outils numériques de haute précision et de vérifier les hypothèses qui sont annoncées.

#### *Les observations laser-lune*

8000 "points normaux" qui couvrent la période août 1969 jusqu'à janvier 1993 (McDonald, Haleakala, OCA/CERGA); l'incertitude sur les mesures va de 30 cm pour les plus anciennes à 3 cm aujourd'hui (Dickey et al.).

#### *La réduction des observations*

Elle comporte les principales composantes suivantes :

Transformation de UTC en TDB ;

Expression du temps de trajet de la lumière dans un BRS :

Évaluation des vecteurs **BS**, **BT**, **BL**, **BO**, **BR** au temps  $t = \text{TDB}$

B : barycentre du système solaire ; T : centre de la Terre ; L : centre de la Lune ; O : observateur ;

R : réflecteur ;

Corrections diverses dues aux marées terrestres, aux marées océaniques, à la pression atmosphérique.

#### *Les outils de traitement numérique de l'éphéméride*

Nous recensons ci-dessous les travaux préparatoires que nous avons déjà réalisés :

Utilisation du programme de Moshier pour la génération d'un fac-similé de DE200 ;

Élaboration et mise en œuvre d'un fichier source sous forme d'une suite de polynômes de Chebychev, analogue à DE200 pour faciliter les substitutions numériques : éphéméride EPH94 (en collaboration avec Gérard Francou) ;

Comparaison entre différents modèles : la comparaison brute entre DE200 et DE245 ;

Analyse des résidus entre ces 2 modèles : simulation d'une détermination de constantes et de paramètres de l'éphéméride en travaillant sur les écarts entre  $\text{ELP} + \rho$  et DE245.

### 4. Illustrations

Une comparaison "brute" entre DE245 et DE200 sur 1 et 2 siècles a été effectuée, puis une comparaison de  $\text{ELP} + \rho$  à DE245 sur les mêmes intervalles, et enfin un ajustement avec 15 ou 17 paramètres a été réalisé. Les paramètres de l'analyse sont les suivants :

15 paramètres :

Origines des angles lunaires :  $\Delta w_1^{(0)}$ ,  $\Delta w_2^{(0)}$ ,  $\Delta w_3^{(0)}$  ;

Moyen mouvement, excentricité et inclinaison de la Lune :  $\Delta \nu$ ,  $\Delta \gamma$ ,  $\Delta e$  ;

Éléments du Soleil (origine des angles, moyen mouvement et excentricité) :  $\Delta T$ ,  $\Delta \varpi'$ ,  $\Delta n'$ ,  $\Delta e'$  ;

Repère :  $\Delta \phi$ ,  $\Delta \varepsilon$  ;  $\varepsilon = 23^\circ 26' 21'' .408 83 + \Delta \varepsilon$  ;  $\phi = -0'' .092 45 + \Delta \phi = \text{Arc}\{\gamma_{200}^{(R)} \gamma_{\text{ELP}}^{(I)}\} + \Delta \phi$

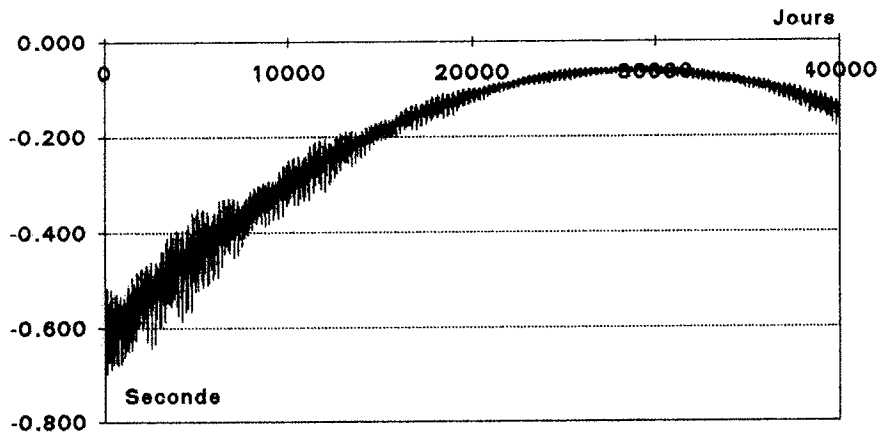
Dérives :  $\Delta w_1^{(2)}$ ,  $\Delta w_2^{(1)}$ ,  $\Delta w_3^{(1)}$ .

17 paramètres :

Il s'ajoute alors à la liste précédente les termes quadratiques :  $\Delta w_2^{(2)}$ ,  $\Delta w_3^{(2)}$ .

**Table 1.** Comparaison de ELP+ $\rho$  avec DE245. Corrections aux éléments avec une analyse sur 1 siècle, avec 15 ou 17 paramètres. Unités : 0''.00001 et siècle.

Variable	1 siècle		1 siècle		1 siècle		1 siècle	
	15 paramètres (1er tour)	Écart type	15 paramètres (2ème tour)	17 paramètres (1er tour)	Écart type	17 paramètres (2ème tour)		
$\Delta w_1^{(0)}$	-12154	2	12	-12153	2	12		
$\Delta w_2^{(0)}$	-7352	13	8	-7201	15	8		
$\Delta w_3^{(0)}$	-10110	18	7	-10159	20	19		
$\Delta T$	-7260	28	9	-7258	27	9		
$\Delta \varpi'$	-8219	241	1	-8211	234	1		
$\Delta \nu$	-38305	7	22	-38297	6	23		
$\Delta \gamma$	122	0	0	122	0	0		
$\Delta e$	14	0	0	14	0	0		
$\Delta n'$	3475	50	0	3480	49	0		
$\Delta e'$	-4	4	0	-4	4	0		
$\Delta \phi$	1927	2	-9	1927	2	-9		
$\Delta \varepsilon$	-298	1	0	-298	1	0		
$\Delta w_2^{(1)}$	5743	47	5745	7043	83	-7047		
$\Delta w_3^{(1)}$	-17327	33	-17341	-17751	102	-17658		
$\Delta w_1^{(2)}$	-90113	7	8	-90105	7	8		
$\Delta w_2^{(2)}$				1437	77	1439		
$\Delta w_3^{(2)}$				-469	107	-351		
<i>Résidus max. en Longitude</i>	[-105 ; + 95]		[-105 ; + 95]	[-88 ; + 91]		[-88 ; + 90]		
<i>Résidus max. en Latitude</i>	[-25 ; +23]		[-15 ; +15]	[-25 ; +22]		[-15 ; +15]		
<i>Résidus max. en distance</i>	[-75cm ; +26cm]		[-76cm ; +26cm]	[-61cm ; +14cm]		[-55cm ; +15cm]		



**Figure 1.** Différence brute en ascension droite, sur 1 siècle, entre DE245 et DE200

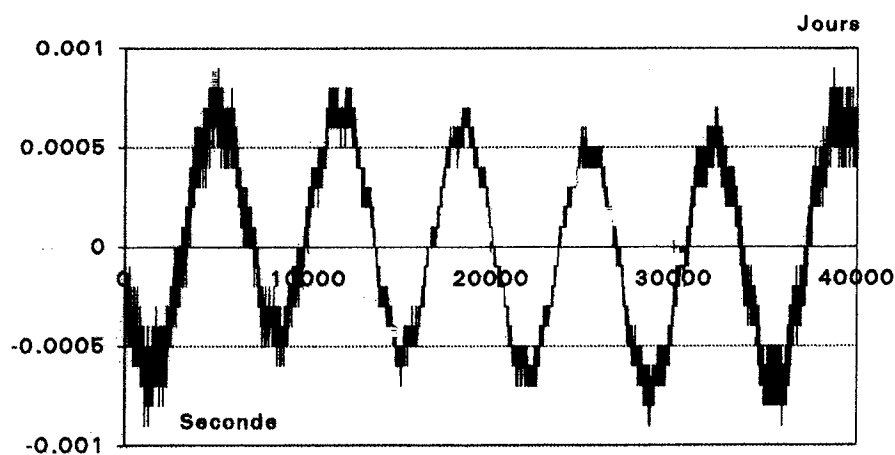


Figure 2. Différence en longitude entre  $ELP+\rho$  et DE245, sur 1 siècle. Analyse avec 17 paramètres.

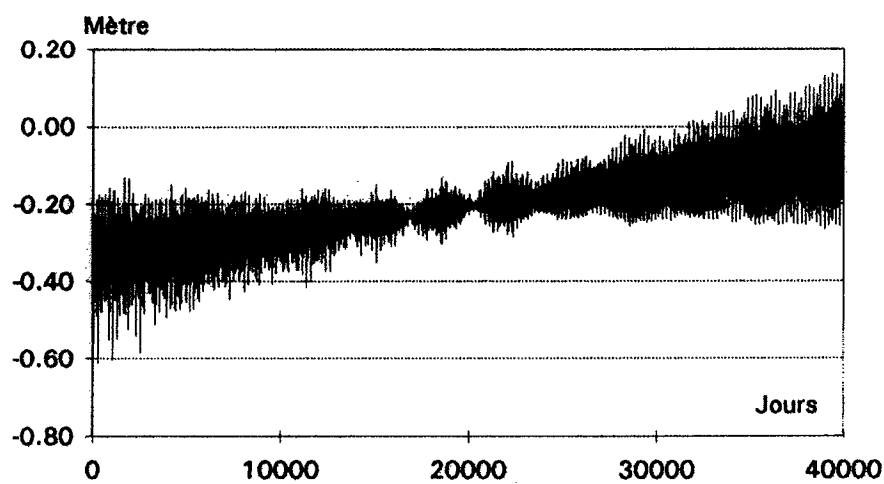


Figure 3. Différence en distance entre  $ELP+\rho$  et DE245, sur 1 siècle. Analyse avec 17 paramètres.

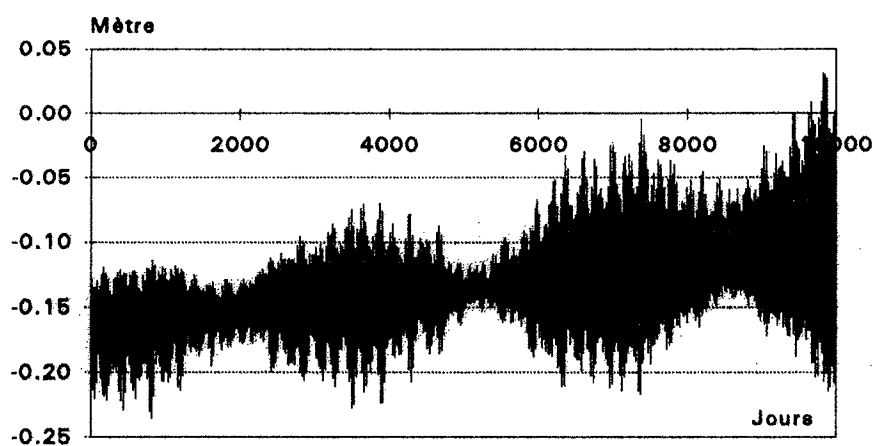


Figure 4. Différence en distance entre  $ELP+\rho$  et DE245, sur 25 ans. Analyse avec 15 paramètres.

Une comparaison de ELP+ $\rho$  à DE245 sur 27 ans a aussi été effectuée : elle simule une analyse sur une période voisine de celle des observations laser-lune.

**Table 2.** Comparaison de ELP+ $\rho$  avec DE245. Corrections aux éléments avec une analyse sur 10000 jours, avec 15 paramètres (une seule approximation).

Intervalle de temps : 13/6/1968 au 30/10/1995 (Dates juliennes : 2440021.0 au 2450021.0).

Unités : 0''.00001.

Variable	10000 jours 15 paramètres (1er tour)	Écart type
$\Delta w_1^{(0)}$	-12100	3
$\Delta w_2^{(0)}$	-7229	15
$\Delta w_3^{(0)}$	-10122	21
$\Delta T$	-7248	34
$\Delta \varpi'$	-7919	207
$\Delta \nu$	-37661	35
$\Delta \gamma$	121	0
$\Delta e$	10	0
$\Delta n'$	3470	174
$\Delta e'$	-6	3
$\Delta \phi$	1912	2
$\Delta \varepsilon$	-297	1
$\Delta w_2^{(1)}$	6455	93
$\Delta w_3^{(1)}$	-17573	109
$\Delta w_1^{(2)}$	-88271	96
<i>Résidus max. en</i>	<i>[-92 ; + 76]</i>	
<i>Longitude</i>		
<i>Résidus max. en</i>	<i>[-6 ; +6]</i>	
<i>Latitude</i>		
<i>Résidus max. en</i>	<i>[-24cm ; +3cm]</i>	
<i>distance</i>		

## 5. Conclusion

ELP+ $\rho$  est un outil qui a la précision d'une intégration numérique sur l'intervalle de définition de  $\rho$ . La solution ELP sous forme analytique permet d'analyser les constantes, et les différences de modèle. Les analyses présentées plus haut sont encore incomplètes : il reste encore à analyser les dérivées  $\Delta w_2^{(1)}$ ,  $\Delta w_3^{(1)}$  et  $\Delta w_2^{(2)}$ ,  $\Delta w_3^{(2)}$ , les inégalités périodiques résiduelles bien visibles dans la longitude, la dérive de la distance,...

D'ores et déjà on devine qu'une part importante de ces écarts provient d'une différence dans la valeur du nombre de Love et dans le modèle pour les forces de marées, entre DE200 et DE245. Cette étude a mis néanmoins en évidence la possibilité d'une telle analyse au niveau centimétrique.

# INTÉGRATION DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT DES PLANÈTES EN COORDONNÉES RECTANGULAIRES

P. Bretagnon

## 1. Introduction

Les solutions du mouvement des planètes construites au Bureau des longitudes VSOP82 (Bretagnon, 1982), TOP82 (Simon, 1983), JASON84 (Simon et Bretagnon, 1984), VSOP87 (Bretagnon et Francou, 1988) ont des précisions de l'ordre de  $10^{-7}$  pour Jupiter et Saturne et de l'ordre de  $10^{-8}$  pour Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Uranus et Neptune sur un intervalle de temps de 100 ans de part et d'autre de J2000.

Les progrès des techniques d'observations entraînent un besoin de solutions analytiques 10 à 100 fois plus précises. Un tel gain a été obtenu (Simon, Joutel et Bretagnon, 1992) pour les grosses planètes Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune en élaborant une méthode représentant les solutions en fonction des multiples d'un seul argument.

On se propose, à partir des solutions actuelles, d'améliorer les théories, en particulier les théories des planètes inférieures, par une méthode itérative.

## 2. Précision des solutions TOP et VSOP

Ces solutions ont été obtenues par intégration des équations de Lagrange en prenant en compte toutes les perturbations des planètes entre elles jusqu'au troisième ordre des masses perturbatrices pour une fonction perturbatrice newtonienne :

$$R = GM' \left( \frac{1}{\Delta} - \frac{\mathbf{V}\mathbf{V}'}{r'^3} \right)$$

où  $G = (0,01720209895)^2$  est la constante de la gravitation,  $M'$  et  $r'$  la masse et le rayon vecteur de la planète perturbatrice,  $\mathbf{V}$  et  $\mathbf{V}'$  les vecteurs de position des deux planètes,  $\Delta$  leur distance mutuelle.

Les solutions ont été améliorées par des méthodes itératives pour les grosses planètes et sont équivalentes à des théories au sixième ordre des masses. De plus, il a été tenu compte de compléments relativistes, des perturbations dues à certains astéroïdes et à la Lune.

### Compléments relativistes

Les compléments relativistes ont été appliqués dans le cadre du problème de Schwarzschild, c'est-à-dire en ne tenant compte que du rayon gravitationnel du Soleil et en négligeant les actions relativistes mutuelles directes des planètes entre elles. On trouve, outre l'avance bien connue des périhélie, des perturbations périodiques de l'ordre de  $0'',01$  dans la longitude de Mercure.

### Perturbations par les astéroïdes

On a calculé, au premier ordre et au deuxième ordre des masses, les perturbations sur toutes les planètes principales par les astéroïdes Cérés, Pallas, Vesta, Iris et Bamberga. Ces perturbations ont des effets importants surtout sur Mars et Jupiter. Elles atteignent  $0'',02$  dans la longitude de Mars. Lors de la construction de ces perturbations, on rencontre des difficultés dues aux quasi-résonances, résonance  $1/2$  entre Mars et Vesta, résonance  $2/5$  entre Pallas et Jupiter par exemple. Il y a également une grande difficulté à construire les inverses des distances mutuelles en raison des paramètres orbitaux des astéroïdes. L'orbite de Pallas, par exemple, a pour excentricité  $e = 0,234$  et pour inclinaison sur l'écliptique  $i = 34^\circ 8'$ .

### Perturbations par la Lune

Dans un premier temps, le troisième corps étudié du système solaire est le barycentre du système Terre-Lune considéré comme un point matériel dont la masse est la somme des masses de la Terre et de la Lune. Pour tenir compte de l'action de la Lune sur le mouvement du barycentre Terre-Lune, il faut ajouter la fonction perturbatrice :

$$R_B = G(M_S + M_T + M_L) \left[ (1 - \sigma) \frac{1}{r_T} + \frac{\sigma}{r_L} - \frac{1}{r_B} \right]$$

où  $M_S$ ,  $M_T$  et  $M_L$  représentent les masses du Soleil, de la Terre et de la Lune respectivement et  $\sigma = M_L/(M_T + M_L)$ .  $r_B$ ,  $r_T$  et  $r_L$  sont les vecteurs héliocentriques du barycentre Terre-Lune, de la Terre et de la Lune respectivement.

On a ainsi tenu compte de l'influence de la Lune sur toutes les planètes jusqu'au deuxième ordre. La perturbation la plus importante est l'avance du périhélie du barycentre Terre-Lune qui atteint  $65'',75$  par millier d'années juliennes. Les perturbations périodiques sont de faible amplitude :  $0'',003$  (terme de période 15 jours),  $0'',089$  (terme de période 6409 ans) dans la longitude du barycentre Terre-Lune.

La précision des solutions est donnée dans la Table 1 pour un intervalle de 1000 ans autour de J2000 et de 100 ans autour de J2000.

**Table 1.** Précision des solutions VSOP et TOP sur 1000 ans et 100 ans.

	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
1000 ans	$0'',02$	$0'',04$	$0'',10$	$0'',40$	$0'',24$	$0'',22$	$0'',04$	$0'',04$
100 ans	$0'',001$	$0'',006$	$0'',005$	$0'',010$	$0'',020$	$0'',070$	$0'',016$	$0'',010$

### 3. Équations du mouvement en coordonnées rectangulaires

A partir des solutions obtenues en variables elliptiques, on a exprimé le mouvement des planètes en coordonnées rectangulaires (Bretagnon et Francou, 1988). On constate que les solutions sont représentées, pour une même précision, par deux fois moins de termes. On se propose donc d'intégrer les équations du mouvement en variables rectangulaires sous la forme suivante (Brumberg, 1991) :

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{R}}_i = & -f(M_0 + M_i) \frac{\mathbf{R}_i}{R_i^3} + \sum_{j \neq i} fM_j \left( \frac{\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i}{r_{ij}^3} - \frac{\mathbf{R}_j}{R_j^3} \right) \\ & + (m_0 A_{i0} + m_i A_{0i}) \mathbf{R}_i + (m_0 B_{i0} + m_i B_{0i}) \dot{\mathbf{R}}_i \\ & + \sum_{j \neq i} m_j [A_{ij} (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) + A_{0j} \mathbf{R}_j + B_{ij} (\dot{\mathbf{R}}_i - \dot{\mathbf{R}}_j) + B_{0j} \dot{\mathbf{R}}_j] \end{aligned} \quad (1)$$

avec :

$$\begin{aligned}
A_{ij} = & \frac{\dot{\mathbf{x}}_i^2}{r_{ij}^3} - (\gamma + 1 + \alpha) \frac{\dot{\mathbf{r}}_{ij}^2}{r_{ij}^3} + \frac{3}{2r_{ij}^5} (\mathbf{r}_{ij} \dot{\mathbf{x}}_j)^2 + \frac{3\alpha}{r_{ij}^5} (\mathbf{r}_{ij} \dot{\mathbf{r}}_{ij})^2 \\
& + f [(2\gamma + 2\beta + 1 - 2\alpha)M_i + (2\gamma + 2\beta - 2\alpha)M_j] \frac{1}{r_{ij}^4} \\
& + \sum_{k \neq i, j} f M_k \left[ (2\gamma + 2\beta - \alpha) \frac{1}{r_{ij}^3 r_{ik}} + (2\beta - 1 - 2\alpha) \frac{1}{r_{ij}^3 r_{jk}} + \frac{\alpha}{r_{ij} r_{ik}^3} \right. \\
& + \frac{2(\gamma + 1)}{r_{ij} r_{jk}^3} + (-2\gamma - \frac{3}{2} + \alpha) \frac{1}{r_{ik} r_{jk}^3} - \frac{\alpha}{r_{ik}^3 r_{jk}} \\
& \left. + \left( \frac{\alpha}{r_{ik}^3} - \frac{\alpha + 1/2}{r_{jk}^3} - \frac{3\alpha}{r_{ij}^2 r_{ik}} + \frac{3\alpha}{r_{ij}^2 r_{jk}} \right) \frac{1}{r_{ij}^3} (\mathbf{r}_{ij} \mathbf{r}_{ik}) \right] \quad (2)
\end{aligned}$$

$$B_{ij} = \frac{1}{r_{ij}^3} [(2\gamma + 2 - 2\alpha) (\mathbf{r}_{ij} \dot{\mathbf{r}}_{ij}) + \mathbf{r}_{ij} \dot{\mathbf{x}}_j]. \quad (3)$$

Dans le cadre de la relativité générale,  $\gamma = \beta = 1$ , les coordonnées harmoniques correspondent à  $\alpha = 0$ .  $\mathbf{R}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0$  où  $\mathbf{x}_i$  et  $\mathbf{x}_0$  représentent les vecteurs barycentriques de la planète  $i$  et du Soleil respectivement.  $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ .  $R_j$  est la distance du Soleil à la planète  $j$  et  $r_{ij}$  la distance entre les planètes  $i$  et  $j$ . Enfin  $m_i = GM_i/c^2$  où  $M_i$  est la masse de la planète  $i$  et  $c$  la vitesse de la lumière.

La partie relativiste des équations (1) contient l'ensemble des termes proportionnels à  $c^{-2}$  et l'ensemble des termes proportionnels à  $c^{-2}M$  où  $M$  est une masse planétaire.

L'introduction d'astéroïdes dans les équations (1) créera des difficultés comparables à celles rencontrées lors de l'intégration des équations du mouvement représentées en variables elliptiques.

Enfin, en variables rectangulaires, on n'intégrera non pas le mouvement du barycentre Terre-Lune mais la Terre et la Lune séparément avec leurs masses respectives. Pour cela, les seconds membres des équations (1) seront calculés à l'aide du vecteur héliocentrique de la Lune :

$$\mathbf{R}_L = \mathbf{R}_T + \mathbf{TL}$$

où le vecteur Terre-Lune  $\mathbf{TL}$  est donné par ELP2000-82 (Chapront-Touzé et Chapront, 1983).

#### 4. Résolution des équations

Les solutions actuelles des planètes Mercure, Vénus, la Terre et Mars ont été obtenues par un développement jusqu'au troisième ordre des masses perturbatrices. Il serait très complexe d'opérer de la même façon pour obtenir les perturbations du quatrième ordre. Il semble donc préférable d'intégrer les équations (1) en procédant par itérations successives. Pour cela, écrivons-les pour chaque planète sous la forme :

$$\begin{aligned}
\ddot{x} + G(M_0 + M) \frac{x}{r^3} &= X \\
\ddot{y} + G(M_0 + M) \frac{y}{r^3} &= Y \\
\ddot{z} + G(M_0 + M) \frac{z}{r^3} &= Z
\end{aligned} \quad (4)$$

$X, Y, Z$  contenant la partie relativiste et la perturbation newtonienne.

Pour résoudre ce système, définissons les variables sans dimensions  $p$  complexe et  $w$  réelle telles que :

$$\begin{aligned}
x + iy &= a(1 - p)e^{i\lambda} \\
z &= aw
\end{aligned} \quad (5)$$

où  $\lambda = nt + \varepsilon$  et  $n^2 a^3 = G(M_0 + M)$ . Par différentiation par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned}
\ddot{p} + 2in\dot{p} - n^2 p &= n^2 \left[ -1 - \frac{1}{n^2 a} (\ddot{x} + i\ddot{y}) e^{-i\lambda} \right] \\
\ddot{w} &= \frac{1}{a} \ddot{z}
\end{aligned} \quad (6)$$



En utilisant (4), on trouve :

$$\begin{aligned}\ddot{p} + 2in\dot{p} - n^2p &= n^2 \left[ -1 + \frac{a^3}{r^3}(1-p) - \frac{1}{n^2a}(X + iY)e^{-i\lambda} \right] \\ \ddot{w} &= n^2 \left[ -\frac{a^3}{r^3}w + \frac{1}{n^2a}Z \right]\end{aligned}\quad (7)$$

Afin d'abaisser l'ordre en excentricité dans les seconds membres des équations, on ajoute la quantité  $-\frac{1}{2}n^2p - \frac{3}{2}n^2\bar{p}$  dans les deux membres de la première des équations (7) et  $n^2w$  dans la deuxième, d'où :

$$\begin{aligned}\ddot{p} + 2in\dot{p} - \frac{3}{2}n^2(p + \bar{p}) &= n^2P \\ \ddot{w} + n^2w &= n^2W\end{aligned}\quad (8)$$

avec :

$$\begin{aligned}P &= -\frac{3}{2}(p + \bar{p}) + \left(\frac{a^3}{r^3} - 1\right)(1-p) - \frac{1}{n^2a}(X + iY)e^{-i\lambda} \\ W &= -\left(\frac{a^3}{r^3} - 1\right)w + \frac{1}{n^2a}Z\end{aligned}$$

La solution générale de (8) est :

$$\begin{aligned}p &= Ae^{i\lambda} - 3\bar{A}e^{-i\lambda} + inB + 3inCt - 2C \\ &\quad + \frac{3}{4}ine^{-i\lambda} \int (3P - \bar{P})e^{i\lambda} dt + \frac{1}{4}ine^{i\lambda} \int (3\bar{P} - P)e^{-i\lambda} dt \\ &\quad - 2in \int P dt - \frac{3}{2}n^2 \iint (P - \bar{P}) dt dt \\ w &= De^{i\lambda} + \bar{D}e^{-i\lambda} + \frac{1}{2}ine^{-i\lambda} \int We^{i\lambda} dt - \frac{1}{2}ine^{i\lambda} \int W e^{-i\lambda} dt\end{aligned}\quad (9)$$

où  $A$  et  $D$  sont des constantes d'intégration complexes,  $B$  et  $C$  des constantes d'intégration réelles.

## 5. Conclusion

Le but de ce travail est d'obtenir une solution des équations (8) de précision  $10^{-10}$  pour les planètes Mercure, Vénus, la Terre et Mars. On utilisera les déterminations récentes des masses planétaires, par exemple celles données par l'IERS (McCarthy, 1992). En ce qui concerne les échelles de temps, il paraît souhaitable de disposer de solutions barycentriques exprimées à la fois en temps coordonnée barycentrique (*TCG*) et dans une échelle de temps fonction linéaire de *TCG* et voisine de *TDB*.

## Remerciements

Je remercie V. A. Brumberg et J.-L. Simon pour les nombreuses discussions que nous avons eues sur le choix des systèmes d'équations, sur les précisions des solutions actuelles et sur les objectifs à atteindre.

## Références

- Bretagnon, P., 1982, *Astron. Astrophys.* **114**, 278  
 Bretagnon, P., Francou, G., 1988, *Astron. Astrophys.* **202**, 309  
 Brumberg, V. A., 1991, *Essential Relativistic Celestial Mechanics*, Hilger, Bristol  
 Chapront-Touzé, M., Chapront, J., 1983, *Astron. Astrophys.* **124**, 50  
 McCarthy, D. D., 1992, *IERS Standards*, IERS Technical Note 13, Observatoire de Paris  
 Simon, J.-L., 1983, *Astron. Astrophys.* **120**, 197  
 Simon, J.-L., Bretagnon, P., 1984, *Astron. Astrophys.* **138**, 169  
 Simon, J.-L., Joutel, F., Bretagnon, P., 1992, *Astron. Astrophys.* **265**, 308

## MODÉLISATION DU MOUVEMENT D'HYPÉRION

L. Duriez & A. Vienne, Université de Lille

### 1. Introduction

Dans ce qui suit, on adopte les notations classiques ( $a, n, e, i, \Omega, \varpi, \lambda$ ) pour représenter les éléments osculateurs des satellites de Saturne, rapportés au centre de Saturne, à son plan équatorial et au point d'intersection de ce plan avec l'écliptique moyen pour J2000.0 ; on utilise aussi  $N$ , moyen mouvement moyen, et les variables  $p = n/N - 1$ ,  $q = \lambda - Nt$ ,  $z = e \exp \sqrt{-1} \varpi$  et  $\zeta = \sin(i/2) \exp \sqrt{-1} \Omega$ . Ce sont ces mêmes variables et ce même repère qui sont utilisés dans TASS (*Théorie Analytique des Satellites de Saturne* développée à Lille depuis 1989).

Parmi ces satellites, Hypérior est celui dont le mouvement orbital se trouve en résonance 3 : 4 avec celui de Titan : La combinaison des vitesses angulaires moyennes  $3N_T - 4N_H + \langle \dot{\varpi}_H \rangle$  est en effet égale à zéro, entraînant une grande libration de l'argument  $\theta = 3\lambda_T - 4\lambda_H + \varpi_H$  :

$$\theta = 3(\lambda_T - \lambda_H) - M_H \approx 180^\circ - 36^\circ \sin \tau - 13^\circ \sin \varphi + \dots$$

Cette libration est associée à une assez forte excentricité pour Hypérior :

$$e_H = 0.104 + 0.024 \cos \varphi + \dots$$

L'argument  $\tau$  représente la libration, et  $\varphi$  la partie linéaire en  $t$  dans la combinaison  $\varpi_T - \varpi_H$ . Leurs périodes respectives valent environ 640 jours et 6830 jours, tandis que l'argument synodique, de fréquence  $N_T - N_H$ , a une période de 63 jours.

La forte excentricité d'Hypérior, combinée à la valeur élevée du rapport  $\alpha$  des grands axes de Titan et d'Hypérior ( $\alpha = 0.85$ ), conduit à des orbites presque sécantes ; heureusement, la libration de  $\theta$  autour de  $180^\circ$  montre que les conjonctions de ces deux satellites se produisent dans le voisinage de  $M_H = 180^\circ$ , c'est-à-dire vers l'apocentre de l'orbite d'Hypérior, là où les orbites sont les plus éloignées ; la résonance permet donc d'éviter les rapprochements trop serrés entre ces deux satellites et a un effet stabilisateur sur le mouvement d'Hypérior. En contre partie, le développement classique de la fonction perturbatrice d'Hypérior par Titan (exprimé en coefficients de Laplace et en série de Fourier des longitudes moyennes, et sans tenir compte de la libration) ne converge pas suffisamment vite pour être exploitable. Il faut développer cette fonction perturbatrice directement en fonction de  $\theta$  ou de  $\tau$ , comme l'ont fait Woltjer (1928), ou Message (1989). Les théories actuelles du mouvement d'Hypérior (Dourneau, 1987, et Taylor, 1992) sont des extensions des travaux de Woltjer qui utilisent ces types de développements pour représenter les variations à longues périodes des éléments d'Hypérior ; cependant,

nous avons montré (Vienne & Duriez, 1991) qu'une bonne théorie du mouvement d'Hypériorion doit aussi représenter convenablement les variations à courtes périodes (qui sont loin d'être négligeables), et que par les méthodes analytiques, il faudrait les calculer au moins à l'ordre 2 des masses. Les théories actuelles sont encore incomplètes de ce point de vue, et cela se traduit par des écarts-types de  $0'',28$  dans la comparaison entre la théorie de Taylor et les observations. En fait, nous allons voir qu'il manque dans cette théorie d'importants termes dépendant des variables d'inclinaison dans la partie à longues périodes, ainsi que de très nombreux termes périodiques, qui peuvent contribuer à plusieurs dixièmes de secondes.

Le but du présent travail est d'obtenir pour Hypériorion, une représentation de son mouvement avec une précision comparable à celle atteinte dans TASS pour les autres satellites : Nous visons une précision de l'ordre de quelques kilomètres pour pouvoir représenter les futures observations des satellites de Saturne lors de la mission CASSINI.

L'approche que nous avons adoptée ici est purement numérique : elle est fondée sur l'intégration numérique des équations rigoureuses représentant l'interaction "Titan-Hypériorion", complétées par des représentations analytiques des perturbations séculaires des éléments d'orbite dues aux autres satellites, au Soleil et aux coefficients d'aplatissement de Saturne. La durée de l'intégration numérique est suffisamment longue (environ 1500 ans) pour qu'une analyse en fréquences permette de trouver les fréquences propres et les phases de 7 arguments fondamentaux du système dynamique :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \psi = (N_T - N_H)t + \psi_0 & \text{période} \approx & 63 \text{ jours} \\ \tau = \dot{\tau}t + \tau_0 & " & 640 " \\ \varpi^* = \langle \dot{\varpi}_H \rangle t + \varpi_{0H}^* & " & -7015 " \\ \varpi_T^* = \langle \dot{\varpi}_T \rangle t + \varpi_{0T}^* & " & 254934 " \quad (698 \text{ ans}) \\ \Omega^* = \langle \dot{\Omega}_H \rangle t + \Omega_{0H}^* & " & -55103 " \quad (150 \text{ ans}) \\ \Omega_T^* = \langle \dot{\Omega}_T \rangle t + \Omega_{0T}^* & " & -255035 " \\ \Omega_0 = 0 + \Omega_{00} & " & \text{infinie} \end{array} \right.$$

Le dernier argument est associé au plan invariable du système de satellites de Saturne, incliné de  $0^\circ,32$  sur le plan équatorial de la planète. Les périodes voisines de 700 ans sont associées au mouvement de Titan. L'analyse en fréquences permet alors de synthétiser les éléments d'orbite sous forme de séries de termes périodiques dont les arguments sont ensuite identifiés comme étant combinaisons linéaires entières des 7 arguments fondamentaux. L'analyse est poussée de façon à atteindre tous les termes à longue période supérieures à 1 km, plus ceux à courte période dépassant 5 km. Néanmoins, on trouve que la lenteur de la convergence de ces séries à courtes périodes fait que l'écart maximum sur 100 ans entre les positions calculées par l'intégration numérique et celles issues de sa représentation synthétique, atteint encore près de 300 km (soit moins de  $0'',05$  vu de la Terre).

## 2. Le modèle et son intégration numérique

Pour pouvoir intégrer numériquement le système dynamique réduit à Saturne-Titan-Hypériorion et pour retrouver néanmoins les bonnes valeurs des fréquences fondamentales (notamment celles qui représentent les mouvements à longue période de Titan), nous utilisons les équations de Lagrange mises sous la forme fermée donnée par Chapront *et al.* (1975) et relatives aux variations de  $p$ ,  $q$ ,  $z$  et  $\zeta$ . En effet il est alors très facile d'ajouter à ces équations l'expression analytique des perturbations séculaires de  $q$ ,  $z$  et  $\zeta$  dues aux autres satellites, au Soleil et aux coefficients d'aplatissement  $J_2$ ,  $J_4$  et  $J_6$ . Ces expressions analytiques sont obtenues au degré 4 en excentricités et inclinaisons par la méthode développée pour les planètes dans Duriez (1977) et à l'ordre 2 des masses ou de  $J_2$  et  $J_4$  par la méthode développée aussi pour les planètes par Laskar (1985). Dans ces expressions analytiques, on ne conserve que les termes dépendant explicitement des variables  $z$  et  $\zeta$  de Titan et d'Hypériorion. Les coefficients de ces termes sont calculés numériquement pour les valeurs des moyens mouvements moyens (ou des demi-grand axes), des masses, de  $J_2$ ,  $J_4$  et  $J_6$  obtenues dans la version TASS1.6 après ajustement aux observations (Vienne & Duriez, 1995).

Les conditions initiales de Titan sont celles données par TASS1.6, et celles d'Hypériorion ont été calculées dans le repère J2000.0 à partir des positions et vitesses données par Harper *et al.* (1989) dans le repère B1950 pour la date julienne 2418800.5 (cette date correspond au milieu de l'intervalle dans lequel Harper *et al.* ont ajusté une intégration numérique de Titan, Hypériorion et Japet aux observations).

Nous avons utilisé une méthode d'Adams d'ordre 10 avec prédicteur-correcteur pour intégrer ces équations sur environ 1500 ans avec un pas égal à 0,1 jour et une précision de  $10^{-10}$ . Cette valeur du pas permet, avec cette précision, de ne faire jouer le correcteur qu'une seule fois par pas. La durée de 1500 ans est choisie pour permettre une analyse en fréquences des termes de plus basse fréquence présents

dans la dynamique du problème Titan-Hypérior (périodes de 700 ans, voir plus haut). Par ailleurs, des analyses préalables (Duriez, 1992) ont montré que les termes à courte période d'amplitude supérieure à 2 kilomètres ont tous une période plus longue que 3 jours (environ  $21\psi$ ). Pour pouvoir analyser en fréquences des termes de période supérieure à 3 jours, il suffit d'échantillonner les séries temporelles fournies par l'intégration numérique avec un pas de sortie inférieur à 1,5 jour. Nous avons en fait choisi un pas de sortie de 1,4 jour, suite aux contraintes de filtrage liées à l'exploitation des séries temporelles par l'analyse en fréquences.

### 3. Filtrage numérique des séries temporelles

En théorie du signal, une série temporelle de  $2n + 1$  valeurs  $\{S(t_i)\}$  représentant une fonction  $S(t)$  quasi-périodique et échantillonnée avec un pas  $\Delta t$  sur la durée  $D = 2n\Delta t$  (on a :  $t_i = t_0 + i \times \Delta t$  avec  $0 \leq i \leq 2n$ ), peut être analysée en fréquences avec un pouvoir de résolution égal à  $\Delta\omega = 2\pi/(n\Delta t) = \pi/D$ ; on obtient alors une représentation de  $S(t)$  sous la forme :

$$\tilde{S}(t) = \sum_j S_j \exp \sqrt{-1} \omega_j t$$

où l'on a  $|\omega_j| \leq \frac{1}{2}\omega_s = \pi/\Delta t = \frac{1}{2}n\Delta\omega$ . Pour représenter une série temporelle dépendant de termes dont les périodes sont comprises entre  $T_{\min}$  et  $T_{\max}$ , il faut donc avoir :

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{T_{\max}} \geq \Delta\omega = \frac{2\pi}{D/2} & \implies D \geq 2T_{\max} \\ \frac{2\pi}{T_{\min}} \leq \frac{1}{2}\omega_s = \frac{\pi}{\Delta t} & \implies \Delta t \leq \frac{T_{\min}}{2} \end{cases}$$

Avec  $T_{\min} = 3$  jours et  $T_{\max} = 256\,000$  jours (700 ans), on obtient :  $D \geq 1400$  ans et  $\Delta t \leq 1,5$  jours, et donc aussi :  $2n \approx 341\,000$ ; or, une telle valeur est largement trop élevée pour une bonne utilisation des méthodes d'analyse en fréquences.

Pour résoudre ce problème, nous avons procédé en deux temps : On applique d'abord un filtre numérique passe-bas sur les séries temporelles données par l'intégration numérique de façon à ce que  $T_{\min}$  soit égal à 45 jours au lieu de 3 jours : avec une durée de 1507,2 ans et un échantillonnage  $\delta t = 22,4$  jours, on obtient maintenant  $2n = 24576$ . La méthode de filtrage utilisée est analogue à celle mise en œuvre par Carpino *et al.* (1987) dans leur projet LONGSTOP d'intégration numérique des grosses planètes sur 10 millions d'années. L'application du filtre revient à transformer la série temporelle initiale  $S(t_i)$  en une autre série temporelle  $S_1(t_k)$  par l'intermédiaire de  $2p + 1$  coefficients  $\{f_j\}_{j=0..2p}$  :

$$S_1(t + p\Delta t) = \sum_{j=0}^{2p} f_j S(t + j\Delta t) \quad \text{avec} \quad t_k = t + p\Delta t = t'_0 + k\delta t$$

Les coefficients du filtre conservent les phases (car leur nombre est impair), et sont calculés pour laisser intacts (à  $\pm\rho$  près [ripple]) les termes de fréquence plus basse que  $\omega_0 = 2\pi/T_0$ , et pour annuler (à  $\pm\alpha$  près [atténuation]) les termes de fréquence plus élevée que  $\omega_1 = 2\pi/T_1$ . Le filtre n'est pas défini entre  $\omega_0$  et  $\omega_1$  (algorithme FIR décrit dans Rabiner & Gold, 1975).

La période  $T_0 = T_{\min} = 45$  jours est choisie de façon à ce que les séries filtrées ne comportent plus que le terme synodique, les termes de libration et les termes à longues périodes, c'est-à-dire tous les arguments de la forme :

$$j_1\psi + j_2\tau + j_3\varpi^* + j_4\varpi_T^* + j_5\Omega^* + j_6\Omega_T^* + j_7\Omega_0 \quad (1)$$

avec :  $|j_1| \leq 1$ ,  $|j_2| \leq 5$ ,  $|j_3| \leq 3$ ,  $|j_4| \leq 2$ ,  $|j_5| \leq 3$ ,  $|j_6| \leq 2$  et  $|j_7| \leq 2$  (ces bornes correspondent en fait aux termes supérieurs à 1 km trouvés dans les séries d'Hypérior).

Par ailleurs, nous avons constaté que dans le problème Titan-Hypérior, il n'existe aucun terme significatif (au niveau kilométrique) de période comprise entre 38 jours et 45 jours; nous avons donc ajusté le filtre pour supprimer complètement les termes de période inférieure à  $T_1 = 38$  jours. Ainsi, l'intervalle où le filtre n'est pas défini agit sur des termes d'amplitude négligeable.

Dans ces conditions, une série  $S(t_i)$  est filtrée sur 1507,2 ans avec un pas de sortie de 22,4 jours pour donner la série  $S_1(t_k)$  dont on fait l'analyse pour obtenir sa représentation  $\tilde{S}_1(t)$  sous forme de sommes de termes à longues périodes (supérieures à 45 jours). Dès lors, la série :  $S(t_i) - \tilde{S}_1(t_i)$  que l'on peut calculer, représente exactement les termes à courtes périodes (inférieures à 38 jours). Avec un pas

de 1,4 jour, l'analyse en fréquences de  $S(t_i) - \tilde{S}_1(t_i)$  permet de déterminer tous les termes de période comprise entre 2,8 et 38 jours ; si l'on conserve le même nombre de points ( $2n = 24576$ ), la durée de cette série est voisine du siècle ( $2n \times 1,4 = 34406,4$  jours), mais le pouvoir de résolution en est réduit : on ne peut plus séparer les termes dont les fréquences dépendent des variables d'inclinaison ; ceci n'est pas catastrophique car, dans le problème Titan-Hypérior, il se trouve que ces termes n'arrivent dans la partie à courtes périodes qu'au niveau de quelques kilomètres.

Pour réaliser un tel filtrage avec un nombre de coefficients  $2p$  raisonnable (et avec  $\rho = 10^{-6}$ ,  $\alpha = 10^{-7}$ ,  $\Delta t = 1,4 j$ ,  $\delta t = 22,4 j$ ,  $\omega_0 = 2\pi/45 j^{-1}$  et  $\omega_0 = 2\pi/38 j^{-1}$ ), on a dû adopter un filtre à deux étages :

$$1^{\text{ier}} \text{ filtre : } \begin{cases} \Delta t = 1,4 j \\ T_0 = 45 j \\ T_1 = 15 j \\ \delta t = 11,2 j \\ 2p = 132 \end{cases} \quad 2^{\text{ème}} \text{ filtre : } \begin{cases} \Delta t = 11,2 j \\ T_0 = 45 j \\ T_1 = 38 j \\ \delta t = 22,4 j \\ 2p = 178 \end{cases} \quad \begin{matrix} \rho = 10^{-6} \\ \alpha = 10^{-7} \end{matrix}$$

Pour limiter la taille des fichiers de sortie, ces 2 filtres sont appliqués au cours de l'intégration numérique sur les séries temporelles générées : tous les 11,2 jours, on applique le 1<sup>er</sup> filtre sur les séries échantillonnées au pas de 1,4 jour (dès que l'on dispose de 133 points écartés de 1,4 jour). Ensuite, tous les 22,4 jours, on applique le 2<sup>ème</sup> filtre sur les séries filtrées une fois au pas de 11,2 jours (dès que l'on dispose de 179 points écartés de 11,2 jours) ; ce sont ces séries filtrées  $S_1(t_k)$  qui sont sauvegardées sur disque en vue de leur analyse ultérieure. Dans le même temps, on sauvegarde aussi dans un autre fichier les séries initiales non filtrées  $S(t_i)$  échantillonnées au pas de 1,4 jour et sur une durée de 1 siècle.

#### 4. Analyse et synthèse d'une représentation

On a utilisé la méthode d'analyse en fréquences décrite dans Laskar *et al.* (1992) : on détermine précisément la fréquence correspondant au terme d'amplitude maximum ; ce terme [fréquence, amplitude et phase] est ensuite retranché de la série initiale ; le résultat peut de nouveau être analysé en fréquences pour donner le terme suivant de la représentation, ainsi ordonnée par amplitudes décroissantes ; on réitère ce processus jusqu'au niveau de troncature souhaité. Cette méthode a été complétée par la possibilité de faire des ajustements intermédiaires par moindres carrés lorsque l'analyse conduit à une nouvelle fréquence trop proche de l'une des fréquences déjà déterminée (écart inférieur au pouvoir de résolution, limité comme on l'a vu par la durée  $2n\Delta t$  de la série analysée).

L'analyse en fréquences des séries filtrées  $\{S_1(t_k)\}$  pour  $k = 0..2n$  permet de les représenter sans problème jusqu'au niveau du kilomètre, sous la forme de termes à longues périodes :

$$\tilde{S}_1(t) = \sum_j S_{1j} \exp \sqrt{-1} \omega_j t$$

avec  $|2\pi/\omega_j| \geq 45$  jours. Ces séries représentent les variations à longue période des variables  $p$ ,  $q$ ,  $z$  et  $\zeta$  de Titan et d'Hypérior (avant de faire l'analyse en fréquences, on élimine par moindres carrés une éventuelle pente résiduelle dans la variable  $q$ ). Il est aisé d'y reconnaître les termes associés aux 7 arguments fondamentaux cités plus haut, avec leur fréquence et leur phase. Il n'y a pas non plus de problème pour identifier chaque  $\omega_j$  sous forme d'une certaine combinaison des fréquences fondamentales et on vérifie que la phase de chaque terme correspond à la même combinaison des phases fondamentales ; les arguments trouvés sont de la forme donnée en (1). L'identification des combinaisons de fréquences est réalisée en utilisant les règles de d'Alembert que doivent suivre les développements des éléments d'orbite : développements pairs en inclinaison pour les variables  $p$ ,  $q$  et  $z$ , impliquant dans (1) :  $j_5 + j_6 + j_7 =$  entier pair, caractéristique de monôme nulle dans les variables  $p$  et  $q$ , et égale à 1 dans  $z$  et  $\zeta$ , impliquant dans (1) :  $j_3 + j_4 + j_5 + j_6 + j_7$  égal à cette caractéristique.

Après avoir analysé et synthétisé les séries  $\tilde{S}_1(t)$  représentant les variations à longues périodes des variables  $p$ ,  $q$ ,  $z$  et  $\zeta$ , on calcule les séries temporelles  $S(t_i) - \tilde{S}_1(t_i)$  avec  $\Delta t = 1,4$  jour, sur la durée égale à  $2n\Delta t$  (voisine du siècle) ; leur analyse en fréquences jusqu'au niveau d'amplitude de 5 km ne pose pas de problème ; on identifie les fréquences obtenues sous forme de combinaisons entières :

$$j_1\psi + j_2\tau + j_3\varpi^* + j_4\varpi_T^*$$

avec :  $2 \leq |j_1| \leq 21$ ,  $|j_2| \leq 3$ ,  $|j_3| \leq 2$  et  $|j_4| \leq 1$  (les fréquences associées aux inclinaisons correspondent à des périodes trop longues pour pouvoir être séparées sur un siècle).

Les représentations obtenues sont trop volumineuses pour être présentées ici ; on donne ci-après les plus gros termes (supérieurs à 350 km) trouvés dans la longitude moyenne d'Hypérioron (variable  $q$ ) ; ils sont exprimés en kilomètres et les termes accompagnés d'une astérisque sont absents de la théorie actuelle de Taylor (on note leur dépendance vis-à-vis des variables d'inclinaison) :

243 592,1	sin	$\tau$	période :	640,5395 $j$
6 181,2	sin	$\tau + \varpi^* - \varpi_T^*$	"	706,8542 $j$
-5 616,8	sin	$\tau - \varpi^* + \varpi_T^*$	"	585,6004 $j$
3 681,5	sin	$2\psi$	"	31,8185 $j$
2 826,9	sin	$\psi$	"	63,6371 $j$
-2 381,3	sin	$\psi - \tau$	"	70,6568 $j$
2 216,3	sin	$-\varpi^* + \varpi_T^*$	"	6827,5603 $j$
1 747,5	sin	$3\psi$	"	21,2123 $j$
1 731,0	sin	$\psi + \tau$	"	57,8862 $j$
1 051,3	sin	$4\psi$	"	15,9093 $j$
632,5	sin	$5\psi$	"	12,7274 $j$
-612,4	sin	$-\Omega^* + \Omega_0$	"	255035,3728 $j$ (*)
-496,1	sin	$3\tau$	"	213,5131 $j$
-491,9	sin	$\tau + \Omega_T^* - \Omega_0$	"	648,0727 $j$ (*)
-491,5	sin	$\psi - 2\tau$	"	79,4172 $j$
-485,5	sin	$\tau - \Omega_T^* + \Omega_0$	"	633,1793 $j$ (*)
-440,6	sin	$-\Omega_T^* + \Omega_0$	"	55103,5179 $j$ (*)
425,8	sin	$6\psi$	période :	10,6061 $j$
375,1	sin	$2\psi - \tau$	"	33,4817 $j$
358,2	sin	$\tau + \Omega_T^* - \Omega^*$	"	646,4300 $j$ (*)
-355,5	sin	$\tau - \Omega_T^* + \Omega^*$	"	634,7552 $j$ (*)

On donne ci-dessous le nombre de termes trouvés dans chaque élément d'Hypérioron, ainsi que l'écart-type et l'écart maximum obtenus entre l'intégration numérique et sa représentation issue de l'analyse en fréquences :

- Pour la solution à longues périodes  $\tilde{S}_1(t)$ , sur 1507 ans,  $\Delta t = 22,4$  jours :

élément	nb termes > 1 km	Ecart-type (km)	Ecart maxi (km)
$p$	39	2,24	10,2
$q$	112	4,09	17,8
$z$	85	3,08	17,4
$\zeta$	47	2,73	11,7
- Pour la solution à courtes périodes  $S(t) - \tilde{S}_1(t)$ , sur 93 ans,  $\Delta t = 1,4$  jour :

élément	nb termes > 5 km	Ecart-type (km)	Ecart maxi (km)
$p$	68	19,26	159,1
$q$	103	22,10	201,9
$z$	99	23,14	185,8
$\zeta$	2	9,62	57,7

Lorsque l'on compare les positions d'Hypérioron calculées à partir des éléments issus directement de l'intégration numérique, ou à partir de leur représentation, on obtient un écart-type de 48,9 km et un écart maximum de 283,9 km (sur 93 ans avec  $\Delta t = 1,4$  jour).

## 5. Conclusion

Les écarts maximum obtenus, malgré une troncature à 5 km, montrent que les séries à courtes périodes convergent assez mal (près de la moitié des termes sont compris entre 5 et 15 km). Cependant, ces écarts laissent penser que cette représentation devrait suffire dans un premier temps pour un ajustement sur les observations d'Hypérioron faites depuis la Terre. Dans ce but, on a réalisé des intégrations numériques analogues en variant légèrement chaque condition initiale ou la masse de Titan, puis en analysant et en synthétisant les représentations correspondant à chaque variation ; on en a tiré des dérivées partielles numériques des fréquences et des phases des arguments fondamentaux par rapport à chaque condition initiale, ainsi que les dérivées partielles de l'amplitude de chaque terme. L'ajustement aux observations est en cours de réalisation.

## 6. Bibliographie

- Chapront J., Bretagnon P., Mehl M. : 1975, *Celes. Mech.* **11**, 379-399
- Carpino M., Milani A., Nobili A.L. : 1987, *Astron. Astrophys.* **181**, 182-194
- Dourneau G. : 1987, Observations et étude du mouvement des huit premiers satellites de Saturne, Thèse, Bordeaux.
- Duriez L. : 1977, *Astron. Astrophys.* **54**, 93-112
- Duriez L. : 1992, in 'Chaos, Resonance and Collective Dynamical Phenomena in the solar system' Ferraz-Mello (ed.), Kluwer Ac. Press, 209-214
- Laskar J. : 1985, *Astron. Astrophys.* **144**, 133-146
- Laskar J., Froeschlé C., Celetti A. : 1992, *Physica D*, **56**, 253-269
- Message J.P. : 1989, *Celes. Mech.* **45**, 45-53
- Rabiner L.R., Gold B. : 1975, 'Theory and application of digital signal processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., USA
- Harper D., Taylor D.B., Sinclair A.T. : 1989, *Astron. Astrophys.* **221**, 359-363
- Taylor D.B. : 1992, *Astron. Astrophys.* **265**, 825-832
- Vienne A., Duriez L. : 1991, *Astron. Astrophys.* **246**, 619-633
- Vienne A., Duriez L. : 1995, to appear in *Astron. Astrophys.*
- Woltjer J. : 1928, *Ann. Sterrewacht Leiden*, XVI, 3

## ÉPHÉMÉRIDES DES ASTÉROÏDES POUR DENIS

(DEep Near Infrared Survey of the southern sky)

**Annick Bec-Borsenberger**

*Résumé* : Denis, ou “le deux microns” c’est-à-dire le survey du ciel austral dans le proche infrarouge, est un programme européen dont le coordinateur est l’Observatoire de Paris. Ce programme concerne environ 20 instituts ou laboratoires situés dans 8 pays différents. Son objectif est la couverture de la totalité du ciel austral **simultanément** dans les trois bandes I ( $0.80\mu\text{m}$ ), J ( $1.25\mu\text{m}$ ) et K’ ( $2.1\mu\text{m}$ ).

### Introduction

Durant ces vingt dernières années, les observations dans l’infrarouge se sont multipliées grâce principalement au développement de récepteurs à deux dimensions comparables aux CCD ; cependant de larges bandes de l’infrarouge ont encore été peu explorées ; ainsi, la mission IRAS (*Infra-Red Astronomical Satellite*), survey de tout le ciel, ne concernait que le domaine situé entre 12 et  $100\mu\text{m}$ . Seules quelques zones situées entre le visible et  $12\mu\text{m}$  ont été observées, notamment au cours du *Two Micron Sky Survey* (table 1).

Le programme DENIS a pour complément le projet américain *2MASS* qui doit assurer la couverture du ciel boréal dans les 3 bandes I, J et K’.

### Caractéristiques

Les observations seront effectuées sur le télescope de 1m de l’ESO, à la Silla (Chili), en utilisant une caméra à 3 canaux équipée pour les voies J et K’ du proche infrarouge de 2 NICMOS3 de  $256 \times 256$  pixels



**Table 1. Insertion de DENIS dans les SURVEYS IR**

	TMSS	IRAS	DENIS
Achèvement	1969	1985	1998 (?)
Longueur d'onde ( $\mu\text{m}$ )	0.9, 2.2	12, 25, 60, 100	0.8, 1.25, 2.2
Magnitude limite	3.1	5.2	18, 16, 14.5
Nb de sources	5 600	16 100	$10^8$
% du ciel couvert	77	96	100 (Hém. Sud)

et pour la voie rouge, I, d'un CCD de  $1024 \times 1024$  pixels. Avec ces récepteurs, les magnitudes limites que l'on pourra atteindre pour les sources sont 18 en I ; 16 en J et 14 en K'.

Le début du survey proprement dit est prévu pour le mois de janvier 1995 ; actuellement, la chaîne d'acquisition des données est en test pour les voies J et K', la voie I devant être mise en service courant décembre. Les observations s'étendront sur environ 3,5 ans, ce qui correspond à un temps d'occupation du télescope de 2/3 et à un balayage de la totalité du ciel austral. Enfin, les données collectées sous forme d'images de  $12' \times 12'$  seront stockées dans une banque de données informatiques.

### Calcul des éphémérides des astéroïdes

Le survey du ciel austral implique que des objets du système solaire - en particulier des astéroïdes - vont se trouver parmi les objets détectés. Il s'agit de les identifier, au moins ceux pour lesquels les éléments orbitaux sont connus. Nous devons donc déterminer pour chaque nuit d'observation quels sont les astéroïdes répertoriés susceptibles de se trouver dans la partie du ciel observée cette nuit-là et de fournir alors pour ces astéroïdes leurs positions précises et leurs magnitudes estimées dans les couleurs de DENIS. Dans ce but, j'ai calculé, pour environ 5 500 astéroïdes et pour la période du survey, l'ascension droite, la déclinaison et la distance à la Terre ainsi que les magnitudes dans les bandes V, I, J et K'.

#### *Ascension droite, déclinaison, distance à la Terre et magnitude V*

Le calcul des coordonnées équatoriales astrométriques a été effectué par la méthode d'intégration numérique de Bulirsh et Stoer (1966) en calculant les perturbations par les planètes à l'aide des éphémérides DE200 (Standish, 1990), à partir des éléments orbitaux fournis par l'Institut d'Astronomie Théorique de Saint-Petersbourg (V. Shor, 1993). Quant à la magnitude visuelle, V, elle a été obtenue en utilisant le formulaire retenu par l'UAI (*formulaire établi à partir de considérations de transfert radiatif*) à l'aide des paramètres  $H$  et  $G$  fournis avec les éléments orbitaux.

#### *Magnitudes I, J, K'*

Les magnitudes I, J et K' ont été estimées par application à la magnitude visuelle d'un indice de couleur, fonction du type de l'astéroïde. La détermination de ces indices de couleur a été faite au cours du stage de DEA de Stéphanie Ruphy (1993).

## Classification des astéroïdes

Dans le visible et l'infrarouge, le facteur déterminant des propriétés spectrales est la composition des surfaces des astéroïdes, chaque composant absorbant des régions spécifiques du spectre électromagnétique ; ainsi, de nombreuses classes d'astéroïdes ont été déterminées à partir de l'examen de leur spectre. La classification la plus répandue est celle de David J. Tholen (1984) comportant 14 classes.

Ces 14 classes ont été regroupées en 3 superclasses à l'aide de données autres que spectroscopiques : radar, relatives aux météorites, ... par J. Bell (1988) qui distingue ainsi les astéroïdes primitifs, les astéroïdes ignés et les astéroïdes métamorphiques.

### Données photométriques

Dans le proche infrarouge, il n'existe que peu de données sur les astéroïdes. Nous avons utilisé les données photométriques collectées lors d'un survey de 119 astéroïdes, en 52 couleurs, entre novembre 1983 et avril 1987, sur une plage de longueurs d'onde comprises entre 0.8 et 2.5  $\mu\text{m}$ , communiquées par Beth Clark (Université de Hawaï). Sur les 14 classes de Tholen, seule la classe Q n'était pas représentée. Pour les 13 autres classes, un indice moyen par classe a pu être établi (table 2).

**Table 2**

#### Superclasse "Primitifs" :

Classes Tholen	D	P	C
V-I	0.75	0.65	0.65
V-J	1.60	1.40	1.25
V-K	1.95	1.75	1.60

#### Superclasse "Ignés" :

Classes	V	R	S	A	M	E
V-I	0.55	0.65	0.75	0.75	0.70	0.7
V-J	1.40	1.80	1.45	1.60	1.40	1.30
V-K	1.50	1.85	1.80	2.40	1.75	1.60

**Superclasse "Métamorphiques" :**

Classes Tholen	T	B	G	F
V-I	0.80	0.60	0.60	0.55
V-J	1.55	1.20	1.25	1.15
V-K	1.95	1.50	1.60	1.55

Indices moyennés sur les 14 classes :    V-I : 0.65    V-J : 1.40    V-K : 1.75

Pour tous les astéroïdes pour lesquels les classes sont connues, on affecte alors cet indice de couleur à leur magnitude visuelle calculée. Pour les astéroïdes de la classe Q et pour tous ceux dont on ne connaît pas la classe, on prend pour chaque "couleur" un indice moyenné.

**Conclusion**

Ces éphémérides vont donc contribuer à l'*identification* des astéroïdes au cours du survey. Elles vont également permettre d'observer des astéroïdes déterminés. À partir des données obtenues, on pourra procéder à des *corrections* des indices de couleur, *compléter* la base de données photométriques des astéroïdes en 8 couleurs - de l'ultraviolet à l'infrarouge proche - en collaboration avec A. Barucci (observatoire de Meudon). En particulier, dès janvier 1995, nous allons réaliser des observations d'astéroïdes connus en U, B, V en utilisant la période de test pour des observations particulières.

**Références**

- Bell, J.-F., Owensby, P.D., Hawke, R.B. : 1988, The 52-color asteroid survey : final results and interpretation. *Lunar Planet. Sci.* XIX, 57-58
- Bulirsh, R., Stoer, J. : 1966, Numerical treatment of ordinary differential equations by extrapolation methods, *Num. Math.* 8, 1-13
- Ruphy, S. : 1993, Détection des astéroïdes dans le cadre du programme Denis, Mémoire de DEA, Paris VI
- Standish, E.M. Jr. : 1990, *Astron. Astrophys.*, 233, 252
- Tholen, D.J. : 1984, Ph.D dissertation, Univ. of Arizona

# OBSERVATIONS RÉDUITES DES PETITES PLANÈTES PAR HIPPARCOS

B. Morando

## 1. Introduction

Le satellite Hipparcos avait à son programme l'observation de 48 petites planètes dont les magnitudes (inférieures à 12) étaient assez faibles pour qu'elles puissent être observées. Le but de ces observations est de rattacher un système de référence dynamique au système Hipparcos, lui-même relié à un système de référence absolu lié aux galaxies lointaines par l'intermédiaire de radio-étoiles.

Un total de 20521 observations brutes ont été obtenues sur les 37 mois de la mission. Elles ont été ramenées, après les réductions indiquées ci-dessous, à 2620 observations réduites correspondant chacune à un passage dans le champ du satellite Hipparcos.

Rappelons que chaque observation donne la longitude, et la longitude seulement, de la planète le long d'un grand cercle de référence appelé RGC dont on connaît les coordonnées du pôle dans le système J2000.

## 2. Principes suivis dans la réduction

*2.1.* À chaque passage dans l'un de deux champs d'Hipparcos, qui dure environ 20s, la position de la planète est mesurée huit fois, quelque fois moins, en des instants appelés T4. On utilise un point moyen du passage afin de se ramener à une seule observation par passage. Pour cela on effectue un ajustement en supposant que, la durée du passage étant courte, la pente correspondant au trajet de la planète est celle qui est donnée par l'éphéméride. Ceci permet d'ailleurs d'éliminer des observations aberrantes quand les pentes observées et calculées ne correspondent pas. Ainsi sur la figure 1 l'observation de la planète Bamberga est bonne, sur la figure 2 elle est mauvaise et a donc été rejetée.

Par ailleurs on a éliminé les passages pour lesquels on n'a qu'un seul T4 ou pour lesquels les rms obtenus par la chaîne de réduction qui a mené des comptages de photons aux abscisses sur les RGC sont supérieurs à 150 mas (milliarcsecond).

2.2. Les O-C peuvent permettre de déceler des erreurs de pas de grille quand ils dépassent  $1.2''$ . Il est alors facile de faire la correction nécessaire.

La photométrie a permis d'éliminer des observations aberrantes dans les cas où un brusque saut en magnitude dans une série d'observations montre de toute évidence que la planète a été confondue avec un autre objet situé dans le champ.

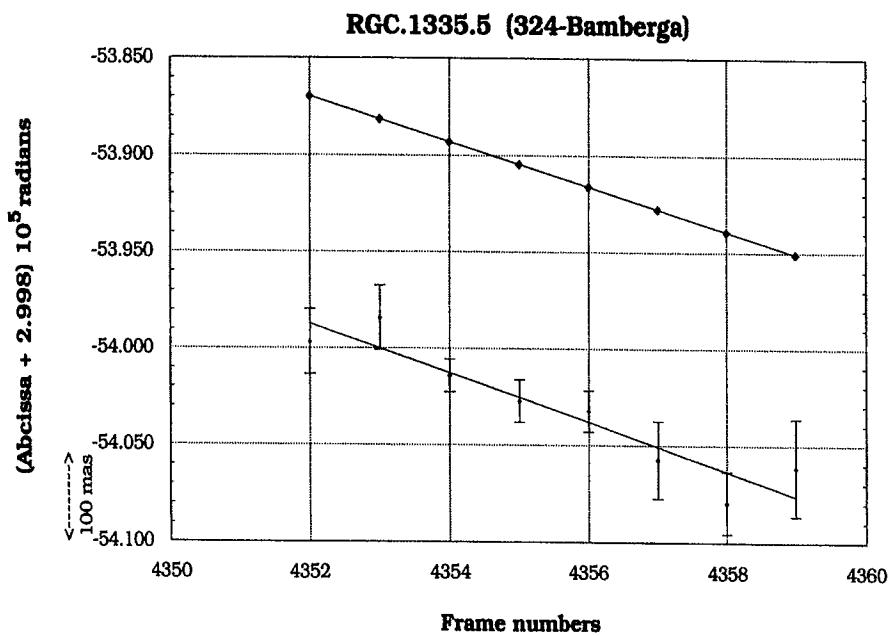
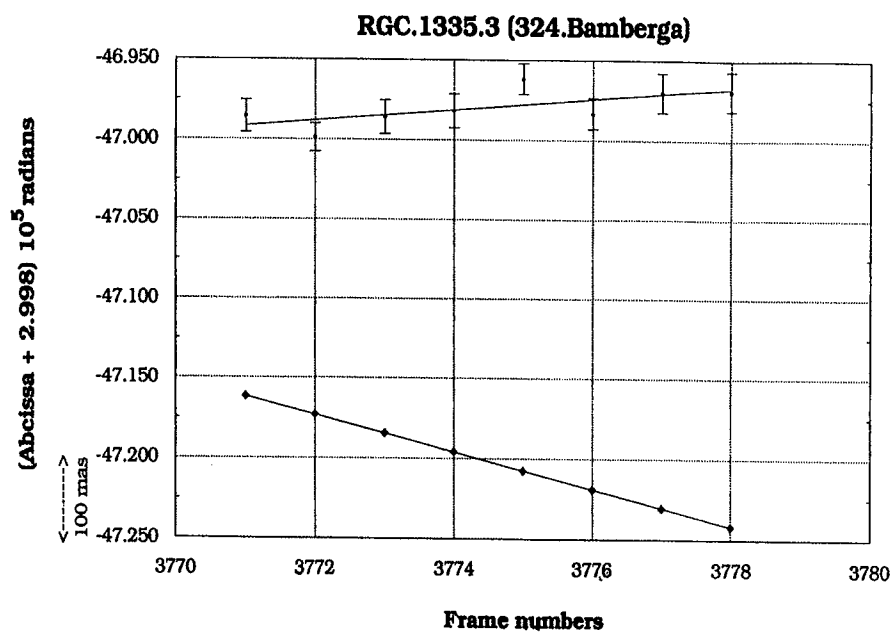
2.3. Les observations ont été corrigées de la parallaxe et de l'aberration de type stellaire dues au mouvement du satellite Hipparcos dont l'éphéméride n'est pas connue de l'utilisateur. On a montré que lorsqu'il a été nécessaire pour faire les calculs d'utiliser la valeur de la distance de la planète fournie par l'éphéméride cette approximation introduit une erreur négligeable.

On n'a pas tenu compte de l'effet de phase si bien que toutes les observations concernent le photocentre de l'objet observé. En effet la correction de phase est très sensible aux propriétés de la surface de la planète et, en particulier, à la loi de diffusion (éclairage uniforme, loi de Lambert, etc.).

### 3. Résultats

Les 2620 observations réduites ont été regroupées dans un fichier résultat dont la figure 3 donne un échantillon. On y trouve sur une première ligne le numéro de la petite planète concernée et le nombre de RGC où elle a été observée. Sur la ligne suivante on trouve le nombre d'observations sur un RC dont suivent les coordonnées du pôle sous forme de cosinus directeurs exprimés en radians. En dessous on trouve pour chaque passage la date en jour julien modifié (en UTC), l'abscisse sur le RGC en radian et le rms correspondant en mas. On voit que ce rms est de l'ordre de 10 mas. Il est plus mauvais pour les planètes faibles.

On trouvera tous les détails de la réduction dans la thèse de Daniel Hestroffer soutenue à l'observatoire de Paris le 21 décembre 1994 et intitulée *Astrométrie et photométrie des astéroïdes observés par le satellite Hipparcos*



1 19  
 7 9.871732190698E-001 -1.389367440456E-001 -7.864369169528E-002  
 4.792007440934E+004 7.729307043442E-002 11.45534  
 4.792014900187E+004 7.734514586119E-002 11.90833  
 4.792016329817E+004 7.735524293563E-002 11.05182  
 4.792023786601E+004 7.740755220379E-002 13.75413  
 4.792025218697E+004 7.741744531983E-002 11.95697  
 4.792031675465E+004 7.746922459814E-002 10.31344  
 4.792034106326E+004 7.747941177711E-002 12.68815  
 3 8.435211399352E-001 -1.642400127325E-001 5.113680716471E-001  
 4.792821750644E+004 9.197633168736E-002 10.11080  
 4.792825185209E+004 9.198278207666E-002 9.02893  
 4.792831072836E+004 9.202299435821E-002 7.04992  
 4 7.391913648283E-001 1.298773520075E-002 -6.733702138479E-001  
 4.796315335084E+004 1.360905585319E-001 4.20980  
 4.796316763479E+004 1.360578981548E-001 7.42136  
 4.796321219030E+004 1.358872985000E-001 7.14932  
 4.796325651126E+004 1.358544473017E-001 3.97956  
 3 8.026341289471E-001 -2.068574215645E-002 5.961128711248E-001  
 4.799380593381E+004 1.330511347965E-001 5.74545  
 4.799382023014E+004 1.331007070859E-001 5.53437  
 4.799383482274E+004 1.333598220541E-001 8.63820  
 1 7.369207974711E-001 1.997897443575E-001 -5.700888532568E-001  
 4.801264654065E+004 1.239804831811E-001 3.85771  
 2 4.301512430848E-001 -5.811941606631E-001 6.711737339158E-001  
 4.827540688206E+004 2.884010416646E+000 4.26502  
 4.827542121541E+004 2.884042214426E+000 3.84261  
 4 3.485388980585E-001 -7.457162600100E-001 -5.678273470844E-001  
 4.829833190518E+004 2.888469356997E+000 12.44056  
 4.829834625067E+004 2.888441407515E+000 9.85503  
 4.829842083085E+004 2.888295720626E+000 8.07027  
 4.829843515189E+004 2.888267814087E+000 14.58716  
 1 -3.815991551561E-001 7.477325599989E-001 -5.433949792753E-001  
 4.842615900918E+004 1.794166199168E-001 10.81090  
 2 -4.426599542031E-001 5.928884797927E-001 -6.727075259531E-001  
 4.847625996011E+004 1.235118239627E-001 6.10791  
 4.847627430578E+004 1.234516183576E-001 13.55363  
 3 -6.605402039950E-001 6.774403479418E-001 3.236683702291E-001

Figure 3.

## ASTROMÉTRIE DES ASTÉROÏDES OBSERVÉS PAR HIPPARCOS

D. Hestroffer

### 1. Introduction

Les seuls objets du système solaire observés par le satellite Hipparcos sont trois satellites naturels (Europe, Titan et Japet), et 48 astéroïdes de la ceinture principale. Ces astéroïdes gravitent entre Mars et Jupiter, leurs demi-grands axes étant compris entre 2,2 et 3,2 UA. Les observations des astéroïdes par le satellite Hipparcos procurent les positions de ces corps sur la sphère céleste avec une grande précision. Le lecteur se référera à l'article de B. Morando pour les parties concernant la réduction des observations et les précisions obtenues. Je présente ici une utilisation des données astrométriques sur les 48 astéroïdes de la mission Hipparcos. En effet les positions observées des astéroïdes sont rattachées au référentiel des étoiles du catalogue, tandis que leur positions calculées sont données dans un référentiel dynamique ; c'est pourquoi nous pouvons relier le catalogue Hipparcos à un système de référence dynamique. Cet exposé comportera deux parties : une partie concernant l'amélioration des éphémérides des petites planètes, et une partie portant sur le lien de la sphère Hipparcos au référentiel inertiel.

La loi de balayage du satellite a été choisie de manière à optimiser la couverture du ciel. Ainsi l'axe de rotation du satellite fait un angle constant avec la direction du Soleil et décrit un cône autour de cette direction ; de ce fait les petites planètes sont observées au voisinage de la quadrature (figure 1). Par ailleurs, la grille de modulation possède uniquement des bandes verticales d'un pas de  $1''208$  sur le ciel, aussi la position de la planète n'est mesurée que le long d'un cercle de balayage. Afin de limiter le volume de données, ce sont les positions projetées sur un grand cercle de référence (RGC, cercle de balayage moyen sur environ 7 h) qui sont fournies pour chaque T4. La précision correspondante varie en fonction de la magnitude et du diamètre apparent de la planète ; elle est en moyenne de  $0''03$ . Le pôle du RGC est fixé, son origine par contre dépend de la solution de la réduction sur la sphère adoptée, aussi les résultats astrométriques obtenus sont-ils provisoires. De plus, les RGC sont liés à la loi de balayage ; ils oscillent donc autour d'un plan instantané perpendiculaire au plan de l'écliptique. C'est pourquoi les données en positions unidimensionnelles fournies par les observations Hipparcos contiennent



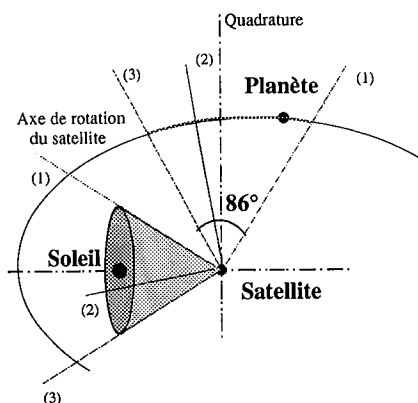


FIG. 1 - Loi de balayage du satellite.

*L'axe de rotation du satellite décrit un cône autour de la direction du Soleil. La partie supérieure de la trace du cercle de balayage, avec le plan de la trajectoire de la petite planète, est donnée pour trois positions différentes. Les petites planètes sont alors observées au voisinage de la quadrature.*

plus d'information sur les latitudes que sur les longitudes écliptiques des petites planètes.

## 2. Écarts entre observation et théorie.

Après avoir apporté les différentes corrections de parallaxe, d'aberration et de déviation relativiste des rayons lumineux par le Soleil, nous sommes en mesure de calculer les différences ( $o-c$ ) entre les abscisses apparentes observées sur les RGC et les valeurs calculées par intégration numérique. Les conditions initiales des orbites des petites planètes sont extraites des *Ephemerides of Minor Planets for 1992*. Les  $o-c$  obtenus pour l'ensemble des 37 mois de mission sont donnés à la figure 2 ; ceux-ci sont de l'ordre de quelques  $0''{,}1$  et reflètent essentiellement les erreurs sur les conditions initiales des éphémérides héliocentriques des astéroïdes. Nous donnons aussi à la figure 3 les  $o-c$  pour une seule planète. Les observations sont regroupées par époques autour des différentes quadratures, la durée d'une époque étant de l'ordre de la journée. Le nombre d'époques est variable selon les planètes, cependant il ne dépasse pas la vingtaine.

## 3. Éphémérides des astéroïdes.

L'intervalle de temps sur lequel se répartissent les observations des astéroïdes est relativement restreint comparé à leur période de révolution, de plus le cercle de balayage oscille autour d'un plan perpendiculaire à l'écliptique. Il s'en suit que seuls les paramètres associés à l'orientation de la trajectoire des petites planètes sont très bien déterminés, les inconnues relatives aux corrections des autres paramètres (demi-grand axe, excentricité, anomalie moyenne et argument du périhélie) sont par contre fortement corrélés. Puisque les planètes sont observées au voisinage des quadratures, elles présentent une phase ce qui introduit un biais entre les positions calculées et les positions déduites des observations (Morando and Lindegren, 1989). La modélisation du déplacement du photocentre (écart sur le ciel entre le centre de gravité et le photocentre) se fait en considérant la planète sphérique et de surface homogène. Pour chaque planète on décompose

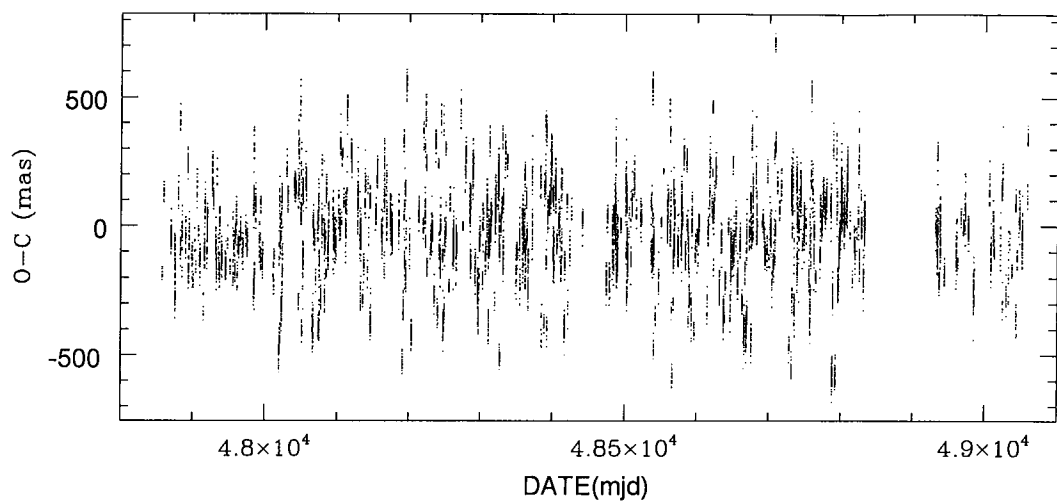


FIG. 2 -  $O-C$  pour l'ensemble des astéroïdes et sur 37 mois de données.

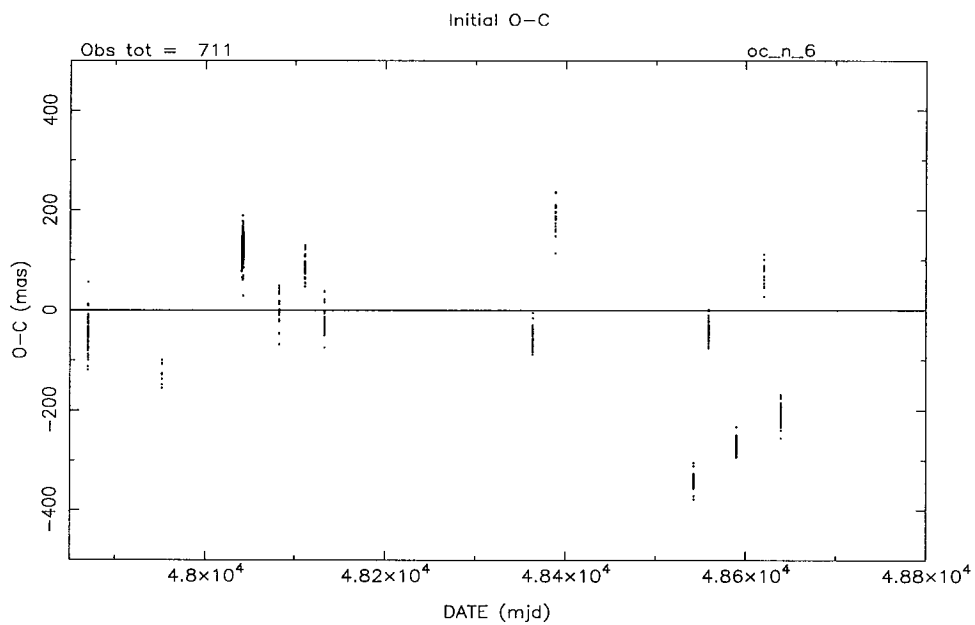


FIG. 3 -  $O-C$  pour la planète 6-Hebe.  
 Les observations sont regroupées par paquets autour des différentes quadratures.

la forme quadratique associée à la matrice normale sur ses axes principaux ; les inconnues du problème sont, par ces changements de variables, des combinaisons linéaires des variations sur les éléments osculateurs. Ceci peut se faire sans le calcul explicite de la matrice normale, à partir de la décomposition en valeurs singulières de la matrice des équations de conditions.

Les fortes corrélations font que pour la plupart des planètes les corrections sur les conditions initiales ne sont pas déterminées de manière unique. On ne cherche pas à calculer les variations des six conditions initiales mais le nombre minimal de paramètres pouvant modéliser les écarts entre les positions observées et les positions calculées. Pour chaque planète on supprime successivement les paramètres associés aux petites valeurs singulières ; on obtient ainsi à chaque étape les résidus correspondants à une solution de dimension moindre. On détermine enfin le nombre minimal de paramètres en appliquant le test de Fisher (rapport de variances) sur les différents résidus obtenus. Soit  $\mathbf{x}_o$  la solution des moindres carrés et  $\mathbf{x}_m$  la solution de dimension moindre, et soit les équations de conditions écrites sous la forme matricielle :

$$B \cdot \mathbf{x} = (o - c)$$

on a les deux propriétés :

$$\|(o - c) - B \cdot \mathbf{x}_o\| \approx \|(o - c) - B \cdot \mathbf{x}_m\| \quad ; \quad \|\mathbf{x}_m\| \leq \|\mathbf{x}_o\|$$

La solution  $\mathbf{x}_m$  est donc la solution de norme minimale qui "minimise" la norme des résidus.

#### 4. Système de référence dynamique.

La sphère Hipparcos, construite à partir d'observations relatives, ne possède pas d'origine, elle est définie à deux rotations près : une rotation  $W_o$  donnant son orientation pour une époque  $t_o$  donnée, et un taux rotation  $W_1$  exprimant une rotation uniforme au cours du temps. Cette sphère peut être rattachée au système du FK5 (Froeschlé *et al.*, 1994) ou à un système cinématique. On peut aussi la rattacher au système dynamique par le biais des observations des petites planètes (Söderhjelm et Lindegren, 1982). Toutefois l'orientation de la sphère ne peut pas être obtenue en considérant les seules observations des planètes par le satellite Hipparcos. Si l'on ne considère que les paramètres relatifs aux orientations des orbites et de la sphère on a, au premier ordre, la variation du vecteur position de la planète en fonction des différentes rotations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u} = \mathbf{r} - \mathbf{X} - \mathbf{s} \\ d\mathbf{u} = dq_{pla} \wedge \mathbf{r} - dq_{ter} \wedge \mathbf{X} + \mathbf{u} \wedge W_o \end{array} \right. \quad (1)$$

- $t$  est la date de l'observation,
- $t_o$  est la date médiane de la mission,
- $dq_{pla}$  (resp.  $dq_{ter}$ ) est le vecteur variation des conditions initiales de la planète (resp. de la Terre) restreint aux seules corrections relatives à l'orientation de l'orbite osculatrice,
- $\mathbf{u}$  (resp.  $\mathbf{r}$ ) est le vecteur position satellitocentrique (resp. héliocentrique) de la planète,
- $\mathbf{X}$  est le vecteur position héliocentrique de la Terre,
- $\mathbf{s}$  est le vecteur position géocentrique du satellite.

Ce dernier vecteur est négligeable ici ( $\mathbf{s} \wedge W_o \approx 0$ ), le système (1) devient

$$d\mathbf{u} \simeq (dq_{pla} - W_o) \wedge \mathbf{r} - (dq_{ter} - W_o) \wedge \mathbf{X} \quad (2)$$

On remarque que l'orientation de la sphère Hipparcos reste indéterminée; on pourra adopter les solutions obtenues par d'autres méthodes (lien au FK5 pour  $W_o$ , lien du système dynamique au système de l'IERS pour  $dq_{ter}, \dots$ ). Seul le taux de rotation de la sphère est donné explicitement fournissant par conséquent un repère inertiel. Les précisions formelles sont :

- $(dq_{ter} - W_o) \simeq 1$  à  $2$  mas
- $W_1 \simeq 1$  à  $3$  mas/an

Le plan de l'écliptique moyen J 2000 est défini avec une précision d'environ 1 mas et 1mas/an, l'équinoxe moyen J 2000 avec une précision d'environ 2 mas et 3 mas/an. Il est nécessaire que différentes méthodes soient employées et comparées, toutes ont leurs avantages et leurs limites. Si le lien du système Hipparcos au système dynamique obtenu par cette méthode est de moins bonne qualité que le rattachement au FK5 ou au système cinématique, il n'en reste pas moins utile.

## 5. Conclusion.

Bien que le satellite Hipparcos ne fût pas conçu exclusivement pour les observations de petites planètes (en particulier sa loi de balayage du ciel), les données recueillies présentent un grand intérêt pour l'astrométrie de ces corps. Les positions astrométriques (unidimensionnelles) sur un grand cercle sont données avec une précision de l'ordre du centième de seconde d'arc, on en déduit l'orientation de l'orbite osculatrice des petites planètes à quelques millièmes de seconde d'arc près. Enfin ces données en position permettent de relier la sphère Hipparcos à un repère inertiel (sans rotation) avec une précision de l'ordre du millième de seconde d'arc par an. Ce dernier résultat est à comparer à celui obtenu par d'autres méthodes, lien au FK5 ou au système d'objets extra-galactiques.

## Références

- Ephemerides of Minor Planets for 1992, Institute of theoretical astronomy of the Russian Academy of sciences, Naouka, St Petersburg.
- Froeschlé, M., Kovalevsky, J., Mignard, F., Lestrade, J.F., Jones, D.L., Preston, R.A., Philips, R.B.: 1994, in *Journées 1994 Systèmes de Référence Spatio-temporels*, N. Capitaine ed.
- Morando, B.: 1994, *Journées Scientifiques du Bureau des Longitudes 1994*.
- Morando, B. and Lindegren L.: 1989, *ESA SP-1111*, Vol 3 , 269.
- Söderhjelm, S. and Lindegren, L.: 1982, *Astron. Astrophys*, **110**, 156.



## PETITES PLANÈTES HIPPARCOS: CONSTRUCTION D'UNE MÉTHODOLOGIE STATISTIQUE

J.-F. Bange

### 1. Introduction

Une cinquantaine de petites planètes ont été observées par le satellite astrométrique Hipparcos. Le principal intérêt de ces mesures réside dans la possibilité de raccorder le système de référence dynamique au système de référence stellaire Hipparcos (formé de 115000 étoiles environ) (Lindegren, 1982) et dans l'éventuelle détermination de nouvelles masses de petites planètes. Cependant, d'autres inconnues interviennent de façon naturelle: ce sont les corrections aux éléments initiaux des petites planètes et de la Terre. Le mauvais conditionnement du système (on rappellera en section 3 comment est menée son étude) se traduit par la mauvaise précision des résultats obtenus. Ce mauvais conditionnement est dû principalement à la réduction des paquets d'observations (problème du point moyen) et à la mauvaise répartition des observations au cours de la mission, qui nécessite la mise en œuvre d'une statistique d'influence (Bange *et al.*, 1994). Celle-ci permet, en observant toutefois certaines précautions, d'opérer une sélection parmi les observations disponibles. Enfin, l'utilisation de l'analyse en composantes principales améliore la détermination des paramètres intéressants.

### 2. Modèle et résultats

#### *La formulation O-C.*

Les principes de calcul de la position apparente d'une petite planète observée par le satellite Hipparcos ont été décrits par ailleurs (Falin *et al.*, 1984, Bec-Borsenberger, 1988). Les mesures à une date donnée donnent accès à une seule coordonnée: l'abscisse le long d'un Grand Cercle de Référence (RGC). La comparaison entre "observation" et "théorie" conduit aux équations de

condition suivantes:

$$\mathbf{O} - \mathbf{C} = \mathbf{A}\Delta\vec{u}^0 + \mathbf{B}\Delta\vec{u}_T^0 + \mathbf{C}\vec{\theta} + \mathbf{D}\Delta\vec{m} \quad (1)$$

obtenues en formant les quantités O-C, où O représente la position observée par le satellite et C la position calculée par intégration numérique des équations du mouvement.

Les symboles  $\Delta\vec{u}^0$ ,  $\Delta\vec{u}_T^0$ ,  $\vec{\theta}$ ,  $\Delta\vec{m}$ , représentent respectivement les corrections aux éléments orbitaux de la petite planète, celles de la Terre, l'écart angulaire entre les deux systèmes de référence et les corrections aux masses des principales petites planètes perturbatrices (ce dernier terme ne sera envisagé qu'à la fin de cette présentation). Dans la formulation (1), **A** et **B** correspondent aux matrices des dérivées partielles (par rapport aux éléments initiaux) respectivement des coordonnées de la petite planète et de la Terre. La matrice **C** donne la transformation entre les deux repères de référence et la matrice **D** est associée aux masses.

### Résultats.

Nous présentons ci-dessous à titre d'exemple les résultats obtenus pour Astraea, Hebe et Dembowska par la méthode des moindres carrés classique. Le lecteur trouvera les résultats généraux dans un article plus approfondi (Bec-Borsenberger *et al.*, 1994).

TAB. 1 - Résultats pour les petites planètes Astraea, Hebe et Dembowska (écarts-type donnés entre parenthèses).

Moindres carrés	$\Delta l_0 + \Delta r$	$\Delta p$	$\Delta q$	$e\Delta r$	$\Delta a/a$	$\Delta e$
Hebe	-0.0667 (0.2861)	0.0274 (0.0137)	-0.0012 (0.0107)	0.0336 (0.0713)	-0.0319 (0.0767)	0.0222 (0.0233)
Astraea	-0.0214 (0.4929)	-0.0182 (0.0077)	-0.0796 (0.0105)	-0.0070 (0.0473)	-0.0246 (0.1206)	-0.0435 (0.1016)
Dembowska	0.0075 (0.2956)	-0.0123 (0.0063)	0.0278 (0.0069)	-0.0152 (0.0924)	0.0003 (0.1094)	0.0102 (0.0258)

Comme l'on peut le constater à la lecture de ce tableau, les inconnues de notre problème sont très mal déterminées par la méthode des moindres carrés classique utilisée ici. Un examen approfondi du conditionnement du système est nécessaire.

### 3. Étude du conditionnement du système

Rappelons que la répartition des observations Hipparcos n'est pas homogène mais que celles-ci sont regroupées en fonction du référentiel intermédiaire utilisé, c'est à dire d'un RGC donné. Considérons le système réduit suivant:

$$(\mathbf{O} - \mathbf{C})^* = (\mathbf{O} - \mathbf{C}) - \mathbf{B}\Delta\vec{u}_T^0 - \mathbf{C}\vec{\theta} = \mathbf{A}\Delta\vec{u}^0 \quad (2)$$

où  $\Delta\vec{u}_T^0$  et  $\vec{\theta}$  sont ici les solutions obtenues par moindres carrés classiques. On forme ainsi les quantités  $(\mathbf{O} - \mathbf{C})^*$ , que l'on appellera O-C "réduits" du système.

La répartition non homogène des O-C est la cause du mauvais conditionnement du système. Celui-ci peut être mis en évidence de la manière suivante:

*La matrice de corrélation a priori.*

A partir du système (2), on peut former la matrice de corrélation *a priori* relative à la petite planète considérée. Celle-ci permet de mettre en évidence la présence de corrélations élevées entre certaines inconnues du système: ainsi, des corrélations supérieures à 0.90 sont fréquentes. A titre d'exemple, la matrice de corrélation *a priori* de la petite planète 349-Dembowska est donnée dans la table 2.

TAB. 2 - Matrice de corrélation pour la petite planète Dembowska.

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
1.000	-0.244	-0.209	-0.224	-0.930	-0.978
	1.000	-0.479	-0.110	0.167	0.288
		1.000	0.390	0.325	0.148
			1.000	0.563	0.197
				1.000	0.901
					1.000

*Valeurs propres et nombres de condition.*

La connaissance des valeurs propres de la matrice de corrélation (soit  $\lambda_i, i = 1, 6$ ) entraîne celle des nombres de condition donnés par:

$$c_i = \sqrt{\lambda_{max}/\lambda_i}$$

Un nombre de condition supérieur à 30 trahit un système mal conditionné. Dans le cas de la petite planète Dembowska par exemple, les nombres de condition ont pour valeur 121; 11.2; 2.88; 2.04; 1.38 . De manière plus générale, la quasi totalité des petites planètes observées par Hipparcos ont une matrice de corrélation possédant au moins une valeur propre nulle. Or la résolution du système réduit (2) passe par l'inversion de cette matrice... On comprend dès lors que cette résolution soit difficile.

Notons cependant que notre étude ne porte que sur des données partielles et qu'à l'issue de la mission Hipparcos certaines inconnues seront décorrélées. Pas toutes, loin s'en faut.

*Décomposition en valeurs singulières*

L'étude des matrices de corrélation permet la connaissance de leur rang (en général différent de 6). On peut alors projeter le système (1) sur une nouvelle base prenant en compte les rangs de ces différentes matrices. Ce faisant, seules les inconnues relatives aux éléments de la Terre et à la



rotation du repère Hipparcos sont conservées, les corrections aux éléments orbitaux des petites planètes étant remplacées par des combinaisons linéaires du type:

$$L_i = \sum_{j=1}^6 a_{ij} \cdot \Delta u_j^0 \quad (i = 1, p)$$

où  $p$  est le rang de la matrice de corrélation de la planète et les  $a_{ij}$  sont les composantes de ses vecteurs propres.

On pourra se reporter à Bec Borsenberger *et al.*, (1994) pour un exposé précis de la méthode et les résultats obtenus. Notons l'avantage d'une telle approche dans les problèmes à grand nombre d'inconnues lorsque celles-ci ne présentent pas toutes le même intérêt. On peut ainsi améliorer la détermination d'un certain nombre d'entre elles au détriment des autres.

#### 4. Recherche et amélioration des valeurs des masses

Une dizaine de masses de petites planètes seulement sont aujourd'hui connues. La précision des observations Hipparcos et la taille de l'échantillon observé permettent d'envisager une amélioration des valeurs déjà estimées et la détermination éventuelle de nouvelles masses. Du fait de la brièveté de la mission Hipparcos, l'étude des résonances entre orbites ne peut être utilisée dans la recherche de masses de petites planètes. On s'intéressera par contre aux passages proches intervenant au cours de la mission, en mesurant les effets des perturbations des petites planètes entre elles.

L'intégration des équations du mouvement des petites planètes doit maintenant prendre en considération l'effet de la masse recherchée.

Trois approches complémentaires peuvent alors être menées:

- La prise en compte du terme correctif relatif aux masses dans le système global (1):  $\mathbf{D}\Delta\vec{m}$ . On peut ainsi espérer améliorer la détermination des masses déjà connues (Cérès, Pallas, ...) en recherchant une perturbation systématique sur le mouvement de l'ensemble des petites planètes Hipparcos. En revanche, une telle démarche, globale, n'est pas appropriée à l'étude des passages proches. On préférera pour ceux-ci:

- Le calcul du résidu d'observation pour différentes valeurs de la masse perturbatrice, en considérant les O-C "réduits" (cf. section 3). La valeur finalement retenue pour la masse recherchée sera celle qui minimise ce résidu (cf. Herget 1972). On ne s'intéresse alors plus qu'à un couple de petites planètes donné, la planète perturbatrice (pas nécessairement observée par Hipparcos) et la planète perturbée.

- L'étude du système réduit associé à une petite planète donnée, dans lequel figure à présent le terme correctif dû à la masse cherchée  $\mathbf{D}\Delta m^0$  (cf. Scholl *et al.*, 1987):

$$(\mathbf{O} - \mathbf{C}) - \mathbf{B}\Delta\vec{u}_T^0 - \mathbf{C}\vec{\theta} = \mathbf{A}\Delta\vec{u}^0 + \mathbf{D}\Delta m^0 \quad (3)$$

On a donc maintenant sept inconnues, parmi lesquelles  $\Delta m^0$  représente la correction à la valeur de la masse perturbatrice. Une première estimation de cette masse  $m^0$  peut être déduite de la méthode précédente ou bien estimée à partir de la valeur du diamètre de la planète. Ici encore, la décomposition en valeurs singulières peut s'avérer intéressante.

Quelques passages proches prometteurs (pour lesquels la planète perturbatrice a un effet sensible sur les résidus d'observation de la planète perturbée) ayant lieu au cours de la période d'observation du satellite Hipparcos sont rassemblés dans la table 3.

TABLE 3 - Passages proches de petites planètes durant la mission Hipparcos (exemples) [la planète 423 n'est pas observée par Hipparcos]

planète étudiée	planète perturbatrice	distance minimale (en UA)
7 Iris	88 Thisbe	0.047
14 Irene	42 Isis	0.080
23 Thallia	423	0.099
192 Nausicaa	532 Herculina	0.037

## 5. Conclusion

La distribution stochastique des O-C obtenus à partir des observations de petites planètes par le satellite Hipparcos se prête bien à une étude statistique. Celle-ci permet une connaissance plus précise des données disponibles. En outre, l'utilisation de la décomposition en valeurs singulières améliore la détermination des paramètres recherchés: raccordement des systèmes de référence et masses de certaines petites planètes.

## Références

- Bange J.-F., Bougeard M. L., Bec-Borsenberger A., 1994, *Journées Systèmes de référence*, Obs. de Paris, p.159
- Bec-Borsenberger A., 1988, Minor planets and other solar system objects, The Hipparcos mission, *ESA SP-1111*, II.
- Bec-Borsenberger A., Bange J.-F., Bougeard M.L., 1994, soumis à *Astron. Astroph.*
- Falin J.-L., Froeschlé M., Mignard F., 1984, *FAST Note Technique* 10.
- Herget P., 1972, *IAU Symposium* No. 45, p. 244-245
- Lindgren, 1982, *Astron. Astroph.*, **110**, 156
- Scholl H., Schmadel L.D., Roser S., 1987, *Astron. Astroph.*, **179**, 311



## RÉÉDITION DE L'HISTOIRE DU BUREAU DES LONGITUDES DE BIGOURDAN

**J. Chapront**

L'histoire du Bureau des Longitudes de Bigourdan est parue dans six volumes de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, entre 1928 et 1933, sous la forme de *Notices*. Elle est intitulée :

*"Le Bureau des Longitudes - Son histoire et ses travaux de l'origine (1795) à nos jours"*

L'ensemble de la publication constitue un volume de 633 pages.

Bigourdan est mort en 1932 avant la parution de la dernière *Notice*. Il y a lieu de penser, compte tenu du titre initial, que cette histoire qui s'arrête à 1874 devait être poursuivie.

### **Plan d'ensemble succinct de l'ouvrage**

#### *Annuaire 1928*

La fondation - le personnel - les locaux - les statuts

Le Bureau des Longitudes et l'Observatoire de Paris

L'Observatoire de Paris sous l'ancien régime - Cassini IV

#### *Annuaire 1929*

Le Bureau conservateur et gardien du système métrique

Étalons - instruments - comparateurs

Contributions du Bureau à la métrologie

*Annuaire 1930*

Règlements - élections - fonctions des membres et de diverses catégories de personnels - budget  
 Les bâtiments de l'Observatoire du 18ème siècle à 1854 (début)

*Annuaire 1931*

Bâtiments de l'Observatoire (suite et fin)  
 Les instruments  
 Le rôle du Bureau dans les travaux scientifiques et la gestion de l'Observatoire

*Annuaire 1932*

Travaux scientifiques du Bureau  
 Astronomie : Tables astronomiques, Annuaire et Connaissance des Temps - observations - instruments  
 Géodésie : méridienne - carte de l'État Major - nivellement - pesanteur  
 Météorologie - magnétisme - horlogerie et mécanique ...  
 La découverte de Neptune et la jeunesse de Le Verrier  
 Le Bureau entre la séparation de 1854 et la réforme de 1874  
 Les polémiques entre Delaunay et Le Verrier - rapports du Bureau avec le pouvoir politique (début)

*Annuaire 1933*

La réforme de 1862  
 Travaux de géodésie - organisation de missions - création du BIPM  
 Réorganisation de l'Observatoire en 1872  
 Réforme du Bureau en 1874

**Projet en cours**

L'histoire de Bigourdan dispersée dans plusieurs volumes est souvent décousue et parfois redondante. En respectant l'intégralité du texte une remise en ordre de l'ouvrage est à l'étude. De même nous envisageons d'enrichir l'iconographie, et d'y adjoindre des annexes (chronologie, listes des savants,...). Les participants au projet sont : Th. Derouazi, M. Froeshlé (OCA), Y. de Kergrohen.

## BASE DE DONNÉES "SATELLITES NATURELS"

(Centre de Données sur les Satellites Naturels)  
sous la responsabilité du Bureau des Longitudes

N. Baron, J.-E. Arlot

### Introduction

Le projet de base de données "Satellites naturels" envisagé dès 1991 avec le soutien de l'UAI a désormais bien avancé et va entrer dans une phase fonctionnelle. Les récentes évolutions des réseaux informatiques au niveau national et international (création du réseau Internet, développement en France de RENATER et de RÉRIF) et au niveau local (acquisition de stations de travail connectées sur un réseau local donnant accès au réseau INTERNET) nous ont conduit à réexaminer la façon de présenter notre base de données à l'utilisateur intéressé.

### Données disponibles

Nous disposons tout d'abord de fichiers de données d'observations, en général commentés par un article publié dans une revue internationale: nous sommes partis des 3 fichiers existants d'observations astronomiques des satellites galiléens, celui de positions d'observations photographiques de J.-E. Arlot, celui des occultations de L. Fairhead *et al.* ainsi que de celui des éclipses de J. H. Lieske.

Notre but est de rassembler le maximum de ce type de données afin de pouvoir permettre aux chercheurs intéressés de trouver en un seul lieu le maximum de données disponibles. Les méthodes de distribution envisagées il y a plusieurs années (envoi de bandes magnétiques) sont évidemment dépassées et le système de serveur FTP anonyme est très bien adapté à la distribution de ces données. Nous ne souhaitons, par ailleurs, installer que des données dont on trouve toutes les références dans un article publié et accessible. Malheureusement la majorité des données existantes ne sont ni réduites, ni référencées: les observateurs souhaiteraient que nous fassions le travail! Ce travail, nous ne pouvons envisager de le faire que pour les données qui nous intéressent.

### Recherche des données

#### *Serveur FTP anonyme*

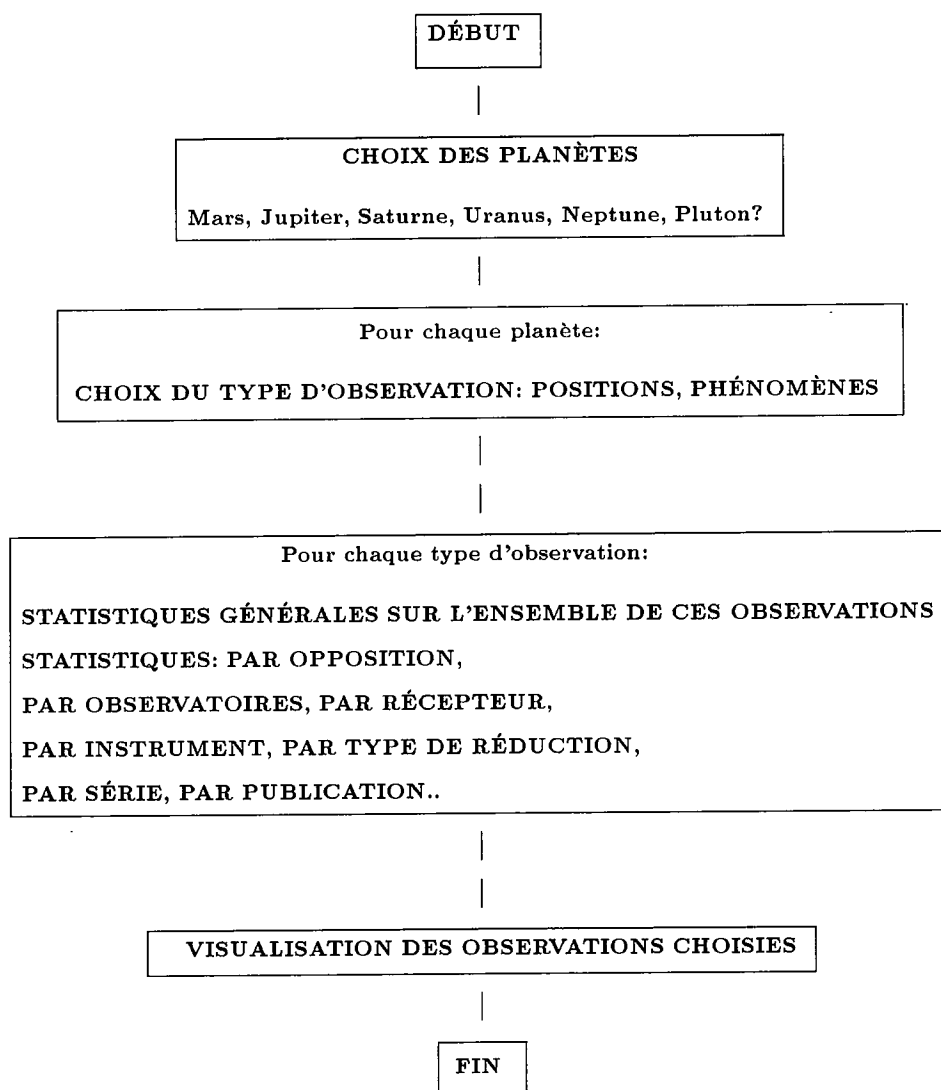
Depuis quelques mois un serveur FTP anonyme de fichiers de données a été ouvert sous la responsabilité de P. Descamps et A. Montintin. Une partie de l'arborescence sera réservée à l'implantation des fichiers d'observations des satellites accessibles à partir d'une entrée sous MOSAIC. Parallèlement à l'existence de ce serveur, nous développons un algorithme de recherche de données appelé NSDC (Natural Satellites Data Center).

### Algorithme de recherche de données

L'algorithme de recherche de données **NSDC.FOR** est un programme écrit en fortran (voir l'organigramme figure 1). C'est un empilement de plus de quarante sous-programmes qui s'exécutent ou non selon le positionnement des variables logiques commandant les DO WHILE; ceci pour gérer au mieux les entrées-sorties et ruptures de séquence qui pénalisent les temps d'accès bien plus que le CPU. Bien sûr, il serait idéal que tous les GO TO disparaissent, c'est le but des DO WHILE conditionnels et des IF, ELSE IF et ELSE, mais dans un programme de gestion de données cela n'est pas toujours possible.

Cet algorithme traite les fichiers en notre possession et les appelle par clé. Cet appel par clé, permet d'atteindre **directement** tous les enregistrements ayant cette valeur de clé d'où une très grande rapidité d'accès donc une consultation rapide des données recherchées dans NSDC

Figure 1. Organigramme de NSDC



Note: à chaque étape, le retour au menu précédent est bien sûr possible.

Le but est de faire connaître à l'utilisateur les données réduites disponibles en lui donnant la possibilité de sélectionner ces données par type d'observation ou d'instrumentation ou même par observateur ou par observatoires.

Cette recherche est plus particulièrement utile pour la sélection de phénomènes particuliers: ont-ils été observés et comment? La fourniture d'O-C ou écart-type indiquant la qualité des observations est également envisagée.

Cette recherche (*voir un exemple figure 2*) nous donne pour chaque choix:

- un récapitulatif des informations cherchées,
- le nombre d'observations,
- l'observatoire où elles ont été faites,
- l'intervalle de temps où les observations ont été faites,
- le nom de l'observateur,
- le nom de l'auteur qui a publié ces observations
- la référence bibliographique,
- les publications originales d'où sont issues ces observations,
- la visualisation à la demande de ces observations avec O-C.

Grâce à un appel par clé, on atteint **directement** tous les enregistrements ayant cette clé d'où une très grande rapidité d'accès donc une consultation rapide des données cherchées dans NSDC.

**Figure 2.** Exemple de menu pour les observations de positions relatives

YOU WISH TO SELECT OBSERVATIONS OF RELATIVE POSITIONS	
Statistics on the whole set of data	Type F(inFormations)
data for a given opposition?	Type O(pposition)
data for a given observatory?	Type B(oBservatory)
data for a given receptor?	Type R(eceptor)
data for a given focal length of the instrument?	Type I(nstrument)
data reduced with a given method?	Type RM(Reduction Method)
data made using mean points?	Type M(Mean point)
data corresponding to a series?	Type S(eries)
To go back to the former menu,	Press RETURN



*Exemple de consultation de NSDC*

Voici ce que donne une session sur NSDC qui se trouve actuellement sur la machine VAX de l'IAP. Dans ce qui suit, l'italique correspond à ce que tape l'utilisateur et les caractères gras à ce qu'écrit la machine (les commentaires sont soulignés):

```
$ rlogin iapobs.iap.fr ou telnet iapobs.iap.fr      sur une machine UNIX
$ set host iapobs                                sur une machine VMS sous decnet
Login ou Username: NSDC
Password: NSDC
```

**Bureau des Longitudes Paris**

**DATABASE NSDC**

**Welcome on the database NSDC , on the 15-NOV-1994 18:02:41.77**  
**If you use an unix environment, you will reset your window at 132 columns**  
**Please, Your name or your laboratory BDL**  
**Comments ligne 1/4 : 77 avenue Denfert-Rochereau 75014 Paris**  
**Ligne 2/4 : excellent laboratoire**  
**Ligne 3/4 : de renommée internationale**  
**Ligne 4/4 : et même mondiale pour ses éphémérides et sa Recherche**  
**New mail on node BDLISO from IAPOBS::BASE**

**You will use the following menu NSDC = run, LOGout = end database**

```
< NSdc,LOGout >
NS
```

Affichage des menus et exécution du programme, puis

```
< NSdc,LOGout >
lo
```

```
NSDC logged out at 15-NOV-1994 18:06:44.46
% REM-S-END, control returned to node BDLISO::
```

**Recherche bibliographique**

Par ailleurs, nous disposons actuellement d'une sélection d'articles ayant trait à des observations de satellites naturels des planètes, à leur analyse et également à des études théoriques ou physiques. Ces articles ont été recherchés et triés principalement par Mme Jannot. Ces données ne sont pas encore informatisées et c'est ce travail qui est envisagé pour la période à venir. On trouvera dans la table 1 la liste des revues d'où l'on a extrait les articles sur les satellites naturels.

**Conclusion**

Tous les éléments sont maintenant disponibles pour construire un serveur cohérent offrant les informations utiles aux astronomes travaillant dans le domaine des satellites naturels. L'arrivée du nouveau matériel informatique de l'établissement va permettre de terminer cette mise en place.

Table 1. Bibliographie des articles liés aux satellites naturels des planètes

1850	à 1982	volumes 1 à 87	Astronomical Journal
1823	à 1979	volumes 1 à 300	Astronomisches Nachrichten
1919	à 1969	volumes 1 à 20	Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands
1884	à 1918	1e Série, volumes 1 à 35	Bulletin Astronomique
1919	à 1923	2e Série, volumes 1 à 5	Travaux Astronomiques
1920	à 1963	2e Série, volumes 1 à 24	Mémoires et Variétés
1966	à 1968	3e Série, volumes 1 à 3	
1969	à 1980	volumes 1 à 82	Astronomy and Astrophysics
1915	à 1968	volumes 1 à 51	Journal des Observateurs
1963	à 1983	volumes 1 à 55	Icarus
1969	à 1982	volumes 1 à 26	Celestial Mechanics
1831	à 1982	volumes 1 à 200	Monthly Notices
1825	à 1978	volumes 1 à 85	Memoirs of the Royal Astronomical Society
1889	à 1983	volumes 1 à 95	Publications of the Astronomical Society of Pacific
1957	à 1981	volumes 1 à 25	Soviet Astronomy
1877	à 1982	volumes 1 à 102	The Observatory
1855		volumes 1 à 109	Annals of the Astronomical Obs. of Harvard College
1901	à 1980	volumes 1 à 34	Lick Observatory Bulletin
1968	à 1972	Série II, volumes 1 à 14	Contribucions do Observatorio do Valongo
1900	à 1982	volumes 1 à 23	Publications U.S. Naval Observatory
1834	à 1877	1e Série, volumes 1 à 25	Annales de l'Observatoire Royal de Bruxelles
1878	à 1904	Nouvelle Série, volumes 1 à 8	Annales de l'Observatoire Royal de Belgique
1760	à 1867		Connaissance des Temps (Additifs)
1880	à 1939	volumes 1 à 15	Annales de l'Observatoire de Toulouse
1892	à 1912	volumes 2 à 5	Annales de l'Observatoire de Lyon
1856	à 1920	volumes 2 à 32	Annales de l'Observatoire de Paris (Mémoires)
1858	à 1867	volumes 1 à 23	Annales de l'Observatoire de Paris (Observations)
1825	à 1838	volumes 1 à 2	Observations Astron. de L'Obs. Royal de Paris (BdL)
1885	à 1918	volumes 1 à 18	Annales de l'Observatoire de Bordeaux
1832	à 1836	volumes 5 à 9	Cambridge Observations
1836	à 1920		Royal Observatory, Greenwich
1834		volumes 1 à	Astronomical Observation, Edinburgh
1896		volumes 2 à 23	Annals of the Cape Observatory
1868	à 1966	volumes 1 à 22	Annalen van de Sterrewacht te Leiden
1900	à 1960	volumes 1 à 9	Publications of the Astron. Laboratory at Groningen
1882	à 1965	volumes 1 à 18	Astronomical Papers of the American Ephemeris
		volumes 7, 18,19,25	Khedivial Observatory, Helwan
		Série VIII, volumes VII et XIII	Mémoires de l'Académie des Sciences de St. Pétersbourg
		Série II, volume 31	Publications de l'Observatoire Central Nicolas
1947?	à 1981	volumes 1 à 15	Bulletin de l'Institut d'Astronomie Théorique (en russe)
		volumes 137, 163, 173, 218	Astronomy Circular (en russe)
		circulaires 1538, 1644, 1721, 1827,	Bureau Central International,
		1843, 1987, 1991, 1995, 2132, 2300	Télégramme Astronomique
		Circular of the Union Obs. (1-66)	Union of South Africa
1913		Transvaal Obs. Circular (1 à 13)	Union of South Africa
1756	à 1790		Ephemerides Astronomical (en latin)
1776	à 1829		Berliner Astronomisches Jahrbuch
1890	à 1974	volumes 1 à 84	Journal of the British Astronomical Association
1893	à 1924	volumes 1 à 32	Popular Astronomy
1864	à 1886	volumes 1 à 24	Astronomical Register
1962	à 1983	volumes 23 à 65	Sky and Telescope



## LES RENSEIGNEMENTS ASTRONOMIQUES

**L. Bergeal, M. Bonnaventure, P. Bretagnon, M. Heurtier, S. Pottier**

L'équipe du Bureau des longitudes chargée de répondre aux demandes de renseignements est constituée de Pierre Bretagnon et Liliane Bergeal assistés de Maryse Bonnaventure, Michel Heurtier et Thérèse Derouazi. Récemment Sylvie Pottier s'est jointe à l'équipe.

Les demandes nous parviennent par appels téléphoniques, télécopies, par courrier, certaines même professionnelles, par courrier électronique.

Lorsque nous ne sommes pas en mesure d'y répondre nous les dirigeons vers les organismes compétents à savoir :

la Météorologie, l'Institut Géographique National (cartes et coordonnées de lieux), l'Institut de Physique du Globe (magnétisme terrestre), l'Observatoire de Meudon et le Muséum d'Histoire Naturelle pour identification de météorites, le CNES à Toulouse pour informations sur les OVNI, le SHOM pour les renseignements sur les marées, des établissements religieux, comme la Mosquée de Paris ou le centre Pastoral et Liturgique... Ces demandes nous sont adressées car, par le passé, l'Annuaire du Bureau des longitudes constitué de plus de 800 pages, contenait des articles traitant de sujets d'astronomie, mais aussi de géophysique, météorologie, géodésie, magnétisme, etc...

Par ailleurs, très souvent, nous sommes amenés à communiquer les coordonnées d'associations d'amateurs, comme la SAF (souvent pour l'établissement de cadrans solaires), l'AFA, ou quantité d'associations à travers la France.

Les appels téléphoniques et les télécopies sont dépouillées par M. Heurtier ou M. Bonnaventure qui sont en mesure de satisfaire une partie d'entre elles. Ils disposent pour répondre à ces demandes :

- d'ouvrages qu'ils consultent : bibliographie constituée des publications du Bureau des longitudes,

Éphémérides Astronomiques et Éphémérides Nautiques, ouvrages de référence, Annuaire et Connaissance des Temps anciens,

- du serveur 3616 BDL : si le correspondant dit ne pas posséder de Minitel et si la demande est ponctuelle, les techniciens consultent notre serveur et répondent à la demande. Il leur arrive couramment de devoir expliquer le mode d'emploi du 3616 BDL ou bien d'aider à l'interprétation des résultats à l'écran,

- de programmes de calcul accessibles sur Macintosh et depuis peu de temps, sur la station (où la rapidité d'accès, de calcul et d'impression des résultats est plus grande). Les programmes peuvent répondre aux demandes d'heures de lever et coucher de Soleil ou de Lune pour un endroit et une date donnés, dates et heures des phases de la Lune, dates des solstices et équinoxes couvrant une très grande période.

Ces programmes permettent également de fournir des calendriers.

Les autres demandes de renseignements sont transmises à P. Bretagnon. Dans le cas de demandes spécifiques, elles sont transmises aux spécialistes du service à savoir, G. Francou pour les éphémérides des planètes et de la Lune, P. Rocher pour tout ce qui concerne les astéroïdes, les comètes, les éclipses et les calendriers.

Certaines de ces réponses peuvent être rapidement satisfaites, d'autres requièrent beaucoup de temps. C'est ainsi que, par exemple, nous avons :

- établi des courbes de déclinaison du Soleil et de la Lune pour plusieurs années à l'attention du Service de neuro-chirurgie d'Amiens,
- mis au point des logiciels de calcul, pour l'OHP, de la position et de la vitesse de la Terre à la précision de 10cm/s, rapportées au barycentre du système solaire pour l'étude des vitesses radiales des étoiles,
- corrigé, actualisé, complété certains articles du Quid, ...

Par ailleurs, nous avons obligation de fournir des renseignements pour lesquels nous sommes considérés comme experts :

- à la police et aux tribunaux pour instruire des dossiers,
- aux avocats pour assurer des défenses,
- aux compagnies d'assurance pour détermination de responsabilités,
- aux experts aéronautiques pour atterrissage forcé d'avions, chutes d'hélicoptères...

#### Bilan de plusieurs années de fourniture de renseignements

Année	1989	1990	1991	1992	1993
Nombre de courriers reçus	350	392	316	250	320
			mise en service du 3616 BDL		

## Répartition des demandes de renseignements par catégories

1992-1993			
Éphémérides astronomiques	43%	Renseignements divers	12%
Calendriers	10%	Bibliographie, bons de commande de nos publications	12%
Demandes d'informations sur les éclipses	7%	Demandes émanant des Administrations	2%
Définitions et formulaires	13%	Courriers insolites	1%

Ces demandes de renseignements portent sur les heures de lever ou coucher du Soleil, ses hauteurs et azimuts pour une date et un lieu donnés, les heures de lever et de coucher de la Lune, mais aussi dans certains cas, les problèmes de définition, par exemple, hauteur du Soleil sous l'horizon pour détermination du crépuscule civil.

Nous avons gardé pour la fin une rapide présentation de quelques courriers "insolites" : ces correspondances, environ une dizaine sur deux ans, émanant de trois familles de correspondants :

- ceux qui ont observé,
- ceux qui ont fabriqué,
  - un calendrier par exemple
  - une montre coranique qui donne l'horaire des prières que l'on peut dire tourné vers la Mecque, car la dite montre possède une boussole intégrée. Elle est présentée comme "facile à manipuler, digne de confiance pour les horaires, et.... pas chère" !
- ceux qui théorisent, nous avons retenu deux théories,
  - l'une sur la formation de la Lune. C'est sans doute celle qui a nécessité le plus d'échanges épistolaires, l'auteur nous demandant de l'aider à justifier scientifiquement sa théorie originale,
  - une autre théorie, celle du vide pour laquelle une réalisation pratique nous est proposée. (\*)

Il semblerait que l'arrivée du Minitel n'ait pas allégé le travail du service : les demandes ont évolué, certaines d'entre elles sont effectivement satisfaites par le serveur Minitel, mais de nouvelles questions sont apparues posées par un public plus curieux et plus exigeant du fait de la médiatisation de notre discipline.

Il faut également prendre en compte le grand développement de la micro-informatique qui donne

(\*) Cette présentation a été possible à l'aide de transparents réalisés à partir des documents originaux, qu'il ne nous est pas possible de faire figurer dans ce texte.

aux amateurs accès à des algorithmes pour lesquels nous devons fournir explications, informations complémentaires et vérifications éventuelles.

Au bilan, 600 réponses ont été expédiées en moyenne par an, dans le même temps où environ un millier d'appels téléphoniques ont été reçus.

# UNE DIMENSION NOUVELLE DANS LA RECHERCHE ET LA DIFFUSION DE L'INFORMATION WWW, MOSAIC...

P. Descamps

## 1. Introduction

Le but de ce papier est de présenter quelques services d'accès à l'information disponibles sur les réseaux informatiques de l'enseignement et de la recherche, réseaux qui constituent une grosse partie de ce que l'on désigne par le terme "Internet" et de montrer l'intérêt qu'ils présentent pour un laboratoire de recherche tel que le Bureau des Longitudes.

## 2. Généralités sur le réseau Internet

### 2.1. Qu'est-ce que l'Internet ?

C'est un réseau de réseaux interconnectés sur quatre niveaux (local, régional, national et international) autorisant des communications pour près de quatre millions de machines et qui est né il y a près de 20 ans sous l'impulsion du département U.S. de la défense. C'est un réseau plat, ces millions de stations sont sur le plan, sans frontières et sans hiérarchie. L'utilisateur emploie ainsi les mêmes commandes pour dialoguer avec une machine du bureau d'à côté ou du fin fond du texas. Il n'a donc pas de problèmes techniques pour recueillir des informations stockées aux quatre coins du monde.

Les propriétés des logiciels d'accès expliquent ce succès. Ils utilisent le protocole TCP classique sur un réseau IP, sans contrainte de temps de réponse ou de bande passante. Ils peuvent donc s'adapter à tous types de débits.

De nombreuses ressources et outils sont disponibles pour permettre la recherche et la diffusion d'informations sur l'Internet. Sur les 17232 billions de bytes actuellement échangés à travers le monde, citons parmi les ressources les plus utilisées:

- \* FTP: transfert de fichiers: 37% du trafic
- \* mail: messagerie électronique: 6.8%
- \* telnet: connexion à distance: 4.6%
- \* News: conférences électroniques: 10.5%
- \* gopher: application en mode client-serveur: 4.1%
- \* WWW: le world wide web: 10.2%



**WWW** est le plus récent des services. Pour désigner l'ensemble des informations sur l'Internet, Gopher parlait de Gopher Space, WWW utilise le concept de **Web**. Le Web connaît actuellement un essor très important. Pratiquement chaque jour voit la naissance de nouveaux serveurs WWW dans le monde. Il y a à peine un an, la part du trafic occupé par le Web était seulement de 0.4%.

## 2.2. L'Internet dans le monde

Le réseau Internet relie actuellement entre-eux 89 pays dans le monde. La carte de la figure 1 donne un aperçu global de la distribution des machines (hosts) sur l'Internet. La croissance du réseau est exponentielle, elle est de l'ordre de 6% par mois. L'essentiel des hosts se trouve réparti entre l'Amérique du Nord, l'Europe de l'ouest, le Japon et l'Australie mais des régions comme l'Afrique du Sud et l'Amérique du Sud sont en croissance rapide. Les Etats-Unis représentent 60% du total. En Europe, les pays de l'est restent largement sous-connectés. La Hongrie et la Russie se sont connectés tout récemment alors que la Roumanie et l'Albanie restent non connectés. L'Afrique, mis-à part l'Afrique du Sud et la Tunisie, reste totalement absente du réseau Internet.

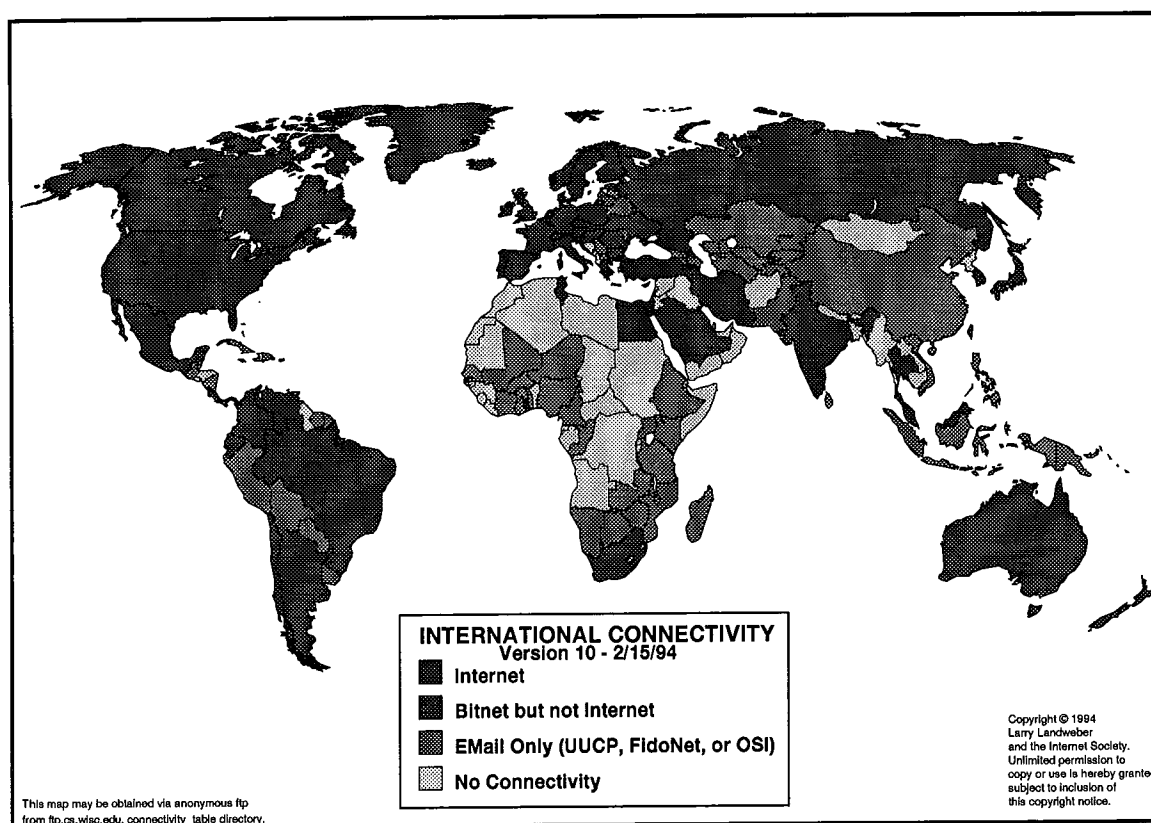


FIG. 1 - *Connectivité Internet dans le monde*

La figure 2 donne quant à elle une idée de la répartition par pays du nombre de machines en fonction du niveau de développement (apprécié ici par son PNB par habitant) du pays. Chaque pays y est repéré par son code ISO qui est lui-même représenté proportionnellement à la population du pays. La corrélation est alors évidente entre le niveau de vie du pays et son niveau de connexion à l'Internet. Les pays se répartissent le long d'une diagonale. C'est ainsi que l'Inde et la Russie apparaissent au bas de cette diagonale tandis que l'on trouve aux premières places la Suisse, la Norvège, la Finlande, les U.S.. Le niveau d'accès à l'information constituera donc un enjeu capital pour le siècle à venir et sera aussi facteur de distanciation entre pays riches et pays pauvres.

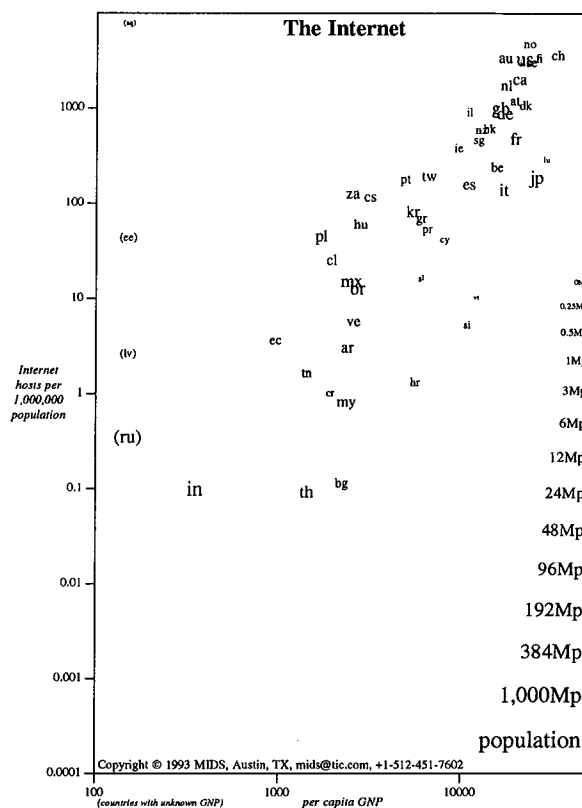


FIG. 2 - Nombre de machines/million de population en fonction du PNB/habitant

### 3. Les services de l'Internet

On peut classer les services disponibles sur Internet en quatre grands domaines: la recherche de personnes, les serveurs de documents, les bases de données et les aides à la recherche de documents mis en accès public sur les serveurs du réseau. Un inventaire complet est fait dans le **Guide to Network Resource Tools** de l'association EARN. Le document est disponible à l'adresse `listserv@earncc.bitnet` en envoyant la commande `get nettoolsps`.

#### 3.1. Recherche de personnes

Des outils permettent de trouver une adresse Internet. Deux parmi les plus connus sont **NETFIND** et **WHOIS**. On y a accès à l'aide d'une connexion distante:

```
telnet netfind.fnet.fr
telnet whois.internic.net
```

#### 3.2. Serveurs de documents

Grâce au développement de nombreux logiciels clients-serveurs par des universités diverses, un certain nombre de plates-formes pour la diffusion de l'information sont disponibles sur le réseau. Les principales sont les serveurs **FTP anonymous**, **GOPHER**, **WAIS** et **WWW**. Chacun a ses spécificités, ses avantages et ses inconvénients. Tous sont largement utilisés sur l'Internet et cohabitent sans problèmes. Localement, sur la station unix du BDL, sont disponibles les clients `xftp`, `xgopher` et `xmosaic` qui permettent de se connecter à ces serveurs.

#### 3.3. Bases de données

Une grande quantité de bases de données est également en accès libre sur le réseau. Citons-en deux d'entre-elles qui concentrent un grand nombre de logiciels mathématiques écrits dans tous types de

langage: **NETLIB** et **GAMS**. La première base est accessible à l'aide du client **xnetlib** tandis que la seconde, plus complète, est accessible à l'aide de la commande **telnet gams.nist.gov** et du mot de passe **gams** ou **xgams** suivant le type de terminal que l'on utilise.

### 3.4. Recherche de documents sur les serveurs

Enfin, pour pouvoir retrouver un document parmi ceux stockés dans tous les serveurs du monde entier, il existe un type particulier de serveurs qui permettent cette recherche d'information. Ce sont les serveurs type **ARCHIE** en ce qui concerne la recherche de documents localisés sur les FTP anonymes et son équivalent pour les documents du Gopher space, **VERONICA**. L'accès à un serveur Archie peut se faire par une session interactive **telnet** ou par le client **xarchie** disponible sur la station BDL. L'un des serveursarchie est **archie.rutgers.edu**, il suffit alors de rentrer comme login **archie** pour avoir une connexion en ligne à partir de la commande **telnet**.

## 4. Le serveur FTP anonyme du BDL

Suite à son rattachement au réseau Internet le 4 mai 1994, le Bureau des Longitudes a ouvert un serveur FTP anonyme dont le nom est **ftp.bdl.fr**.

FTP anonyme est en fait le plus ancien des services d'accès à des documents publics. Il repose très simplement sur l'utilisation de l'application **FTP** (File Transfert Protocol) qui permet de transférer des fichiers entre deux stations. Le terme *anonyme* provient du fait que lorsque l'utilisateur accède au serveur, il entre **anonymous** comme nom d'utilisateur et qu'il n'a pas besoin de mot de passe. Cette phase de connexion terminée, il peut se déplacer dans l'arborescence (commande **cd**), visualiser le contenu du répertoire courant (**ls**) et rapatrier des fichiers (**get**). Cette méthode très primaire est encore très utilisée car elle ne nécessite l'installation d'aucun logiciel client particulier à l'inverse des autres types de serveurs évoqués plus haut. Cependant, les manques sont nombreux et peuvent devenir pénibles lors d'une utilisation intensive. C'est ainsi que l'on ne peut accéder qu'aux informations stockées localement. La visualisation d'un document nécessite plusieurs étapes: connexion au serveur, commande de transfert avec **get**, sortie de l'application **ftp** puis visualisation du fichier à l'aide d'un logiciel adapté (**cat**, **ghostview**, **xv**,...).

Le type d'informations que l'on peut trouver sur un serveur FTP anonyme peut être une présentation du laboratoire, des documents scientifiques et plus particulièrement pour le BDL les éphémérides des corps du système solaire, des logiciels, des images astronomiques et une présentation du bicentenaire du BDL ainsi que du symposium qui y sera associé.

Les avantages du réseau par rapport à la production de documents papiers résident, pour l'utilisateur, dans la possibilité d'accéder à l'information à sa source, au moment où il en a besoin et avec un gain de temps non négligeable par rapport à des moyens classiques.

Le serveur du BDL est en cours d'élaboration. L'essentiel de son arborescence devrait être achevée pour février 1995. Par la suite, une phase de frontalisation des documents du serveur FTP devrait avoir lieu par l'installation d'un serveur **WWW** dont l'intérêt est aussi de permettre une interactivité entre l'utilisateur et le serveur. Ceci permettrait soit de lancer des calculs à distance soit de consulter la base de données relative aux satellites naturels actuellement en cours de développement (NSDC, voir l'article de N. Baron dans ce compte-rendu). Cette interactivité n'est évidemment pas possible avec un serveur FTP anonyme. Le serveur **WWW** devrait être installé vers avril 1995.

## 5. Le World Wide Web

### 5.1. Généralités

Le **WWW** est le plus récent des services de l'Internet. C'est l'aboutissement d'un projet du CERN qui a vu le jour en mars 1989. **Web** est une base de données universelle où les documents de tous types sont identifiés de manière unique et pointent les uns vers les autres par des liens. **WWW** fonctionne en mode client-serveur. Le client **www** affiche une *home page* qui provient d'un serveur local. Par rapport aux

serveurs plus classiques, WWW ajoute des fonctionnalités majeures:

- L'utilisation de l'**hypermedia**. Les documents hypertext que l'on trouve sur WWW peuvent contenir du texte, des images, du son, des animations. Dans ce type de document, certains mots sont mis en évidence (soulignés, inverse vidéo ...). De tels mots sont en fait des liens vers d'autres parties du document lui-même ou vers d'autres documents locaux ou vers des documents situés sur des machines distantes. Il suffit alors de cliquer sur ces mots pour avoir accès à ces autres documents.
- **HTML** et **HTTP**. HTML (Hypertext Markup Language) est le format des documents du Web et HTTP (HyperText Transmission Protocol) est le protocole de communication entre les clients et les serveurs WWW.
- L'**URL** (Uniform Ressource Locator) contient la méthode d'accès au document, le nom du serveur et le chemin d'accès. **C'est la manière unique et universelle de désigner un document sur le réseau.**  
exemple: `http://web.urec.fr:/france/france.html` propose une carte sensitive de France de tous les serveurs WWW.  
`ftp://ftp.bdl.fr/pub` permet d'accéder au répertoire pub sur le serveur FTP anonyme du BDL.  
`telnet://martini.eecs.umich.edu:3000/` pour connaître les coordonnées d'une ville.  
`http://info.cern.ch/hypertext/DataSources/bySubject/Overview2.html` donne accès au serveur WWW du CERN qui propose une classification par thème de l'ensemble des serveurs WWW du monde entier.

## 5.2. Le client MOSAIC

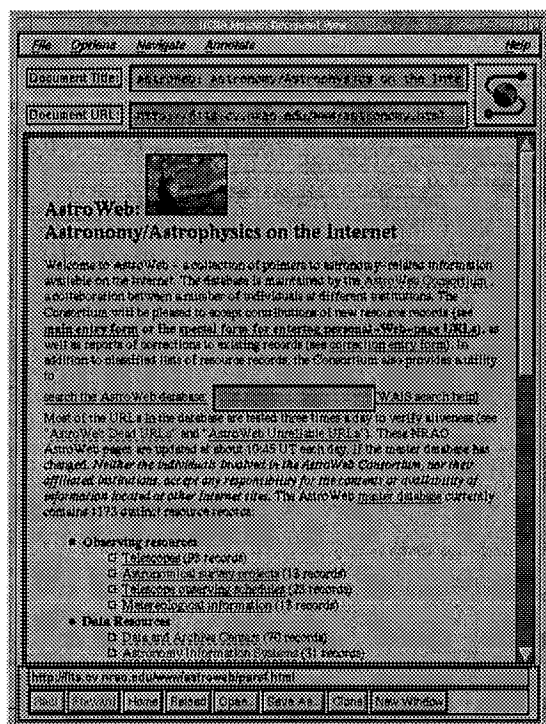


Figure 3: Client xmosaic sur Unix

Quelques mois après le projet du CERN, le NCSA (National Center for Supercomputing Applications) lança un projet, appelé Mosaic, pour développer une interface portable sur plusieurs plates-formes pour accéder au Web. La première version fut disponible début 1993. Actuellement ce client tourne sur Unix (**xmosaic** sous X-window), Windows et MacOS. La figure présente un tel client connecté sur le serveur WWW **AstroWeb**. Ce client est en fait une mosaïque de 6 clients **www**, **ftp anonyme**, **gopher**, **telnet**, **nntp** et **wais**. Il permet donc d'accéder aux documents disponibles sur ces serveurs.

Sa convivialité en rend l'usage facile avec possibilité de sauvegarder des documents de tous formats, d'annoter des documents, de laisser des signets (pour un accès ultérieur), d'avoir un historique de la navigation effectuée après la connexion...

## 6. Le Web et l'astronomie

Pour finir, je donne quelques adresses de serveurs WWW concernant le domaine de l'astronomie et qui peuvent constituer des partenaires utiles voire précieux pour la préparation d'une mission à l'étranger ou pour la recherche d'articles touchant à un auteur ou à un sujet particulier.

En France, il existe encore relativement peu de serveurs W3 dans le domaine de l'astronomie. Citons néanmoins celui relatif au projet **ADONIS** d'optique adaptative (<http://hplyot.obspm.fr>), celui du **DAEC** (Département d'Astrophysique Extragalactique et de Cosmologie) à l'adresse <http://gin.obspm.fr/>, celui du projet **DENIS** à <http://denisexg.obspm.fr/>, celui de la **MAMA** à <http://dsmama.obspm.fr/>, celui du **DASGAL** à <http://mehipa.obspm.f>.

Egalement, très utile pour les étudiants avec infos sur les bourses, les post-docs,...

**Le guide des étudiants-chercheurs:**[http://marie.polytechnique.fr/er/guide\\_ToC.html](http://marie.polytechnique.fr/er/guide_ToC.html)

**Le journal virtuel des thésards:** <http://www.enst-bretagne.fr/bdt/jvt/jvtCouv.html>

**Le guide du doctorant:** [http://lynx.ann.jussieu.fr:80/guide\\_thesard/](http://lynx.ann.jussieu.fr:80/guide_thesard/)

- **AstroWeb** - avril 1994  
Base de données en astronomie/astrophysique entretenue par cinq institutions, le CDS, le MSSSO, le NRAO, le ST-ECF et le STScI  
URL: <http://cdsweb.u-strasbg.fr/astroweb.html>
- Le **CDS** de Strasbourg  
Base de données **SIMBAD** d'objets astronomiques  
URL: <http://cdsweb.u-strasbg.fr/Simbad.html>
- Le service d'abstracts du **CDS** - janvier 1994  
Fournit les abstracts d'*Astronomy and Astrophysics*  
URL: <http://cdsweb.u-strasbg.fr/Abstract.html>
- **STELAR** (Study of Electronic Literature for Astronomical Research)  
fournit l'accès aux abstracts de revues (ApJ, ApJS, AJ, PASP, A&A, MNRAS et JGR) depuis 1960 ainsi qu'aux abstracts des meetings AAS depuis juin 1992. L'objectif à terme est de donner l'accès aux articles dans leur forme intégrale.  
URL: [http://hypatia.gsfc.nasa.gov/AboutStelar/STELAR\\_wais.html](http://hypatia.gsfc.nasa.gov/AboutStelar/STELAR_wais.html)
- **ADS** (Astrophysics Data System de la NASA)  
fournit l'accès à près de 160000 abstracts de plus de 200 revues, colloques, proceedings, symposia, rapports NASA dans le domaine astronomique depuis 1975 (Astron. J., Astrophys. J., Icarus, Pub. Astron. Soc. Pac. etc, and Non-American: Astron. Astrophys, Mon. Not. Roy. Ast. Soc., Pub. Astron. Soc. Japan / Australia / India, Astrophys. J. Soviet Union / Australia / Ireland, Science, New Scientist, Nature, Mercury, Sky and Telescope).  
URL: [http://adswwww.harvard.edu/abs\\_doc/abstract\\_service.html](http://adswwww.harvard.edu/abs_doc/abstract_service.html)
- Circulaires **UAI**  
Base de données indexée tenue par B. Marsden du SAO qui contient 1110 circulaires à la date du 22 novembre 1994.  
URL: [wais://www.stsci.edu/iau-circulars](http://www.stsci.edu/iau-circulars)
- **Icarus** - mai 1994  
Serveur Web de la revue *Icarus*. Propose une liste d'articles soumis.  
URL: <http://astrosun.tn.cornell.edu/Icarus/Icarus.html>
- Conférences et réunions internationales en astronomie  
Liste tenue à jour par Liz Bryson du CFH.  
URL: <http://cadcwww.dao.nrc.ca/meetings/meetings.html>
- Le **JPL**  
Serveur du Jet Propulsion Laboratory de la NASA.  
URL: <http://www.jpl.nasa.gov/>

## L'ÉDITION ET LA RECHERCHE VUES PAR QUATRE TECHNICIENS DU BUREAU DES LONGITUDES

F. Cavelier, Th. Derouazi, S. Pottier, V. Raoult

### Introduction

Le Service des calculs et de mécanique céleste du Bureau des longitudes est composé pour moitié de chercheurs et pour moitié de techniciens travaillant en étroite collaboration. Les quatre techniciens, auteurs de cette communication, ont souhaité rappeler ici quelles sont leurs fonctions au sein de ce laboratoire. Nous répartissons notre temps de travail en deux catégories d'activités : l'édition et la participation aux travaux de recherche.

### 1. L'édition

Le service de calcul du Bureau des longitudes publie principalement chaque année les ouvrages suivants :

- Les Éphémérides astronomiques ;
- Les Éphémérides nautiques ;
- La Connaissance des temps ;
- Les Suppléments à la Connaissance des temps.

Les techniciens travaillent tous à des phases différentes de la préparation de ces ouvrages. Les différentes étapes de cette préparation sont les suivantes.

### 1.1. Exploitation et maintenance des programmes informatiques

Nous rassemblons divers documents dont certains proviennent de l'exploitation de programmes du Bureau et d'autres d'organismes extérieurs. À partir de ces documents, nous réactualisons les manuscrits.

#### 1.2. Préparation et saisie des manuscrits

Les différentes étapes de cette réactualisation sont les suivantes.

- *Calcul d'exemples*

À partir des listages fournis, il s'agit de calculer les exemples d'application des éphémérides pour l'année en cours d'édition, de confronter les résultats obtenus et de saisir ces résultats.

- *Réactualisation de la partie texte*

Toutes les données contenues dans les ouvrages annuels doivent être actualisées chaque année : calendriers, index, etc.

- *Préparation et saisie des tables*

Tous les ouvrages contiennent de nombreuses tables. La saisie de certaines d'entre elles est automatisée et la saisie des autres se fait manuellement après préparation.

- *Préparation extérieure*

En collaboration avec la dessinatrice et le maquettiste, nous réalisons respectivement les dessins et les couvertures de certains de nos ouvrages.

- *Pointage, relecture et vérification*

Toute modification doit faire l'objet de vérifications minutieuses et multiples afin de déceler toutes les catégories d'erreurs : erreurs de saisie, défauts de présentation, de mise en page, d'alignement, fautes d'orthographe, oublis, ... Pointages, relectures, vérifications et corrections sont permanents dans chaque étape de la préparation de l'ouvrage, du manuscrit au bon à tirer. À ce stade de la fabrication, le manuscrit est réactualisé.

### 1.3. Corrections des épreuves

Le manuscrit réactualisé peut se présenter sous deux formes :

- sous forme d'épreuves imprimées au Bureau ;
- sous forme d'un manuscrit confié à l'imprimeur qui nous en renvoie les épreuves. Nous procédons alors à la correction de ces deux types d'épreuves. Nous obtenons le bon à tirer qui est le document définitif avant impression.

### 1.4. Relations extérieures

Le bon à tirer est remis à l'imprimeur. Les ouvrages imprimés et achevés sont livrés à l'éditeur qui les diffuse. L'éditeur peut être soit le Bureau des longitudes lui-même, soit un éditeur extérieur.

À la fin de cette chaîne éditoriale, nous obtenons les différents ouvrages publiés par le Bureau des longi-

tudes. En plus des ouvrages précités, le Bureau des longitudes édite également les ouvrages suivants :

- Les Notes scientifiques et techniques du Bureau des longitudes ;
- Les comptes rendus de colloques ;
- Des articles destinés à être publiés dans diverses revues scientifiques ;
- Le Calendrier républicain actuellement en cours de réédition.

N'oublions pas de rappeler que Daniel Jourdain, décédé en mai 1994, a participé activement à tous ces travaux.

## **2. Participation aux travaux de recherche**

Tous les techniciens participent au développement de la recherche. Ce développement peut se traduire par une contribution directe des techniciens aux travaux des chercheurs et par la participation à des activités diverses de valorisation de la recherche.

### *2.1. Les travaux d'aide à la recherche*

- *Participation à la maintenance du réseau informatique*

Cette participation se fait sous la responsabilité d'Alain Montintin et consiste en sauvegardes, création de programmes pour améliorer la convivialité du réseau, aide aux utilisateurs...

- *Développement d'un programme*

Ce programme permet le calcul automatique des phénomènes astronomiques, il est utilisé entre autres pour l'Annuaire.

- *Saisies d'observations de comètes*

Il existe deux sortes de travaux que les techniciens effectuent sur les comètes. La première opération consiste en la saisie d'observations pour actualiser le fichier Marsden 82. Ces observations subissent ensuite des intégrations numériques, ceci en vue de déterminer l'orbite des comètes et de publier les éphémérides de ces comètes.

- *Secrétariat scientifique*

Nous assurons la saisie et la mise en forme des rapports d'activité du Bureau des longitudes, d'articles scientifiques, de documents nécessaires à la préparation de colloques et d'une partie du manuscrit de l'Histoire du Bureau des Longitudes de Bigourdan. Ces saisies se font principalement grâce au logiciel de traitement de texte scientifique TEX.



## 2.2. Les activités liées à la recherche et de service

Dans le cadre de ces activités, nous avons réalisé les travaux suivants.

- Participation active aux journées “La science en fête” : cela consiste en la conception et la réalisation de panneaux de présentation et d’information, l’accueil des visiteurs et la démonstration du serveur Minitel.
- Renseignements : nous répondons à une partie des renseignements téléphoniques et des renseignements écrits.
- Élaboration d’un traité d’astronomie élémentaire : Bruno Morando a organisé des cours d’astronomie à l’intention des techniciens du Bureau des Longitudes, ceux-ci profitent de cette occasion pour le remercier vivement. À partir de ces notes, un cours d’astronomie élémentaire est en cours d’élaboration.
- Gestion : il s’agit principalement de la gestion des suppléments à la Connaissance des temps et des Notes scientifiques et techniques du Bureau des longitudes : diffusion, facturation, dépôt légal, stocks...
- Minitel : nous avons participé, par la recherche, la saisie et la vérification, à l’extension d’un fichier de coordonnées des principales villes du monde contenues dans le serveur Minitel.

## Perspectives et conclusion

Certains travaux sont en projet de modernisation, d’autres, décrits ci-dessus, sont en cours de transformation. Dans les deux cas, ces modifications entraîneront un changement dans le déroulement de notre travail.

- Phénomènes astronomiques : la partie calcul est désormais automatisée.
- Comètes : la saisie se fait depuis peu à l’aide d’un scanner.
- Corrections d’épreuves envisagées par lecture optique.
- Ouverture d’un budget recettes CNRS qui nous permettra de gérer de façon plus autonome une partie de nos crédits et de nos dépenses.

Le Bureau des longitudes est amené à devenir son propre éditeur ; c’est déjà le cas pour ce qui concerne le Calendrier républicain.

Cette description de nos travaux n’est pas une liste exhaustive des différentes tâches que nous assurons chaque jour dans le cadre de notre travail. De plus, celles-ci étant en perpétuelle évolution, nous devons nous adapter aux nouvelles méthodes de travail.

## ANNUAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES

### Évolution et perspective

D. T. Vu

#### Origine

Pendant les premières années de la Révolution française, deux événements marquèrent l'édition des éphémérides astronomiques en France : la dissolution de l'*Académie Royale des Sciences* en 1793 et la création du *Bureau des Longitudes* en 1795. La préparation de la *Connaissance des Temps* passa des mains de l'Académie Royale à celles du Bureau des Longitudes. Ce nouveau Bureau fut chargé également de la rédaction d'un *annuaire* "propre à régler ceux de la République".

Le Bureau des Longitudes a été créé en vue d'organiser la recherche en astronomie et ses applications à la navigation, à la géographie et à la géodésie, et de perfectionner d'autres sciences telles que le magnétisme terrestre, la métrologie, l'horlogerie etc...

La *Connaissance des Temps* qui était une publication astronomique scientifique créée en 1679 conserva sa forme traditionnelle, l'*Annuaire de la République Française* occupa alors le rôle officiel de diffusion des calendriers, des dates des fêtes, des éphémérides astronomiques à caractère utilitaire, et publia l'état des connaissances et de l'avancement des autres sciences qui entraient dans ses attributions officielles. Le premier volume de l'*Annuaire de la République française* présenté au Corps législatif par le Bureau des Longitudes parut en 1796 et les données incluses sur le calendrier, les positions du Soleil et de la Lune, se rapportaient à l'an V du calendrier républicain (septembre 1796 - septembre 1797). Depuis lors, cet ouvrage a continué à paraître sans interruption.

Ce premier numéro n'existe plus dans la bibliothèque du Bureau des Longitudes, mais on y trouve encore la collection complète à partir de l'édition de l'an VI pour l'an VII républicain (septembre 1798 - septembre 1799) jusqu'à l'édition la plus récente pour l'an 1995.

L'édition pour l'an VII a pour titre :

ANNUAIRE  
 DE LA  
 RÉPUBLIQUE FRANÇAISE,  
 PRÉSENTÉ  
 AU CORPS LÉGISLATIF  
 PAR  
 LE BUREAU DES LONGITUDES,  
 POUR L'ANNÉE VII DE L'ÈRE FRANÇAISE

---

Ce volume compte 78 pages du format *9cm × 13cm*. On y trouve des données sur les calendriers, les dates des fêtes, les éphémérides du Soleil, de la Lune et des planètes, les monnaies, la durée de vie, la population de la France et du monde.

Le titre qui figure à la première page de l'ouvrage a été modifié plusieurs fois pendant deux cents ans. Dans le cadre ci-dessus, l'Annuaire de l'an VII est présenté au Corps Législatif. Ensuite, c'était à l'Exécutif que le Bureau de Longitudes présentait son Annuaire. Ainsi quelques années après, "Gouvernement" remplaça "Corps Législatif" dans ce titre. Ensuite, c'était le tour de S. M. l'Empereur et le Roi. Plus tard le titre devenait plus simple : "Annuaire pour l'an xxxx publié par le Bureau des Longitudes". Depuis 1976, cet ouvrage porte le nom "Annuaire du Bureau des Longitudes" et un sous-titre "Éphémérides astronomiques".

### Évolution

Depuis la création du Bureau des Longitudes, l'Annuaire a paru sans interruption, il s'est considérablement développé et a contenu jusqu'en 1977 de nombreux articles à caractère encyclopédique concernant la physique, l'astronomie, la géodésie, la géophysique et la géographie sous forme de notices. Ces notices parurent la première fois en 1811 avec deux titres :

- Notice sur les probabilités,
- Notice sur le système du monde.

Le nombre de 139 pages de l'année précédente passa à 178. On peut voir qu'avec sa première notice, l'Annuaire fit une incursion dans le domaine des sciences mathématiques, bien au-delà de ses attributions officielles.

L'ouvrage n'avait pas une croissance constante en nombre de pages d'une année à la suivante du fait que son contenu provenait de deux apports : les articles de base et les notices. Sur les rayons de la bibliothèque, l'Annuaire 1842 attire les regards par son épaisseur bien plus importante que celle de ses voisins. Ce volume compte 400 pages de notices sur un total de 656 pages.

### CONTENU TRADITIONNEL

L'ouvrage était composé de cinq grands chapitres : Calendriers ; Terre ; Astronomie ; Poids et mesures, monnaies ; Statistiques géographiques et démographiques. Chaque édition contenait en plus plusieurs

articles scientifiques. Ce contenu traditionnel a été conservé même après le passage à un format plus grand en 1934.

## DÉVELOPPEMENT

Le développement des articles de base suivait un accroissement constant. L'édition de 1931 contient presque 800 pages d'articles de base sur près de 1000 pages du volume. Ce développement a entraîné le premier changement pour un format plus grand (13cm × 20cm) en 1934. Après ce changement de format, l'ouvrage conservait strictement le contenu des éditions précédentes et comptait environ 600 pages. L'afflux de nouvelles données commença en 1946 avec l'introduction d'un nouveau chapitre sur les données physiques et chimiques de 188 pages. Ce développement continue jusqu'à la "restructuration" de 1977. L'ouvrage atteignait alors 1000 pages par édition annuelle. De nombreux articles étaient publiés seulement une fois tous les trois ans.

## RESTRUCTURATION

Le recentrage aux domaines de l'astronomie et des calendriers intervint en 1977 sous une forte contrainte budgétaire du Bureau et aussi à cause de la gestion très lourde de l'abondance des données. Le Bureau procéda à une restructuration du contenu de l'ouvrage et adopta un format plus grand encore (15,5cm × 24cm). La partie encyclopédique était alors traitée dans l'*Encyclopédie Scientifique de l'Univers*.

L'Annuaire 1977 contient 9 chapitres sur 252 pages : Calendriers ; Définitions générales ; Soleil et Lune ; Planètes et satellites ; Observations physiques ; Étoiles ; Éclipses et phénomènes astronomiques ; Marées ; Déclinaison magnétique.

L'édition 1995 contient 10 chapitres sur 308 pages : Données sur les calendriers ; Définitions générales ; Emploi des éphémérides de position ; Positions du Soleil et de la Lune ; Positions des planètes et des astéroïdes ; Éphémérides pour les observations physiques ; Satellites ; Comètes ; Étoiles ; Éclipses, phénomènes astronomiques et coordonnées des grandes villes de France et des observatoires les plus connus.

## Préparation de l'Annuaire actuel

Après la restructuration de 1977, l'Annuaire continuait à être composé par son éditeur Gauthier-Villars jusqu'en 1988. Depuis 1989, l'Annuaire est édité par Masson. Les éditions 1989, 1990, 1991, 1992 étaient composées par l'éditeur, les suivantes ont été composées à partir d'un fond de mise en page écrit en langage de traitement de texte TEX par Patrick Rocher. L'édition 1996 en préparation utilise toujours ce fond comme base de mise en page. L'ouvrage est composé entièrement au Bureau et remis à l'éditeur pour la photocomposition.

## DONNÉES

Le Bureau des Longitudes publie les données sur les calendriers et sur les éphémérides provenant de ses calculs. À l'heure actuelle, les données venant de l'extérieur restent limitées à :

- La confirmation des dates des fêtes religieuses par le Vatican,
- Le temps fourni par le BIH et les heures légales extraites du Journal Officiel,
- Les occultations des étoiles et des planètes par la Lune, calculées par le Département hydrographique, Tokyo, Japon. Nous reviendrons sur ce point dans la partie de perspective.

Actuellement, pendant la période de préparation du manuscrit, nous adressons la partie concernant le temps du deuxième chapitre à Nicole Capitaine, membre du Bureau, pour recueillir son avis. À

l'occasion du bicentenaire du Bureau, la mention "*Bicentenaire du Bureau des Longitudes*" figure sur la couverture de l'édition 1995.

La table suivante donne la provenance des données de l'édition 1995.

	Sujet	Auteur ou provenance	Nature du document	
	Introduction	Bicentenaire	J.-E. Arlot	texte
CHAPITRE 1	Calendriers, concordance, fêtes	P. Rocher	Programmes et fichiers	
CHAPITRE 2	Temps	N. Capitaine	Données	
	Heures légales	J. officiel	Extrait	
	Données planètes et satellites	Not. Sc. du BDL	Données	
CHAPITRE 3	Exemples à préparer	Équipe Annuaire	Calcul	
CHAPITRE 4	Positions Soleil, Lune, précodées	G. Francou	Fichier	
	Codage TEX/PL1	P. Rocher	Fichier	
CHAPITRE 5	Positions planètes, astéroïdes	G. Francou	Fichiers	
	codage TEX/PL1	P. Rocher	Fichiers	
CHAPITRE 6	Observations physiques			
	Texte	B. Morando	Texte	
	Tables précodées	G. Francou	Fichiers	
	codage TEX/PL1	P. Rocher	Fichiers	
	Exemples	Équipe Annuaire	Calcul	
CHAPITRE 7	Satell.de Jup.configurations	J.-E. Arlot, Ch. Ruatti	Graphiques	
	Phénomènes	W.Thuillot	Fichier	
	Codage TEX/PL1	P. Rocher	Fichier	
	Satellites de Sat. Élongations	D. T. Vu	Fichier+ fig.	
	Phénomènes	W.Thuillot	Fichier	
	Codage TEX/PL1	P. Rocher	Fichier	
CHAPITRE 8	Phému.satellites de Saturne	J.-E. Arlot, W. Thuillot	Texte et fichier	
	Comètes	P. Rocher	Fichiers	
CHAPITRE 9	Positions moyennes des étoiles, Polaire	P. Rocher	Fichiers	
	Occultation des étoiles et des planètes par la Lune	G. Francou Japon	Fichiers. Tables	
	Éclipses de Soleil Éclipses de Lune	P. Rocher P. Rocher	Fichiers, Fichiers,	
CHAPITRE 10	Phénomènes astronomiques	L. Bergeal	Table	
Autres	Liste des observatoires	W. Thuillot	Fichier	

## MOYENS DE CALCUL

Depuis l'utilisation de l'informatique dans le calcul et la gestion des données, le Bureau des Longitudes a utilisé successivement son ordinateur Bull Gamma 30 installé à Montsouris, les services du Centre de calcul de l'Observatoire de Meudon, ceux du CIRCE à Orsay et du CNUSC à Montpellier. Cette époque est complètement révolue et le Bureau utilise actuellement ses propres moyens informatiques, des stations UNIX et des micro-ordinateurs dans ses locaux.

## RÉPARTITION DES TÂCHES

Depuis 1993, la composition de l'Annuaire est entièrement réalisée au Bureau. L'édition 1995 a bénéficié du travail de plusieurs personnes dans les domaines suivants :

- Mise en page, mise à jour des exemples, saisie, pointage et lecture finale : L. Bergeal, L. Cao, Th. Derouazi, A. Le Fiblec, S. Pottier, V. Raoult, D. T. Vu ;
- Courbes, dessins, hors-textes : G. Francou, S. Pottier, P. Rocher, D. T. Vu et commandes des travaux spécialisés à une entreprise extérieure ;
- Édition : L. Bergeal, S. Pottier.

## Perspective

Depuis longtemps, le Bureau des Longitudes vise l'autonomie des données publiées dans le domaine des éphémérides. Celles des occultations des étoiles et des planètes par la Lune provenant de Tokyo pourront être fournies par nos propres calculs. Le premier avantage sera la latitude donnée à la rédaction du texte et la modification beaucoup plus souple dans la préparation des colonnes publiées. Actuellement ces tableaux sont réalisés par saisie sur clavier d'après les papiers reçus. Le deuxième avantage non négligeable est la certitude de la disposition de ces données en temps voulu.

Nous comptons remettre des données relatives aux fêtes légales et au temps légal de nos pays voisins qui figuraient jadis dans les pages de l'Annuaire, et les nouvelles données seront étendues à tous les pays de l'Union Européenne.

Enfin, nous comptons enrichir le chapitre des astéroïdes avec une table donnant les cas favorables pour l'observation des occultations d'étoiles par ces corps.



## REFONTE DE LA CONNAISSANCE DES TEMPS

J. L. Simon

### 1. Introduction

La refonte de la *Connaissance des Temps* consiste en la mise sur pied, sous le label CDT, d'un ensemble de deux ouvrages, une éphéméride annuelle et un ouvrage explicatif permanent. L'éphéméride annuelle doit regrouper la CDT actuelle et son supplément "satellites". L'ouvrage explicatif permanent dépasse largement le cadre de la CDT et doit donner, les bases d'astronomie et de mécanique céleste nécessaires à la compréhension et à l'utilisation des éphémérides.

### 2. L'éphéméride annuelle

- Titre : *Connaissance des Temps*
- Responsables : L. Bergeal, J.L. Simon
- La *Connaissance des Temps* donne les éphémérides :
  - du Soleil, de la Lune et des planètes sous forme de polynômes de Tchebychev ;
  - des satellites de Mars, des satellites galiléens de Jupiter, des satellites de Saturne et des satellites d'Uranus sous forme de fonctions mixtes ;
  - des phénomènes des satellites galiléens de Jupiter sous forme de polynômes de Tchebychev.
- La *Connaissance des Temps* est un livre d'environ 190 pages (18 × 24) : 35 pages de texte explicatif bilingue franco-anglais, 155 pages de tableaux. Le manuscrit 1996 est pratiquement prêt et doit être donné aux *éditions de physique* fin janvier 1995. L'ouvrage sera accompagné d'une disquette.



### 3. L'ouvrage explicatif permanent

- Titre provisoire : *Introduction aux (Base des) éphémérides astronomiques*
- Comité de rédaction : M. Chapront, B. Morando, J.L. Simon, W. Thuillot
- L'ouvrage comporte dix chapitres :
  1. Introduction
  2. Définitions et données astronomiques
  3. Échelles de temps
  4. Systèmes de référence et changements de coordonnées
  5. Précession-Nutation
  6. Rotation de la Terre et Temps universel
  7. Corrections pour la réduction des observations
  8. Mouvement des corps du système solaire
  9. Présentation des éphémérides de la Connaissance des Temps
  10. Éphémérides pour les observations physiques
- Les tableaux suivants donnent un plan plus détaillé de l'ouvrage. Ils donnent également, pour chaque chapitre ou sous-chapitre, le nom des auteurs, le nombre de pages et l'état dans lequel il se trouve. T, dans la colonne État, indique que le chapitre est considéré comme terminé par le comité de rédaction, R qu'il est encore à revoir, N qu'il n'a pas été lu ou reçu.

Chapitres	Auteurs	État	pages
<b>1. Introduction</b>			
<b>2. Données astronomiques</b>  Systèmes d'unités  Système UAI de constantes astronomiques  Données astronomiques	A. Borsenberger	T	35
<b>3. Échelles de Temps</b>  Évolution des échelles de temps  TU, TAI, UTC, TE, TT  TDB, TCB, TCG  Relations entre les échelles de temps	F. Mignard, B. Morando	T	18

Chapitres	Auteurs	État	pages
<b>4. Systèmes de référence</b>	M. Chapront	T	38
Systèmes de référence	MC		
Repères célestes	MC		
Coordonnées publiées dans la CDT	MC + J.E. Arlot		
Repères céleste/terrestre	N. Capitaine		
Changements de coordonnées	MC		
<b>5. Précession-Nutation</b>	N. Capitaine	T	25
Description du phénomène	NC		
Explication schématique	NC		
Représentation des effets	NC		
La précession	P. Bretagnon		
La nutation	NC		
<b>6. Rotation de la Terre</b>	N. Capitaine	N	
<b>7. Corrections Red. Obs.</b>			
L'aberration	B. Morando, F. Mignard, V. Brumberg	N	
La parallaxe	B. Morando	N	
La réfraction	J. Kovalevsky	T	16
Réduction des étoiles	J.L. Sagnier	N	

Chapitres	Auteurs	État	pages
<b>8. Mouvement des corps du système solaire</b>			
Planètes	P. Bretagnon, J.L. Simon	T	27
Lune	M. Chapront	T	22
Satellites de Mars	M. Chapront	T	8
Satellites galiléens	J.E. Arlot, J.L. Sagnier, W. Thuillot, D.T. Vu	R	25
Satellites faibles de Jupiter	A. Borsenberger, P. Rocher	R	4
Satellites de Saturne	M. Rapaport	T	22
Satellites d'Uranus	J. Chapront, J. Laskar	T	8
Satellites de Neptune	P. Oberti	T	8
Satellite de Pluton	F. Colas	N	
Comètes et astéroïdes	P. Rocher	R	12
<b>9. Éphémérides de la CDT</b>			
Représentation des éphémérides	J. Chapront	T	11
Éphémérides S, L, P	G. Francou	T	14
Éphémérides Satellites	J.E. Arlot	N	
Exemples ??	J.L. Simon	N	
<b>10. Éphémérides physiques</b>	B. Morando	T	19
Définition des paramètres de la rotation			
Définition des systèmes de coordonnées			
Calcul de quantités liées à la rotation			
Calcul de quantités liées à la phase			

- L'ouvrage comportera environ 370 pages. On peut considérer que les 3/4 sont actuellement terminés. Nous espérons avoir l'ensemble du manuscrit au printemps 1995. Il restera ensuite à faire un important travail de relecture, de mise en page et de correction d'épreuve.

#### 4. Conclusion

Le premier volet de la refonte de la CDT est pratiquement achevé et la *Connaissance des temps* 1996 paraîtra en 1995 aux *éditions de physique* sous sa nouvelle formule. Le volume permanent est bien avancé et on peut espérer le terminer dans le courant de l'année 1995.



## L'ÉVOLUTION DU SERVEUR MINITEL

G. Satre

### 1. Évolution du Service

Depuis février 1992, date des dernières journées scientifiques, le service 3616-BDL s'est enrichi de 9 rubriques :

Éphémérides des planètes

*données diverses*

*positions apparentes*

*coordonnées héliocentriques*

*hauteur et azimut*

*lever, coucher et temps de passage*

Calendrier républicain

Date de Pâques

Nouvelles Astronomiques

Ciel du mois

Les deux dernières sont régulièrement mises à jour et une brochure a été rédigée pour expliquer le processus et le mode d'emploi de ces mises à jour.

Depuis novembre le fichier VILLE de France et du monde, accessible comme lieu pour un calcul d'éphéméride, passe de 1 000 à 8 200 villes.

## 2. Évolution du Serveur

Le serveur sur lequel est implanté le service a lui aussi évolué, du CIRCE à Orsay vers le CNUSC à Montpellier. Les logiciels IBM utilisés, sous MVS, ont vu leurs versions changer : AVX est devenu VCP et GTMOSI est devenu CSFI.

Un environnement UNIX pour la mise à jour et l'implantation de ce service est envisagé par le CNUSC courant 95 (logiciel COSMOS sur station type RISC).

## 3. Fonctionnement

En ce qui concerne la consultation du service par le public, la progression est modérée mais régulièrement croissante

moyenne mensuelle	91 (année démarrage)	420
du nombre d'appels	92	900
	93	1040
	94	1140

# LE RÉSEAU LOCAL DU BUREAU DES LONGITUDES

A. Montintin

## ORGANISATION ET CABLAGE

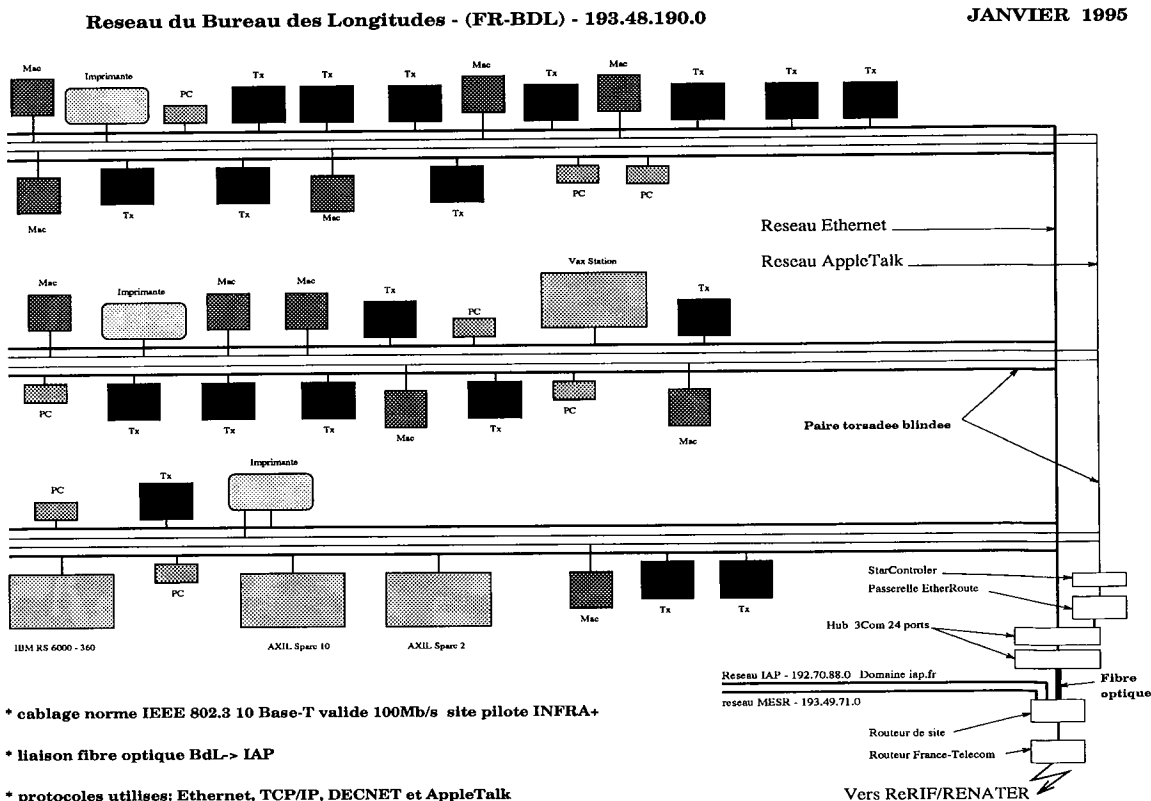
Situé sur le site de l'Observatoire de Paris, le réseau FR-BDL (Classe C 193.48.190.0) utilise les protocoles Ethernet, TCP/IP, DECNET et AppleTalk.

L'ensemble des locaux du BDL a été câblé selon la norme IEEE 802.3 10BASE-T certifiés 100 Mb/s (82 prises).

Une liaison dorsale fibre optique assure la liaison entre les locaux du BDL et ceux de l'IAP, où se trouve le routeur du réseau d'interconnection du site et celui de France-Telecom.

Ce réseau a été mis en service le 5 Mai 1994.

Il dispose de la connectivité Internet par un accès au Réseau Régional Ile-de-France et à RENATER, partagé avec l'Institut d'Astrophysique du CNRS et deux départements du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (5e et 6e étages Bat. A), sur "une prise" à 2Mb/s.





## LES SYSTÈMES INFORMATIQUES DU BDL

Le laboratoire est aujourd'hui équipé de 4 stations de travail, 3 "sous UNIX" et 1 "sous VMS".

Il dispose de 20 terminaux graphiques X-Windows dont 18 terminaux X, et 3 imprimantes dont 1 connectée sur le réseau (QMS 1725).

7 ordinateurs personnels sont connectés sur le réseau Ethernet sous TCP/IP, auxquels s'ajoute le réseau AppleTalk (11 Mac + 2 Imprimantes) connecté avec l'ensemble du réseau par une passerelle AppleTalk/TCP.IP (Ether-Route).

### Les ordinateurs

#### 1. Axil HWS210 "clone" Sun SPARC 2 (gentiane)

- SunOS 4.1.3
- 32 Mo RAM
- 2 disques internes de 2Go chacun
- 1 disque externe de 4 Go
- écran couleur graphique 16"
- 1 lecteur CD-ROM
- 1 lecteur cartouche magnétique EXABYTE 8mm (5 Go natifs)
- 1 lecteur disque magneto-optique (2x600 Mo)
- système graphique multifenêtre X-Windows (X11R5)
- mise en service: **Octobre 1993**
- maintenance assurée par SUMMER SYSTEMS
- Principales fonctions :
  - serveur fichiers utilisateurs
  - serveur sauvegarde sur bande magnétique
  - serveur archivage sur disque magnéto-optique
  - serveur de noms primaire de bdl.fr
  - serveur messagerie du domaine bdl.fr
  - serveur FTP anonyme

#### 2. Axil HWS235 "clone" Sun SPARC 10 (epilobe)

- SunOS 4.1.3
- 64 Mo RAM
- 1 disque interne de 1 Go
- écran couleur graphique 16"
- système graphique multifenêtre X-Windows (X11R5)
- mise en service: **Juin 1994**
- maintenance dans le cadre de la garantie d'un an

- Principales fonctions :
  - serveur fichiers de boot des Terminaux X
  - serveur login utilisateurs du BDL
  - serveur de noms secondaire de bdl.fr
  - serveur de PAO (T<sub>E</sub>X)
  - serveur graphique 2D (PGPLOT).

### 3. IBM RISC 6000 Modele 360 (centauree)

- AIX 3.2.5
- 128 Mo RAM
- 1 disque interne de 1 Go
- système graphique multifenêtre X-Windows (X11R5)
- mise en service: **Juillet 1993**
- maintenance dans le cadre d'un contrat avec IBM à partir de Juillet 1994.
- Principales fonctions :
  - serveur calculs
  - serveur MATHEMATICA (calcul formel, graphique 2D et 3D)

### 4. VAX STATION 4000-60 (ancolie)

- OPEN VMS 6.1
- 56 Mo RAM
- 1 disque interne de 500 Mo
- 2 disques externes de 1.6 Go
- système graphique multifenêtre DECWindows Motif V1.2
- mise en service: **Août 1992**
- maintenance dans le cadre d'un contrat avec DIGITAL à partir d'Août 1993 .
- Principales fonctions :
  - serveur calculs (FORTRAN et Langage C)
  - serveur graphique 2D (PGPLOT).

## Le nommage des stations et terminaux

Le Domain Name System (DNS), mis en œuvre au BDL, utilise un serveur primaire ainsi qu'un serveur secondaire installé sur le réseau FR-BDL, auxquels s'ajoutent deux autres serveurs secondaires, situés sur d'autres réseaux de l'Internet.

Le serveur primaire du domaine bdl.fr est la station Axil SPARC 2 (gentiane.bdl.fr).

Le serveur secondaire situé sur notre réseau est la station Axil SPARC 10 (epilobe.bdl.fr).

Les deux autres serveurs secondaires: corton.iap.fr et soleil.uvsq.fr, situés respectivement à l'IAP et au Laboratoire PRISM de l'Université de St-Quentin-en-Yvelines à Versailles.

## La messagerie électronique

Au BDL, la messagerie est basée sur trois principes : arborescence, simplicité et fiabilité.

L'arborescence permet à chaque niveau d'avoir l'information nécessaire et suffisante pour router un courrier sans erreur. Chaque nœud de l'arbre est une machine gérant le courrier entre les nœuds inférieurs qui appartiennent à son domaine et le nœud supérieur qui est son relais vers le reste du monde. C'est ce qu'on appelle un *mailhost*.

De la même manière que **corton.inria.fr** a la connaissance du domaine **.fr**, **gentiane.bdl.fr** a la connaissance du domaine **bdl.fr**. Cette machine, est donc le *mailhost* du BDL.

L'organisation actuelle de la messagerie peut donc se résumer de la manière suivante:

### **gentiane**, *mailhost* du BDL

De ce fait, elle assure :

- la distribution du courrier local,
- la réception des courriers venant de l'extérieur,
- l'envoi via *Internet*

Au BDL, l'émission et la réception du courrier, se font exclusivement à partir de **gentiane.bdl.fr** le client X *xpbiff* installé sur cette station, assure l'alarme d'arrivée de mail ainsi que le lancement de l'utilitaire *elm* qui permet une utilisation conviviale de la messagerie.



