



HAL
open science

Eubulide et la conséquence logique

Paul Égré

► **To cite this version:**

Paul Égré. Eubulide et la conséquence logique. Revue de Métaphysique et de Morale, 2024, 2 (122), pp.243-265. hal-04875616

HAL Id: hal-04875616

<https://hal.science/hal-04875616v1>

Submitted on 8 Jan 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Eubulide et la conséquence logique

Paul Égré* (Institut Jean-Nicod, CNRS, ENS-PSL, EHESS)

Résumé : Eubulide de Milet est connu comme l’auteur d’un ensemble considérable d’arguments logiques déconcertants, encore appelés sophismes ou paradoxes. Parmi ceux-ci figurent l’antinomie du menteur et le paradoxe du Sorite. Peut-on donner une solution unifiée de ces paradoxes ? La réponse examinée dans cet essai est positive et vise à faire connaître la théorie *stricte-tolérante*, développée à l’origine pour résoudre le Sorite avant d’être transposée au menteur. Selon cette théorie, la conclusion d’un argument suit logiquement des prémisses quand la vérité *stricte* des prémisses implique la vérité *tolérante* de la conclusion. Si les notions de vérité stricte et tolérante coïncident dans un cadre bivalent, elles se recouvrent seulement partiellement dans un cadre trivalent. Nous expliquons en quel sens la théorie stricte-tolérante confère aux notions mêmes de vérité et de conséquence logique un caractère d’équivocité. Or l’identification d’une équivocité préside à la solution d’autres paradoxes, comme dans l’argument du Cornu également dû à Eubulide.

Summary: Eubulides of Miletus is known as the author of an impressive number of puzzling arguments, commonly known as sophisms or as paradoxes. Among those we find the antinomy of the Liar and the Sorites paradox. Can one give a unified solution to these paradoxes? The answer examined in this paper is positive and aims to introduce the *strict-tolerant* account, originally put forward to deal with the Sorites before being transposed to the Liar. According to this account, the conclusion of an argument follows logically from the premises when the *strict truth* of the premises implies the *tolerant truth* of the conclusion. But while the notions of strict truth and tolerant truth coincide in a two-valued setting, they overlap only partly in a three-valued setting. We explain in what sense the strict-tolerant account handles the notions of truth and validity as equivocal, first by showing how the identification of an equivocation solves other paradoxes, as in the problematic argument of the Horned man also due to Eubulides.

Mots-clés : paradoxe ; sophisme ; menteur ; Sorite ; Cornu ; Eubulide ; vérité ; validité ; logique stricte-tolérante ; logique trivalente ; logique sous-structurelle ; équivocité.

Keywords: paradox; sophism; Liar; Sorites; Horned Man; Eubulides; truth; validity; strict-tolerant logic; trivalent logic; substructural logic; equivocation.

* Je remercie les éditeurs de leur invitation, ainsi qu’un rapporteur anonyme, Jean-Pascal Anfray, et Quentin Blomet pour leurs commentaires sur la première version de ce texte. Mes remerciements vont également au programme PLEXUS Marie Skłodowska-Curie Action sur les logiques sous-structurelles, financé par l’UE au sein de l’appel Horizon 2020 Research and Innovation (accord n°101086295), à l’université Monash (Melbourne) pour son accueil dans le cadre de ce programme, et à l’Agence Nationale de la Recherche (programme FRONTCOG, ANR-17-EURE-0017).

1. Les paradoxes d'Eubulide

Bien que les écrits du philosophe mégarique Eubulide de Milet ne nous soient pas parvenus, Diogène Laërce (II, 108) lui attribue la paternité d'un ensemble considérable d'arguments logiques déconcertants, encore appelés sophismes ou paradoxes : « *Eubulide, ..., qui dans le domaine de la dialectique, produit de nombreux arguments de forme interrogative, le Menteur, le Caché, l'Electre, le Voilé, le Sorite, le Cornu, le Chauve* »¹. De façon tout à fait remarquable, ces arguments captieux, destinés à forcer la personne interrogée à admettre une contradiction ou une absurdité, ne se sont ni éteints ni perdus en vains exercices dialectiques. On les retrouve chacun, sous une forme ou sous une autre, au cœur de la logique contemporaine et de la philosophie analytique du langage initiées par Frege et Russell.

Le Caché, l'Electre, le Voilé, sont des énigmes qui posent la question de l'identité d'une même chose sous des modes de présentation différents. Ils préfigurent le problème de Frege, celui de savoir si les termes « l'étoile du soir » et « l'étoile du matin » désignent le même objet, ou des objets distincts². Ainsi, le Voilé se présente comme : « *Connais-tu celui qui s'approche et qui est voilé ? Non. (Ils enlèvent alors le voile). Mais connais-tu cet homme ? Oui. Donc tu connais et ne connais pas le même homme* »³.

Le Cornu soulève la question du caractère présuppositionnel de certaines expressions, comme pour le verbe *perdre* : « *ce que tu n'as pas perdu, tu l'as. Tu n'as pas perdu de cornes. Donc tu as des cornes* »⁴. Il faudra attendre les années 1950, avec les travaux pionniers de Peter Strawson, puis les années 1960 et 1970, avec ceux de Bas van Fraassen puis de Lauri Karttunen, pour que la notion même de présupposition soit clairement identifiée et systématisée, et que l'interaction entre négation et présupposition, sous-jacente à ce paradoxe, soit décrite et comprise⁵.

Outre ces deux familles de paradoxe, Diogène mentionne d'une part le Menteur, de l'autre le Sorite et le Chauve. Ce sont ces paradoxes que cet essai se propose de discuter spécifiquement. Commençons par le Sorite et le Chauve. Ce sont deux paradoxes très voisins. Le Sorite (parfois appelé le Tas) pose le problème de savoir quelle quantité de grains constitue un tas (*soros*). L'argument peut être présenté de la façon moderne suivante, qui s'écarte de la manière dialectique d'Eubulide (interrogative), mais qui nous servira par la suite :

1. Un seul grain de blé ne forme pas un tas.

¹ La citation est extraite de R. MULLER, *Les Mégariques – Fragments et témoignages*, Paris, Vrin, 1985, p. 31. Dans cet essai nous mentionnons les paradoxes avec une majuscule. Toutefois, nous nous autorisons à utiliser le terme « Sorite » pour désigner aussi bien la version du Chauve que la version du Tas. Pour un traitement différencié de ces deux paradoxes, voir Y. ITZHAKI, « Qualitative versus quantitative representation: a non-standard analysis of the sorites paradox », *Linguistics and Philosophy*, 44, 5(2021), 1013-1044.

² G. FREGE, « Sens et dénotation », in *Écrits logiques et philosophiques*, trad. fr. C. Imbert, Paris, le Seuil, 1971. Sur ce lien, voir G. PRIEST, « The hooded man », *Journal of Philosophical Logic*, 2002, 31, p. 445-467.

³ La citation est du Pseudo-Alexandre (*Réfutations sophistiques* 161, 12-44), telle que traduite par R. Muller, *ibid.*, p. 78.

⁴ Sénèque, *Ep.* 49, 8, in R. MULLER, *ibid.*, p. 85.

⁵ Voir P. STRAWSON, *Introduction to Logical Theory*, Londres, Methuen & Co., 1952 ; B. C. VAN FRAASSEN, « Presupposition, implication, and self-reference », *The Journal of Philosophy*, 65, 5(1968), p. 136-152; L. KARTTUNEN, « Presuppositions of compound sentences ». *Linguistic inquiry*, 1973, 4(2), p. 169-193. Sur l'analyse en termes de présupposition du Cornu, voir S. BOBZIEN, « How to give someone Horns – Paradoxes of Presupposition in Antiquity », *History of Philosophy & Logical Analysis*, 15, 1 (2012), p. 159-184, et la discussion ci-dessous en section 2.

2. Si n grains de blé ne forment pas un tas, alors $n+1$ grains ne forment pas un tas.
3. Donc aucun nombre n de grains de blé ne forme un tas.

La version dite du Chauve constitue une forme soustractive parfois appelée « descendante » du Sorite :

1. Un homme qui n'est pas chauve a un nombre déterminé de cheveux sur la tête.
2. Si un homme n'est pas chauve, alors lui ôter un seul cheveu ne le rendra pas chauve.
3. Donc, un homme qui n'a aucun cheveu sur la tête n'est pas chauve.

La philosophie du dix-neuvième siècle comporte quelques allusions au Sorite dans l'une ou l'autre de ces versions⁶, mais là encore, il faut attendre le vingtième siècle pour en trouver une discussion détaillée, chez Borel en 1907, puis Russell en 1923⁷, et de façon beaucoup plus fréquente à partir des années 1960 et 1970 avec une production considérable jusqu'à nos jours de solutions différentes⁸.

Considérons enfin le menteur, sans doute la plus célèbre de toutes ces apories. Soit la phrase (M) suivante :

(M) La phrase (M) n'est pas vraie.

Supposons que (M) soit vraie : alors il est vrai que la phrase (M) n'est pas vraie ; donc la phrase (M) n'est pas vraie. Mais si la phrase (M) n'est pas vraie, puisque c'est ce que dit la phrase (M), la phrase (M) est vraie. Donc la phrase (M) est vraie si et seulement si elle n'est pas vraie.

Ici encore la fortune du paradoxe du menteur est considérable. Chez les philosophes du quatorzième siècle notamment, en particulier Bradwardine et Buridan, qui en donnent une analyse fine dans leurs traités de logique sur les sophismes⁹. Puis, au vingtième siècle, le paradoxe sert notamment de matrice à la preuve produite par Gödel de l'incomplétude de l'arithmétique formelle (l'existence de propositions indémontrables ainsi que leur négation), le texte de Gödel faisant explicitement référence au menteur¹⁰. Il figure aussi au cœur de la théorie formelle de la vérité de Tarski, et dans le théorème de Tarski qui énonce qu'une théorie suffisamment expressive ne saurait contenir son propre prédicat de vérité sous peine de reproduire la contradiction du menteur¹¹.

La question que cet essai propose de traiter est la suivante : existe-t-il une manière commune de résoudre ces différents paradoxes ? Pour nous limiter au Sorite d'une part, et au menteur de

⁶ Voir notamment C. RENOUVIER, *Traité de logique générale et de logique formelle*. Seconde édition, Paris, Librairie Armand Colin (réimpression de 1912).

⁷ Voir E. BOREL, « Sur un paradoxe économique : Le Sophisme du tas de blé et les vérités statistiques ». *Revue du Mois* 4, 688–699, 1907. (Réimpr. in *Œuvres de Emile Borel*, Éditions du CNRS, 1972, t. IV, p. 2197–2208). B. RUSSELL « Vagueness », *Australasian Journal of Philosophy and Psychology*, 1923, 1, 84–92.

⁸ Voir l'ouvrage de T. WILLIAMSON, *Vagueness*, Londres, Routledge, 1994, pour un panorama historique, et P. ÉGRÉ, *Qu'est-ce que le vague ?* Paris, Vrin 2018.

⁹ J. BURIDAN, *Sophismes*, édition, trad. et présentation de J. Biard, Paris, Vrin 1993. T. BRADWARDINE, *Insolubilia*, édition, trad. angl. et présentation de S. Read, Dallas Medieval Texts and Translation, Louvain, Peeters, 2010.

¹⁰ K. GÖDEL « Über formalunentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I », *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38 (1931), p. 173–198, tr. fr. in *Le Théorème de Gödel*, Paris, Points-Seuil, 1997. Outre l'antinomie du menteur, Gödel mentionne également l'antinomie de Richard.

¹¹ A. TARSKI « Le concept de vérité dans les langages formalisés » 1933, « Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego », *Wydział III Nauk Matematyczno-Fizycznych* 34, Varsovie ; tr. angl. in A. TARSKI, *Logic, Semantics, Metamathematics*, 2nd ed. Indianapolis, Hackett Publishing, 1983, p. 152–278.

l'autre, peut-on donner une solution unifiée de ces deux paradoxes ? La réponse que je proposerai est positive, et vise à faire connaître une approche relativement récente du Sorite et du menteur, l'approche dite *stricte-tolérante* d'abord développée pour résoudre le paradoxe du Sorite¹², avant d'être transposée à l'analyse du menteur¹³. Une stratégie communément utilisée face à un paradoxe ou un sophisme consiste à y déceler une équivocité, autrement dit à montrer qu'un même terme est utilisé de manière différente d'une prémisses à une autre. La logique stricte-tolérante peut être rattachée à cette conception plus globale de la nature d'un paradoxe. Toutefois, elle traite la notion même de validité logique comme une notion hybride et en un sens équivoque, et elle se différencie en cela d'approches rivales qui visent à préserver la notion usuelle de validité mais à rejeter certaines prémisses comme fausses.

Afin de présenter la conception de la validité logique qui préside à la logique stricte-tolérante, nous commencerons par rappeler qu'il existe deux stratégies principales de résolution des paradoxes, en les illustrant sur le paradoxe du Cornu (section 2). Nous donnerons ensuite une présentation plus formelle du Sorite et du menteur, en illustrant d'abord la première de ces stratégies, consistant à rejeter l'une des prémisses comme fausse (section 3), puis la seconde, qui rejette la validité de l'argument, en donnant un aperçu de la manière dont une approche trivalente permet de traiter chacun des paradoxes. Nous présenterons ensuite la conception stricte-tolérante et la manière dont elle résout d'abord le Sorite (section 5), puis le menteur (section 6). Pour conclure, nous interrogerons le bien-fondé de l'approche stricte-tolérante, et notamment la révision qu'elle opère du concept classique de conséquence logique (section 7).

2. Comment résoudre un paradoxe ?

Les énigmes d'Eubulide ont toutes en commun de partir de prémisses plausibles, pour aboutir, par un raisonnement également plausible, à une conclusion absurde ou contradictoire. Elles répondent en cela à la caractérisation que Quine donne d'un paradoxe « falsidique », encore appelée « antinomie », conduisant à une conclusion fautive et même contradictoire¹⁴. Les auteurs médiévaux qualifient ces arguments de sophismes, un terme encore utilisé par Borel en 1907 pour présenter le Sorite.

La notion de sophisme implique que l'argument utilisé soit fallacieux, qu'il présente un vice ou un défaut. Or il existe deux stratégies typiques pour défaire un raisonnement fallacieux. La première consiste à accepter la validité du raisonnement, mais à montrer qu'au moins l'une des prémisses est en réalité fautive, contrairement aux apparences. La seconde consiste, inversement, à accepter la vérité des prémisses, mais à montrer que le raisonnement n'est pas valide, contrairement aux apparences.

¹² P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. VAN ROOIJ, « Tolerant, classical, strict », *Journal of Philosophical Logic*, 41 (2012), p. 347-385, et R. VAN ROOIJ, « Vagueness, tolerance and non-transitive entailment », in P. Cintula, C. Fermüller, L. Godo, P. Hájek (dir.), *Understanding vagueness: Logical, Philosophical, and Linguistic Perspectives*, 2011, UK, College Publications.

¹³ D. RIPLEY, « Conservatively extending classical logic with transparent truth », *The Review of Symbolic Logic*, 5, 2 (2012), p. 354-378, et P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. VAN ROOIJ, « Reaching transparent truth », *Mind*, 122, 488 (2012), p. 841-866.

¹⁴ W.V.O. QUINE, « The Ways of Paradox » 1966, trad. fr. in W.V.O. Quine *Les voies du paradoxe et autres essais*, sous la dir. de S. Bozon et S. Plaud, Paris, Vrin, 2011. Quine oppose en cela les paradoxes falsidiques aux paradoxes véridiques, à savoir des arguments ou des énoncés qui paraissent faux ou invraisemblables, mais qui affirment une proposition vraie. Un exemple célèbre proposé par Quine est « Frédéric a 21 ans mais n'a fêté que cinq anniversaires ». L'énoncé paraît absurde, mais on reconnaît sa vérité après avoir remarqué que cet homme est né lors d'une année bissextile.

Considérons pour illustrer ces approches l'argument du Cornu : « *ce que tu n'as pas perdu, tu l'as. Tu n'as pas perdu de cornes. Donc tu as des cornes* ». La première manière de traiter l'argument est d'accepter que l'argument soit valide, autrement dit qu'il préserve la vérité supposée des prémisses en allant des prémisses à la conclusion, mais elle conteste la vérité de l'une de ses prémisses. Ainsi, la première prémisse « ce que tu n'as pas perdu, tu l'as », peut justement être considérée comme fautive en général, car on peut voir l'argument précisément comme une manière de mettre à jour la fausseté de cet énoncé. Parce que l'argument aboutit à une absurdité, on doit inférer de la fausseté de la conclusion qu'au moins une des prémisses est fautive dès lors que l'argument est valide. En l'occurrence, il serait faux que, de toute chose qu'on n'a pas perdue, on la possède, comme justement le montre le fait qu'on peut n'avoir pas perdu de cornes sans posséder de cornes.

La seconde manière de traiter le paradoxe consiste à accepter la vérité conjointe des prémisses, mais à refuser la validité du raisonnement. Dans ce cas, il faut montrer que les prémisses peuvent être vraies simultanément, sans que la conclusion ne soit vraie pour autant. Une façon spécifique de contester la validité d'un raisonnement est de montrer qu'au moins un terme de l'argument est utilisé de deux façons différentes, autrement dit que l'argument commet un paralogisme de l'équivocité. Soit la première prémisse : « ce que tu n'as pas perdu, tu l'as ». Si l'on interprète le verbe « perdre » dans son sens présuppositionnel, alors on ne saurait perdre quelque chose que si on l'a possédé. Mais considérons la seconde prémisse : « tu n'as pas perdu de cornes ». Cette prémisse a une lecture qui suspend ou *annule* la présupposition du verbe « perdre », ce que l'on peut rendre par : « ce n'est pas le cas que tu as perdu des cornes, *puisque tu n'as jamais eu de cornes* », pour indiquer que justement, la présupposition même du verbe « perdre » n'est pas satisfaite. Dans ce cas, la vérité de la première prémisse est acceptée sous la lecture présuppositionnelle, mais la vérité de la seconde prémisse revient à annuler la présupposition du verbe « perdre ». Sous cette seconde lecture qui suspend la présupposition de « perdre », « tu n'as pas perdu de corne » ne peut alors plus instancier l'énoncé universel « ce que tu n'as pas perdu, tu l'as ». L'argument cesse d'être valide.

Pour mieux voir la différence entre ces deux analyses du Cornu, considérons deux traductions parmi d'autres de l'argument en logique des prédicats. Soit P le symbole de prédicat binaire pour « perdre », A le symbole binaire pour « avoir (présentement) en sa possession », U le symbole binaire pour « avoir eu en sa possession », et soit les constantes d'individus t pour l'agent, et c pour une corne spécifique. La première analyse du Cornu correspond à la paraphrase (1) ci-dessous, la seconde à la paraphrase (2). L'argument (1) est valide en logique des prédicats. La seconde analyse du Cornu, l'analyse présuppositionnelle, traite ici la présupposition du verbe « perdre » à l'aide du prédicat « avoir eu en sa possession ». Cette fois, l'inférence de (2a) et (2b) vers (2c) n'est plus valide, car la négation en (2b) prend portée large sur la conjonction de (Utc & Ptc), alors qu'en (2a) elle prend portée sous la conjonction, uniquement sur le prédicat Pxy . Alors que (1b) correspond à une instanciation correcte de la quantification universelle donnée en (1a), (2b) n'est pas une instanciation correcte.

- (1) a. $\forall x\forall y(\neg Pxy \rightarrow Axy)$
 b. $\neg Ptc$
 c. Atc
- (2) a. $\forall x\forall y((Uxy \wedge \neg Pxy) \rightarrow Axy)$
 b. $\neg(Utc \wedge Ptc)$
 c. Atc

La question se pose naturellement de savoir laquelle de ces deux analyses est la meilleure. À première vue, l'analyse (1) est la plus simple, puisqu'elle n'introduit pas le prédicat auxiliaire U . En réalité, l'analyse (2) est la plus fine et la plus intéressante des deux, car c'est elle qui rend explicite le caractère présuppositionnel du verbe « perdre ». Elle explique en outre le sophisme par un phénomène de portée de la négation, dont on sait que la position syntaxique est source d'autres confusions du même type dans d'autres contextes¹⁵. Cette seconde solution raffine en outre la première tout en en préservant l'esprit, ce qui explique du reste que le Cornu en ressorte comme un paradoxe facile à résoudre¹⁶.

3. Le Sorite et le menteur

Venons-en à présent à l'examen du Sorite et du menteur, considérés à juste titre comme des paradoxes plus difficiles à résoudre que le Cornu. Pour chacun de ces paradoxes, les deux types de stratégies présentées plus haut s'appliquent-elles aussi ? Et la stratégie consistant à contester la validité du raisonnement est-elle toujours la meilleure ?

Commençons par examiner la première stratégie, qui admet que ces arguments sont valides, mais qui conteste la vérité d'une ou plusieurs prémisses. Le cas du sorite est le plus facile à illustrer. Il ne fait apparemment aucun doute qu'un seul grain de blé ne forme pas un tas. En revanche, il peut sembler douteux que l'ajout d'un seul grain de blé à ce qui n'est pas un tas ne forme pas un tas. Ne se pourrait-il pas, après tout, que l'ajout d'un seul blé ne puisse faire une différence décisive dans certains cas ?

C'est la position défendue par Roy Sorensen puis par Timothy Williamson¹⁷, et connue sous le nom de théorie *épistémique* du vague. L'idée de Williamson est que le vague même du terme « tas » correspond à une forme d'ignorance nécessaire, à savoir celle d'une frontière sous-jacente à nos usages du mot « tas », frontière impliquée par le fait même que nous

¹⁵ Cette impression d'équivocité n'a pas échappé aux anciens. Aulu-Gelle dans la présentation du Cornu qu'il donne (in R. MULLER, *les Mégariques*, p. 85) indique ainsi : « il est, semble-t-il, des questions dans lesquelles on serait pris au piège si l'on répondait brièvement en se limitant à ce qui a été demandé ». Plus loin, le texte d'Aulu-Gelle ajoute : « il est par conséquent plus prudent de répondre : « ce que je possède, je l'ai si je ne l'ai pas perdu » ». On s'attend toutefois à lire : « ce que je n'ai pas perdu, je l'ai si je le possédais », ce qui soulignerait justement le caractère présuppositionnel du verbe « perdre ».

¹⁶ Cette notion de difficulté intrinsèque constitue pour certains la différence entre un simple sophisme et une antinomie, voir notamment Quine, « Les voies du paradoxe ». Pour une discussion épistémologique récente de la notion de paradoxe, voire S. OMS, « Some remarks on the notion of paradox », *Acta Analytica* 38 (2023), p. 211-228.

¹⁷ R. SORENSEN, *Blindspots*. Oxford, Clarendon Press, 1988. T. WILLIAMSON, *ibid.*, et T. WILLIAMSON, « Vagueness and Ignorance », *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary Volumes, 66 (1992), p. 145-162.

acceptons qu'un seul grain ou encore aucun grain ne forme pas un tas, alors que nous refusons de dire qu'une collection finie de grains, suffisamment large, ne forme pas un tas¹⁸. La forme de l'argument du Sorite l'apparente au principe d'induction mathématique, comme le montre la formalisation (3) donnée ci-dessous (dans laquelle pour faciliter la transposition au cas du Chauve nous utilisons P pour représenter le prédicat « ne pas être un tas » / « être chauve », et sa négation pour « être un tas » / « ne pas être chauve »). Si toutefois nous refusons la conclusion du Sorite, en acceptant qu'il existe au moins un tas formé d'une collection finie k de grains de blé (4b), nous devons accepter la négation de la prémisse universelle (3b) du Sorite (appelée *principe de tolérance* par Crispin Wright¹⁹). Cela implique qu'il existe un entier n tel que $P(n) \ \& \ \neg P(n+1)$, soit une valeur frontière pour l'application du prédicat P (voir 4c).

- (3) a. $P(0)$
 b. $\forall n(P(n) \rightarrow P(n+1))$
 c. $\forall nP(n)$

- (4) a. $P(0)$
 b. $\neg P(k)$
 c. $\exists n(P(n) \wedge \neg P(n+1))$

La conception épistémique du vague répugne toutefois au sens commun. Borel, par exemple, n'écrit-il pas dès 1907 dans sa présentation de l'argument sorite : « *Un grain de blé ne constitue pas un tas ; ni deux grains ; ni trois grains ; ... d'autre part, si un million de grains sont réunis, on s'accordera pour dire qu'ils forment un tas. Quelle est la limite exacte ? Devra-t-on dire que 2342 grains, par exemple, ne forment pas un tas, tandis que 2343 grains en forment un ? C'est manifestement ridicule.* »

La réponse donnée par Williamson à ce type d'objection dans ses écrits est cependant que l'intuition qui nous pousse à accepter la vérité du principe d'induction soritique est confuse. Borel, quant à lui, semble plutôt considérer qu'on peut admettre la vérité de l'énoncé existentiel (4c) sans être commis à admettre la vérité de toute instance spécifique de cette énoncé, une position qui devance en cela la conception dite *supervaluationniste* du vague, d'après laquelle pour qu'un énoncé soit vrai *simpliciter*, il faut qu'il soit vrai dans toutes les interprétations qui spécifient complètement le sens de ses termes vagues²⁰. La conception supervaluationniste oblige toutefois à une révision de la logique classique. Pour Williamson, l'approche qui considère le Sorite comme un argument valide, mais doué d'une prémisse fautive, reste la plus simple, et la mieux fondée, car elle maintient qu'un énoncé existentiel vrai doit impliquer la vérité d'une de ses instances spécifiques.

¹⁸ T. WILLIAMSON, *ibid.*, attribue cette conception épistémique au stoïcien Chrysippe. Pour une discussion critique de l'interprétation de Williamson, qui conteste que Chrysippe adopte la vision épistémique, voir l'article de S. BOBZIEN, « Chrysippus and the epistemic theory of vagueness », *Proceedings of the Aristotelian Society*, 102 (2002), p. 217-238.

¹⁹ C. WRIGHT, « Language mastery and the sorites paradox », in G. Evans and J. McDowell (dir.), *Truth and Meaning*, Oxford, Oxford University Press, 1976, p. 223-247.

²⁰ La conception supervaluationniste trouve ses origines chez H. MEHLBERG, *The Reach of Science*, Toronto, University of Toronto Press, 1958 ; elle est formalisée à la même époque chez K. FINE « Vagueness, truth and logic », *Synthese*, 30 (1975), p. 265-300, et chez H. KAMP « Two theories about adjectives », in E. L. Keenan (dir.), *Formal semantics of natural language*, p. 123-155, 1975, Cambridge, Cambridge University Press.

Venons-en à présent au Menteur. Dans le cas du Menteur, on aboutit à une contradiction par l'effet de plusieurs règles d'inférence logique, mais également de principes réglant l'usage du prédicat de vérité. Le premier de ces principes est la possibilité même de *définir* un énoncé qui affirme de lui-même qu'il n'est pas vrai. Le second principe est le principe d'*identité* de la vérité, également appelé principe de transparence ou d'intersubstituabilité de la vérité. Selon ce principe, formulé en particulier par Tarski, si un énoncé A est vrai, alors « l'énoncé <A> est vrai » est vrai, et réciproquement. Autrement dit, tout énoncé A et sa version métalinguistique « l'énoncé <A> est vrai » doivent coïncider en valeur de vérité. On peut voir l'effet de ces deux principes dans la preuve de contradiction donnée en (5)²¹ :

(5)

$$\begin{array}{c}
 \frac{\top}{T\langle M \rangle \vee \neg T\langle M \rangle} \text{ Tiers-exclu} \quad \frac{\frac{\frac{T\langle M \rangle}{M} \text{ identité } (\downarrow) \text{ de } T}{\neg T\langle M \rangle} \text{ définition de } M}{T\langle M \rangle \wedge \neg T\langle M \rangle} \text{ intro. conjonction} \quad \frac{\frac{\frac{\neg T\langle M \rangle}{M} \text{ définition de } M}{T\langle M \rangle} \text{ identité } (\uparrow) \text{ de } T}{T\langle M \rangle \wedge \neg T\langle M \rangle} \text{ intro. conjonction} \\
 \hline
 \frac{T\langle M \rangle \wedge \neg T\langle M \rangle}{\perp} \text{ Ex Falso Quodlibet}
 \end{array}$$

La preuve fait en outre intervenir plusieurs principes logiques : le principe du tiers-exclu, qui permet de supposer que le Menteur soit est vrai, soit n'est pas vrai, et différentes règles d'inférence, comme l'introduction de la conjonction qui permet de dériver une contradiction de chacune des hypothèses, l'élimination de la disjonction qui correspond au raisonnement par cas, et la règle Ex Falso Quodlibet qui permet de dériver n'importe quelle fausseté d'une contradiction²².

En admettant que les principes logiques utilisés sont valides, alors les deux principes non-logiques contestables concernent la définissabilité même d'un énoncé comme le Menteur, et le principe d'identité de la vérité. La conception de Tarski était que le langage n'est pas clos sous l'application du prédicat de vérité. Autrement dit, un énoncé de la forme « T<A> » est censé appartenir à un méta-langage distinct du langage auquel appartient l'énoncé A. Cette solution empêche de définir un énoncé comme le Menteur. Elle revient aussi à limiter le principe d'identité de la vérité à des énoncés syntaxiquement cantonnés à un niveau.

D'autres auteurs admettent la possibilité de clôturer le langage sous l'application du prédicat de vérité, mais ils refusent dans ce cas le principe d'identité de la vérité : le paradoxe même du Menteur nous montrerait que le prédicat de vérité n'obéit pas au principe d'identité, en dépit de sa plausibilité initiale. Par exemple, pour limiter le principe d'identité, on pourrait admettre seulement la version descendante du principe d'identité (marquée d'une flèche

²¹ La preuve est reprise de P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. VAN ROOIJ, « Reaching transparent truth ». Cette preuve, dans laquelle le symbole \top désigne le vrai, et sa version renversée \perp le faux, et où <A> est un nom de l'énoncé A, présente le principe d'identité de la vérité sous forme de deux règles d'inférence, mais sachant qu'on pourrait aussi les présenter sous la forme d'énoncés biconditionnels (les équivalences-T de Tarski), auxquels on appliquerait alors la règle logique du *modus ponens*.

²² Cette preuve distingue à dessein une contradiction de la forme $T\langle M \rangle \ \& \ \neg T\langle M \rangle$ de la formule \perp car bien que toutes deux désignent le faux en logique classique, en logique trivalente la première peut prendre la valeur $\frac{1}{2}$ alors que la seconde prend nécessairement la valeur 0. Il en va de même pour \top et $T\langle M \rangle \ \& \ \neg T\langle M \rangle$ relativement à la valeur 1. La même preuve reste donc valide en logique classique sans qu'on ait besoin d'ajouter les formules marquées par \top et \perp . Mais il est utile de présenter le Tiers-Exclu et la règle Ex Falso comme des règles d'inférence, pour distinguer notamment la logique stricte-tolérante, qui les accepte chacune, de la logique de Kleene fort qui rejette la première et de la logique du paradoxe de Priest qui rejette la seconde.

orientée vers le bas sur la figure), mais pas sa version ascendante (marquée d'une flèche orientée vers le haut). On trouve les antécédents de cette approche dès le Moyen-Âge, notamment chez Buridan dans les *Sophismata* (Chapitre 8, Sophisme 11), qui admet que si le menteur est vrai, alors il n'est pas vrai, mais qui conteste que de l'affirmation que le menteur n'est pas vrai, on puisse en inférer que le menteur est par là-même vrai.

L'inconvénient de la solution de Tarski est toutefois qu'elle semble trop drastique, comme le soutient Kripke²³: il existe bien des situations empiriques dans lesquelles un énoncé déclare d'un autre énoncé qu'il est vrai, et ce dernier du précédent qu'il est faux, sans qu'il soit possible d'assigner un niveau différencié à chaque prédicat de vérité utilisé. La solution consistant à contester le principe d'identité paraît plus satisfaisante de ce point de vue, mais chez Buridan par exemple sa justification est complexe et peut sembler *ad hoc* pour cette raison.

4. L'approche trivalente

Les solutions mentionnées pour le sorite comme pour le menteur dans la section qui précèdent obéissent à la logique classique. Dans le cas du menteur, il est toutefois un principe qui semble naturellement devoir être remis en cause, à savoir le principe du Tiers-Exclu. La remise en cause de ce principe figure dans plusieurs traitements non-classiques du menteur, mais aussi du Sorite, et il est naturel de les rapprocher.

Considérons d'abord le menteur. La théorie de la vérité de Kripke vise à préserver et la clôture du langage sous le prédicat de vérité, et le principe d'identité de la vérité, mais dans la preuve (5) qui précède elle met en cause l'hypothèse du Tiers-Exclu. Une manière directe de présenter l'approche de Kripke est de considérer la perspective trivalente qu'il adopte. Chaque énoncé est soit vrai (de valeur 1), soit faux (de valeur 0), soit ni vrai ni faux (ce qu'on peut représenter par la valeur $\frac{1}{2}$). Kripke adopte la logique dite de Kleene forte pour traiter le menteur : dans cette logique, la négation d'un énoncé vaut 1 moins la valeur de l'énoncé, la conjonction vaut le minimum des valeurs des conjoints, et la disjonction leur maximum. La sémantique de la négation permet de préserver l'identité de la vérité y compris pour l'énoncé du menteur : si le menteur M est un énoncé qui ne vaut ni 1 ni 0, alors sa valeur est $\frac{1}{2}$, et $T\langle M \rangle$ aussi vaut $\frac{1}{2}$ par le principe d'identité, de même que $\neg T\langle M \rangle$ par la sémantique de la négation. Pour le tiers-exclu, la valeur de la disjonction $T\langle M \rangle \vee \neg T\langle M \rangle$ vaut donc aussi $\frac{1}{2}$. Considérons l'étape de l'argument du menteur donné en (5) d'élimination de la disjonction. Cette inférence reste valide, mais le menteur ne correspond pas à une instance valide du Tiers-Exclu. Toute la force de la théorie de Kripke est par ailleurs de montrer comment construire un prédicat de vérité qui obéisse de façon harmonieuse à la logique de Kleene et qui satisfasse le principe d'identité de la vérité.

Il existe une approche analogue dans le cas du Sorite²⁴: chaque application d'un prédicat vague (comme le prédicat « être un tas ») est susceptible d'être vraie (=1), fautive (=0), ou indéterminée ($\frac{1}{2}$). Supposons par exemple que $P(0)$ prend la valeur 1, de même que $\neg P(1000000)$, comme dans l'argument (4) ci-dessus. Dans ce cas, et en adoptant la même

²³ S. KRIPKE, « Outline of a theory of truth », *The Journal of Philosophy*, 72, 19 (1975), p. 690-716; trad. fr. S. Bozon, « Esquisse d'une théorie de la vérité », in D. Bonnay et MM. Cozic (dirs.), *Philosophie de la logique : conséquence, preuve et vérité*, Paris, Vrin, 2009, p. 336-###.

²⁴ Voir M. TYE, « Sorites paradoxes and the semantics of vagueness », *Philosophical perspectives*, 8 (1994), p. 189-206.

logique de Kleene forte pour les connecteurs, on peut représenter une série soritique comme constituée de trois régions : la région comprenant des cas où le prédicat « tas » s'applique clairement (ou P prend la valeur 1), la région comprenant des cas indéterminés d'application du prédicat (où P prend la valeur $\frac{1}{2}$), et la région comprenant les cas où une collection de grains n'est clairement pas un tas (où P prend la valeur 0). Supposons en outre qu'il n'existe aucune paire de nombres consécutifs tels que $P(n)$ reçoive la valeur 1 et $\neg P(n+1)$ la valeur 1, mais que le dernier cas où $P(n)$ reçoit la valeur 1 est celui où $P(n+1)$ prend la valeur $\frac{1}{2}$. Dans ce cas, la conclusion existentielle (4c) de l'argument ne prend pas la valeur 1. Autrement dit, l'argument (4) n'est pas valide.

L'approche trivalente de chacun de ces paradoxes offre plus de latitude que l'approche bivalente : dans le cas du sorite, on évite la conclusion que Borel qualifie de « ridicule » en traitant la prémisse majeure comme indéterminée (plutôt que fausse), tout comme sa négation (indéterminée plutôt que vraie), et il en va de même pour l'énoncé du menteur (indéterminé plutôt que simplement faux comme chez Buridan au détriment du principe d'identité). Il reste cependant une difficulté pour ces approches dites « paracomplètes » du menteur comme du sorite dans la logique de Kleene²⁵. Pour le sorite, le problème est que si l'argument donné en (4) n'est pas valide, l'argument donné en (3) lui reste valide : supposé que la prémisse majeure du sorite prenne la valeur 1, de même que sa prémisse mineure, alors la conclusion aussi doit prendre la valeur 1.

S'agissant du menteur, on retrouve une difficulté analogue dans la théorie de Kripke : bien que le menteur ne soit ni vrai ni faux du point de vue de la métathéorie, et que l'hypothèse que $T\langle M \rangle \vee \neg T\langle M \rangle$ aboutisse à une contradiction, on ne peut en dériver la négation $\neg(T\langle M \rangle \vee \neg T\langle M \rangle)$ dans le langage-objet. Dans chaque cas, on perd un lien intuitif entre le fait d'inférer une contradiction d'un principe donné, et la possibilité de nier ce principe. Naturellement, on peut considérer que c'est le prix à payer pour résoudre chacun de ces paradoxes. Dans ce qui suit, toutefois, je propose de considérer une approche trivalente voisine, l'approche stricte-tolérante, qui propose une vision toutefois substantiellement différente du lien entre vérité et fausseté.

5. La conception stricte-tolérante

La conception dite stricte-tolérante est issue d'une analyse des prédicats vagues destinée à résoudre le Sorite²⁶. Selon cette approche, les prédicats vagues obéissent à la sémantique trivalente décrite plus haut, ils admettent des cas clairs d'application (pour lesquels la valeur de vérité associée est 1), des cas clairs d'exclusion (pour lesquels la valeur associée est 0), et des cas incertains ou douteux (pour lesquels la valeur associée est $\frac{1}{2}$).

²⁵ Ces approches sont appelées *paracomplètes* en cela qu'elles n'obéissent pas au principe du tiers-exclu : on ne peut inférer $A \vee \neg A$ de tout B . Elles se distinguent des approches *paraconsistantes*, qui inversement obéissent au tiers-exclu, mais refusent qu'une contradiction implique n'importe quel énoncé, à savoir que de $A \& \neg A$ on puisse inférer B pour n'importe quel B . Pour une introduction à ces logiques, voir G. PRIEST, *An introduction to non-classical logics : from if to is*, Cambridge, Cambridge University Press, 2008.

²⁶ Voir P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. van ROOIJ, « Tolerant, classical, strict ».

La théorie admet deux notions de vérité, une notion forte et une notion faible. Selon la notion forte dite « stricte », un énoncé est vrai quand il prend la valeur 1, et selon la notion faible encore appelée « tolérante », un énoncé est vrai quand il prend la valeur 1 ou la valeur $\frac{1}{2}$. La sémantique des connecteurs, et notamment de la négation, est la même que précédemment, à savoir la sémantique de Kleene forte. À chaque prédicat vague correspond une interprétation trivalente, de sorte qu'on peut parler de l'interprétation stricte du prédicat (les cas pour lesquels il prend la valeur 1), et de son interprétation tolérante (les cas pour lesquels il prend la valeur 1 ou la valeur $\frac{1}{2}$). Par définition, l'interprétation tolérante est donc plus large que l'interprétation stricte.

Considérons un individu qui n'est ni suffisamment dégarni pour qu'on le dise chauve sans hésiter, ni suffisamment chevelu pour qu'on déclare qu'il n'est pas chauve sans hésiter. Il s'agit d'un cas pour lequel le prédicat « chauve » reçoit la valeur $\frac{1}{2}$. Il n'est donc pas vrai strictement que l'individu est chauve. En revanche, il est vrai de façon tolérante que l'individu est chauve, et vrai aussi de façon tolérante qu'il n'est pas chauve (compte tenu de la sémantique de la négation). Un tel cas incertain autorise même la vérité tolérante de la conjonction contradictoire « cet individu est chauve et n'est pas chauve »²⁷. La sémantique tolérante est en cela *paraconsistante*, elle admet que certaines contradictions pénombrales puissent être vraies, alors que la sémantique stricte est *paracomplète*, puisqu'inversement, la disjonction « cet individu est chauve ou n'est pas chauve » n'est pas strictement vraie dans ce cas-là.

Considérons à présent la prémisse principale de l'argument soritique, dans la version du Chauve formalisée en (3) dans laquelle le symbole P représente le prédicat « chauve ». La prémisse (3a), $P(0)$, est vraie strictement, car un individu avec 0 cheveux sur le crâne est clairement chauve. Qu'en est-il de la prémisse principale (3b) ? En nous restreignant au même type de série soritique que précédemment, telle que la différence en valeur de vérité entre $P(n)$ et $P(n+1)$ n'excède jamais $\frac{1}{2}$, alors la prémisse (3b) ne saurait être vraie strictement. En revanche, elle est vraie de façon tolérante en pareil cas, puisque pour manquer d'être vraie de façon tolérante, il faudrait qu'il existe un individu clairement chauve dont le successeur soit clairement non-chauve. L'intuition sous-jacente à la prémisse principale du sorite, selon cette approche, est que s'il est *vrai strictement* que $P(n)$, alors il est *vrai de façon tolérante* que $P(n+1)$.

Cette observation est le cœur de la théorie stricte-tolérante, car elle motive une révision du concept ordinaire de conséquence logique. Dans cette nouvelle approche, la conséquence logique est définie comme le fait que la vérité stricte des prémisses implique la vérité tolérante de la conclusion. Étant donnée une série soritique pour le prédicat P , la vérité stricte de $P(n)$ implique la vérité tolérante de $P(n+1)$. Le paradoxe se résout par le fait qu'on peut admettre qu'il est vrai strictement qu'un individu qui a 100000 cheveux sur le crâne n'est pas chauve, qu'il est vrai strictement qu'un individu qui a 0 cheveux sur la tête est chauve, et que de tout individu, s'il est vrai strictement qu'il est chauve en ayant n cheveux sur la tête, alors il est vrai de façon tolérante qu'il est chauve en ayant $n+1$ cheveux sur la tête.

Comme annoncé au début de cet essai, cette solution revient donc à considérer que le même prédicat est utilisé de façon équivoque dans sa prémisse majeure. En cela, l'approche

²⁷ Sur l'assertabilité de ces contradictions fondées sur des cas-limites, voir D. RIPLEY, « Contradictions at the border », in R. Nouwen, H. C. Schmitz, et R. van Rooij (dir.), *Vagueness in communication*, Berlin, Springer, 2011, p. 169–188, et aussi S. ALXATIB et F. J. PELLETIER, « The psychology of vagueness: Borderline cases and contradictions », *Mind & Language*, 26, 3 (2011), p. 287–326.

stricte-tolérante revient donc à dire qu'il existe une forme plus explicite de l'argument du sorite qui le rendrait invalide, comme dans notre seconde analyse du cornu. Cette manière plus explicite serait de faire apparaître des modalités pour exprimer les opérateurs « strictement vrai » (\bullet) et « vrai de façon tolérante » ($\neg\bullet\neg$) dans le langage-objet, comme indiqué en (7). La conclusion (7c) ne suit pas en logique classique des prémisses, car le conséquent de (7b) est plus faible que son antécédent.

- (7) a. $\Box P(0)$
 b. $\forall n(\Box P(n) \rightarrow \neg\Box\neg P(n+1))$
 c. $\forall n\Box P(n+1)$

En pratique, cependant, la théorie stricte-tolérante propose non pas de modifier la forme logique de l'argument (3) dans un cadre classique enrichi d'opérateurs, mais de préserver sa forme logique initiale et de l'évaluer dans un cadre non classique²⁸. Dans ce cadre, la théorie stricte-tolérante implique que les deux arguments (3) et (4) sont chacun valides, au sens où, quand les prémisses sont strictement vraies, la conclusion est vraie de façon tolérante. Sauf que précisément, la vérité de la prémisse (3b) n'est pas admise de façon stricte, et de la même façon, la conclusion (4c) ne vaut pas de façon stricte, mais seulement de façon tolérante.

Une façon plus simple et plus éloquente de représenter le sorite suivant cette approche est sous la forme d'une chaîne d'inférences, partant de $P(0)$ et aboutissant à $P(k)$ pour n'importe quel k , telle que représentée en (8). Supposons que $k = 100000$, et qu'encore une fois, on se restreigne à toutes les séries soritiques dans lesquelles la différence en valeur de vérité entre $P(n)$ et $P(n+1)$ n'excède jamais $\frac{1}{2}$. Alors, chacune des étapes d'inférence de cette chaîne d'arguments est valide au sens de la logique stricte-tolérante : quand $P(n)$ est vrai au sens strict, $P(n+1)$ est vrai au sens tolérant. De la même manière, quand $P(k)$ est vrai au sens strict, et que la négation de $P(k)$ est vraie au sens strict, il en résulte une contradiction (représentée par le symbole T renversé).

(8)

$$\frac{\frac{\frac{P(0)}{P(1)}}{P(2)}}{\vdots}}{\frac{P(k)}{\perp}} \quad \neg P(k)$$

Mais il n'est pas vrai que lorsque $P(0)$ est vrai strictement, alors $P(100000)$ est vrai de façon tolérante. Chaque étape de l'argument est ici valide, mais on ne peut réduire ces étapes en une seule. Autrement dit, on ne peut inférer que lorsque A implique B de façon stricte-tolérante, et que B implique C de façon stricte-tolérante, A implique C de façon stricte-tolérante : la

²⁸ Nous avons distingué plus haut deux stratégies-types pour résoudre les paradoxes, mais la seconde en particulier, consistant à contester la validité de l'argument, se présente aussi de deux manières distinctes : l'une d'elle consiste à garder la logique sous-jacente classique, en montrant que les prémisses et conclusion admettent une forme logique qui rend l'argument invalide. C'est ce que nous avons proposé pour le Cornu, et aussi ce que (7) illustre. L'autre stratégie consiste à réviser la logique sous-jacente, ce que propose l'approche stricte-tolérante. Il existe une correspondance entre ces deux approches, mais une discussion de cette correspondance nous entraînerait trop loin.

transitivité de la relation de conséquence logique, qui vaut de la relation classique de conséquence logique, ne vaut pas de la définition stricte-tolérante.

En résumé, selon la forme donnée à l'argument du Sorite, l'approche stricte-tolérante le traite soit comme un argument valide, mais dont une prémisses, bien qu'elle-même valide (car toujours vraie de façon tolérante), ne peut être utilisée de façon stricte, soit comme une chaîne d'arguments tous valides, mais tels que le méta-argument correspondant n'est pas valide. Dans chaque cas, le paradoxe du Sorite est bloqué par le fait même que le prédicat reçoit un sens distinct suivant qu'il est en position de prémisses ou de conclusion de l'argument.

6. Le cas du menteur

Revenons au menteur. Le menteur semble à première vue un paradoxe très différent du Sorite. Pourtant, suivant une idée due à David Ripley²⁹, il est possible de transposer la résolution stricte-tolérante du Sorite au menteur, à partir de l'observation faite par plusieurs auteurs d'analogies entre ces deux paradoxes³⁰.

D'un point de vue philosophique, il existe en effet plusieurs raisons d'opérer ce rapprochement. Le menteur est un énoncé qui est vrai si et seulement si il n'est pas vrai. Partant du menteur, on aboutit donc en une seule étape à sa négation. Dans le cas du sorite, on peut voir l'argument donné en (8) comme transformant petit à petit un énoncé donné en un énoncé qui a la valeur opposée et contradictoire. En outre, la notion même de vérité se prête à un sorite, par le fait même qu'on puisse l'appliquer à des énoncés comprenant des termes vagues³¹: si une personne qui a 0 cheveux sur la tête est chauve, alors *il est vrai* qu'une personne qui a 0 cheveux sur la tête est chauve. La prémisses majeure du sorite, traduite de cette même façon, affirme : s'il est *vrai* qu'une personne qui a n cheveux sur la tête est chauve, alors il est *vrai* qu'une personne qui a $n+1$ cheveux sur la tête est chauve. La conclusion de l'argument serait qu'il est *vrai* qu'une personne qui a 100000 cheveux sur la tête est chauve, contredisant l'hypothèse correspondante « il n'est pas vrai qu'une personne qui 100000 cheveux sur la tête est chauve ». Pour cette raison, on peut voir le prédicat de vérité lui-même comme un prédicat héritant du caractère vague des énoncés qu'il enchâsse, et en cela un prédicat obéissant à la dualité de l'interprétation stricte et de l'interprétation tolérante.

Examinons de nouveau la version du paradoxe du menteur produite en (5) ci-dessus. L'approche stricte-tolérante du prédicat de vérité souscrit au principe d'identité de la vérité exactement comme celle de Kripke : tout énoncé A reçoit la même valeur de vérité que l'énoncé correspondant « $T \langle A \rangle$ ». Chaque étape du raisonnement est valide au sens strict-tolérant : quand les prémisses sont vraies strictement, alors la conclusion est vraie de façon tolérante. À la différence de l'approche de Kripke, le tiers-exclu reste un principe valide, car il est toujours vrai de façon tolérante. Mais comme pour le sorite, ce qui fait échouer l'argument concerne la transitivité de la relation de conséquence. Le menteur est vrai de façon tolérante, de même que

²⁹ Voir D. RIPLEY, « Conservatively extending classical logic with a transparent truth predicate », et P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. VAN ROOIJ, « Reaching transparent truth ». Sur l'application de l'approche stricte-tolérante à d'autres paradoxes, notamment le paradoxe de Curry, voir également D. RIPLEY, « Paradoxes and failures of cut », *Australasian Journal of Philosophy*, 91, 1 (2013), p. 139-164.

³⁰ Voir V. MCGEE, *Truth, vagueness, and paradox: An essay on the logic of truth*, Indianapolis, Hackett Publishing, 1991, et P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. VAN ROOIJ « Vagueness, truth and permissive consequence », in D. Achourioti, H. Galinon, J. Martinez (dir.), *Unifying the Philosophy of Truth*, Springer, p. 409-430.

³¹ Voir V. MCGEE, *ibid.*, et P. ÉGRÉ, sous presse.

sa négation, et la conjonction des deux, mais cette conjonction ne produit de contradiction que si l'on suppose le menteur vrai de façon stricte. Or précisément, le tiers-exclu ne vaut du menteur que parce que le menteur est vrai de façon tolérante.

L'approche stricte-tolérante rejoint en cela la conception *dialethéiste* du paradoxe du menteur proposé par Graham Priest³²: le menteur est un énoncé à la fois vrai et faux, à cette différence près que la dernière étape *Ex Falso Quodlibet* du raisonnement (5) est valide au sens strict-tolérant, alors que Priest la rejette car sa définition de la validité signifie uniquement la préservation de la vérité tolérante. Sous l'interprétation stricte de la notion de vérité admise ici en revanche, il reste le cas que le menteur n'est ni vrai ni faux. Par ailleurs, le fait de dériver une contradiction de $T\langle M \rangle \vee \neg T\langle M \rangle$ permet cette fois d'en inférer la négation dans le langage-objet. Cette négation affirme, précisément, que le menteur est vrai et pas vrai de façon tolérante. Sans entrer dans plus de détails, la logique stricte-tolérante, bien que gardant des traits aussi bien de la logique paracomplète K3 de Kleene que de la logique paraconsistante LP de Priest, ne s'identifie exactement à aucune des deux : au niveau proprement inférentiel, elle coïncide avec la logique classique, bien qu'elle en abandonne certaines caractéristiques au niveau métainférentiel, en particulier la transitivité³³.

7. La conséquence logique et la vérité

Arrivés à ce point de notre cheminement, il convient de répondre à une double objection : même à distinguer vérité stricte et vérité tolérante pour un énoncé, ne faut-il pas considérer que seule la vérité stricte importe fondamentalement ? Par ailleurs, n'est-il pas exorbitant de renoncer au caractère transitif de la notion de conséquence logique ?

Les notions de conséquence logique et de vérité sont étroitement liées, et nous avons vu que pour évaluer un argument, paradoxal ou pas, il convient de regarder d'une part si la conséquence logique est bonne des prémisses à la conclusion, et de l'autre si les prémisses sont vraies. Il existe plusieurs définitions de la notion de conséquence logique, certaines dites syntaxiques, d'autres dites sémantiques. Les conceptions sémantiques définissent la notion de conséquence logique à partir de la notion de vérité, et ce sont elles qui nous intéressent ici.

Tarski est communément considéré comme ayant la paternité de la notion sémantique moderne de conséquence logique, bien qu'il existe plusieurs précurseurs de sa conception, notamment Wittgenstein et Carnap parmi ses précurseurs immédiats, et Bolzano parmi ses précurseurs plus lointains. Dans son article de 1936 sur le concept de conséquence logique³⁴,

³² G. PRIEST, « The logic of paradox », *Journal of Philosophical Logic*, 8, 1 (1979), p. 219-241, et G. PRIEST, *In Contradiction*, Second Edition, Oxford, Oxford University Press, 2006. La conception dialéthéiste admet l'existence de contradictions vraies. Pour une comparaison entre l'approche de Priest et l'approche stricte-tolérante, je renvoie à P. ÉGRÉ « Respects for contradictions » in C. BASKENT et T. FERGUSON (dir.), *Graham Priest on dialetheism and paraconsistency*, Springer, 2019, p. 39-57.

³³ Pour plus de détails, voir D. RIPLEY « Conservatively extending classical logic with a transparent truth predicate », et P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. VAN ROOIJ, « Vagueness, truth and permissive consequence ».

³⁴ Voir A. TARSKI, « On the Concept of Logical Consequence » [1936], *ibid.*, p. 409-420, trad. fr. M. Cozic, « Du concept de conséquence logique », in D. BONNAY et M. COZIC (dirs.), *Philosophie de la logique*, p. 83-98. Charles Peirce et Christine Ladd-Franklin sont deux autres précurseurs de la définition sémantique de la conséquence comme préservation de la vérité, voir C.S. PEIRCE et C. LADD-FRANKLIN, « Validity », in J.M. BALDWIN (dir.), *Dictionary of Philosophy and Psychology*, vol. 2, p. 748-749, McMillan, New York, 1902. La définition de Peirce et Ladd-Franklin requiert en outre que les prémisses ne soient pas contradictoires pour qu'un argument soit

Tarski écrit : « *considérons n'importe quelle classe K de phrases et une phrase X qui suit de cette classe. D'un point de vue intuitif, il ne peut arriver à la fois que la classe soit constituée uniquement de phrases vraies et que la phrase X soit fausse* ».

La définition de Tarski est souvent résumée de la façon suivante : un argument est logiquement valide à condition qu'il préserve la vérité des prémisses à la conclusion. Selon la définition informelle donnée par Tarski, inspirée en réalité de Carnap, s'il ne peut arriver que les prémisses soient vraies, et la conclusion fausse, alors il est nécessaire que la conclusion soit vraie quand les prémisses sont vraies. Cette reformulation elle-même suit du principe de bivalence : si X ne peut être fausse quand les prémisses de K sont vraies, alors X doit être vraie quand les prémisses sont vraies. La définition de Tarski prédit en outre certaines propriétés dites structurelles de la notion de conséquence logique, notamment la réflexivité et la transitivité. Si A ne peut être faux quand A est vraie, alors A est vraie quand A est vraie, ce qui établit la réflexivité. Pour la transitivité, si la vérité de A exclut que B soit fausse, elle implique que B soit vraie ; et si la vérité de B exclut que C soit fausse, alors la vérité de A exclut que C soit fausse, ce qui implique la vérité de C.

En nous attachant toutefois à la définition informelle donnée par Tarski, il importe de voir qu'elle produit des résultats bien différents si l'on renonce à l'équivalence admise en logique classique entre le fait pour un énoncé d'être vrai, et le fait pour cet énoncé de ne pas être faux. Renonçons au principe de bivalence, et admettons qu'un énoncé puisse prendre la valeur 1, la valeur $\frac{1}{2}$, et la valeur 0. Appelons *strictement vrai* un énoncé qui prend la valeur 1, et *strictement faux* un énoncé qui prend la valeur 0. Dans ce cadre, la citation de Tarski dit que X suit logiquement d'un ensemble K d'énoncés à condition que X ne soit pas strictement faux quand les énoncés de K sont strictement vrais. Mais cette définition correspond très exactement à la définition de la conséquence stricte-tolérante : car elle revient à dire que lorsque les énoncés de K sont strictement vrais, l'énoncé X doit prendre la valeur 1 ou la valeur $\frac{1}{2}$. C'est exactement la notion de vérité tolérante que nous avons introduite précédemment.

Cette définition maintient le caractère réflexif de la conséquence logique, mais comme nous l'avons indiqué, elle ne préserve pas son caractère transitif³⁵. Si, lorsque A est strictement vrai, B ne peut être strictement faux, et lorsque B est strictement vrai, C ne peut être strictement faux, il reste tout à fait possible que lorsque A est strictement vrai, C soit strictement faux. Cette situation se produit précisément lorsque B est un énoncé qui n'est ni strictement vrai, ni strictement faux, mais qui prend toujours la valeur $\frac{1}{2}$, comme l'énoncé du menteur dans l'analyse qui précède.

Il serait donc inapproprié de voir la notion de conséquence logique stricte-tolérante comme une fantaisie ou comme une chimère. Comme l'indique notre discussion, la définition stricte-tolérante de la conséquence logique coïncide *en intension* avec la reformulation de la

déductivement valide, elle s'écarte en cela de la notion tarskienne classique, puisqu'elle prédit qu'une prémisses de la forme $A \& \neg A$ n'implique aucune formule, pas même elle-même.

³⁵ Cette caractéristique en fait une logique *sous-structurelle*, de même que sa version duale, la logique dite tolérante-strictes, qui elle abandonne la réflexivité de la relation de conséquence. Pour une présentation de ces logiques, je renvoie à E. BARRIO et P. ÉGRÉ « Editorial Introduction: Substructural Logics and Metainferences », *Journal of Philosophical Logic*, 51(6), 2022, p. 1215-1231. L'un des précurseurs de la définition stricte-tolérante de la conséquence logique est notamment J.-Y. GIRARD, dans son ouvrage *Proof Theory and Logical Complexity*, Bibliopolis : Naples, 1987, qui l'utilise pour analyser le calcul des séquents pour la logique classique privé de la règle de coupure.

définition tarskienne en termes d'exclusion de la fausseté de la conclusion étant donnée la vérité des prémisses.

Cette observation nous permet donc de rejeter l'idée selon laquelle renoncer au caractère transitif de la conséquence logique serait un prix exorbitant à payer. En effet, la définition stricte-tolérante préserve le caractère transitif de la conséquence logique quand on se limite à des énoncés qui sont tous strictement vrais ou strictement faux, puisque dans ces cas-là, la notion de vérité tolérante coïncide avec celle de vérité stricte. La conception stricte-tolérante est par ailleurs compatible avec l'idée suivant laquelle les notions de vérité stricte et de fausseté stricte seraient épistémologiquement premières en regard de leurs homologues tolérantes. Toutefois, s'il est une leçon à tirer des paradoxes d'Eubulide, et en particulier du Sorite comme du menteur, c'est que la notion de vérité est une notion complexe, et que l'admission d'un domaine intermédiaire entre le strictement vrai et le strictement faux ne signifie pas nécessairement qu'on tombe hors du champ de la vérité, mais éventuellement qu'on a affaire à la notion que nous avons appelé tolérante, qui cesse d'obéir à la logique classique.

8. Conclusion

Parfois vus comme de purs jeux d'esprit ou comme des exercices dialectiques stériles, les paradoxes d'Eubulide soulèvent en réalité des interrogations profondes sur la nature de la vérité comme de la conséquence logique. Dans cet essai, nous avons vu qu'un argument paradoxal se prête à différentes stratégies de résolution, et nous avons indiqué de quelle manière on peut résoudre deux des paradoxes d'Eubulide, le menteur et le Sorite, dans un cadre qui traite la notion même de vérité comme une notion équivoque.

Comme notre examen de l'argument du Cornu l'a montré, on peut résoudre un argument paradoxal en rejetant la vérité d'au moins l'une de ses prémisses, ou bien en acceptant que les prémisses sont vraies, mais en montrant que l'argument ne préserve pas la vérité des prémisses, autrement dit qu'il n'est pas valide. L'approche stricte-tolérante constitue d'une certaine façon une synthèse de ces deux approches : elle admet la vérité tolérante des principes qui conduisent à une contradiction dans un cadre classique, et elle propose aussi une définition de la conséquence logique qui traite chacune des étapes de raisonnement de ces paradoxes comme valides. Mais ce faisant, elle rejette en réalité la vérité stricte des principes qui aboutissent à une contradiction dans le cadre classique, et elle abandonne aussi la validité d'un principe méta-inférentiel comme la transitivité.

Pour ses détracteurs, la logique qui en résulte court le risque d'être boiteuse, procédant, pour ainsi dire, sur deux pieds de hauteur différente³⁶. Pour ses partisans, elle constitue plutôt un enrichissement de l'approche classique, qui en préserve l'harmonie dans tous les raisonnements exempts de termes vagues³⁷. Une défense plus poussée de la logique stricte-tolérante nous entraînerait trop loin à ce stade, mais il nous semble important, en logique comme plus généralement en philosophie, de faire crédit à une hypothèse unificatrice, quand bien même celle-ci implique de renoncer au caractère univoque des notions de vérité et de validité.

³⁶ Voir notamment G. PRIEST, « Substructural solutions to the Semantic paradoxes: a Dialetheic Perspective », in M. Petrolò et G. Venturi (dir.), *Paradoxes between truth and proof*, Springer, 2024, p. 165-191, et E. ZARDINI, « The Final Cut », *Journal of Philosophical Logic*, 51, 6 (2022), p. 1583-1611.

³⁷ Voir P. ÉGRÉ, « Logiques non-classiques et pluralisme logique », in F. Poggiolesi et P. Wagner (dir.), *Précis de philosophie de la logique*, Paris, Éditions de la Sorbonne, 2020, p. 377-421.

Eubulide, souvent caricaturé comme un vain sophiste, nous adresse en réalité une leçon toute socratique par ses paradoxes : une antinomie au sens propre du terme n'admet pas de solution simple, elle nous oblige à reconsidérer certains principes qui paraissent évidents quand ils sont pris isolément. Qu'il s'agisse du menteur, du sorite, ou même du cornu qui fait intervenir la notion de présupposition, ces arguments nous montrent l'existence d'un espace riche et structuré entre le strictement vrai et le strictement faux, qui demeure en partie à explorer et à mieux comprendre.

Références

- S. ALXATIB et F. J. PELLETIER, « The psychology of vagueness: Borderline cases and contradictions », *Mind & Language*, 26 (3), p. 287–326, 2011.
- E. BARRIO et P. ÉGRE « Editorial Introduction: Substructural Logics and Metainferences », *Journal of Philosophical Logic*, 51(6), p. 1215-1231, 2022.
- S. BOBZIEN, « Chrysippus and the epistemic theory of vagueness », *Proceedings of the Aristotelian Society*, 2002, vol. 102, p. 217-238, 2002
- S. BOBZIEN, « How to give someone Horns – Paradoxes of Presupposition in Antiquity », *History of Philosophy & Logical Analysis*, 15(1), p. 159-184, 2012.
- E. BOREL, « Sur un paradoxe économique : Le Sophisme du tas de blé et les vérités statistiques ». *Revue du Mois* 4, p. 688–699, 1907.
- T. BRADWARDINE, *Insolubilia*, édition, trad. et présentation de S. Read, Dallas Medieval Texts and Translation, Louvain, Peeters, 2010
- J. BURIDAN, *Sophismes*, édition, trad. et présentation de J. Biard, Paris, Vrin 1993.
- P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. VAN ROOIJ. « Tolerant, classical, strict », *Journal of Philosophical Logic*, 41, p. 347-385, 2012.
- P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. VAN ROOIJ. « Reaching transparent truth », *Mind*, 122(488), p. 841-866, 2013.
- P. COBREROS, P. ÉGRÉ, D. RIPLEY, R. VAN ROOIJ. « Vagueness, truth and permissive consequence », in D. Achourioti, H. Galinon, J. Martinez (dir.), *Unifying the Philosophy of Truth*, p. 409-430. Springer, 2015.
- P. ÉGRÉ, *Qu'est-ce que le vague ?* Vrin 2018.
- P. ÉGRÉ, « Respects for contradictions » in C. Baskent et T. Ferguson (eds), *Graham Priest on dialetheism and paraconsistency*, Springer, 2019, p. 39-57.
- P. ÉGRÉ, « Logiques non-classiques et pluralisme logique », in F. Poggiolesi et P. Wagner (dir.), *Précis de philosophie de la logique*, Paris, Éditions de la Sorbonne, 2020, p. 377-421.
- P. ÉGRÉ, « The Liar Paradox and Vagueness », in L. Rossi (dir.), *The Liar Paradox*, Cambridge, Cambridge University Press, sous presse.
- B. C. VAN FRAASSEN, « Presupposition, implication, and self-reference ». *The Journal of Philosophy*, 65(5), p. 136-152, 1968.
- K. FINE, « Vagueness, truth and logic », *Synthese*, 30, p. 265-300, 1975.
- G. FREGE, « Sens et dénotation », in *Écrits logiques et philosophiques*, trad. fr. Cl. Imbert, le Seuil, 1971.
- J-Y. GIRARD, *Proof Theory and Logical Complexity*, Naples, Bibliopolis, 1987.
- K. GÖDEL. « Sur les propositions formellement indécidables des *Principia Mathematica* et des systèmes apparentés I », in *Le théorème de Gödel*, trad. fr. J-B. Scherrer, avec une introduction de E. Nagel et J. Newman, et une postface de J-Y. Girard, Paris, Points-Seuil, 1997.
- Y. ITZHAKI, « Qualitative versus quantitative representation: a non-standard analysis of the sorites paradox », *Linguistics and Philosophy*, 44 (5), p. 1013-1044, 2021.
- H. KAMP, «Two theories about adjectives », in E. L. Keenan (dir.), *Formal semantics of natural language*, Cambridge, Cambridge University Press.
- L. KARTTUNEN, «Presuppositions of compound sentences». *Linguistic inquiry*, 4(2), p. 169-193, 1973.
- S. KRIPKE, « Outline of a theory of truth », *The Journal of Philosophy*, 72(19), p. 690-716, 1975, trad. fr. S. Bozon, « Esquisse d'une théorie de la vérité », in D. Bonnay et MM. Cozic (dirs.), *Philosophie de la logique : conséquence, preuve et vérité*, Paris, Vrin, 2009, p. 336-###.
- V. MCGEE, *Truth, vagueness, and paradox: An essay on the logic of truth*, Indianapolis, Hackett Publishing, 1991.
- H. MEHLBERG, *The Reach of Science*, Toronto, University of Toronto Press, 1958.
- R. MULLER, *Les Mégariques – Fragments et témoignages*, Vrin, 1985.
- S. OMS, « Some Remarks on the notion of paradox », *Acta Analytica* 38, p. 211-228, 2023.
- C.S. PEIRCE et C. LADD-FRANKLIN, « Validity », in J.M. Baldwin (dir.), *Dictionary of Philosophy and Psychology*, vol. 2, p. 748-749, New York, McMillan, 1902.
- G. PRIEST, « The logic of paradox », *Journal of Philosophical Logic*, 8(1), p. 219-241, 1979.
- G. PRIEST, « The hooded man », *Journal of Philosophical Logic*, 31, p. 445-467, 2002.
- G. PRIEST, *In Contradiction*, Second Edition, Oxford, Oxford University Press, 2006.
- G. PRIEST, *An introduction to non-classical logics: from if to is*, Cambridge Cambridge University Press, 2008.
- G. PRIEST, « Substructural solutions to the Semantic paradoxes: a Dialethic Perspective », in M. Petrolò & G. Venturi (eds.), *Paradoxes between truth and proof*, Springer, 2024, p. 165-191.
- W.V.O. QUINE. *Les voies du paradoxe et autres essais*, trad. fr. sous la direction de S. Bozon et S. Plaud, Vrin, 2011.
- C. RENOUVIER, *Traité de logique générale et de logique formelle*. Seconde édition. Librairie Armand Colin (réimpression de 1912).
- D. RIPLEY, « Contradictions at the border », in R. Nouwen, H. C. Schmitz, et R. van Rooij (dir.), *Vagueness in communication*, Berlin: Springer, 2011, p. 169–188.

- D. RIPLEY, « Conservatively extending classical logic with transparent truth », *The Review of Symbolic Logic*, 5(2), p. 354-378, 2012.
- D. RIPLEY, « Paradoxes and failures of cut ». *Australasian Journal of Philosophy*, 91(1), p. 139-164, 2013.
- R. VAN ROOIJ, « Vagueness, tolerance and non-transitive entailment », in P. Cintula, C. Fermüller, L. Godo, P. Hájek (dirs.), *Understanding vagueness: Logical, Philosophical and Linguistic Perspectives*, College Publications, UK, 2011.
- B. RUSSELL, « Vagueness », *Australasian Journal of Philosophy and Psychology*, 1, p. 84-92, 1923.
- R. SORENSEN, *Blindspots*, Oxford, Clarendon Press, 1988.
- P. STRAWSON, *Introduction to Logical Theory*, Londres, Methuen & Co, 1952.
- A. TARSKI, « On the Concept of Logical Consequence », 1936, traduction anglaise in A. Tarski (1983), p. 409-420, trad. fr. M. Cozic, « Du concept de conséquence logique », in D. Bonnay et M. Cozic (dirs.), *Philosophie de la logique*, p. 83-98.
- A. TARSKI, *Logic, Semantics, Metamathematics*, 2nd ed. Indianapolis, Hackett Publishing, p. 152-278, 1983.
- T. WILLIAMSON, « Vagueness and Ignorance », *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplementary Volumes, Vol. 66, p. 145-162, 1992.
- T. WILLIAMSON, *Vagueness*, Londres, Routledge, 1994.
- C. WRIGHT, « Language mastery and the sorites paradox », in G. Evans and J. McDowell (dirs.), *Truth and Meaning*, Oxford, Oxford University Press, p. 223-247, 1976.
- E. ZARDINI, « The Final cut », *Journal of Philosophical Logic*, 51(6), p. 1583-1611.