



HAL
open science

Compréhension des indicateurs statistiques à l'entrée dans l'enseignement supérieur en France : mise en évidence de conflits sémiotiques chez les étudiants

Charlotte Derouet, Camille Doukhan, Roxane Cattan-Jallet, Lynn Farah,
Corinne Hahn

► To cite this version:

Charlotte Derouet, Camille Doukhan, Roxane Cattan-Jallet, Lynn Farah, Corinne Hahn. Compréhension des indicateurs statistiques à l'entrée dans l'enseignement supérieur en France : mise en évidence de conflits sémiotiques chez les étudiants. 2024. hal-04850875

HAL Id: hal-04850875

<https://hal.science/hal-04850875v1>

Preprint submitted on 20 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Compréhension des indicateurs statistiques à l'entrée dans l'enseignement supérieur en France : mise en évidence de conflits sémiotiques chez les étudiants

Charlotte Derouet, LISEC UR 2310, Université de Strasbourg, UL, UHA, charlotte.derouet@unistra.fr

Camille Doukhan, LISEC UR 2310, Université de Strasbourg, UL, UHA, cdoukhan@unistra.fr

Roxane Cattan-Jallet, ESSCA BS, ESCP BS

Lynn Farah, ESCP BS

Corinne Hahn, ESCP BS, LDAR

Résumé

Cet article explore la compréhension des indicateurs statistiques (moyenne, écart-type, médiane, quartiles et écart-interquartile) par les étudiants non-spécialistes entrant dans l'enseignement supérieur en France. Notre étude s'inscrit dans le cadre théorique de l'approche onto-sémiotique. A travers l'analyse des réponses de 283 étudiants à un questionnaire en ligne, nous cherchons à déterminer les conflits sémiotiques conceptuels, procéduraux et notationnels qui pourraient expliquer les difficultés des étudiants. Les résultats mettent en évidence une compréhension partielle des indicateurs statistiques par les étudiants français, ainsi que des difficultés liées à des conflits sémiotiques conceptuels : confusion entre concepts, erreurs d'interprétation des graphiques en bâtons ou encore méconnaissance de certaines propriétés élémentaires. Pour conclure, si les résultats de notre étude confirment des recherches antérieures, ils révèlent également un profil particulier des étudiants français, dont les taux de réussite sont plus faibles que dans les études menées dans d'autres pays. De plus, nos analyses enrichissent la liste des conflits sémiotiques déjà connus.

Mots-clés

Approche onto-sémiotique, conflits sémiotiques, indicateurs statistiques, statistique, transition secondaire-supérieur.

Introduction

Dans l'enseignement supérieur se trouvent de nombreuses filières utilisatrices de la statistique. C'est le cas notamment en biologie, en psychologie ou encore en management, où l'usage des méthodes statistiques est très important (analyse de données, extrapolation, prise de décisions, etc). Pourtant, dans ces cursus, le cours introductif de statistique est depuis de nombreuses années et dans de nombreux pays, identifié comme un obstacle pour les étudiants (Rabin et al., 2021). Nous faisons l'hypothèse que les difficultés de ces étudiants sont dues en partie à une mauvaise compréhension des concepts élémentaires de statistique, concepts pourtant étudiés dans l'enseignement secondaire. Pour cette raison, nous cherchons à explorer la compréhension, des étudiants à l'entrée dans l'enseignement supérieur dans des filières non spécialistes, de ces concepts. Le contexte français se distingue de celui des pays anglo-saxons, plus souvent explorés par la recherche en éducation statistique et où la statistique occupe une place prégnante dans les curricula. Cette étude s'inscrit dans le contexte de la réforme du lycée en France, mise en œuvre en 2019. Outre les changements des programmes, celle-ci a modifié en profondeur la structure du lycée, avec la disparition des filières scientifique, économique et sociale, et littéraire pour laisser place à des spécialités aux choix pour les élèves de première (grade 11) et terminale (grade 12). Nous présentons dans cet article l'analyse des réponses de 283 étudiants à un questionnaire en ligne. En nous inscrivant dans le cadre de l'approche onto-sémiotique (Godino et al., 2022), nous analysons les réponses aux items portant sur les indicateurs de position centrale (moyenne et médiane) et de dispersion (écart-type, écart interquartile) en statistique descriptive. Notre objectif est de documenter la compréhension des étudiants français à l'entrée dans l'enseignement supérieur concernant ces concepts fondamentaux d'indicateurs statistiques.

Après avoir précisé le contexte institutionnel dans la première partie, nous présentons notre cadre théorique dans la deuxième et l'état de l'art dans la troisième. Notre question de recherche apparaît en partie 4. La méthodologie de l'étude est détaillée en cinquième partie, et suivie en partie 6, des résultats des réponses au questionnaire. Enfin nous terminons par une discussion et une conclusion (partie 7).

1. Contexte institutionnel

Une analyse des programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire de la sixième (grade 6) à la terminale (grade 12) nous a permis d'identifier les concepts statistiques que les élèves étudient à ces niveaux en France. La statistique descriptive univariée est travaillée uniquement au cycle 4¹ (grades 7, 8 et 9) et en classe de seconde (grade 10). Le cas bivarié est traité seulement dans l'option mathématiques complémentaires en terminale (grade 12) et désormais également en classe de première (grade 11) pour les élèves ne suivant pas la spécialité mathématiques (ce n'était pas le cas lors de notre étude).

Le tableau 1 présente les différents concepts de statistique descriptive étudiés dans l'enseignement secondaire (filière générale uniquement) ainsi que les capacités attendues telles que présentés dans les programmes officiels du cycle 4 (MENJS, 2020) et de la classe de seconde (MENJ, 2019b). Les concepts et les types de représentations introduits au cycle 4 sont repris en seconde même si seuls les nouveaux concepts sont mentionnés dans le programme. On peut noter que des terminologies différentes sont employées pour les indicateurs : la moyenne est classée parmi les « indicateurs de position » au cycle 4 puis parmi les « indicateurs de tendance centrale » en seconde (ce qui explique que l'on regroupe les deux termes dans le tableau 1).

	Cycle 4	Seconde
<i>Indicateurs de position/indicateurs de tendance centrale</i>	Moyenne (5ème) Médiane (4ème)	Moyenne pondérée
<i>Indicateurs de dispersion</i>	Etendue (3ème)	Ecart interquartile Variance, écart-type
<i>Autres notions</i>	Effectifs, fréquences (5ème)	
<i>Représentations</i>	Histogramme (3ème) Diagramme en bâtons (dès cycle 3) Diagramme circulaire (dès cycle 3)	
<i>Compétences/ Capacités associées</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Recueillir des données et les organiser. - Lire et interpréter des données sous forme de données brutes, de tableau, de diagramme (diagramme en bâtons, diagramme circulaire, histogramme). - Utiliser un tableur-grapheur pour présenter des données sous la forme d'un tableau ou d'un diagramme. - Calculer des effectifs. - Calculer des fréquences. - Calculer et interpréter des indicateurs de position ou de dispersion d'une série statistique. - Représenter des données sous forme d'une série statistique. 	<ul style="list-style-type: none"> - Décrire verbalement les différences entre deux séries statistiques, en s'appuyant sur des indicateurs ou sur des représentations graphiques données. - Pour des données réelles ou issues d'une simulation, lire et comprendre une fonction écrite en Python renvoyant la moyenne m, l'écart type s, et la proportion d'éléments appartenant à $[m - 2s, m + 2s]$.

Tableau 1. Statistique descriptive dans les programmes de mathématiques au cycle 4 (MENJS, 2020 ; MENJ, 2019a) et en classe seconde (MENJ, 2019b)

¹ En France, le cycle 4 correspond aux niveaux scolaires : cinquième, quatrième et troisième.

Nous repérons que les quartiles Q1 et Q3 (indicateurs de position, non centrale) ne sont pas mentionnés explicitement dans le programme, pourtant ils sont nécessairement étudiés afin d'introduire le concept d'écart interquartile.

Si l'on se réfère aux programmes, les élèves doivent être capable de lire des informations sur un diagramme, représenter des données sous forme de diagrammes, calculer des indicateurs mais aussi interpréter ces indicateurs et ces diagrammes. A priori, les capacités attendues des élèves ne se limitent donc pas au calcul. Dans cette étude, nous nous intéressons à la compréhension des indicateurs statistiques dans le cadre particulier des capacités et compétences mises en gras dans le tableau 1. Nous nous restreignons ici au cas des variables quantitatives discrètes, plus étudiées que les variables continues, dans l'enseignement secondaire.

Ces concepts de statistique descriptive, abordés au collège puis en seconde ne sont pas retravaillés par les élèves les années suivantes. De ce fait, les étudiants en première année du supérieur – qu'ils aient suivi ou non une spécialité mathématique en première et/ou en terminale – disposent *a priori* tous des mêmes connaissances statistiques concernant ces indicateurs statistiques. La spécialité sciences économiques et sociales peut permettre de retravailler ces concepts. Le programme de cette spécialité mentionne l'objectif d'apprentissage « utilisation des données quantitatives et des représentations graphiques ». Il est question de calcul, de lecture et d'interprétation de la moyenne arithmétique simple et pondérée, ainsi que de la lecture et de l'interprétation de la médiane, des diagrammes de répartition, et du rapport interquartile (en terminale seulement) (MENJ, 2019c, 2019d).

2. Cadre théorique

Notre étude s'inscrit dans le cadre de l'approche onto-sémiotique (Godino et al., 2007, 2019 ; Godino et al., 2022). Cette approche propose un modèle théorique de la signification (le sens) (Godino et Batanero, 1994, 1997 ; Godino et al., 2007, 2019 ; Godino et al., 2022) pour étudier la compréhension des concepts dans l'enseignement/apprentissage des mathématiques. Ce cadre théorique a été mis à l'épreuve dans plusieurs recherches sur l'apprentissage de la statistique (Batanero et al., 2003 ; Mayén & Díaz, 2010 ; Mayén et al., 2009 ; Madrid et al., 2022). Dans leurs travaux, Batanero et al. (2003) illustrent la mise en œuvre de ce cadre théorique pour le cas de la moyenne, et d'autres chercheuses (Madrid et al., 2022 ; Mayén & Diaz, 2010 ; Mayén et al., 2009) pour celui de la médiane. Ces analyses leur ont permis d'une part d'extraire des résultats sur la compréhension de ces concepts statistiques par des élèves du secondaire et des étudiants (en Espagne ou au Mexique) dans différentes filières, et d'autre part de recenser les difficultés rencontrées par les sujets.

L'approche onto-sémiotique distingue six composantes de la signification d'un concept, toutes interdépendantes :

- Le champ des problèmes duquel le concept a émergé et dans lequel il intervient,
- Les représentations sémiotiques du concept,
- Les procédures et algorithmes à employer pour résoudre les problèmes impliquant le concept,
- Les définitions associées au concept,
- Les propriétés et les relations avec d'autres concepts,
- Les arguments et les preuves à utiliser pour justifier la validité d'une solution aux problèmes ou d'une proposition relativement aux concepts. (Godino et al., 2019)

Les six composantes de la signification du concept de moyenne sont détaillées dans Batanero et al. (2003) et quelques éléments de l'étude épistémologique de la médiane sont présents dans Mayén et al. (2009) et Madrid et al. (2022). Selon cette approche, la signification d'un objet mathématique émerge des pratiques mises en œuvre par un individu (signification personnelle) ou par une institution (signification institutionnelle) lorsqu'il résout des problèmes liés à cet objet.

Ce cadre considère que la dimension institutionnelle et la dimension personnelle doivent être étudiées dans une relation dialectique et non en opposition (Godino et al., 2006). Il peut se rapprocher de la Théorie Anthropologique du Didactique sur certains aspects épistémologiques, mais également

d'autres théories françaises pour des aspects plus cognitifs, comme la théorie des champs conceptuels et les apports théoriques des registres de représentations sémiotiques (Godino et al., 2006).

Les objets mathématiques, abstraits par nature, ne sont accessibles que par leurs représentations, sous forme de signes (Duval, 1993 ; Godino & Batanero, 1997). D'ailleurs, selon Duval (1993), pour donner du sens à un concept, il est nécessaire de disposer de plusieurs représentations sémiotiques différentes de ce concept et de choisir l'une ou l'autre de ces représentations selon la situation. Tout l'enjeu réside dans l'articulation de plusieurs représentations, qu'il est souvent nécessaire de faire afin de résoudre le problème étudié (Duval, 1993). Comme le précise Godino et al. (2006), la dimension cognitive des apports théoriques des registres de représentation de Duval est prise en compte dans l'approche onto-sémiotique.

Godino et al. (2007) emprunte à Eco (1988) la notion de *fonction sémiotique* qui met en correspondance trois parties :

- un plan d'expression (objet initial, souvent considéré comme le signe) ;
- un plan de contenu (objet final, considéré comme la signification du signe, c'est-à-dire ce qui est signifié) ;
- un critère ou une règle de correspondance (c'est-à-dire un code interprétatif qui met en relation les plans d'expression et de contenu).

La diversité des fonctions sémiotiques qui peuvent être mobilisées lors de la résolution de problèmes explique les difficultés et les erreurs des élèves (Mayén et al., 2009). Godino et al. (2007) introduisent la notion de *conflit sémiotique*, qui correspond aux interprétations erronées des expressions mathématiques par les élèves par rapport à celles souhaitées par l'enseignant ou le chercheur. Les chercheurs expliquent que ces conflits sémiotiques produisent des erreurs chez les élèves qui ne sont pas dues à un manque de connaissance mais au fait qu'ils n'ont pas bien mis en correspondance le plan d'expression et le plan de contenu de la fonction sémiotique. On parle de conflits *sémi-épistémiques* s'il y a discordance entre les significations institutionnelles, et de conflits *sémi-cognitifs* s'il s'agit d'une discordance entre la signification personnelle d'un sujet et la signification de l'institution dans laquelle il se trouve. C'est ce second type de conflits qui nous intéresse ici. Madrid et al. (2022) classent les conflits sémiotiques en trois catégories :

- les conflits sémiotiques conceptuels (CSC) : lorsqu'il y a une confusion entre plusieurs concepts ou entre des propriétés ;
- les conflits sémiotiques notationnels (CSN) : lorsque cela concerne l'utilisation ou l'interprétation des représentations ;
- les conflits sémiotiques procéduraux (CSP) : lorsqu'ils concernent les procédures.

Dans le cadre de cette étude, nous mobiliserons l'approche onto-sémiotique et nous nous appuyerons en particulier sur la notion de conflits sémiotiques de type sémi-cognitifs. Avant de préciser notre question de recherche, nous présentons un état de l'art sur la compréhension des indicateurs statistiques.

3. Etat de l'art sur la compréhension des indicateurs statistiques

Notre étude s'inscrit dans la continuité des travaux déjà existants en didactique de la statistique ou plus largement en éducation statistique.). En effet, depuis la fin des années 1980, la recherche en éducation statistique a exploré la compréhension des concepts statistiques chez les élèves de divers âges, suite au constat des difficultés qu'ils rencontrent dans l'apprentissage de la discipline. De nombreuses études ont porté sur la compréhension des indicateurs statistiques en statistique descriptive, souvent mal maîtrisés et qui ne sont pas spontanément utilisés pour décrire une série de données ou répondre à une question statistique (Bakker, 2004 ; Hahn, 2014).

Nous proposons ici un aperçu des principaux résultats de la recherche en éducation statistique concernant les indicateurs de position centrale et de dispersion, et cherchons à mettre en évidence les conceptions erronées ou conflits sémiotiques identifiés dans la littérature.

3.1. Indicateurs de position centrale

Les indicateurs de position centrale (moyenne, médiane, mode) ont été largement étudiés dans les recherches internationales, qui ont mis en évidence des erreurs et des difficultés dans l'apprentissage de ces concepts chez les élèves de différents âges (Barr, 1980 ; Cai, 1995 ; Cobo, 2003 ; Gattuso & Mary, 1996 ; Pollatsek et al., 1981 ; Watson & Moritz, 2000). En particulier, Konold et al. (1997) soulignent que l'utilisation de mesures de position centrale pour comparer des ensembles de données de tailles différentes n'est pas intuitive pour les étudiants. Ces auteurs ont mis en évidence que les élèves se focalisent plutôt sur les effectifs, au lieu d'utiliser les fréquences relatives, pourtant plus appropriées dans le cas où les séries sont de tailles différentes.

Russell et Mokros (1991) identifient trois compétences qui illustrent une bonne compréhension de la notion de représentativité d'un indicateur de position centrale (*average*) : sélectionner le meilleur indicateur représentatif pour un jeu de données fourni ; construire des données connaissant un ou plusieurs indicateurs ; comprendre l'effet qu'un changement sur les données a sur les différents indicateurs. Ces auteurs (Mokros & Russell, 1995) ont identifié cinq approches prédominantes chez les élèves pour le concept de position centrale :

1. valeur la plus fréquente ;
2. algorithme menant à la mesure ;
3. valeur la plus raisonnable (par exemple en considérant que la moyenne doit forcément faire partie de la série) ;
4. point milieu (considérer la valeur centrale comme le milieu géométrique de l'intervalle [Min ; Max]) ;
5. point d'équilibre mathématique.

Certaines de ces approches peuvent exprimer une bonne compréhension de la notion de représentativité d'une valeur de position centrale (3, 4 et 5), tandis que d'autres ne le permettent pas (1, 2).

Watson et Moritz (2000) observent que les étudiants confondent régulièrement les termes médiane, moyenne et mode dans les énoncés. Par ailleurs, McGatha et al. (1998) ont montré que les élèves calculent généralement la moyenne lorsqu'on leur demande de trouver une mesure de position centrale, et ce, quel que soit le contexte. Les élèves n'ont pas nécessairement conscience qu'il existe différents indicateurs de position centrale et que la médiane peut parfois être, dans certaines circonstances, plus représentative du jeu de données que la moyenne (Zawojewski & Heckman, 1997). Ces éléments ont aussi été retrouvés dans des recherches menées auprès de futurs enseignants du primaire (Groth & Bergner, 2006 ; Jaccobe, 2008). Dans ce qui suit, nous nous focalisons sur les indicateurs de position centrale qui nous intéressent dans cette étude, la moyenne et la médiane.

3.1.1. La moyenne

De nombreux travaux se sont intéressés aux différentes conceptions et interprétations complémentaires de la moyenne (Batanero et al., 2003 ; Gattuso, 1999 ; Mokros & Russel, 1995 ; Pollatsek et al., 1981). Ces conceptions de la moyenne sont associées à des propriétés mathématiques particulières. La moyenne peut notamment être vue comme :

- le résultat d'un partage équitable (*fair share*), c'est l'interprétation de la moyenne comme permettant l'uniformisation de la distribution. Autrement dit, le résultat d'une somme également distribuée. Mathématiquement, c'est le résultat de la somme des valeurs de la série divisée par le nombre d'éléments (définition, directement compatible avec le calcul algorithmique) ;
- un point d'équilibre (*data reduction*), il s'agit de voir la moyenne comme permettant de compenser les écarts. C'est le fait d'égaliser en redistribuant, la moyenne est ici la valeur pour laquelle la somme des écarts à cette valeur est nulle ;
- une valeur représentative/typique (*typical value*), la moyenne est ici la meilleure valeur pour représenter l'ensemble des données. C'est en fait la valeur la plus « proche » de toutes les

valeurs de la série, dans le sens où elle minimise la somme des carrés des écarts à la moyenne ;

- un signal dans du bruit (*signal in noise*), ici la moyenne est vue comme la meilleure estimation d'une valeur inconnue que l'on cherche à déterminer² (Batanero et al., 2003).

Pollatsek et al. (1981) indiquent qu'au-delà du processus de calcul, la signification de la moyenne reste mal comprise par les étudiants. Cela rejoint l'approche repérée par Mokros et Russell (1995) selon laquelle les élèves identifient la moyenne à un algorithme. Konold et Higgins (2003) soulignent que de nombreux étudiants ont tendance à considérer la moyenne comme une caractéristique d'un individu au centre du groupe plutôt que comme une caractéristique du groupe. Les étudiants ne considèrent pas ici la série de données comme une entité. Plus récemment, des auteurs ont constaté que cette notion était toujours mal maîtrisée à la sortie de l'enseignement supérieur et insistent sur la nécessité de conduire les étudiants à combiner les différentes facettes du concept (Watier et al., 2011).

Strauss et Bichler (1988) ont étudié comment des enfants âgés de 8 à 14 ans comprennent le concept de moyenne en évaluant leur compréhension des propriétés associées à ce concept, parmi celles-ci :

- la moyenne se situe entre les valeurs extrêmes de la série ;
- la somme des écarts par rapport à la moyenne est nulle ;
- la moyenne est influencée par toutes les valeurs de la série ;
- la moyenne n'est pas nécessairement égale à l'une des valeurs de la série ;
- la moyenne peut être un nombre qui n'a pas d'équivalent dans la réalité physique ;
- la valeur zéro, si elle apparaît, doit être prise en compte dans le calcul de la moyenne ;
- la moyenne est représentative de l'ensemble des valeurs de la série.

D'autres recherches ont mis en évidence des difficultés ou des conceptions erronées associées au concept de moyenne. Parmi celles-ci, les étudiants ont tendance à associer à la moyenne arithmétique des propriétés qu'elle ne vérifie pas telles que la valeur zéro comme un élément neutre ou la propriété d'associativité (Gattuso, 1999). Les étudiants rencontrent parfois des difficultés dans la mise en œuvre de l'algorithme de détermination de la moyenne, mais c'est surtout lorsqu'il est nécessaire d'inverser cet algorithme afin de déterminer une valeur inconnue connaissant la moyenne qu'ils échouent (Cai, 1995). Dans une étude récente, Madrid et al. (2022) repèrent chez les étudiants les difficultés suivantes : ils n'ont pas conscience que la représentativité de la moyenne dépend de la variabilité des données, ni de la sensibilité de la moyenne aux valeurs extrêmes. De manière générale, les étudiants considèrent la moyenne comme le meilleur représentant des données.

Boels et al. (2019) ont étudié les procédures d'enseignants face à des histogrammes, pour des tâches d'estimation ou de comparaison de moyennes. Les résultats de leur analyse par *eye-tracking* révèlent une prédominance de la stratégie *case-value plot*³ chez les enseignants. Ils identifient la moyenne en regardant l'axe des ordonnées plutôt que celui des abscisses. Nous faisons l'hypothèse que cette erreur peut également se retrouver dans l'interprétation des diagrammes en bâtons.

3.1.2. La médiane

L'algorithme de la médiane est plus difficile d'accès que la moyenne. Les travaux de Barr (1980) et Mayén et Diaz (2010) montrent que les étudiants maîtrisent mal le calcul de cet indicateur, ainsi que son interprétation en contexte. Une recherche récente sur le concept de médiane (Madrid et al., 2022), portant sur des étudiants suivant un cours de statistique de deuxième année de licence en sciences de l'activité physique et du sport à l'université de Grenade ($n = 148$), indique que seulement 40% d'entre eux choisissent correctement la médiane comme meilleur indicateur de position centrale lorsqu'il y a une valeur aberrante dans une série de données (lui préférant la moyenne). Dans le cas d'une série de données à effectif impair, les auteurs observent 73% de bonnes réponses dans le

² Conception associée à la statistique inférentielle qui a une place très importante dans le contexte d'enseignement anglo-saxon, contrairement à la France.

³ Faute d'équivalent en français, nous conservons le terme anglais pour désigner un graphique représentant en abscisse les individus et en ordonnée, la valeur de la variable quantitative étudiée.

calcul de la médiane, puis 76,4% dans le cas pair. Dans Madrid et al. (2022), les chercheuses mettent en évidence, à travers l'analyse des réponses au questionnaire, un vaste ensemble de conflits sémiotiques rencontrés par les étudiants. Elles répertorient plus d'une quinzaine de conflits sémiotiques d'ordre conceptuel, notationnel ou procédural. Certains de ces conflits étaient déjà connus de la recherche en éducation statistique, mais d'autres émergent de leur étude. Elles identifient notamment les conflits sémiotiques suivants :

- considérer que la médiane est la valeur en position centrale de la liste des données, y compris lorsqu'elle n'est pas ordonnée (déjà repéré dans Barr, 1980 ; Cobo, 2003 ; Mayén et al., 2009) ;
- confondre la médiane avec la position de la valeur dans la liste ordonnée des données ;
- confondre effectif et valeur de la variable, ce qui entraîne un calcul erroné de la taille de l'échantillon comme somme des valeurs (déjà repéré dans Mayén et al., 2009) ;
- confondre les termes de "médiane", "moyenne" et de "mode" (déjà repéré dans Cobo, 2003 ; Watson et Moritz, 2000) ;
- ne pas parvenir à déterminer la médiane dans le cas où la série statistique comporte un nombre pair de données (déjà repéré dans Mayén et al., 2009) ;
- ne pas prendre en compte les effectifs de chacune des valeurs (déjà repéré dans Barros, 2003) ;

3.2. Les indicateurs de dispersion

Quelques recherches se sont aussi intéressées aux indicateurs de dispersion (delMas & Liu, 2005 ; Konold & Pollatsek, 2002 ; Loosen et al., 1985 ; Mevarech, 1983 ; Reading & Shaughnessy, 2004 ; Watson et al., 2003). Konold et Pollatsek (2002) soulignent l'indissociabilité des indicateurs de position centrale et de dispersion (moyenne avec écart-type ; médiane avec écart interquartile), expliquant que la variabilité d'un jeu de données est inséparable de sa position centrale.

La notion de variabilité est fondamentale en statistique mais les termes couramment utilisés pour la caractériser sont souvent sources de confusion. Ainsi les termes de variation, dispersion et hétérogénéité peuvent être interprétés de différentes manières. Loosen et al. (1985) mettent en évidence la confusion qui peut exister entre ce que l'on appelle communément l'hétérogénéité des données et ce que l'on qualifie de dispersion par rapport à une valeur centrale (variabilité). Garfield et al. (1999, cité par delMas et Liu, 2005) ont observé que certains élèves, devant un histogramme ou un diagramme en bâtons, évaluent la variabilité de la distribution statistique en s'appuyant sur la variation de la hauteur des bâtons, et non sur l'espacement entre les bâtons et la moyenne.

3.3.1. Ecart-type

delMas et Liu (2005) expliquent qu'une bonne compréhension conceptuelle de l'écart-type repose sur la coordination, et donc la bonne assimilation, des concepts de distribution et de moyenne ; sans cela, il n'est pas possible de construire le concept d'écart-type. Reading et Shaughnessy (2004) indiquent que le concept d'écart-type est particulièrement complexe en ce qui concerne la mise en œuvre de son algorithme de calcul. Cependant, selon ces auteurs, la difficulté réside également dans la capacité des élèves à identifier l'écart-type comme une mesure de la variabilité. Cette conception erronée pourrait provenir d'une absence de métaphores ou de représentations suffisamment accessibles par les élèves, autre que la formule. delMas et Liu (2005) indiquent que les étudiants ont tendance à voir les données isolées plutôt que la série comme une entité. Il s'agit là d'une conception erronée déjà identifiée dans le cas de la moyenne (Konold & Higgins, 2003), il s'agit donc d'un constat plus général. Ces auteurs précisent également que les élèves considèrent à tort que répartir uniformément les données sur un certain intervalle augmente forcément l'écart type, mais ils oublient ici que l'écart-type dépend de l'écart des valeurs à la moyenne.

3.3.2. Écart interquartile

À notre connaissance, très peu de recherches se sont penchées sur l'écart interquartile. Le concept d'écart interquartile est associé aux quartiles, concepts particulièrement délicats. Une des difficultés du concept de quartile (indicateur de position) est liée à l'effectif total de la série, qui n'est que rarement divisible par quatre (Bakker et al., 2004). Par ailleurs, il existe différentes définitions qui

peuvent être proposées, créant confusion chez les élèves et ajoutant de la complexité au concept (Henry, 2006). En seconde, en France, la définition présentée dans les manuels est la suivante :

Pour une série ordonnée dans l'ordre croissant, le premier quartile, noté Q1 (respectivement Q3), est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% [respectivement 75%] des valeurs de la série soient inférieures ou égales à Q1 [respectivement Q3]. (Penninckx & Pilorge, 2019, p. 321)

Bakker et al. (2004) expliquent que le concept de quartile est assez éloigné de la manière dont les étudiants perçoivent une distribution statistique. Plus précisément, des chercheurs (Bakker & Gravemeijer, 2004 ; Konold et al., 2002) indiquent que les étudiants conçoivent généralement une distribution comme étant composée de trois parties (et non quatre) : la majorité des valeurs au centre, les valeurs basses et les valeurs élevées. Cette conception engendre des difficultés pour déterminer les valeurs de ces indicateurs de position. Biehler et Kombrink (1999) ont montré que les élèves rencontrent des difficultés à interpréter les diagrammes en boîte pour interpréter la dispersion, comprendre ce que représentent les quartiles, les intervalles entre quartiles ou encore extraire l'écart interquartile à partir de cette représentation.

Dans notre étude, nous souhaitons interroger les étudiants sur leur compréhension de l'indicateur de dispersion « écart interquartile », nous serons donc amenés à les questionner sur les concepts de quartiles (Q1 et Q3).

4. Objectif de la recherche

Notre objectif est d'étudier la compréhension des indicateurs statistiques (moyenne, médiane, écart-type, quartiles et écart interquartile) chez les étudiants français à l'entrée dans l'enseignement supérieur, dans des filières utilisatrices de statistique.

En appui sur l'approche onto-sémiotique, nos questions de recherche sont les suivantes :

- QR1 : Quelle compréhension des indicateurs statistiques abordés dans l'enseignement secondaire ont les étudiants entrant dans l'enseignement supérieur ?
- QR2 : Quels conflits sémiotiques peuvent expliquer leurs éventuelles difficultés ?

5. Méthodologie

Pour répondre à cette question de recherche, nous avons mis en place une étude quantitative auprès d'étudiants de différentes filières utilisatrices de statistique : management, psychologie, sciences de la vie et sciences économiques et sociales.

5.1. Présentation générale du questionnaire

La présente étude s'appuie sur les réponses à un questionnaire en ligne implémenté sur Limesurvey. Ce questionnaire a été élaboré dans un cadre plus vaste que l'objet de cet article. Il est composé de deux parties :

- la première comporte 14 items composés chacun de plusieurs questions (34 questions au total). Ces questions sont de différentes formes : QCM, Vrai/Faux ou question ouverte numérique. Ces questions abordent les différents contenus de statistique descriptive univariée présentés dans la partie 1.2. La présente étude se focalise sur 9 de ces items exclusivement centrés sur les concepts de moyenne, médiane, écart-type, quartiles et écart interquartile. Ces items portent exclusivement sur des variables statistiques quantitatives discrètes, et sont présentés en annexe⁴.
- la seconde permet de recueillir des éléments sur le profil de l'étudiant notamment son cursus dans le supérieur (filière et année d'entrée), ses choix de spécialités et d'options au lycée (première et terminale) et son genre.

⁴ Nous avons fait le choix de garder la numérotation des items telle qu'elle était dans le questionnaire en ligne. Les 9 items étudiés dans cet article sont les items 1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12.

Le questionnaire tel qu'il a été conçu impose de répondre à chaque question pour accéder à la suivante, sans possibilité de revenir en arrière. Pour cette raison, nous avons fait le choix de mettre la réponse « Je ne peux pas répondre » pour tous les items de type QCM à une seule réponse autorisée⁵.

5.2. Présentation des items : choix et analyse *a priori*

En appui sur notre cadre théorique, nous avons conçu des items permettant de tester la compréhension des étudiants concernant les concepts de moyenne, médiane, écart-type, quartiles et écart interquartile, et d'identifier d'éventuels conflits sémiotiques. Dans cette partie, nous présentons les choix de conception effectués et le cadre d'analyse *a priori* pour les 9 items. Celui-ci couvre les différentes composantes de l'approche onto-sémiotique : le champ de problèmes (choix des tâches proposées), les représentations sémiotiques utilisées, les procédures de résolution, et enfin les conflits sémiotiques potentiels que nous cherchons à identifier chez les étudiants.

5.2.1 Champ de problèmes

Ces items ont été inspirés de précédentes études (delMas et Liu, 2005, pour les items 9 et 10 ; Loosen et al., 1985 cité dans Batanera et al., 1994, pour l'item 5) ou directement conçus par les auteures. Bien que nous soyons conscientes que la résolution de problèmes est essentielle à l'apprentissage des mathématiques, nous avons choisi, dans le cadre de cette première étude en France, de proposer des items ne relevant pas strictement de la résolution de problèmes, contrairement à d'autres études (Madrid et al., 2022 ; Batanero et al., 2003). Nous proposons des tâches qui ne demandent pas aux étudiants de faire des choix entre plusieurs indicateurs ni de prendre des décisions après un calcul.

Selon la classification de Gal (1995), les questions se situent au niveau d'activité générative – l'étudiant fait de la statistique – plutôt que d'activité interprétative – l'étudiant se fait une opinion sur la signification des données.

Les tâches testées dans notre étude sont de trois types :

- Déterminer l'indicateur statistique demandé (nous ne parlons pas de « calculer » car il peut exister des procédures ne nécessitant pas de calcul) ;
- Comparer les indicateurs statistiques de deux séries statistiques ;
- Interpréter les indicateurs statistiques.

Nous avons identifié ces trois types de tâches comme essentielles pour la compréhension des indicateurs. D'une part, le type de tâche de détermination d'indicateur constitue un premier niveau de compréhension. D'autre part, le type de tâche d'interprétation, notamment pour la médiane et les quartiles, permet de rapprocher la valeur de l'indicateur à sa définition. Enfin, les tâches de comparaison de séries statistiques, au moyen d'indicateurs, sont régulièrement utilisées pour tester la compréhension des élèves et étudiants sur les indicateurs, par exemple dans Watson et al. (2003). De plus, ces trois types de tâches peuvent être rapprochés des programmes scolaires de cycle 4 et de seconde (partie 1), dans lesquels sont énoncées les capacités ou compétences suivantes :

- « calculer et interpréter des indicateurs de position ou de dispersion d'une série statistique » (cycle 4) ;
- « décrire verbalement les différences entre deux séries statistiques, en s'appuyant sur des indicateurs ou sur des représentations graphiques données » (seconde) ;
- « lire et interpréter des données sous forme de données brutes, de tableau, de diagramme (diagramme en bâtons, diagramme circulaire, histogramme) » (cycle 4).

Bien que le contexte joue un rôle primordial en statistique (Gattuso, 1999), nous avons toutefois fait le choix, pour certains items, de ne pas fournir de contexte, et pour les autres, nous avons choisi des contextes accessibles à tous (notes, nombre de cousins/cousines, salaire) afin que le contexte ne crée pas une difficulté de compréhension.

⁵ C'est aussi le cas pour un autre item.

5.2.2 Représentations sémiotiques

Afin d'avoir une vue d'ensemble sur la compréhension des indicateurs par les étudiants et bien que ne pouvant être exhaustives, nous avons conçu des items permettant de tester une variété de représentations sémiotiques. Des études ont en effet montré que la représentation sémiotique de la série statistique peut être une source de difficultés pour les élèves ou les étudiants (delMas et Liu, 2005 ; Pallauta et al., 2021).

Une première manière de représenter une série de données statistiques est de créer un tableau dit « tableau de données » qui consiste à associer à chaque individu de la population la (ou les) modalité(s) de la(les) variable(s) considérée(s). La notion de fréquence ou d'effectif n'est pas intégrée à ce type de représentation (Pallauta et al., 2021). Comme l'indique Parzysz (1999), dès lors que l'ensemble des données devient important, une possibilité consiste à regrouper les mêmes valeurs (variable quantitative), puis d'y associer l'effectif ou la fréquence relative à la taille de la population. On obtient alors un tableau de fréquence ou d'effectif. Seul le tableau de type « tableau de données » sera testé dans notre étude (item 1).

A partir d'une série de données, il est aussi possible de réaliser une ou plusieurs représentations graphiques. Ces représentations graphiques servent à la fois de support au raisonnement et d'outil de visualisation (Pichard, 1992). Dans le cas qui nous intéressent, à savoir les variables quantitatives discrètes, le type de représentations au programme de l'enseignement secondaire est le diagramme en bâtons⁶. Ce type de représentations graphiques sera testé dans les items 9 et 10. Curcio (1989) considère trois niveaux de lecture d'un graphique statistique :

1. lire les données (lecture directe),
2. lire à travers les données (lecture et comparaison ou lecture et calcul),
3. lire au-delà des données (extrapolation ou interpolation).

Dans leur travaux, Pallauta et al. (2021) étendent cette classification aux tableaux de données.

Dans le cas de notre étude, les représentations sémiotiques, de type tableau ou représentation graphique, proposées font appel au second niveau (« lire à travers les données »). Il ne s'agit plus seulement d'une lecture directe des données sans interprétation, mais d'une comparaison entre séries de données nécessitant de mobiliser des concepts statistiques.

5.2.3 Procédures de résolution

Pour chacune des tâches proposées, les procédures à mettre en œuvre sont généralement l'application directe d'une propriété, avec ou sans adaptation selon le registre de représentation de la question. Nous avons veillé à varier les propriétés à mobiliser.

Par ailleurs, pour un même type de tâche, plusieurs procédures peuvent être envisageables, suivant le registre en jeu et/ou la propriété mobilisée. Afin de ne pas alourdir la lecture, nous ne présentons pas, dans les tableaux en partie 5.2.5, les procédures associées à chacune des questions comme le font Madrid et al. (2022) et Batanero et al. (2003). A la place, nous détaillons dans ces tableaux les propriétés à mobiliser ainsi que les représentations sémiotiques en jeu, ce qui au final permet de retrouver les procédures possibles. Nous présentons ci-dessous deux exemples de procédures.

Dans les questions 5a et 10a, il s'agit de comparer les moyennes de deux séries symétriques avec mêmes valeurs extrêmes, dans un cas la série est donnée sous forme d'une liste ordonnée (5a) et dans l'autre, sous forme d'un diagramme en bâtons (10a). Du fait de la représentation sémiotique en jeu, les procédures sont différentes. Une procédure est d'identifier que les séries sont symétriques et de mêmes extrémités puis de conclure que les deux séries ont la même moyenne, par une propriété de la moyenne (conception « point d'équilibre »). Cependant identifier la symétrie de la série ne se fait pas de la même façon dans le cas du graphique où l'on peut repérer visuellement une symétrie axiale ou dans le cas de la liste ordonnée, où il est nécessaire d'analyser les nombres en jeu. Il est aussi envisageable comme procédure de calculer les moyennes de chacune des séries. Dans le cas de la liste ordonnée, l'algorithme de calcul de la moyenne s'applique directement, alors que dans le cas du

⁶ Dans le cas d'une variable qualitative, on parle de diagrammes en barres.

graphique, comme s'agit d'une moyenne pondérée, il est nécessaire d'extraire du graphique les valeurs et les effectifs avant d'appliquer l'algorithme. D'autres procédures sont encore envisageables, il est possible de répondre sans calculer la moyenne, à partir du principe de compensation des écarts (lorsqu'une valeur augmente de k , si elle est compensée par une autre qui diminue de k (k un réel), alors la moyenne est inchangée) qui relève de la conception « point d'équilibre ».

Une procédure envisageable pour répondre à la question 3a consiste à déterminer la médiane d'une série de données brutes non ordonnées avec un effectif N impair. En appui sur la définition, il s'agit d'ordonner la série par ordre croissant, de déterminer la position de la médiane en calculant $(N+1)/2$ (car nous sommes dans le cas d'un effectif impair), et d'identifier la valeur de la série ordonnée à cette position.

5.2.4 Conflits sémiotiques potentiels testés

Nous avons fait le choix de proposer des items de différents types : des QCM à réponse unique (items 3, 5, 6, 9 et 10) ou à réponses multiples (items 11 et 12), des questions Vrai/Faux (item 8) ou encore une question ouverte numérique (item 1). Ces choix méthodologiques nous permettent d'aborder un grand nombre de concepts statistiques⁷.

A partir des conceptions erronées, erreurs et difficultés identifiées dans les recherches antérieures (cf. partie 3), nous avons conçu le questionnaire afin de pouvoir tester la présence de certains de ces conflits sémiotiques chez les étudiants. Pour limiter les conflits sémiotiques d'ordre procédural, notamment calculatoire, les questions ont été choisies de manière à nécessiter pas ou peu de calcul (la calculatrice est interdite), dans le sens où il existe toujours une procédure ne nécessitant pas ou peu de calcul (calculs simples). Nous faisons donc l'hypothèse de travail que les conflits sémiotiques procéduraux de type calculatoire, s'ils existent, sont très minoritaires. Ils ne seront pas considérés ici (excepté pour l'item 1, seul item de type question ouverte numérique).

En complément des résultats de la littérature, et par analogie avec des conflits sémiotiques déjà identifiés pour d'autres concepts, nous intégrons à notre étude des conflits sémiotiques envisageables. Par exemple, les conflits sémiotiques liés au concept de quartile ont été inspirés par les conflits sémiotiques identifiés pour la médiane, notamment par Madrid et al. (2022). Un exemple de conflit sémiotique pour la médiane est de confondre la médiane avec la position qu'elle occupe dans la série ordonnée (CSC-Me2), tel qu'identifié par Madrid et al. (2022). De manière analogue, nous avons identifié *a priori* un conflit sémiotique pour le premier quartile, qui consiste à confondre le quartile avec la position qu'il occupe dans la série ordonnée (CSC-Q4). Le manque de travaux de recherche sur les difficultés liées aux concepts de quartiles, intervalles entre deux quartiles, étendue et écart interquartile nous limite tout de même dans l'identification précise de conflits sémiotiques. Cependant, notre étude permet d'avoir des éléments sur la compréhension de ces concepts par les étudiants. Par exemple, nous identifions le conflit sémiotique CSC-Q9 qui consiste à ne pas percevoir qu'il y a au moins 50% des données de la série entre Q1 et Q3, cependant nous ne précisons pas quelle interprétation les étudiants feraient alors. Une étude qualitative complémentaire serait nécessaire pour le préciser.

Tout comme Madrid et al. (2022), nous faisons une différence entre conflit sémiotique conceptuel qui consiste à confondre deux concepts (par exemple, confondre les concepts de médiane et de moyenne) et conflit sémiotique notational qui consiste à confondre deux termes (par exemple, confondre les termes « médiane » et « moyenne »). Au vu de la forme de notre questionnaire, nous ne pouvons pas dans ce cas discriminer avec certitude la nature du conflit. Cependant il est important pour nous de bien distinguer les deux types de conflits. Par exemple, les étudiants peuvent confondre les concepts de moyenne et de mode (CSC-Moy6). En revanche, le terme « mode » n'étant pas au programme (a fortiori non vu en classe), nous écartons la possibilité d'un conflit d'ordre notational qui consisterait à confondre les termes « moyenne » et « mode ».

Contraints par la longueur et la forme du questionnaire, nous ne pouvons pas tester avec exhaustivité tous les conflits sémiotiques et toutes les difficultés a priori identifiées dans la littérature. Par exemple,

⁷ Nous rappelons que l'ensemble du questionnaire n'est pas analysé ici.

le fait de considérer la moyenne et le point milieu (géométrique) comme mesures équivalentes ne sera pas testé dans ce questionnaire.

Nous avons bien conscience que la forme de ce questionnaire ne nous donne pas accès directement aux procédures des élèves ni à leurs argumentations. Cela nous empêche d'accéder avec certitude aux éventuels conflits sémiotiques qu'elles peuvent révéler. Pour cette raison, nous parlerons dans la suite de conflits sémiotiques potentiels. En effet, avoir seulement accès à la réponse ne nous permet pas d'être assurées d'identifier le conflit sémiotique associé à la mauvaise réponse donnée. De même, sans accès à la procédure de l'étudiant, nous ne pouvons être sûres qu'une bonne réponse n'est pas le résultat d'un conflit sémiotique opérationnel dans le cas particulier de l'item en question. C'est le cas des questions 5a et 10a pour lesquelles considérer que la moyenne et le point milieu sont des mesures équivalentes (erreur déjà mise en évidence par Mokros & Russell (1995)) permet pourtant ici de répondre correctement.

5.2.5 Présentation des tableaux

Les tableaux suivants présentent les analyses a priori des items (question par question) concernant les concepts de moyenne (tableau 2), d'écart-type (tableau 3), de médiane (tableau 4) et de quartiles et écart interquartile (tableau 5).

Dans chaque tableau, nous retrouvons :

- les types de tâches testés (dans la partie « champ de problèmes »), en précisant si l'énoncé est contextualisé ou non (dans le cas de la présence d'un contexte, un (c) est ajouté dans la case) ;
- les représentations sémiotiques en jeu dans l'énoncé ;
- les définitions et propriétés pouvant être mobilisées dans les procédures (plusieurs procédures étant envisageables, cela implique que toutes les définitions/propriétés sélectionnées ne sont pas nécessairement mobilisées conjointement) ;
- les conflits sémiotiques potentiels testés dans les différentes questions.

		Question					
		1a	1b	5a	6a	9a	10a
Champ de problèmes	Déterminer la moyenne d'une série	x	x				
	Comparer les moyennes de deux séries						
Représentations sémiotiques	La série est donnée sous la forme d'un tableau de données brutes	x	x				
	La série est donnée sous la forme d'une liste de données brutes ordonnées			x			
	La série est donnée sous la forme d'une liste de données brutes non ordonnées				x		
	La série est donnée sous la forme d'un diagramme en bâtons					x	x
Définition et Propriétés	La moyenne est la somme des valeurs prises par la variable pour chaque individu, divisée par l'effectif total de la population (définition de la moyenne, lié à la conception "partage équitable")	x	x	x	x	x	x
	La moyenne se situe entre les valeurs extrêmes de la série	x	x				
	La moyenne n'est pas nécessairement égale à l'une des valeurs de la série		x				
	La somme des écarts à la moyenne est nulle (liée à la conception "point d'équilibre")	x	x	x		x	x
	La moyenne est influencée par toutes les valeurs de la série				x		
	La moyenne est la valeur la plus proche des données (liée à la conception "valeur représentative")			x		x	
	Si on augmente toutes les valeurs de la série de k, alors la moyenne sera augmentée de k (où k est un réel)					x	
	Si toutes les valeurs de la série sont identiques, alors la moyenne est égale à cette valeur (liée à la conception "partage équitable")	x					
	Dans le cas d'une distribution symétrique, la moyenne est le centre de la distribution (autrement dit : le milieu géométrique de la série)	x	x	x			x
	Dans un diagramme en bâtons, la moyenne se lit sur l'axe représentant les valeurs de la variable (ici l'axe des abscisses)					x	x
Conflits sémiotiques potentiels	CSC-Moy1 : Considérer que la moyenne prend nécessairement une des valeurs de la série (average as Mokros & Russell, 1995)		x				
	CSC-Moy2 : Considérer que la variabilité des données affecte nécessairement la valeur de la moyenne (Batanero et al., 2009)			x			x
	CSC-Moy3 : Ignorer que si une valeur de la série est modifiée, sans ajustement compensatoire sur les autres valeurs, alors nécessairement la moyenne change (adapté de Mayén et al. (2009))				x		
	CSC-Moy4 : Dans un diagramme en bâtons, considérer que la moyenne se lit sur l'axe des effectifs (ici axe des ordonnées) et non sur l'axe des valeurs de la variable (ici axe des abscisses) (Boels et al., 2019)					x	x
	CSC-Moy5 : Considérer que deux séries représentées par des diagrammes en bâtons ayant la même forme ont également la même moyenne					x	x
	CSC-Moy6 : Confondre les concepts de moyenne et de mode (Mokros & Russell, 1995)						x
	CSN-Moy1 : Confondre les termes "moyenne" et "médiane"				x		
	CSP-Moy1 : Prendre en compte l'ensemble des valeurs du tableau de données brutes pour calculer la moyenne (même les valeurs concernant une autre variable)	x					

Tableau 2. Analyse a priori des items concernant le concept de moyenne

		Question			
		1c	5b	9b	10b
Champ de problèmes	Déterminer l'écart-type d'une série	x			
	Comparer les écart-types de deux séries		x	x	x
Représentations sémiotiques	La série est donnée sous la forme d'un tableau de données brutes	x			
	La série est donnée sous la forme d'une liste de données brutes ordonnées		x		
Définition et Propriétés	La série est donnée sous la forme d'un diagramme en bâtons			x	x
	L'écart-type est la moyenne quadratique des écarts à la moyenne (définition)	x			
	Si on augmente toutes les valeurs de la série de k, alors l'écart-type est inchangé (où k est un réel)			x	
	Si toutes les valeurs de la série sont identiques, alors l'écart-type est nul	x			
Conflits sémiotiques potentiels	Si on augmente l'écart entre une valeur (ou plusieurs) et la moyenne, sans modifier les autres valeurs, alors l'écart-type augmente		x		x
	Dans le cas d'une distribution symétrique, la valeur de l'écart-type est indépendante de l'endroit où la distribution est centrée		x		x
	CSC-ET1 : Confondre les concepts d'écart-type et de moyenne	x	x	x	x
Conflits sémiotiques potentiels	CSC-ET2 : Confondre les concepts d'écart-type et d'étendue	x	x	x	x
	CSC-ET3 : Considérer que plus les données sont diversifiées plus l'écart-type est grand (Loosen et al., 1985)		x	x	
	CSC-ET4 : Considérer que l'écart-type est égal à l'écart maximal à la moyenne	x	x	x	x
	CSC-ET5 : Considérer que l'écart-type varie dans le même sens que la moyenne		x	x	x
	CSC-ET6 : Considérer que deux séries ayant même moyenne et mêmes extrémités ont même écart-type		x	x	x
	CSN-ET1 : Confondre les termes "écart-type" et "moyenne"	x	x	x	x
	CSN-ET2 : Confondre les termes "écart-type" et "étendue"	x	x	x	x

Tableau 3. Analyse a priori des items concernant le concept d'écart-type

		Question		
		3a	6b	11
Champ de problèmes	Déterminer la médiane d'une série	x		
	Comparer les médianes de deux séries		x	
	Interpréter la valeur de la médiane.			x
Représentations sémiotiques	La série est donnée sous la forme d'une liste de données brutes non ordonnées	x	x	
	L'indicateur est donné dans le langage naturel en contexte, avec l'adjectif "médian"			x
Définition et Propriétés	Si l'effectif est impair, la médiane est une des valeurs de la série	x		
	La médiane n'est pas sensible aux valeurs extrêmes de la série		x	
Conflits sémiotiques potentiels	La médiane est un nombre Me tel qu'au moins la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Me et au moins la moitié des valeurs de la série lui sont supérieures ou égales (définition)			x
	CSC-Me1 : Considérer que la médiane est la valeur centrale de la série non ordonnée (Madrid et al., 2022; Barr, 1980; Cobo, 2003; Mayén et al., 2009)	x	x	
	CSC-Me2 : Confondre la médiane avec la position qu'elle occupe dans la série ordonnée (Madrid et al., 2022)		x	
	CSC-Me3 : Confondre les concepts de médiane et de moyenne (Mayén et al., 2009)	x	x	x
	CSC-Me4 : Confondre les concepts de médiane et de mode (valeur la plus fréquente) (Mayén et al., 2009)	x		x
	CSC-Me5 : Considérer que la médiane est nécessairement influencée par le changement d'une donnée de la série		x	
	CSC-Me6 : Considérer que la médiane varie dans le même sens que la moyenne		x	
	CSC-Me7 : Confondre les concepts de médiane et de premier quartile			x
	CSN-Me1 : Confondre les termes "médiane" et "moyenne" (Madrid et al., 2022; Cobo, 2003; Mayén et al., 2009)	x	x	
CSN-Me2 : Ne pas associer les termes "médian" et "médiane"			x	

Tableau 4. Analyse a priori des items concernant le concept de médiane

		Question					
		Q1		Autres			
		3b	12	8a	8b	8c	8d
Champs de problèmes	Déterminer le premier quartile d'une série	x	x				
	Comparer les étendues de deux séries			x			
	Comparer les écarts interquartiles de deux séries				x		
	Interpréter les intervalles entre deux quartiles					x	x
Représentations sémiotiques	La série est donnée sous la forme d'une liste de données brutes non ordonnées	x					
	La série n'est pas donnée et l'indicateur Q1 est donné dans le langage naturel en contexte		x				
Définitions et Propriétés	La série n'est pas donnée et les indicateurs Min, Q1, Me, Q3, Max sont donnés sous forme numérique			x	x	x	x
	Le premier quartile est la plus petite valeur Q1 de la série telle qu'au moins 25% des données sont inférieures ou égales à Q1 (définition)	x	x			x	
	Les quartiles Q1 et Q3 sont nécessairement une valeur de la série	x					
	Propriété des pourcentages : Si k% des données ont une valeur strictement supérieur à x, alors (100-k)% des données ont une valeur inférieure ou égale à x			x			
	L'étendue est la différence Max-Min (définition de l'étendue)			x			
	L'écart interquartile est la différence Q3 - Q1 (définition)				x	x	
	Le troisième quartile est la plus petite valeur Q3 de la série telle qu'au moins 75% des données sont inférieures ou égales à Q3 (définition)					x	x
Conflits sémiotiques potentiels	La médiane est un nombre Me tel qu'au moins la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à Me et au moins la moitié des valeurs de la série lui sont supérieures ou égales (définition)						x
	CSC-Q1 : Confondre les concepts de premier quartile et de minimum	x					
	CSC-Q2 : Considérer que le premier quartile est la première valeur de la série non ordonnée	x					
	CSC-Q3 : Considérer que le premier quartile est la valeur de la série non ordonnée à la position qu'il occupe dans la série ordonnée	x					
	CSC-Q4 : Confondre le premier quartile avec la position qu'il occupe dans la série ordonnée	x					
	CSC-Q5 : Considérer que la position du premier quartile est l'entier le plus proche de N/4 (et non l'entier supérieur)	x					
	CSC-Q6 : Considérer que le premier quartile est la valeur de la série non ordonnée à la position qu'il occupe dans la série ordonnée, en considérant que la position est l'entier le plus proche de N/4 et non l'entier supérieur (qui correspond au couplage de CSC-Q3 et CSC-Q5)	x					
	CSC-Q7 : Ne pas considérer comme équivalent "75% des individus ont une valeur strictement supérieure à ..." à "25% des individus ont une valeur inférieure ou égale à ..."		x				
	CSC-Q8 : Considérer que l'écart interquartile varie dans le même sens que l'étendue				x		
	CSC-Q9 : Ne pas percevoir qu'il y a au moins 50% des données de la série entre Q1 et Q3					x	
	CSC-Q10 : Ne pas percevoir qu'il y a au moins 25% des données de la série entre Me et Q3						x
	CSN-Q1 : Confondre les termes "premier quartile" et "minimum"	x					
	CSN-Q2 : Associer le pourcentage 75% au troisième quartile, sans prendre en compte la présence ou non des termes supérieur ou inférieur		x				
	CSN-Q3 : Ne pas connaître le terme "étendue"			x			
CSN-Q4 : Ne pas connaître le terme "écart interquartile"				x			

Tableau 5. Analyse a priori des items concernant les concepts de quartile et d'écart interquartile

5.3. Données collectées

Les passations ont eu lieu entre août et octobre 2022 durant les premiers jours ou semaines de cours de première année dans l'enseignement supérieur, avant le premier enseignement de statistique. Les étudiants ont été contactés par mail par leur responsable pédagogique de parcours et ont été invités à répondre au questionnaire en ligne sur la base du volontariat. Nous avons pu recueillir 358 réponses complètes. Parmi celles-ci, nous conservons pour cette étude uniquement les réponses correspondantes aux étudiants ayant suivi l'ensemble de leur scolarité dans un lycée général français en France⁸, entre 2019 et 2022⁹. Ces étudiants appartiennent à la première promotion ayant suivi les nouveaux programmes du lycée de la seconde (grade 10) à la terminale (grade 12). Au final, 283 questionnaires ont pu être exploités pour l'étude. Ces étudiants sont inscrits en première année de management (182 étudiants, école privée), de psychologie (12 étudiants, université), de sciences de la vie (22 étudiants, université) ou de sciences économiques et sociales (65 étudiants, université) et 2 non réponses à cette question. Sur les 283 étudiants, 145 sont des femmes, 133 des hommes et 8

⁸ Nous avons exclu les étudiants ayant étudié dans un lycée français à l'étranger, car ces lycées ne suivent pas forcément les programmes scolaires de l'Education nationale.

⁹ Nous pouvons noter que ces élèves ont vécu la crise de la Covid-19 pendant leurs années lycée.

n'ont pas souhaité répondre. Dans le tableau 6 ci-dessous, nous précisons la répartition des étudiants selon les spécialités Mathématiques et SES en terminale.

Spécialité mathématiques \ Spécialité SES	oui	non	total
oui	93	59	152 (29 avec l'option maths expertes)
non	101	30	131 (96 avec l'option maths complémentaires)
total	194	89	283

Tableau 6. Répartition des étudiants dans les spécialités mathématiques et SES en terminale

5.4. Méthode d'analyse des données

L'analyse quantitative des réponses est principalement une analyse descriptive univariée, question par question. Les questions de type QCM à réponse multiple (items 11 et 12) ont été analysées en considérant chaque affirmation (modalités de réponse) comme étant des questions de type Vrai/Faux. Des analyses croisées entre les réponses à différents items complémentaires permettent de dégager des résultats complémentaires. Ces croisements ont été réalisés en fonction des types de tâches, des conflits sémiotiques potentiels testés ou encore selon les concepts statistiques abordés. Par exemple, dans le cas d'un conflit sémiotique concernant des liens d'implication erronés qui sont faits entre des concepts, comme le conflit sémiotique CSC-Q8 qui consiste à considérer que l'écart interquartile varie dans le même sens que l'étendue, il est nécessaire de relier la réponse concernant l'écart interquartile à celle concernant l'étendue pour repérer ce conflit. Toutes ces analyses ont été réalisées au moyen des logiciels SPSS et R.

6. Résultats de l'analyse des réponses au questionnaire

A partir des grilles d'analyse *a priori* (tableaux 2 à 5), nous présentons ci-après l'analyse des réponses au questionnaire qui met en évidence les conflits sémiotiques identifiés et examinés pour chaque question.

6.1. Résultats sur la moyenne

Cette partie concerne les questions sur la moyenne, analysées *a priori* dans le tableau 2.

6.1.1. Questions 1a et 1b de l'item 1

Dans l'item 1 les données sont représentées sous la forme d'un tableau où chaque ligne correspond à un individu ($n = 4$), avec en colonnes les valeurs prises pour chacune des deux variables. Le tableau ne fait apparaître ni les effectifs ni les fréquences. Le type de tâche associé aux questions 1a et 1b est de déterminer la valeur de la moyenne à partir du tableau de données fourni. Les résultats à ces questions sont présentés dans le tableau 7.

1a. Réponse	Conflit sémiotique associé	Effectif	%
15	bonne réponse	272	96,1
14	CSP-Moy1	7	2,5
Autre (12 ; 13,5 ; 56)		4	1,4
1b. Réponse	Conflit sémiotique associé	Effectif	%
13	bonne réponse	271	95,8
12 ou 14	CSC-Moy1	0	0
Autre (10,5 ; 12,5 ; 13,5 ; 15 ; 21 ; 26 ; 52)		12	4,2

Tableau 7. Distribution des réponses aux questions 1a et 1b

Nous testons ici la présence du conflit conceptuel CSC-Moy1 identifié par Russell et Mokros (1991) : la moyenne étant une valeur raisonnable (Russell et Mokros, 1995), elle ferait toujours partie des valeurs de la série (conception erronée identifiée également par Gattuso, 1999). Pour cela nous proposons deux questions : la première pour laquelle la moyenne fait effectivement partie des données de la série (15) et la seconde pour laquelle elle n'en fait pas partie (la moyenne vaut ici 13). Les réponses obtenues (aucune réponse 12 ou 14 à la seconde question) nous permettent de conclure que les étudiants interrogés ne semblent pas partager ce conflit sémiotique. De manière générale, les étudiants ont largement réussi ces deux premières questions, avec 96,1% (n = 272) de bonnes réponses à la première question et 95,8% (n = 271) à la seconde.

A la question 1a, nous identifions la présence du conflit procédural CSP-Moy1 à hauteur de 2,5% (n = 7). Il s'agit d'étudiants qui, dans leur calcul, considèrent l'ensemble des valeurs présentes dans le tableau de données, et non pas uniquement celles correspondant à la variable « note en économie » (réponse 14). Cette difficulté peut provenir du fait que le tableau présente les valeurs de deux variables sur une même population, mais sans les croiser (Lahanier-Reuter, 2003). Autrement dit, ce n'est pas un tableau de contingence.

Les réponses « 56 » à la première question (n = 2), et « 26 » (n = 2) à la seconde nous semblent rattachées à un conflit sémiotique conceptuel qui consisterait à considérer que la moyenne serait obtenue en divisant la somme des valeurs par 2, quel que soit l'effectif de la population étudiée. Les étudiants qui répondent « 56 » prendraient en plus en compte l'ensemble des valeurs du tableau et pas seulement celles concernant la variable étudiée (à rapprocher de CSP-Moy1).

De plus, remarquons que les sept étudiants qui répondent « 21 », « 26 » ou « 52 » n'appliquent pas la propriété « la moyenne se situe entre les valeurs extrêmes de la série ».

6.1.2. Question 5a de l'item 5

La question 5a consiste à comparer la moyenne de deux séries de données :

- une série A : 10, 20, 30, 40, 50, 60 et
- une série B : 10, 10, 10, 60, 60, 60.

Ces séries sont représentées sous forme de listes numériques ordonnées, ce qui permet de visualiser la symétrie de chacune des distributions une fois les nombres en jeu analysés. Les résultats sont présentés dans le tableau 8.

Réponse	Conflit sémiotique associé	Effectif	%
Égale	bonne réponse	215	76,0
Inférieur	CSC-Moy2	39	13,8
Supérieur	CSC-Moy2	27	9,5
Je ne peux pas répondre		2	0,7

Tableau 8. Distribution des réponses à la question 5a

76% des étudiants répondent correctement à cette question. Plusieurs procédures permettent de déterminer explicitement la valeur de la moyenne, ce qui est rendu possible par la donnée de l'ensemble des valeurs (une analyse *a priori* de différentes procédures est présentée dans la partie 5.2.3). Près d'un quart des étudiants ($n = 66$) ne répondent pas correctement. Ils ont soit fait une erreur de calcul (dans une démarche de détermination explicite de la moyenne), soit ils présentent le conflit conceptuel CSC-Moy2 qui consiste à considérer que la variabilité des données affecte forcément la valeur de la moyenne. Ces étudiants, qui n'ont pas recours à une procédure calculatoire, n'ont pas intégré que la moyenne peut rester stable même quand certaines données varient, tant que les écarts se compensent.

6.1.3. Question 6a de l'item 6

A la question 6a, il s'agit de déterminer l'influence d'un changement de valeur d'une des données extrêmes sur la moyenne. Selon Russell et Mokros (1991), la compréhension de l'effet d'un changement dans les données sur les indicateurs illustre une bonne compréhension de la notion de représentativité de l'indicateur en question. Dans cet item 6, la série initiale est représentée sous forme d'une liste de 11 valeurs non ordonnées. Les résultats à cette question sont donnés dans le tableau 9.

Réponse	Conflit sémiotique associé	Effectif	%
Augmentée	bonne réponse	264	93,3
Inchangée	CSC-Moy3 ou CSN-Moy1	8	2,8
Diminuée		7	2,5
Je ne peux pas répondre		4	1,4

Tableau 9. Distribution des réponses à la question 6a

Cette question est très bien réussie (93,3% de réussite). Les 8 répondants qui indiquent que la moyenne reste inchangée, rencontrent le conflit sémiotique conceptuel CSC-Moy3 (ou éventuellement le conflit sémiotique notational CSN-Moy1, ce qui nous semble peu probable). Ils semblent ignorer que si une valeur de la série est modifiée, sans ajustement compensatoire sur les autres valeurs, alors nécessairement la moyenne change.

6.1.4. Question 9a de l'item 9 et question 10a de l'item 10

Ces deux items s'inspirent des recherches de delMas et Liu (2005) sur la moyenne et l'écart-type. Chacun de ces items présente deux distributions sous forme de diagrammes en bâtons, il s'agit ici de comparer les moyennes (9a et 10a) puis les écarts-types (9b et 10b, questions traitées en partie 4.2.3). Dans l'item 9, l'une des distributions est un translaté de la première, tandis que dans l'item 10, les deux distributions sont symétriques mais l'une présente des bâtons plus éloignés de part et d'autre de la valeur centrale. Les résultats aux deux questions sont présentés dans le tableau 10 suivant.

9a. Réponse	Conflit(s) sémiotique(s) associé(s)	Effectif	%
Plus petite	bonne réponse	149	52,7
Égale	CSC-Moy4 ou CSC-Moy5	100	35,3
Je ne peux pas répondre		18	6,3
Plus grande		16	5,7
10a. Réponse	Conflit(s) sémiotique(s) associé(s)	Effectif	%
Égale	bonne réponse ou CSC-Moy4 ou CSC-Moy5 ou CSC-Moy6	188	66,4
Plus grande	CSC-Moy2	43	15,2
Plus petite	CSC-Moy2	34	12,0
Je ne peux pas répondre		18	6,4

Tableau 10. Distribution des réponses aux questions 9a et 10a

Dans l'item 9, entre la série A et la série B, les bâtons sont tous translatés vers la droite de 4 unités. Cela revient à appliquer la propriété suivante : « si on augmente de k toutes les valeurs d'une série, alors la moyenne sera augmentée de k (où k est un réel) ». Seule la moitié des réponses sont correctes (52,7%, $n = 149$). Plus d'un tiers des étudiants (35,3%, $n = 100$) répondent à tort que la moyenne reste la même. Ces étudiants confondent « avoir même moyenne » et « avoir même forme de distribution », dans le cas de deux séries représentées par des diagrammes en bâtons (CSC-Moy5). En nous appuyant sur les travaux de Boels et al. (2019) nous pouvons également faire l'hypothèse que ces mauvaises réponses relèvent du conflit conceptuel (CSC-Moy4) selon lequel la moyenne se lirait sur l'axe des effectifs (ici, l'axe des ordonnées) et non sur l'axe des valeurs de la variable (ici, l'axe des abscisses).

Dans l'item 10, les deux distributions sont symétriques, centrées en la même valeur, et présentent des bâtons de hauteurs égales deux à deux. Seul l'écartement des bâtons par rapport au centre diffère, c'est-à-dire la dispersion. La moyenne, elle, reste la même grâce à la compensation des écarts. Deux tiers des étudiants (66,4%) répondent correctement à cette question. Ils sont 27,2% ($n = 77$) à rencontrer des difficultés, lesquelles peuvent provenir d'un conflit sémiotique conceptuel (CSC-Moy2) qui consiste à considérer que la variabilité des données affecte nécessairement la valeur de la moyenne, ce qui n'est pas le cas ici étant donné que les valeurs se compensent de part et d'autre du centre. Il s'agit du même conflit qu'à la question 5a, rencontré alors à 23,3%. Notons enfin qu'une bonne réponse à la question 10 peut être le résultat de la mise en œuvre d'un conflit conceptuel opérationnel dans ce cas particulier, ce qui surévalue le taux de bonne réponse à cette question. Il peut s'agir d'une lecture de graphique erronée mais opérationnelle ici selon laquelle la moyenne se lirait sur l'axe des effectifs et non sur l'axe des valeurs de la variable (CSC-Moy4) ; du conflit sémiotique selon lequel deux distributions de même forme (ici en cloche), ont même moyenne (CSC-Moy5) ; du conflit sémiotique selon lequel la moyenne est la valeur la plus fréquente (CSC-Moy6) (Mokros & Russell, 1995).

6.1.5. Synthèse des résultats sur la moyenne

Deux types de tâches ont été testés à travers ce questionnaire pour le cas de la moyenne. Il s'agit de *déterminer la moyenne d'une série et comparer les moyennes de deux séries*. 263 étudiants, soit 92,9%, ont réussi simultanément les deux tâches de détermination de la moyenne, soit les deux premières questions de l'item 1. Les erreurs à ces questions peuvent provenir d'erreurs de calculs mais également de difficultés à identifier les variables représentées et à interpréter la structure du tableau de données qui présente les valeurs de deux variables sur une même population, mais sans les croiser. Ce type de difficulté a déjà été identifié par Lahanier-Reuter (2003). Selon nous, ces

difficultés relèvent du premier niveau de lecture d'un tableau, à savoir « lire les données », selon la classification de Curcio (1989), reprise par Pallauta et al. (2021) dans le cas des tableaux (cf. partie 5.2.2).

Concernant la comparaison des moyennes de deux séries, nous avons testé ce type de tâches pour des représentations sémiotiques différentes : liste de données ordonnées, liste de données non ordonnées et diagramme en bâtons. Seuls 27,2% (n = 77) des étudiants répondent correctement aux quatre questions relevant de ce type de tâches (question 5a, 6a, 9a et 10a). C'est un résultat qui nous interpelle car il s'agit d'une compétence au programme de la classe de seconde (cf. partie 1). Ils sont tout de même 71,0% à répondre correctement aux questions 5a et 6a mais ils ne sont plus que 37,8% à répondre correctement aux questions 9a et 10a. La série donnée sous forme d'une liste numérique semble donc favorable aux étudiants pour ce type de tâches.

Certaines difficultés nous semblent associées à une mauvaise compréhension de la notion de *variabilité* des données. En effet, certains étudiants répondent incorrectement car ils semblent considérer que toute modification des données impacte la moyenne, sans même imaginer que les écarts ainsi créés puissent se compenser (questions 5a et 10a). Inversement d'autres semblent ignorer que si l'on ne change que certaines valeurs de la série, sans compenser ces écarts sur les autres valeurs, la moyenne change alors nécessairement (question 6a). Les questions 5a et 10a relèvent du même type de tâches et présentent la même particularité : comparer la moyenne de deux distributions symétriques ayant les mêmes valeurs extrêmes. Cependant, alors que 76,0% des étudiants répondent correctement à la question 5a, seuls 50,5% (n = 143) répondent correctement aux deux questions simultanément. Cette différence met en évidence l'impact de la représentation de la série de données sur la réussite des étudiants.

Le conflit qui consiste à considérer que la moyenne et le point milieu sont des mesures équivalentes n'a pas été testé ici (Mokros & Russell, 1995). Il est néanmoins opérationnel pour les items présentés, ce qui surévalue sans doute légèrement le taux de bonnes réponses (symétrie des distributions, distributions translatées...).

Dans le cas de la représentation sous la forme de diagramme en bâtons, les conflits identifiés pour les réponses aux questions 9a et 10a sont associés au second niveau de lecture d'un graphique « lire entre les données » (Curcio, 1989) : il n'est pas possible de simplement lire les données pour répondre ici. Soit il faut interpréter le graphique en s'appuyant sur des propriétés associées à la moyenne pour les comparer, soit il faut mettre en oeuvre une procédure coûteuse de calcul d'une moyenne pondérée après avoir lu les effectifs et les valeurs sur le graphique (cf. le détail des procédures en partie 5.2.3). Les difficultés rencontrées sont pour certaines spécifiques à ce type de représentation : confusion entre l'axe des effectifs (ici l'axe des ordonnées) et celui des valeurs de la variable (ici l'axe des abscisses), mais d'autres relèvent de conflits conceptuels, associés au concept de moyenne.

6.2. Résultats sur l'écart-type

Cette partie concerne les questions analysées *a priori* dans le tableau 3.

6.2.1. Question 1c de l'item 1

Dans la dernière question de l'item 1, il s'agit de déterminer la valeur de l'écart-type à partir du tableau de données qui est présenté. Les résultats sont présentés dans le tableau 11.

Réponse	Conflit(s) sémiotique(s) associé(s)	Effectif	%
0	bonne réponse	217	76,7
15	CSC-ET1 ou CSN-ET1	29	10,2
2	CSC-ET2 ou CSN-ET2	11	3,9
1	CSC-ET4	8	2,8
Autre		18	6,4

Tableau 11. Distribution des réponses à la question 1c

Près d'un quart des étudiants (23,3%, $n = 66$) répond incorrectement à la question 1c. Parmi les mauvaises réponses, c'est la valeur de la moyenne (« 15 ») qui ressort le plus ($n = 29$). Cette erreur peut soit provenir d'un conflit conceptuel qui consiste à confondre les concepts d'écart-type et de moyenne (CSC-ET1) ; soit du conflit notational qui relève d'une confusion entre les termes « écart-type » et « moyenne » (CSN-ET1). Ce dernier nous semble moins probable étant donné que la question de la moyenne a été posée précédemment (question 1a). De la même manière, la réponse erronée « 2 » ($n = 11$) relève d'une confusion entre l'étendue et l'écart-type (conceptuel, CSC-ET2, ou notational, CSN-ET2). Enfin, la réponse « 1 », qui apparaît huit fois, provient sans doute d'une confusion entre l'écart-type et l'écart maximal à la moyenne qui correspond ici à la différence entre 14 et 13 (CSC-ET4).

6.2.2. Question 5b de l'item 5

Dans cette question, on cherche à comparer les écarts-types de deux séries de données représentées sous forme de listes numériques ordonnées. Il s'agit ici de l'application directe et visuelle de la propriété suivante, si on augmente l'écart entre une valeur (ou plusieurs) et la moyenne, sans modifier les autres valeurs, alors l'écart-type augmente. Les résultats sont présentés dans le tableau 12.

Réponse	Conflit(s) sémiotique(s) associé(s)	Effectif	%
Inférieur	bonne réponse	106	37,5
Egal	CSC-ET1 ou CSN-ET1 ou CSC-ET2 ou CSN-ET2 ou CSC-ET4 ou CSC-ET5 ou CSC-ET6	116	41,0
Je ne peux pas répondre		33	11,6
Supérieur	CSC-ET3	28	9,9

Tableau 12. Distribution des réponses à la question 5b

À peine plus d'un tiers (37,5%, $n = 106$) des étudiants répondent correctement à la question 5b. L'erreur la plus courante est de répondre que les écarts-types des deux séries sont égaux. Plusieurs explications sont possibles. La première est de confondre le concept d'écart-type avec le concept de moyenne (CSC-ET1, ou le conflit notational CSN-ET1 mais cela nous semble peu probable) ou encore de considérer que l'écart-type varie systématiquement dans le même sens que la moyenne (CSC-ET5). On peut aussi imaginer que certains étudiants confondent l'écart-type et l'étendue (CSC-ET2 ou CSN-ET2). Certains étudiants peuvent aussi ici confondre l'écart-type et l'écart maximal à la moyenne, l'écart maximal à la moyenne étant le même pour les deux séries dans le cas de cet exemple (CSC-ET4). On peut également supposer que certains associent à l'écart-type des propriétés qu'ils connaissent pour la moyenne, étant donné que ces deux indicateurs sont souvent associés dans l'analyse statistique, ou encore qu'ils considèrent que deux séries de même moyenne et de même extrémités ont même écart-type (CSC-ET6, cas particulier de CSC-ET5). L'analyse croisée des questions 5a et 5b montre effectivement que 29,0% ($n = 82$) des étudiants répondent «

égal » aux deux questions. En revanche, ils sont 12,0% (n = 34) à répondre « égal pour l'écart-type mais pas pour la moyenne. Pour ces derniers, on peut écarter les conflits sémiotiques CSC-ET5 et CSC-ET6.

Concernant les 9,9% de réponses "supérieur », une explication possible issue de Loosen et al. (1985) est que les étudiants confondent la diversité des données (6 modalités de valeurs différentes pour la série A contre seulement 2 pour la série B) avec la dispersion (variabilité) des données (CSC-ET3).

6.2.3. Question 9b de l'item 9 et question 10b de l'item 10

Après avoir comparé les moyennes de deux séries présentées sous forme de diagrammes en bâtons (questions 9a et 10a), il s'agit ici de comparer les écarts-types de ces deux distributions. Les résultats aux questions 9b et 10b sont résumés dans le tableau 13 ci-dessous.

9b. Réponse	Conflit(s) sémiotique(s) associé(s)	Effectif	%
Egal	bonne réponse ou CSC-ET2 ou CSN-ET2 ou CSC-ET3 ou CSC-ET4 (ou CSC-ET5)	167	59,0
Plus petit	CSC-ET1 ou CSN-ET1 ou CSC-ET5 ou CSC-ET6	51	18,0
Je ne peux pas répondre		37	13,1
Plus grand	(CSC-ET5)	28	9,9
10b. Réponse	Conflit(s) sémiotique(s) associé(s)	Effectif	%
Plus petit	bonne réponse (ou CSC-ET5)	72	25,4
Egal	CSC-ET1 ou CSN-ET1 ou CSC-ET2 ou CSN-ET2 ou CSC-ET4 ou CSC-ET5 ou CSC-ET6	144	50,9
Je ne peux pas répondre		37	13,1
Plus grand	(CSC-ET5)	30	10,6

Tableau 13. Distribution des réponses aux questions 9b et 10b

59% des étudiants (n = 167) répondent correctement à la question 9b, cas où les distributions sont le translaté l'une de l'autre, tandis qu'ils ne sont plus qu'un quart (25,4%) à la question 10b. 51 étudiants (18%) répondent « plus petit » à la question 9b, parmi eux 25 (8,8% de la population totale) répondent à la fois « plus petit » à la question 9a sur la moyenne et « plus petit » pour la question 9b. Ces 25 étudiants considèrent probablement que la moyenne étant plus petite, alors il en est de même pour l'écart-type (CSC-ET5). Cette explication est également valable pour les 104 étudiants (36,7%) qui répondent « égal » à la question 10b et à la question 10a. Dans le cas de l'item 10, cette erreur peut également venir d'étudiants qui considèrent que deux distributions de mêmes extrémités et de même moyenne possèdent même écart-type (CSC-ET6).

D'autres explications peuvent nous aider à comprendre le score très élevé (50,9%) de réponse « égal » à la question 10b. Il peut en effet s'agir d'étudiants qui confondent l'écart-type et la moyenne (CSC-ET1 ou CSN-ET1), l'écart-type et l'étendue (CSC-ET2 ou CSN-ET2), ou encore l'écart-type et l'écart maximal à la moyenne (CSC-ET4). En effet, ces trois indicateurs restent inchangés, contrairement à l'écart-type.

Notons enfin que le taux de bonnes réponses à la question 9b est sans doute surestimé car une bonne réponse à cette question peut être le résultat d'un conflit sémiotique opérationnel. En effet, les étudiants qui confondent écart-type et étendue répondent correctement (CSC-ET2 ou CSN-ET2), tout comme ceux qui confondent écart-type et écart maximal à la moyenne (CSC-ET4). Les étudiants qui

associent la diversité des données à l'indicateur de dispersion (CSC-ET3) répondent également correctement à cet item.

Enfin, concernant les réponses « plus grand » aux deux questions (environ 10% des répondants), nous n'identifions pas de conflit sémiotique a priori qui pourrait expliquer ces réponses. Par exemple, considérer que l'écart-type varie systématiquement dans le même sens que la moyenne ne permet pas d'expliquer cela, car peu d'étudiants ont répondu "plus grand" à la fois pour la moyenne et l'écart-type. Il peut s'agir d'un conflit sémiotique procédural, par exemple raisonner en inversant les deux séries.

6.2.4. Synthèse des résultats sur l'écart-type

De manière similaire aux résultats observés pour la moyenne, nous constatons un fort décalage entre le taux de réussite à la question relevant du type de tâches *déterminer l'écart-type* (76,7% à 1c) et le taux de réussite aux questions qui demandent de *comparer l'écart-type de deux séries de données* (37,5%, 59,0% et 25,4% pour les questions 5b, 9b et 10b respectivement). Cela n'est pas uniquement lié aux types de tâches mais également à la manière de représenter la série de données. En effet, l'item 1 est conçu comme une tâche élémentaire avec peu de données. Environ trois quarts des étudiants répondent correctement à la question 1c, ce qui veut dire qu'ils sont tout de même 25% à ne pas être en mesure de déterminer l'écart-type dans ce cas très simple.

Concernant les tâches de comparaison, les étudiants qui répondent correctement aux trois questions (5b, 9b et 10b) ne sont en fait que 10,2% (n = 29). Les questions 9b et 10b présentent les données sous forme de diagrammes en bâtons, seuls 14,5% des étudiants répondent correctement aux deux questions, ce qui est extrêmement faible. En revanche, ils sont 59,0% à répondre correctement à la question 9b qui présente deux distributions translatées l'une de l'autre. Cette grande différence de réussite entre les questions 9b et 10b peut s'expliquer par deux raisons : 1) le nombre important de conflits sémiotiques opérationnels permettant de répondre correctement à la question 9b, et 2) la forme de la distribution qui reste identique à l'item 9 peut inciter les étudiants à répondre « égal » en assimilant que la distribution est « inchangée ». Ces items s'inspirent de l'étude de delMas et Liu (2005) qui ont proposé l'item 10 à 12 étudiants suivant un cours de statistique dans une université américaine. Ils ont obtenu 100 % de bonnes réponses à la question, après une intervention didactique analysée dans l'article.

Les questions 5b et 10b sont toutes les deux associées à des séries symétriques de même moyenne et de mêmes valeurs extrêmes. Comme pour la moyenne, les résultats sont meilleurs (bien que faibles) lorsque les données sont sous forme de liste ordonnée.

Certaines mauvaises réponses peuvent être le résultat d'une confusion entre les concepts de moyenne et d'écart-type. Il peut s'agir d'une confusion entre les concepts, d'une attribution de fausse propriété à l'écart-type que l'on savait vraie pour la moyenne ou encore d'une simple confusion entre les termes « moyenne » et « écart-type ». Ce dernier conflit nous semble en revanche peu probable étant donné que chaque question sur l'écart-type est précédée d'une question sur la moyenne. Certains étudiants semblent considérer que l'écart-type et la moyenne varient simultanément, d'autres semblent assimiler – à tort – les distributions ayant la même moyenne et mêmes extrémités comme ayant le même écart-type. Ces deux conflits peuvent expliquer pourquoi 29,7% des étudiants (n = 84) ont répondu « égal » aux questions 5b et 10b, comme pour la moyenne.

Notons enfin que contrairement aux questions sur la moyenne, le taux d'étudiants cochant « je ne peux pas répondre » est important ici (plus de 10%). Cela reflète un certain nombre de difficultés concernant cet indicateur de dispersion.

6.3. Résultats sur la médiane

Cette partie concerne les questions sur la médiane, analysées *a priori* dans le tableau 4.

6.3.1. Question 3a de l'item 3

Dans la question 3a, il s'agit de déterminer la médiane d'une série de 9 données non ordonnées (1, 6, 3, 6, 1, 2, 3, 6, 8). Les résultats à cet item sont présentés dans le tableau 14.

Réponse	Conflit(s) sémiotique(s) associé(s)	Effectif	%
3	bonne réponse	165	58,3
1	CSC-Me1	66	23,3
6	CSC-Me4	21	7,4
4	CSN-Me1 ou CSC-Me3	16	5,7
5	CSC-Me2	7	2,5
Autres (2 ; 7)		3	1,1
Je ne peux pas répondre		5	1,7

Tableau 14. Distribution des réponses à la question 3a

Seuls 58,3% des étudiants (n = 165) ont répondu correctement à cette question. Le conflit sémiotique qui consiste à considérer la médiane comme la valeur centrale de la série non ordonnée (ici « 1 ») est présent chez 23,3% des étudiants (n = 66). Nous écartons la possibilité que les étudiants aient répondu « 1 » car ils confondent la médiane et le minimum ou encore qu'ils considèrent que la médiane est la première donnée de la série non ordonnée. 7,4% des étudiants (n = 21) semblent confondre le concept de médiane et de mode (CSC-Me4) et 5,7% (n = 16) semblent confondre médiane et moyenne (confusion des termes, CSN-Me1, ou confusion des concepts, CSN-Me3). Enfin, seuls 7 étudiants (2,5%) semblent rencontrer le conflit sémiotique CSC-Me2 qui consiste à confondre la médiane avec la position qu'elle occupe dans la série ordonnée (ici « 5 »).

6.3.2. Question b de l'item 6

Dans la question 6b, il s'agit de déterminer l'influence d'un changement de valeur d'une des données extrêmes sur la médiane (après l'avoir fait pour la moyenne à la question 6a, cf. partie 6.1.3). Les résultats à cette question sont donnés dans le tableau 15.

Réponse	Conflit(s) sémiotique(s) associé(s)	Effectif	%
Inchangée	bonne réponse ou CSC-Me1	175	61,8
Augmentée	CSC-Me3 ou CSN-Me1 ou CSC-Me5 ou CSC-Me6	84	29,7
Diminuée		14	5,0
Je ne peux pas répondre		10	3,5

Tableau 15. Distribution des réponses à la question 6b

Seuls 61,8% des étudiants (n = 175) ont identifié que la médiane n'est pas influencée par les valeurs extrêmes, dont 166 d'entre eux ont correctement identifié que la moyenne est, elle, augmentée. Ce résultat est potentiellement sur-estimé car le conflit qui consiste à considérer que la médiane est la valeur centrale de la série non ordonnée (CSC-Me1) permet également de répondre correctement. 29,7% des étudiants (n = 84) semblent considérer que, comme la moyenne, la médiane est nécessairement modifiée par le changement d'une donnée de la série (CSC-Me5) ou encore, ce qui n'est pas incompatible, que si la moyenne augmente, alors la médiane augmente (CSC-Me6). D'ailleurs, pour aller dans ce sens, l'analyse croisée des questions 6a et 6b montrent que 27,9% (n = 79) répondent que la moyenne et la médiane augmentent. Confondre (ou même assimiler) moyenne et médiane (CSC-Me3 ou CSN-Me1) peut aussi expliquer ce résultat. Ces étudiants ne semblent donc pas percevoir que moyenne et médiane ne réagissent pas de la même façon aux valeurs extrêmes et que de ce fait la médiane peut parfois être un meilleur représentant de la série, ce qui rejoint des résultats de recherches antérieures (par exemple, Madrid et al., 2022)

6.3.3. Item 11

Dans l'item 11, il s'agit d'interpréter la phrase « le salaire médian annuel [...] est de 25 350 euros ». Outre le fait d'associer le terme « salaire médian annuel » à « la médiane des salaires annuels », les étudiants doivent également être en mesure d'interpréter la médiane à partir de sa définition. La question est de type QCM, avec la possibilité de cocher plusieurs réponses. Les résultats sont donnés dans le tableau 16.

Réponse		Effectif	%
FFV	bonne réponse (seule la 4ème affirmation est vraie)	165	58,3
Autres combinaisons		118	41,7

Tableau 16. Distribution des réponses à l'item 11

58,3% des étudiants (n = 165) ont coché uniquement la quatrième affirmation « la moitié des diplômés a un salaire annuel supérieur ou égal à 25 350 euros », seule interprétation correcte parmi les quatre propositions. Si l'on regarde les résultats, affirmation par affirmation, on peut repérer que 70,7% (n = 200) des étudiants ont coché cette affirmation, cependant 17,5% (n = 34) d'entre eux ont en plus coché au moins une autre des affirmations. 24% des étudiants (n = 68) ont coché l'affirmation faisant référence à la moyenne, cela révèle le conflit sémiotique qui consiste à confondre les concepts de moyenne et de médiane (CSC-Me3). 15,9% des étudiants (n = 45) ont coché l'affirmation « Le plus souvent... ». Ces étudiants semblent rencontrer le conflit sémiotique qui renvoie à une confusion entre les concepts de médiane et de mode (CSC-Me4). La deuxième affirmation, qui consiste à interpréter la médiane comme le premier quartile, est choisie par 6,7% (moins élevé que les autres affirmations). Ce conflit sémiotique (CSC-Me7) est donc moins répandu que les autres, mais semble tout de même présent chez certains étudiants (n = 19). Le conflit sémiotique notationnel CSN-Me2 qui consiste à ne pas associer les termes « médian » et « médiane » bien que non détectable via le QCM doit expliquer des erreurs chez certains étudiants.

6.3.4. Synthèse des résultats sur la médiane

Pour les trois items abordant le concept de médiane, les taux de réussite sont de l'ordre de 60%. Les résultats sont donc peu élevés que ce soit dans la détermination de l'indicateur, ou dans l'interprétation de celui-ci.

Pour ce qui est de la détermination de la médiane, dans le cas d'un effectif impair, 58,3% des étudiants déterminent la valeur correcte de la médiane à la question 3a. C'est nettement moins que dans l'étude de Madrid et al. (2022) avec 73% des étudiants et dans l'étude de Mayén et al. (2009) avec 68% de bonnes réponses. Il faut noter que dans la première étude les étudiants sont en deuxième année d'université et ont déjà suivi des cours de statistique depuis leur entrée dans l'enseignement supérieur. Dans la seconde étude (Mayén et al., 2009), les réponses sont celles d'élèves de 14-15 ans (après leur premier enseignement de la médiane) et celles d'élèves de 17-18 ans (qui ont retravaillé le concept en classe). Dans notre étude, comme dans les deux autres, le conflit sémiotique majoritaire est celui qui consiste à considérer la médiane comme la valeur centrale de la série non ordonnée, ce qui semble montrer que les élèves appliquent une procédure sans comprendre le sens du concept de médiane car ils ne perçoivent pas l'importance d'ordonner la série. Cependant dans notre étude, à la question 3a, ce conflit se retrouve à 23,3% tandis qu'il est présent entre 6,1% et 12,4% dans les deux autres études. Comme pour l'étude de Mayén et al. (2009), les conflits sémiotiques qui apparaissent ensuite relèvent d'une confusion entre moyenne et médiane. Nous pouvons noter que dans l'étude de Madrid et al. (2022), 12,2% des réponses erronées proviennent d'erreurs de calcul que nous ne pouvons pas repérer dans notre questionnaire.

29,7% des étudiants pensent que la médiane est influencée par les valeurs extrêmes. Bien que cette question touche à des questions de représentativité des indicateurs de position centrale, elle n'a pas été posée de cette façon dans les précédentes recherches susmentionnées. Russell et Mokros (1991) caractérisent la compréhension de l'effet d'un changement dans les données sur les

indicateurs de position centrale comme une compétence clé pour la compréhension des concepts. Les réponses ici relèvent une difficulté importante chez les élèves.

Enfin, 41,7% des étudiants ne sont pas en mesure d'interpréter correctement la médiane dans un contexte usuel exprimé en langage naturel (item 11). Cela semble aller dans le sens de l'approche de la moyenne comme un algorithme (Mokros & Russell, 1995). Cela met en évidence des confusions déjà repérées dans la littérature entre les indicateurs de position centrale que sont la médiane, la moyenne et le mode (Zawojewski & Heckman, 1997). On peut remarquer que la question de détermination et celle d'interprétation de la médiane ont exactement le même pourcentage de réussite (58,3%), cependant seuls 37,5% (n = 106) des étudiants ont répondu correctement aux deux questions (3a et 11). Cela renforce un manque de lien, chez les étudiants, entre l'algorithme de détermination de la médiane et le sens mis derrière ce concept.

6.4. Concernant les quartiles et l'écart interquartile

Cette partie concerne les questions présentées dans le tableau 5. Il s'agit des questions abordant les quartiles, l'écart interquartile, l'étendue et les intervalles entre deux quartiles.

La question b de l'item 3 et l'item 12 concernent exclusivement le premier quartile. L'item 8, avec ces quatre questions, porte sur l'étendue, l'écart interquartile et les intervalles entre deux quartiles.

6.4.1. Question 3b de l'item 3

Dans la question 3b, il s'agit de déterminer le premier quartile d'une série donnée sous forme de 9 données brutes (après avoir déterminé la médiane à la question précédente).

La procédure attendue pour cette question est de :

1. ordonner les valeurs de la série par ordre croissant ;
2. déterminer la position du premier quartile en calculant $N/4 = 2,25$ puis en arrondissant à l'entier supérieur : 3 ;
3. identifier le mode à la position 3 de la série ordonnée, c'est-à-dire 2.

Un conflit sémiotique conceptuel que nous anticipons est que $N/4$ soit arrondi à l'entier le plus proche et non à l'entier supérieur (CSC-Q5), ce qui reviendrait à considérer que le premier quartile est en 2ème position. La deuxième valeur de la série ordonnée est 1. Un second conflit que nous identifions consiste à considérer que le premier quartile est la valeur de la série non ordonnée à la position qu'il occupe dans la série ordonnée (CSC-Q3). Ce conflit peut en plus être couplé, ou non, au conflit sémiotique précédent (CSC-Q5), ce qui correspond à la réponse 6 (CSC-Q6) ou à la réponse 3 (CSC-Q3).

Les résultats à cette question sont présentés dans le tableau 17.

Réponse	Conflit(s) sémiotique(s) associé(s)	Effectif	%
2	bonne réponse	92	32,5
1	CSC-Q1 ou CSN-Q1 ou CSC-Q2 ou CSC-Q5 ou CSN-Q1	73	25,8
Je ne peux pas répondre		41	14,5
3	CSC-Q3 ou CSC-Q4	40	14,1
6	CSC-Q6	28	9,9
Autres (4 ; 5 ; 7)		9	3,2

Tableau 17. Distribution des réponses à la question 3b

32,5% des étudiants seulement (n = 92) ont déterminé correctement le premier quartile. Un quart des étudiants (25,8%) ont répondu 1. Cette réponse correspond notamment au conflit sémiotique conceptuel CSC-Q5 présenté ci-dessus, dans le cas où la série a été ordonnée. D'autres conflits

sémiotiques pourraient expliquer cette réponse : soit les étudiants confondent premier quartile et minimum (les concepts CSC-Q1 ou les termes CSN-Q1), soit ils considèrent que le premier quartile est la première donnée de la série telle qu'elle est donnée, ici non ordonnée (CSC-Q2). 14,5% des étudiants (n = 41) n'ont pas répondu à la question, ce qui montre que ces étudiants rencontrent des difficultés avec le concept de quartile pourtant travaillé en seconde. Le conflit sémiotique conceptuel qui consiste à ne pas ordonner les données avant de déterminer le premier quartile (CSC-Q3) ou encore celui qui consiste à confondre le quartile avec sa position dans la série ordonnée (CSC-Q4), qui ne sont aboutissent à la même réponse « 3 », sont rencontrés par 14,1% des étudiants (n = 40). Le conflit CSC-Q6, détaillé ci-dessus, est présent chez 9,9% des étudiants (n = 28), il s'agit de la réponse « 6 ». Cette mauvaise réponse pourrait également être due à une confusion entre les concepts de premier quartile et de mode.

L'analyse croisée des questions 3a et 3b, qui consistent à déterminer la médiane puis le premier quartile, permet d'approfondir nos analyses sur les quartiles. En effet, on peut repérer que seuls 26,1% des étudiants (n = 74) répondent correctement à ces deux questions. En revanche, 19,1% (n = 54) détermine la bonne médiane (ce qui laisse à penser qu'ils ordonnent la série) et répondent « 1 » pour le quartile : cela renforce bien l'idée que ces étudiants choisissent la 2ème valeur et non la 3ème valeur de la série ordonnée, ce qui correspond bien au conflit sémiotique CSC-Q5. Par ces croisements, on peut aussi repérer que 34 étudiants (12,0%) n'ordonne pas la série pour déterminer la médiane ou le premier quartile (CSC-Me1 et CSC-Q3) et 22 d'entre eux couplent pour Q1 ce conflit sémiotique avec CSC-Q5, ce qui correspond au conflit sémiotique CSC-Q6. Ces conflits sémiotiques sont bien les plus répandus dans notre étude. Le conflit sémiotique qui consiste à confondre la médiane ou Q1 avec sa position (CSC-Me2 et CSC-Q4), même couplé avec le conflit sémiotique CSC-Q5 pour Q1, n'est présent que chez 3 étudiants, donc pratiquement inexistant.

6.4.2. Item 12

L'item 12 est une question de type QCM, avec deux réponses correctes. Il s'agit, à partir de la phrase « [...] 75% des diplômés d'une école [...] ont un salaire strictement supérieur à 30 150 euros », de déterminer le premier quartile. La phrase est volontairement écrite avec « 75% » et non avec « 25% » comme dans la définition de Q1 donnée en classe de seconde (cf. partie 3.2). Les résultats sont présentés dans le tableau 18.

Réponse		Effectif	%
VFV	bonne réponse (la première et la troisième affirmations sont vraies)	38	13,4
Autres combinaisons		245	86,6

Tableau 18. Distribution des réponses à l'item 12

Seuls 13,4% des étudiants (n = 38) ont uniquement coché les deux affirmations vraies. Il faut noter que les deux premières affirmations ne sont pas compatibles. Ce résultat est très faible, ce qui met bien en évidence une mauvaise compréhension du quartile par les étudiants. 77,4% (n = 219) n'ont pas été en mesure d'associer la phrase au concept de premier quartile. 46,3% (n = 131) ont considéré qu'il s'agissait du troisième quartile : les étudiants semblent associer le pourcentage 75% au troisième quartile, sans prendre en compte le sens global de la phrase (CSN-Q2). On peut noter que 39,2% n'ont pas été capable de reformuler la phrase en « 25% des diplômés ont un salaire annuel inférieur ou égal à 30 150 euros » (CSC-Q7).

6.4.3. Item 8

Dans l'item 8, les données ne sont pas présentées. Seuls les indicateurs Min, Q1, Me, Q3, Max, sont donnés dans un contexte. Pour la question 8a, il s'agit de comparer des étendues, pour la question 8b de comparer des écarts interquartiles, pour la question 8c d'interpréter l'intervalle entre Q1 et Q3, et enfin pour la question 8d d'interpréter l'intervalle entre la médiane et Q3. Les cinq indicateurs (Min,

Q1, Me, Q3, Max) étant donnés, il s'agit pour les questions 8a et 8b d'appliquer directement les définitions (la différence entre Max et Min pour l'étendue et la différence entre Q3 et Q1 pour l'écart interquartile) puis de comparer les nombres obtenus avec ceux présents dans les assertions que l'on demande de valider ou de réfuter. Aucun calcul n'est nécessaire, de simples comparaisons entre les valeurs peuvent suffire. Les résultats à cette question sont présentés dans le tableau 19.

Réponse	Question 8a		Question 8b		Question 8c		Question 8d	
	Effectif	%	Effectif	%	Effectif	%	Effectif	%
Vrai	236	83,4	91	32,2	169	59,7	140	49,5
Faux	31	11,0	162	57,2	77	27,2	105	37,1
Je ne peux pas répondre	16	5,6	30	10,6	37	13,1	38	13,4

Tableau 19. Distribution des réponses à l'item 8. Légende. Les bonnes réponses sont mises en gras.

83,4% des étudiants (n = 236) répondent correctement à la question 8a portant sur l'étendue. On peut envisager que les autres étudiants ne connaissent pas le terme « étendue » (CSN-Q3) ou encore qu'ils le confondent avec un autre terme. Il peut également s'agir de confusion entre les concepts ou bien d'erreurs calculatoires.

Pour la comparaison des écarts interquartiles (question 8b), seuls 57,2% des étudiants (n = 162) ont répondu correctement, alors que Q1 et Q3 sont donnés. 32,2% (n = 91) ont répondu que l'écart interquartile de la classe A était plus grand que celui de la classe B. Un conflit sémiotique conceptuel que nous envisageons est celui de considérer que l'écart interquartile varie dans le même sens que l'étendue (CSC-Q8) : en effet, en croisant les réponses, on peut observer que 25,5% des étudiants (n = 72) répondent « Vrai » aux deux affirmations (8a et 8b). Il est également possible que certains étudiants ne connaissent pas le terme « écart interquartile » (CSN-Q4) car 10,6% des étudiants n'ont pas répondu à la question.

59,7% des étudiants (n = 169) ont interprété correctement l'intervalle [Q1 ; Q3] (question 8c) et 49,5% (n = 140) ont interprété correctement l'intervalle [Me ; Q3] (question 8d). Un grand nombre d'étudiants ne semble pas réussir à faire des liens entre les définitions de Q1, de Q3 et de la médiane, afin d'interpréter les intervalles entre deux quartiles (CSC-Q9 et CSC-Q10). En croisant les réponses aux questions 8b et 8c, on remarque que 15,5% des étudiants (n = 44) répondent correctement à la question 8b, donc semblent maîtriser la définition de l'écart interquartile (Q3-Q1), sans être cependant en mesure d'interpréter ce que représente l'intervalle [Q1 ; Q3] (CSC-Q9). A l'inverse, 20,5% (n = 58) semble interpréter correctement cet intervalle, ce qui va dans le sens de la non-connaissance du terme « écart interquartile » (ou tout du moins de sa définition). Nous rapprochons cette erreur du conflit CSN-Q4.

6.4.4. Synthèse des résultats sur les quartiles et l'écart interquartile

Moins d'un tiers des étudiants réussissent à déterminer le premier quartile d'une série non ordonnée (question 3b). Ce résultat illustre bien la difficulté qu'ils rencontrent à comprendre et mettre en œuvre la procédure permettant de déterminer le premier quartile (Batanero & Borovcnik, 2016). Par ailleurs, seuls 57,2% des étudiants sont en mesure de comparer des écarts interquartiles alors que Q1 et Q3 sont donnés. Cela met en évidence une méconnaissance de la définition de l'écart interquartile ou une confusion avec d'autres concepts (CSC) ou termes (CSN), comme peut-être avec le minimum et le maximum. Les résultats sont meilleurs pour l'étendue (item 8a) avec 83,4% de réussite. Cela est cohérent avec les travaux de Bakker (2004) qui montrent que l'étendue, mesure de dispersion élémentaire, est spontanément utilisée comme indicateur de la dispersion chez les élèves de début de collège (grade 7), sans que cela ne leur pose de difficultés. La mauvaise compréhension des concepts de quartiles et d'écart interquartile limite la capacité des étudiants à interpréter correctement les intervalles entre deux quartiles ou entre un quartile et la médiane.

Enfin, entre 10% et 14,5% des étudiants indiquent « Je ne peux pas répondre » à la question 3b et aux questions de l'item 8 (excepté pour la question 8a concernant l'étendue pour laquelle ce taux descend à 5,7%). A titre de comparaison, pour la médiane, le taux de réponse « Je ne peux pas répondre » reste toujours inférieur à 3,5%. Ces résultats suggèrent une compréhension plus fragile des étudiants concernant les concepts de quartiles et d'écart interquartile, qui ne sont abordés qu'en classe de seconde en France.

7. Conclusion

Dans cette dernière partie, nous proposons de revenir sur nos questions de recherche, nous évoquerons ensuite les limites méthodologiques de cette étude. Enfin, nous concluons par les perspectives de recherche qu'offre ce travail.

7.1. Réponses aux questions de recherche et apports de l'étude

Pour rappel, nos questions de recherche portaient sur la compréhension des indicateurs statistiques abordés dans l'enseignement secondaire (QR1) et sur les conflits sémiotiques qui pourraient expliquer les difficultés des étudiants (QR2).

7.1.1. Réponses à QR1

Les résultats présentés dans la partie 6 montrent que les étudiants français entrant dans l'enseignement supérieur ont une compréhension limitée et parfois erronée des indicateurs statistiques étudiés au cycle 4 (grades 7 à 9) et en seconde (grade 10), qu'il s'agisse des indicateurs de position (moyenne, médiane, quartiles) ou des indicateurs de dispersion (écart-type, écart interquartile).

Nos analyses (partie 6) montrent que les questions de détermination de l'indicateur sont généralement mieux réussies que les questions de comparaison et d'interprétation. Les étudiants semblent présenter une compréhension conceptuelle erronée, notamment sur les notions de variabilité et concernant les indicateurs de dispersion. De manière générale, les taux de réussite sont faibles, en voici quelques exemples marquants :

- Moyenne : 92,9% des étudiants maîtrisent la détermination de sa valeur dans un cas simple (4 valeurs). Ils ne sont plus que 71,0% à être capable de comparer la moyenne de deux séries lorsqu'elles sont représentées sous forme de liste, et 37,8% lorsqu'elles sont représentées sous forme de diagramme en bâtons.
- Écart-type : 76,7% des étudiants réussissent la tâche de détermination dans le cas où les 4 données sont identiques, et seuls 10,2% répondent correctement aux trois questions de comparaison.
- Médiane : Près de 41,7% des étudiants ne sont pas en mesure d'interpréter correctement la médiane dans un contexte usuel exprimé en langage naturel et seuls 58,3% déterminent correctement la valeur de l'indicateur dans un cas simple. 29,7% des étudiants considèrent la médiane est affectée par le changement d'une donnée extrême.
- Quartiles : seulement 32,5% des étudiants sont capables de déterminer le premier quartile d'une série non ordonnée, et seuls 22,6% reconnaissent le premier quartile dans un énoncé du type « 75% des individus de la population ont une valeur strictement supérieure à x ». L'interprétation des quartiles, testée à travers l'interprétation entre deux quartiles, est réussie à 59,7% et 49,5%.
- Écart interquartile : 57,2% des étudiants parviennent à comparer des écarts interquartiles alors que Q1 et Q3 sont donnés.

Nos analyses mettent en évidence que les indicateurs de dispersion (écart-type, écart interquartile) ainsi que les concepts de quartiles sont les moins bien maîtrisés. Cela peut s'expliquer par le fait qu'ils ne sont étudiés qu'en classe de seconde (grade 10) dans l'enseignement secondaire, et pas dès le collège comme pour la moyenne (cinquième, grade 7) et la médiane (quatrième, grade 8).

7.1.2. Réponses à QR2

Nos analyses se sont appuyées sur les conflits sémiotiques déjà repérés dans la littérature pour les concepts de moyenne et de médiane, pour lesquels de nombreux travaux existent (cf. tableaux 3 et 5). Ces conflits se sont révélés effectivement présents chez les étudiants français. Pour les concepts d'écart-type, de quartiles et d'écart interquartile, nous avons identifié de nouveaux conflits sémiotiques par analogie avec des conflits sémiotiques existants pour d'autres indicateurs ou simplement à partir des difficultés déjà mises en évidence dans la littérature (cf. tableaux 4 et 6). Ces nouveaux conflits ont pu être testés à l'aide du questionnaire, qui a mis en évidence leur présence chez les étudiants interrogés. Ce travail apporte ainsi une contribution à l'enrichissement des conflits sémiotiques connus chez les étudiants concernant les concepts de quartiles, d'écart-type et d'écart interquartile. Cette liste de conflits pourra servir de base à de futures études portant sur ces concepts.

Comme nous avons pu le montrer à travers nos analyses (partie 6), les difficultés des étudiants sont majoritairement dues à des conflits sémiotiques conceptuels, notamment des conflits :

- liés à la représentation diagramme en bâtons, avec par exemple une confusion entre l'axe des effectifs (ici l'axe des ordonnées) et celui des valeurs de la variable (ici l'axe des abscisses) pour déterminer la moyenne, qui renvoie aux travaux de Boels et al. (2019) ;
- dus à de mauvaises attributions de propriétés à certains concepts (moyenne vs écart-type, moyenne vs médiane) ;
- résultant d'une confusion entre les concepts de médiane et de mode dans des tâches d'interprétation contextualisée ; plus d'un quart des étudiants confond les concepts de moyenne et de médiane, ou du moins attribue à l'un des propriétés de l'autre, et réciproquement (30% d'entre eux semblent considérer que la médiane est influencée par les valeurs extrêmes de la série).
- liés à des difficultés à mettre du sens derrière les définitions de certains concepts (pour les quartiles, confusion entre position et valeur) ou leurs propriétés (compensation des écarts laisse stable la valeur de la moyenne).

Pour terminer, soulignons que du point de vue théorique, l'approche onto-sémiotique, peu utilisée dans les recherches françaises, nous semble à la fois compatible avec les cadres théoriques français et même capable de les rassembler (comme cela a été mis en évidence dans Godino et al., 2006). En effet, cette approche propose une entrée épistémologique, cognitive et sémiotique qui permet d'appréhender la compréhension des concepts chez les étudiants et d'identifier les origines cognitives des difficultés qu'ils rencontrent (appelés ici "conflits sémiotiques").

7.2. Limites de l'étude

Nous identifions plusieurs limites à cette étude. Tout d'abord, la longueur du questionnaire (14 items et 34 questions) pourrait avoir entraîné une baisse de l'attention ou de la concentration chez certains étudiants (temps de réponse de 28 minutes en moyenne), ce qui pourrait expliquer certaines réponses erronées. Nous avons toutefois veillé à ce que les items sur le même concept ne soient pas regroupés dans le questionnaire. Nous observons un faible taux de réponses correctes sur les premières comme sur les dernières questions, ce qui réduit finalement l'impact potentiel de la longueur du questionnaire sur les résultats.

Étant donné que les étudiants ont rempli le questionnaire en autonomie, nous ne pouvons garantir qu'il a été rempli individuellement et sans calculatrice, comme demandé dans le préambule. Les étudiants ayant pris le temps de répondre sont sans doute plus à l'aise en statistique que ceux n'ayant pas répondu, cela constitue sans doute un léger biais dans nos données.

Comme indiqué dans la méthodologie (partie 5), certains conflits sémiotiques (notationnels ou conceptuels) peuvent parfois permettre de répondre correctement (items 9 et 10 par exemple). De la même manière, certains items contiennent des propositions opposées (item 4, item 12), ce qui gonfle artificiellement les taux de bonnes réponses à certaines questions.

7.3. Perspectives

Afin de pallier la limite méthodologique concernant le format de notre questionnaire, il nous semble important de poursuivre cette recherche par une étude qualitative afin d'accéder plus finement aux procédures des étudiants. Il pourrait s'agir de proposer certains items du questionnaire en format papier, en demandant aux étudiants de justifier leur réponse – les poussant ainsi à décrire leur raisonnement. Cela pourrait nous permettre de confirmer et de compléter les conflits sémiotiques, relatifs aux concepts de quartiles et d'écart interquartile, mis en évidence dans cette étude.

Une autre perspective serait d'approfondir la question de la compréhension des indicateurs statistiques au regard des différentes représentations sémiotiques en jeu. Concernant la moyenne, nous avons pu mettre en évidence que les représentations graphiques de type diagramme en bâtons influencent négativement la réussite des étudiants. Nous pensons qu'une étude axée sur les registres de représentations sémiotiques (Duval, 1993) en statistique et leur influence sur les réussites des étudiants serait pertinente pour enrichir les recherches existantes. Par ailleurs, le paramètre « contexte » des énoncés n'a pas été étudié ici. Analyser l'impact du contexte sur la compréhension des étudiants serait une piste à creuser dans une future recherche.

A partir des données collectées, une orientation complémentaire à cette recherche serait d'étudier l'impact du choix des spécialités au lycée par les étudiants sur leur compréhension des concepts statistiques. Une première analyse suggère qu'il n'y a pas de différences significatives, sauf ponctuellement pour quelques questions, entre les réponses des étudiants ayant suivi la spécialité mathématiques (en première et terminale) et celles des autres. Il en va de même pour les élèves ayant suivi la spécialité SES. Une étude statistique plus approfondie pourrait être menée pour confirmer ou non cela. Une orientation complémentaire serait l'étude de l'impact du genre sur la compréhension.

Pour conclure, si les résultats de notre étude confirment des recherches antérieures, ils révèlent également un profil particulier des étudiants français, dont les taux de réussite sont plus faibles que dans les études menées dans d'autres pays. Cela nous amène à penser qu'il est primordial de mener plus largement des recherches en didactique de la statistique en France. De plus, ces résultats mettent en évidence la nécessité de proposer aux élèves du secondaire des tâches concrètes de comparaison et d'interprétation afin de renforcer leur compréhension des concepts statistiques et mieux les préparer pour la suite de leur cursus dans l'enseignement supérieur.

Remerciements

Ce projet est soutenu par le GDR CNRS n°2076 DEMIPS (Didactique et Epistémologie des Mathématiques, en lien avec l'Informatique et la Physique, dans le Supérieur), nouvellement axe du RT HiDiM (Histoire et Didactique des Mathématiques). Nous remercions Juliette Legrand pour ses analyses statistiques complémentaires.

Bibliographie

Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools*. CD Beta Press.

Bakker, A., & Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to Reason About Distribution. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Éds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (p. 147- 168). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_7

Bakker, A., Biehler, R., & Konold, C. (2004). Should Young Students Learn About Box Plots? In G. Burrill & M. Camden (Éds.), *Curricular Development in Statistics Education IASE Roundtable Conference* (p. 163- 173). International Association for Statistical Education. <https://doi.org/10.52041/SRAP.04302>

Barr, G. V. (1980). Some student's ideas on the median and the mode. *Teaching Statistics*, 2, 38-41.

- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). Exploratory Data Analysis. In C. Batanero & M. Borovcnik (Éds.), *Statistics and Probability in High School* (p. 25- 66). SensePublishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8_2
- Batanero, C., Castro, A., & Godino, J. (2014). Evolution of students' understanding of statistical association in a computer-based teaching environment. In J. B. Garfield & G. Burrill (Éds.), *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics. Proceedings of the 1996 IASE Round Table Conference* (p. 198- 212). International Statistical Institute.
- Batanero, C., Cobo, B., & Díaz, C. (2003). Assessing secondary school student's understanding of averages. In M. A. Mariotti (Éd.), *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. ERME. <http://erme.site/cerme-conferences/cerme3/cerme-3-proceedings/>
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R., & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547. <https://doi.org/10.1080/0020739940250406>
- Biehler, R., & Kombrink, K. (1999). Der Datendetektiv auf Spurensuche. *Mathematik lehren*, 97, 23–46.
- Boels, L., Bakker, A., & Drijvers, P. (2019). Unravelling teachers' strategies when interpreting histograms : An eye-tracking study. In homas Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Éds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (p. 888-895). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.
- Cai, J. (1995). Beyond the computational algorithm. Students' understanding of the arithmetic average concept. In L. Meira (Ed.), *Proceedings of the 19th PME Conference* (v. 3, pp. 144-151). Universidade Federal de Pernambuco.
- Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria [Signification des mesures de la position centrale pour les élèves de l'enseignement secondaire]*. [Thèse de doctorat, Universidad de Grenada]
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension: Elementary and middle school activities*. National Council of Teachers of Mathematics.
- delMas, R., & Liu, Y. (2005). Exploring students' conceptions of the standard deviation. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 55–82. <https://doi.org/10.52041/serj.v4i1.525>
- Dufour, A.-B., Letué, F., & Rolland, A. (2021). Baccalauréat 2021 : La place de la statistique dans les programmes du lycée général et technologique. *Statistique et Société*, 9(3), Article 3. https://statistique-et-societe.fr/index.php/stat_soc/article/view/835
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37- 65.
- Gal, I. (1995). Statistical tools and statistical literacy : The case of the average. *Teaching Statistics*, 17(3), 97- 99.
- Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (1999). The role of assessment in research on teaching and learning statistics. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Montreal.
- Gattuso, L. (1999). La moyenne : Un concept inexploité, d'une richesse exceptionnelle. *Repères-IREM*, 34.
- Gattuso, L., & Mary, C. (1996). Development of concept of the arithmetic average from high school to university. In L. Puig & A. Gutierrez (Éds.), *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 20)* (Vol. 1, p. 401- 408). International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

- Godino, J. D., & Batanero, C. (1997). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. In A. Sierpiska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp. 177-195). Kluwer.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1- 2), 127- 135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Burgos, M., & Gea, M. M. (2022). Analysing theories of meaning in mathematics education from the onto-semiotic approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(10), 2609- 2636. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1896042>
- Godino, J. D., Font, V., Contreras, Á., & Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática [Une vision de la didactique française à partir de l'approche onto-sémiotique de la cognition et de l'instruction mathématique]. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 117- 150.
- Groth, R. E., & Bergner, J. A. (2006). Preservice Elementary Teachers' Conceptual and Procedural Knowledge of Mean, Median, and Mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1), 37- 63. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0801_3
- Hahn, C. (2014). Linking academic knowledge and professional experience in using statistics: A design experiment for business school students. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 239- 251. <https://www.jstor.org/stable/43589847>
- Henry, V. (2006). Une étude didactique sur les quartiles d'une série statistique univariée. *Bulletin de l'APMEP*, 463, 235-250.
- Jacobbe, T. (2008). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. IASE. http://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=2008_Joint_ICMI-IASE_Study
- Konold, C., & Higgins, T. L. (2003). Reasoning about data. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Éds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (p. 193- 215). National Council of Teachers of Mathematics. <https://srri.umass.edu/publications/konold-2003rad/>
- Konold, C., & Pollatsek, A. (2002). Data Analysis as the Search for Signals in Noisy Processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), 259. <https://doi.org/10.2307/749741>
- Konold, C., Pollatsek, A., & Well, A. (2014). Students analyzing data: Research of critical barriers. In J. B. Garfield & G. Burrill (Éds.), *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics. Proceedings of the 1996 IASE Round Table Conference* (p. 151- 167). International Statistical Institute.
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., & Gagnon, A. (1997). Students analyzing data: Research of critical barriers. In J. Garfield & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 151–167). International Statistical Institute.
- Konold, C., Robinson, A., Khalil, K., Pollatsek, A., Well, A., Wing, R., Mayr, S., & Phillips, B. (2002, mars 24). Students' use of modal clumps to summarize data. *Proceedings of the International Conference on Teaching Statistics*. International Statistical Institute.
- Lahanier-Reuter, D. (2003). Différents types de tableaux dans l'enseignement des statistiques. *SPIRALE – Revue de Recherches en Éducation*, 32, 143-154.
- Loosen, F., Lioen, M., & Lacante, M. (1985). The Standard Deviation: Some Drawbacks of an Intuitive Approach. *Teaching Statistics*, 7(1), 2- 5. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.1985.tb00560.x>
- Madrid, A. E., Valenzuela-Ruiz, S. M., Batanero Barnabeu, C., & Garzón-Guerrero, J. A. (2022). Comprensión de la mediana por estudiantes universitarios [Compréhension de la moyenne pour des étudiants à l'université]. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 22, 1- 21. <https://doi.org/10.35763/aiem22.3902>

- Mayén, S., & Díaz, C. (2010). Is median an easy concept ? Semiotic analysis of an open-ended task. In C. Reading (Ed.), *ICOTS-8 Conference Proceedings. Data and context in statistics education : Towards an evidence-based society*. IASE and ISI. <http://icots.info/8/cd/contributed.html>
- Mayén, S., Díaz, C., & Batanero, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana [Students' semiotic conflicts in the concept of median]. *Statistics Education Research Journal*, 8(2), 74-93. <https://doi.org/10.52041/serj.v8i2.396>
- McGatha, M., Cobb, P., & McClain, K. (1998, avril 13). An Analysis of Students' Statistical Understandings. [communication]. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*.
https://www.researchgate.net/publication/279471362_An_Analysis_of_Students%27_Statistical_Understandings
- Mevarech, Z. R. (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 14(4), 415- 429. <https://doi.org/10.1007/BF00368237>
- Ministère de l'Education nationale et de la Jeunesse (MENJ) (2019a). *Cycle 4. Mathématiques. Repères annuels de progression*. Éduscol. <https://eduscol.education.fr/document/14080/download>
- Ministère de l'Education nationale et de la Jeunesse (MENJ) (2019b). Programme de mathématiques de seconde générale et technologique. *BO spécial n° 1 du 22 janvier 2019*. <https://eduscol.education.fr/document/24553/download>
- Ministère de l'Education nationale et de la Jeunesse (MENJ) (2019c). Programme de sciences économiques et sociales de première générale. *BO spécial n° 1 du 22 janvier 2019*. <https://eduscol.education.fr/1658/programmes-et-ressources-en-sciences-economiques-et-sociales-voie-gt>
- Ministère de l'Education nationale et de la Jeunesse (MENJ) (2019d). Programme de sciences économiques et sociales de terminale générale. *BO spécial n° 8 du 25 juillet 2019*. <https://eduscol.education.fr/1658/programmes-et-ressources-en-sciences-economiques-et-sociales-voie-gt>
- Ministère de l'Education nationale et de la Jeunesse et des Sports (MENJS) (2020). Programme d'enseignement du cycle des approfondissements (cycle 4). *BOEN n°31 du 30 juillet 2020*. <https://eduscol.education.fr/document/621/download>
- Mokros, J., & Russell, S. J. (1995). Children's Concepts of Average and Representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39. <https://doi.org/10.2307/749226>
- Pallauta, J. D., Arteaga, P., & Garzón-Guerrero, J. A. (2021). Secondary school students' construction and interpretation of statistical tables. *Mathematics*, 9(24), 3197. <https://doi.org/10.3390/math9243197>
- Parzys, B. (1999). Heurs et malheurs du su et du perçu en statistiques. Des données à leurs représentations graphiques. *Repères IREM*, 35, 91- 114. <https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/reperes-irem/consultation-en-ligne/numero-035-reperes-irem/9-heurs-et-malheurs-du-su-et-du-percu-en-statistiques-des-donnees-a-leurs-representations-graphiques--1353905.kjsp?RH=1702555395176>
- Penninckx, J., & Pilorge, F. (2019). *Maths 2de : Nouveau programme*. Belin éducation. ISBN 979-10-358-0413-8.
- Pichard, J.-F. (1992). Représentations graphiques en statistiques. In *Des chiffres et des lettres au collège : Nouveaux programmes de mathématiques*. Bulletin Inter-IREM.
- Pollatsek, A., Lima, S., & Well, A. D. (1981). Concept or computation : Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 191- 204. <https://doi.org/10.1007/BF00305621>
- Rabin, L., Fink, L., Krishnan, A., Fogel, J., Berman, L., & Bergdoll, R. (2018). A measure of basic skills for use with undergraduate statistics students : The MACS. *Statistics Education Research Journal*, 17(2), 179- 195. <https://doi.org/10.52041/serj.v17i2.165>

Reading, C. et Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (p. 201-226). Kluwer Academic Publishers.

Russell, S. J., & Mokros, J. R. (1991). What's typical ? Children's and teachers' ideas about average. In B. P. Dawkins, S. Carlisle, & D. Vere-Jones (Éds.), *Conference Proceedings ICOTS 3* (p. 307- 313). IASE.

Shaughnessy, J., Garfield, J., & Greer, B. (1996). Data handling. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 205–237). Springer.

Strauss, S., & Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 64–80.

Watier, N. N., Lamontagne, C., & Chartier, S. (2011). What does the mean mean? *Journal of Statistics Education*, 19(2). <https://doi.org/10.1080/10691898.2011.11889615>

Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2000). The Longitudinal Development of Understanding of Average. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1- 2), 11- 50. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0202_2

Watson, J., Kelly, B., Callingham, R., & Shaughnessy, J. (2003). The measurement of school students' understanding of statistical variation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34, 1- 29. <https://doi.org/10.1080/0020739021000018791>

Zawojewski, J. S., & Heckman, D. S. (1997). What do students know about data analysis, statistics, and probability. In P. A. Kenney & E. A. Silver (Eds.), *Results from the sixth mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress* (p. 195-223). National Council of Teachers of English.

Contribution des auteurs

Taxonomie Credit

	ChD	CaD	RJC	LF	CH
Conceptualisation	x	x	x		x
Méthodologie	x	x	x	x	x
Développement informatique	x	x			
Validation	x	x	x	x	x
Analyse formelle	x	x	x	x	x
Recherche	x	x	x	x	x
Fourniture de ressources	x	x	x	x	x
Curation des données	x	x	x	x	x
Rédaction – Version originelle	x	x			
Rédaction – Révision et correction	x	x	x	x	x
Visualisation	x	x			
Supervision	x				
Administration du projet	x				x
Obtention du financement	x				

Charlotte Derouet (ChD) ; Camille Doukhan (CaD) ; Roxane Cattan-Jallet (RJC) ; Lynn Farah (LF) ; Corinne Hahn (CH).

Annexe. Items du questionnaire

Item 1

Le tableau ci-dessous présente les notes de 4 étudiants dans 2 matières.

	Économie	Statistique
Etudiant 1	15	12
Etudiant 2	15	14
Etudiant 3	15	12
Etudiant 4	15	14

Question 1a. Quelle est la moyenne des notes en économie de ces étudiants ?

Question 1b. Quelle est la moyenne des notes en statistique de ces étudiants ?

Question 1c. Quel est l'écart-type des notes en économie de ces étudiants ?

Item 3

On donne la série de valeurs suivante : 1 ; 6 ; 3 ; 6 ; 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 8.

Question 3a. La médiane de la série ci-dessus est :

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- Je ne peux pas répondre

Question 3b. Le premier quartile de la série ci-dessus est :

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- Je ne peux pas répondre

Item 5

On donne les deux séries suivantes :

Série A : 10, 20, 30, 40, 50, 60

Série B : 10, 10, 10, 60, 60, 60

Question 5a. La moyenne de la série A est :

- supérieure à la moyenne de la série B
- égale à la moyenne de la série B
- inférieure à la moyenne de la série B
- Je ne peux pas répondre

Question 5b. L'écart-type de la série A est :

- supérieure à la moyenne de la série B
- égale à la moyenne de la série B
- inférieure à la moyenne de la série B
- Je ne peux pas répondre

Item 6

Voici une série de notes obtenues par un étudiant dans le cours du professeur B:

10, 5, 15, 13, 16, 14, 15, 8, 13, 6, 15

Il s'avère que la note 16 va être remontée par le professeur B.

Question 6a. La moyenne sera alors :

- inchangée
- augmentée
- diminuée
- Je ne peux pas répondre

Question 6b. La médiane sera alors :

- inchangée
- augmentée
- diminuée
- Je ne peux pas répondre

Item 8

Dans deux classes de terminale, on interroge les élèves sur leur nombre de cousins/cousines. Les résultats de l'étude sont donnés ci-dessous.

Classe A : Min = 1 ; Q1 = 4 ; Me = 5 ; Q3 = 7 ; Max = 10

Classe B : Min = 2 ; Q1 = 3 ; Me = 5 ; Q3 = 7 ; Max = 8

Que pensez-vous des affirmations suivantes ?

Question 8a. L'étendue de la série A est plus grande que celle de la série B : Vrai/Faux

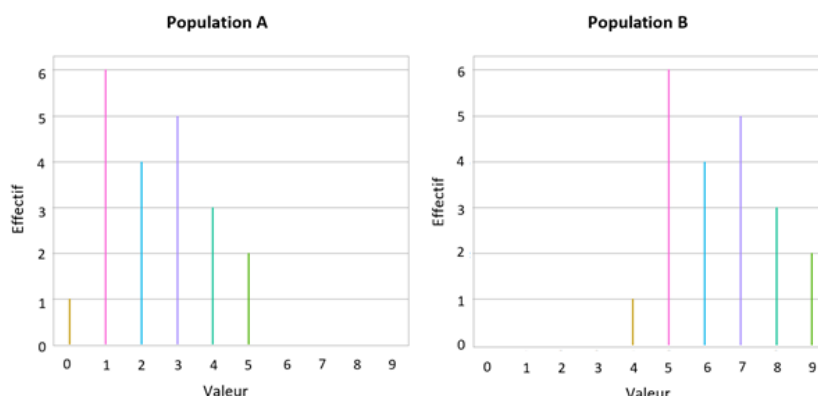
Question 8b. L'écart interquartile de la série A est plus grand que celui de la série B : Vrai/Faux

Question 8c. Au moins 50% des élèves de la classe A ont entre 4 et 7 cousins/cousines : Vrai/Faux

Question 8d. Au moins 25% des élèves de la classe B ont entre 5 et 7 cousins/cousines : Vrai/Faux

Item 9

On représente la distribution d'une même variable sur deux populations A et B.



Question 9a. La moyenne de la variable sur la population A est :

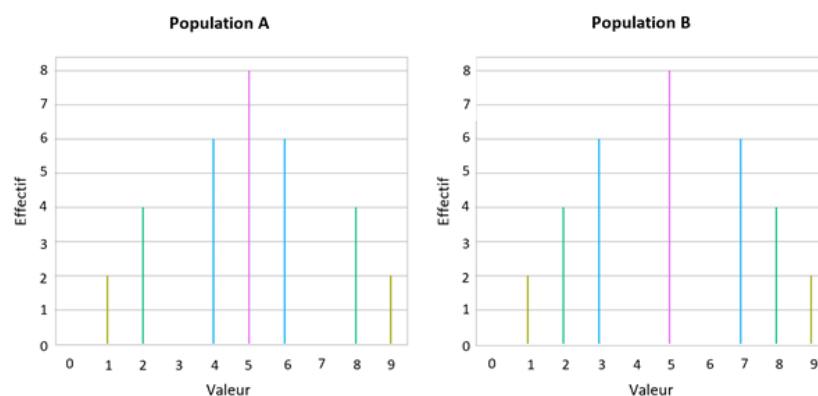
- plus grande que la moyenne de la variable sur la population B
- plus petite que la moyenne de la variable sur la population B
- égale à la moyenne de la variable sur la population B
- Je ne peux pas répondre

Question 9b. L'écart-type de la variable sur la population A est :

- plus grand que l'écart-type de la variable sur la population B
- plus petit que l'écart-type de la variable sur la population B
- égal à l'écart-type de la variable sur la population B
- Je ne peux pas répondre

Item 10

On représente la distribution d'une même variable sur deux populations A et B.



Question 10a. La moyenne de la variable sur la population A est :

- plus grande que la moyenne de la variable sur la population B
- plus petite que la moyenne de la variable sur la population B
- égale à la moyenne de la variable sur la population B
- Je ne peux pas répondre

Question 10b. L'écart-type de la variable sur la population A est :

- plus grand que l'écart-type de la variable sur la population B
- plus petit que l'écart-type de la variable sur la population B
- égal à l'écart-type de la variable sur la population B
- Je ne peux pas répondre

Item 11

En 2019, le salaire médian annuel des diplômés de l'université en France est de 25 350 euros.

Cochez la (les) affirmation(s) exacte(s).

- Le plus souvent, un diplômé aura un salaire annuel de 25 350 euros
- Exactement 25% des diplômés ont un salaire annuel inférieur ou égal à 25 350 euros.
- En moyenne, le salaire annuel d'un diplômé s'élève à 25 350 euros
- La moitié des diplômés a un salaire annuel supérieur ou égal à 25 350 euros

Item 12

En 2020, 75% des diplômés d'une école d'ingénieurs française ont un salaire annuel strictement supérieur à 30 150 euros.

Cochez la (les) affirmation(s) exacte(s).

- Le premier quartile des salaires est de 30 150 euros
- Le troisième quartile de salaires est de 30 150 euros
- 25% des diplômés ont un salaire annuel inférieur ou égal à 30 150 euros.