



HAL
open science

Intégrales Invariantes pour l'étude des milieux fissures: Revue et Verrous actuels

Loic Chrislin Nguedjio, Rostand Moutou Pitti, Benoît Blaysat, Frédéric
Dubois, Pierre Kisito Talla, Naman Recho

► To cite this version:

Loic Chrislin Nguedjio, Rostand Moutou Pitti, Benoît Blaysat, Frédéric Dubois, Pierre Kisito Talla, et al.. Intégrales Invariantes pour l'étude des milieux fissures: Revue et Verrous actuels. GT Rupture, 13èmes journées du GDR 3544 " Sciences du bois ", CNRS, Nov 2024, Nantes, France. hal-04885616

HAL Id: hal-04885616

<https://hal.science/hal-04885616v1>

Submitted on 14 Jan 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Intégrales Invariantes pour l'étude des milieux fissures: Revue et Verrous actuels

Loïc Chrislin NGUEDJIO ^{1,2}, Rostand MOUTOU PITTI ^{1,3} Benoit BLAYSAT ¹, Pierre Kisito TALLA ², Frédéric DUBOIS ⁴, Naman RECHO ¹

¹Université Clermont Auvergne, Clermont Auvergne INP, CNRS, Institut Pascal, F-63000, Clermont-Ferrand, France

²Unité de Recherche de Mécanique et de Modélisation des Systèmes des Physiques (UR2MSP) ; Département de Physiques, Faculté des Sciences, Université de Dschang, BP 67, Dschang, Cameroun

³CENAREST, IRT, BP14070, Libreville, Gabon

⁴University of Limoges, GC2D, UR 14477, 19300, Egletons, France

1. Contexte

2. Revue de la littérature sur les intégrales invariantes

3. Verrous actuels et objectifs de la thèse

4. Conclusion

MECANIQUE DE LA RUPTURE

Approche Locale

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \sum \alpha_m \sqrt{r} g_{ij}^{(m)}(\theta)$$

Singularité
au front de
fissure

Difficulté
d'évaluation
de l'énergie
restituée

Critère de fissuration

$$K = K_C$$

$$G = G_C$$

Propagation
de la fissure

$$K < K_C$$

$$G < G_C$$

Fissure non
propagée

Approche Globale

Taux de
restitution
d'énergie G

$$G = \frac{W_{rest}}{da} = \frac{W_{ext} - W_e}{da}$$

Calcul de G en
utilisant les
intégrales
invariantes

INTEGRALES INVARIANTES

Intégrales J et Gθ

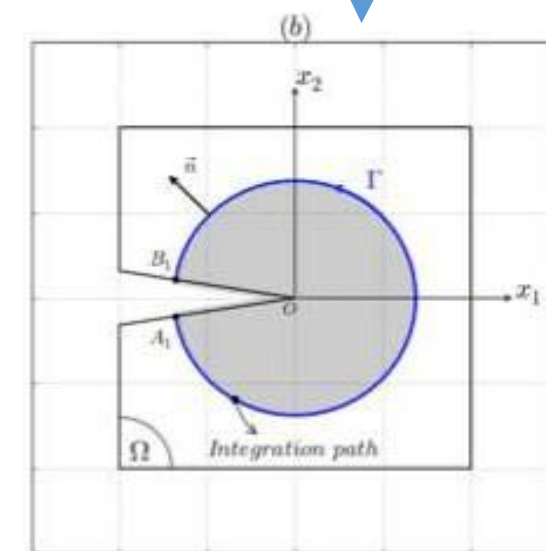
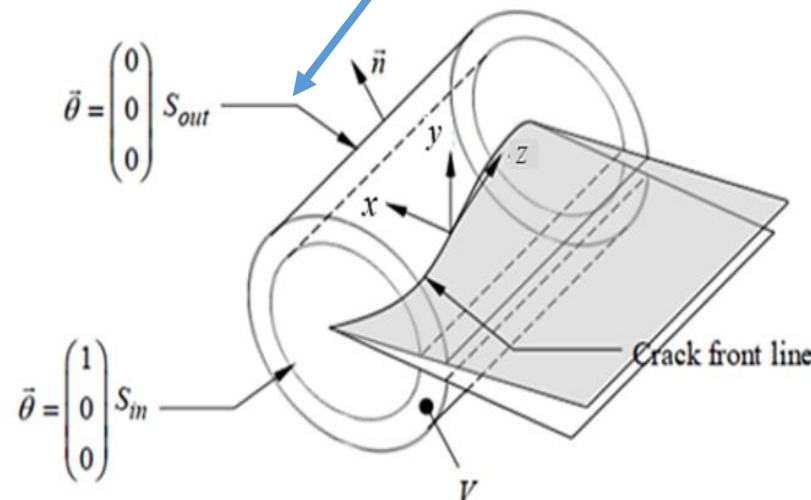
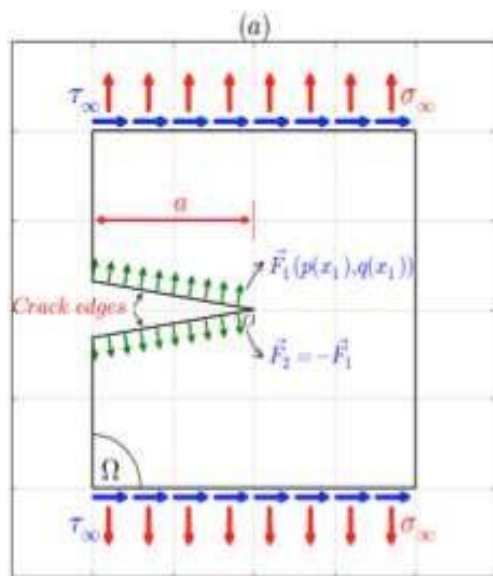
Pas de possibilité de découplage de mode mixte

$$J^{3D} = \int_{S_{out}} [W \cdot n_k - \sigma_{ij} \cdot n_j \cdot u_{i,k}] \cdot dS$$

$$-\int_{S_{CF+}} [\sigma_{ij} \cdot n_j \cdot u_{i,k}] dS + \int_{V_{out}} [\sigma_{ij} (u_{i,j})_{,k} - W_k] dV$$

$$G\theta^{3D} = \int_{S_{out}} [W \cdot \theta_{k,k} - \sigma_{ij} \cdot u_{i,k} \cdot \theta_{k,k}] \cdot dV$$

$$-\int_{S_{CF+}} [\sigma_{ij} \cdot u_{i,k} \cdot \theta_k] dS + \int_{V_{out}} [\sigma_{ij} (u_{i,j})_{,k} - W_k] \theta_k \cdot dV$$



INTEGRALES INVARIANTES

Intégrales M et $M\theta$

Champs réels

$$\varepsilon_{ij}^u = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$$

$$\sigma_{ij}^u = \lambda \delta_{ij} u_{k,k} + \mu(u_{i,j} + u_{j,i})$$

Absence des effets
thermo hydriquesDécouplage de
mode mixte

Champs virtuels

$$\varepsilon_{ij}^v = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i})$$

$$\sigma_{ij}^v = \lambda \delta_{ij} v_{k,k} + \mu(v_{i,j} + v_{j,i})$$

$$\begin{aligned} M^{3D} = & \frac{1}{2} \int_{S_{out}} [\sigma_{ij,k}^{(v)} \cdot u_i - \sigma_{ij}^{(u)} v_{i,k}] \cdot n_j \cdot dS \\ & - \frac{1}{2} \int_{S_{CF+}} [(\sigma_{ij}^{(v)} u_{i,k} + \sigma_{ij}^{(u)} v_{i,k}) \cdot n_j] dS \\ & + \frac{1}{2} \int_{V_{out}} [(\sigma_{ij}^{(v)} u_{i,k})_{,j} + (\sigma_{ij}^{(u)} v_{i,k})_{,j} - \sigma_{ij}^{(v)} (u_{i,j})_{,k} - \\ & \sigma_{ij}^{(u)} (v_{i,j})_{,k}] dV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M\theta^{3D} = & -\frac{1}{2} \int_V [\sigma_{ij,k}^{(v)} \cdot u_i - \sigma_{ij}^{(u)} v_{i,k}] \cdot \theta_{k,j} \cdot dV \\ & - \frac{1}{2} \int_{S_{CF+}} [(\sigma_{ij}^{(v)} u_{i,k} + \sigma_{ij}^{(u)} v_{i,k}) \cdot n_j] \theta_k \cdot dS \\ & + \frac{1}{2} \int_V [(\sigma_{ij}^{(v)} u_{i,k})_{,j} + (\sigma_{ij}^{(u)} v_{i,k})_{,j} - \sigma_{ij}^{(v)} (u_{i,j})_{,k} \\ & - \sigma_{ij}^{(u)} (v_{i,j})_{,k}] \theta_k \cdot dV \end{aligned}$$

INTEGRALES INVARIANTES

Intégrales T et $A\theta$

$$\begin{aligned}
\mathbf{T}^{3D} = & \frac{1}{2} \int_{S_{out}} \left[\sigma_{ij,k}^{(v)} \cdot u_i - \sigma_{ij}^{(u)} v_{i,k} + w_{,k}^{(u)} \cdot v_i + w^{(u)} \cdot v_{i,k} + v_{i,j} \partial x_j w_{,k}^{(u)} \right] \cdot n_j \cdot dS \\
& - \frac{1}{2} \int_{S_{CF+}} \left[\left(\sigma_{ij}^{(v)} u_{i,k} + (\sigma_{ij}^{(u)} - w_{ij}^{(u)}) v_{i,k} - v_{i,j} \partial x_j w_{,k}^{(u)} \right) \cdot n_j \right] dS + \frac{1}{2} \int_{V_{out}} \left[(\sigma_{ij}^{(v)} u_{i,k})_{,j} + \left((\sigma_{ij}^{(u)} - \right. \right. \\
& \left. \left. w_{ij}^{(u)}) v_{i,k} \right)_{,j} - \left(v_{i,j} \partial x_j w_{,k}^{(u)} \right)_{,j} - \sigma_{ij}^{(v)} (u_{i,j})_{,k} - (\sigma_{ij}^{(u)} - w_{ij}^{(u)}) (v_{i,j})_{,k} + w_{,k}^{(u)} v_{i,j} - w_{,j}^{(u)} \cdot v_{i,k} - w_{,kj}^{(u)} \cdot v_i \right] dV
\end{aligned}$$

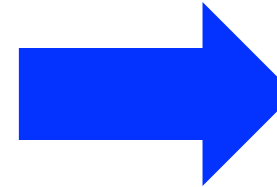
$$\begin{aligned}
\mathbf{A}\theta^{3D} = & -\frac{1}{2} \int_V \left[\sigma_{ij,k}^{(v)} \cdot u_i - \sigma_{ij}^{(u)} v_{i,k} + w_{,k}^{(u)} \cdot v_i + w^{(u)} \cdot v_{i,k} + v_{i,j} \partial x_j w_{,k}^{(u)} \right] \cdot \theta_{k,j} \cdot dV \\
& - \frac{1}{2} \int_{S_{CF+}} \left[\left(\sigma_{ij}^{(v)} u_{i,k} + (\sigma_{ij}^{(u)} - w_{ij}^{(u)}) v_{i,k} - v_{i,j} \partial x_j w_{,k}^{(u)} \right) \cdot n_j \right] \theta_k \cdot dS + \frac{1}{2} \int_V \left[(\sigma_{ij}^{(v)} u_{i,k})_{,j} + \left((\sigma_{ij}^{(u)} - w_{ij}^{(u)}) v_{i,k} \right)_{,j} - \right. \\
& \left. \left(v_{i,j} \partial x_j w_{,k}^{(u)} \right)_{,j} - \sigma_{ij}^{(v)} (u_{i,j})_{,k} - (\sigma_{ij}^{(u)} - w_{ij}^{(u)}) (v_{i,j})_{,k} + w_{,k}^{(u)} v_{i,j} - w_{,j}^{(u)} \cdot v_{i,k} - w_{,kj}^{(u)} \cdot v_i \right] \theta_k \cdot dV
\end{aligned}$$

Test de faisabilité expérimentale

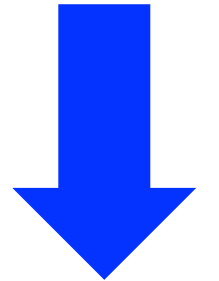
Eprouvette MMCG



Test du
modèle de
diffusion sur
épreuves
cubiques



Calcul de G Exp



Méthode LSA



- ❑ Réécrire analytiquement les intégrales T et A en 3D
- ❑ Implémentation numérique des intégrales T et A en orthotropie
- ❑ Généralisation des intégrales invariantes M-théta et A 3D au comportement viscoélastique en utilisant les modèles rhéologique fractionnaires
- ❑ Valider expérimentalement via la méthode LSA les méthodes analytiques et numériques

Conclusion ET PERSPECTIVES

- Efficacité des intégrales invariantes en mécanique de la rupture avérée**
- Evolution significative des techniques expérimentales**
- Formulation analytique des integrals T et A**
- Test des paramètres de diffusion Hydrique**
- Prise en main du logiciel Castem**
- Premières simulations éléments finis**
- Application des modèles rhéologiques fractionnaires pour les effets viscoélastiques**
- Prise en main des techniques LSA**

Rayonnement scientifique et diffusion des travaux

- ❑ **Article de revue sur les intégrales invariants: Global approaches in wood fracture mechanics: A review of path-independent integrals (en voie de soumission)**
- ❑ **SEM Annual Conference 2025 (USA): Analytical generalization of the T and A-theta integrals for the study of cracking in three-dimensional orthotropic medium**
- ❑ **ESMC 2025 (France): Decoupling of Mixed Crack Modes in a 3D Orthotropic Viscoelastic Medium with the Influence of a Moisture content Field**

Merci pour votre aimable attention !!!

Les auteurs remercient le programme l'ANR et la Région Auvergne Rhône Alpes à travers les projets WoodMob, DiamWood et ClimBois pour le soutien accordé à ce travail

Intégrales Invariantes pour l'étude des milieux fissures: Revue et Verrous actuels

Loïc Chrislin NGUEDJIO ^{1,2}, Rostand MOUTOU PITTI ^{1, 3} Benoit BLAYSAT ¹, Pierre Kisito TALLA ², Frédéric DUBOIS ⁴, Naman RECHO ¹

¹Université Clermont Auvergne, Clermont Auvergne INP, CNRS, Institut Pascal, F-63000, Clermont-Ferrand, France

²Unité de Recherche de Mécanique et de Modélisation des Systèmes des Physiques (UR2MSP) ; Département de Physiques, Faculté des Sciences, Université de Dschang, BP 67, Dschang, Cameroun

³CENAREST, IRT, BP14070, Libreville, Gabon

⁴University of Limoges, GC2D, UR 14477, 19300, Egletons, France