



HAL
open science

Machines à Vecteurs Supports pour l'approximation de contraintes de couplage en optimisation composite

Dimitri Bettebghor, François-Xavier Irisarri, Piotr Breitkopf

► **To cite this version:**

Dimitri Bettebghor, François-Xavier Irisarri, Piotr Breitkopf. Machines à Vecteurs Supports pour l'approximation de contraintes de couplage en optimisation composite. 14ème Colloque National en Calcul de Structures (CSMA 2019), CSMA, LEM3, MSME, Université de Lorraine, Arts et Métiers, CNRS, May 2019, Hyères, France. hal-04824663

HAL Id: hal-04824663

<https://hal.science/hal-04824663v1>

Submitted on 7 Dec 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Machines à Vecteurs Supports pour l'approximation de contraintes de couplage en optimisation composite

D. Bettebghor¹, F.-X. Irisarri¹, P. Breïtkopf²

¹ DMAS, ONERA - Université Paris Saclay, F-92322 Châtillon, France, {dimitri.bettebghor, francois-xavier.irisarri}@onera.fr

² Laboratoire Roberval UMR 7337 UTC-CNRS, Université de Technologie de Compiègne, Compiègne, France, piotr.breitkopf@utc.fr

Résumé — L'optimisation de séquences d'empilements composites est un problème d'optimisation combinatoire difficile et coûteux. Pour le résoudre, il est courant d'utiliser des techniques d'optimisation globale ou alors de relaxer continûment le problème discret via diverses représentations des tenseurs des lois de comportement (en membran, flexion et couplage). Quelle que soit la représentation retenue, il est important de considérer le couplage entre les tenseurs de membrane et de flexion. Diverses équations de compatibilité ont été proposées et obtenues de manière analytique et géométrique. Dans ce travail, nous proposons une approche de type classification issue du machine learning supervisé (SVM) pour écrire cette contrainte de compatibilité entre les différents termes sous forme d'une seule équation simple, nous comparons cette approche aux équations de la littérature.

Mots clés — machine learning, feasibility constraints, lamination parameters

1 Généralités sur l'optimisation composites

L'optimisation de structures faites de matériaux composites est un domaine d'étude actif de l'optimisation de structures. Elle vise à tirer parti de l'anisotropie de tels matériaux en déterminant les orientations et l'ordre d'empilement des fibres de manière optimale par rapport aux chemins d'efforts principaux de la structure, tout en considérant des contraintes de stabilité, de tenue et d'endommagement. Parmi les applications notables de telles optimisations, on peut citer :

- l'aeroelastic tailoring [1] où l'anisotropie est distribuée de telle sorte que la déformation aéroélastique soit améliorée (traînée moindre...).
- le remplacement de pièces métalliques par des pièces composites [11].

En plus des dimensions géométriques (épaisseurs, courbures, ...), l'optimisation composite fait intervenir les orientations des plis et leur ordre dans le problème d'optimisation à résoudre, rendant ainsi le problème d'optimisation mixte. Par ailleurs, les fonctions objectifs et contraintes du problème font souvent intervenir une analyse mécanique qui, répétée, conduit à des temps de calculs importants. La résolution de tels problèmes fait l'objet d'une vaste littérature en optimisation avec de très nombreuses méthodes, notamment :

- les métaheuristiques (approches évolutionnaires, par essaim particulière, recuit simulé...) en général appelée sur les variables directes (épaisseurs, orientations) qui visent l'optimum global et requièrent de nombreuses évaluations ;
- les méthodes à base de gradient sur une version relaxée du problème soit génériques (type SQP, MMFD ou IPOPT) soit dédiées structures (CONLIN, MMA) qui visent un optimum local en un nombre réduit d'évaluations.

On s'intéresse ici à la deuxième classe de méthode. Néanmoins, les résultats obtenus par notre approche peuvent être aisément appliquées dans le contexte des métaheuristiques. La relaxation continue nécessaire du problème d'optimisation s'appuie en général sur une paramétrisation continue des tenseurs A (membrane) et D (flexion) de lois de comportement. Il existe plusieurs paramétrisations :

- représentation polaire basée sur une décomposition complexe des tenseurs. Cette représentation s'applique aux composites stratifiés mais aussi à tous les matériaux ;
- paramètres de stratification ou *lamination parameters* qui ne s'appliquent qu'aux stratifiés ;
- paramétrisation directe avec les termes des tenseurs A et D.

Le problème d'optimisation des séquences d'empilement est alors remplacé par un problème d'optimi-

sation continue et sous réserve d'avoir accès aux dérivées des réponses mécaniques d'intérêt, on peut alors utiliser des méthodes de l'optimisation différentiable. L'un des avantages de cette relaxation, outre l'aspect dérivable, est de permettre de séparer épaisseur et stratification lors de l'optimisation et d'avoir un nombre fixe de variables d'optimisation. De plus, les variables des réponses mécaniques d'intérêt dépendent souvent simplement de la représentation continue choisie [13].

1.1 Paramètres de stratification

Les paramètres de stratification, introduits par Miki dans le cadre d'une procédure graphique de dimensionnement en membrane de composites stratifiés, s'obtiennent à partir d'une stratification donnée (épaisseur et d'orientation des fibres). Ces termes représentent une quantité intermédiaire entre la stratification et les tenseurs de loi de comportement des plaques fines. Pour chacun de ces tenseurs, les paramètres de stratification sont au nombre de 4.

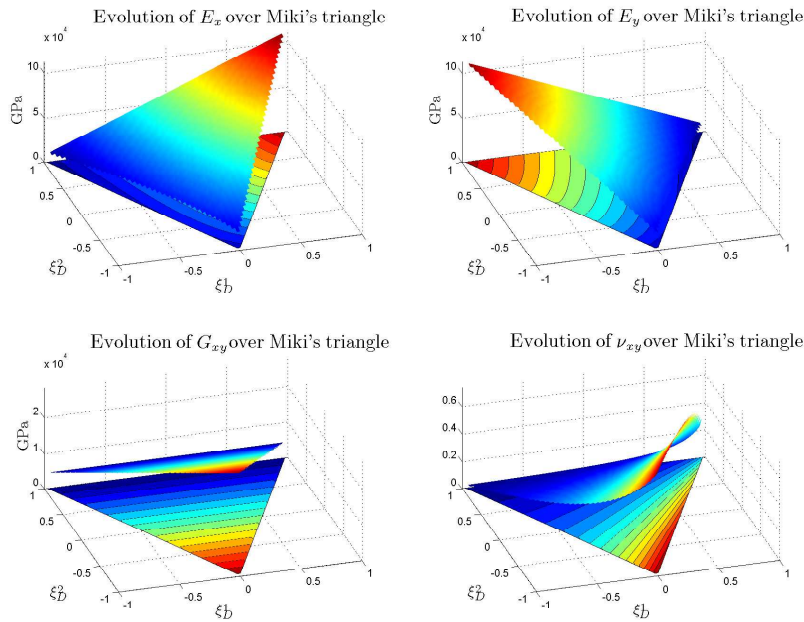


FIGURE 1 – Constantes de l'ingénieurs : E_x , E_y , ν_{xy} et G_{xy} comme fonctions des paramètres de stratification de membrane dans le cas de stratifiés orthotrope en membrane ($\xi_A^3 = \xi_A^4 = 0$).

On note ξ_A^i (resp. ξ_B^i , ξ_D^i) pour $i = 1 \dots 4$ les paramètres de membrane (resp. de couplage et de flexion). Nous nous intéresserons uniquement aux stratifiés symétriques pour lesquels $\xi_B^i = 0$. Néanmoins, l'approche décrite s'applique en toute généralité aux 12 paramètres. On reprend ici l'obtention de ces paramètres de stratification pour une séquence d'empilement donnée d'un pli de base orthotrope de caractéristiques E_1 , E_2 , ν_{12} et G_{12} et de rigidités réduites Q_{11} , Q_{22} , Q_{12} et Q_{66} . On obtient les paramètres de Tsai-Pagano $(U_i)_{i=1 \dots 6}$:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/8 & 3/8 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 1/8 & 1/8 & -1/4 & -1/2 \\ 1/8 & 1/8 & 3/4 & -1/2 \\ 1/8 & 1/8 & -1/4 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12} \\ Q_{66} \end{pmatrix} \quad (1)$$

et on définit les paramètres de stratification de membrane $(\xi_A^i)_{i=1 \dots 4}$:

$$\xi_A^{\{1,2,3,4\}} = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \{\cos(2\theta(z)), \cos(4\theta(z)), \sin(2\theta(z)), \sin(4\theta(z))\} dz \quad (2)$$

Enfin on exprime les termes du tenseur de membrane A (en notation de Voigt) :

$$A_{11} = h(U_1 + U_2 \xi_A^1 + U_3 \xi_A^2) \quad (3)$$

$$A_{22} = h(U_1 - U_2 \xi_A^1 + U_3 \xi_A^2) \quad (4)$$

$$A_{12} = h(U_4 - U_3 \xi_A^2) \quad (5)$$

$$A_{66} = h(U_5 - U_3 \xi_A^2) \quad (6)$$

$$A_{16} = h(U_2 \frac{\xi_A^3}{2} + U_3 \xi_A^4) \quad (7)$$

$$A_{26} = h(U_2 \frac{\xi_A^3}{2} + U_3 \xi_A^4) \quad (8)$$

$$(9)$$

De manière similaire, on définit les paramètres de stratification hors plan (ou de flexion) par :

$$\xi_D^{\{1,2,3,4\}} = \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} \{\cos(2\theta(z)), \cos(4\theta(z)), \sin(2\theta(z)), \sin(4\theta(z))\} z^2 dz \quad (10)$$

On observe ainsi que tous les paramètres de stratification sont liés entre eux car dépendants de la même stratification. Formellement, les paramètres de stratification forment un système polynomial à plusieurs indéterminées en $\cos(\theta_i)$ où $(\theta_i)_{i=1\dots N}$ désignent les orientations. Les paramètres de stratification présentent plusieurs avantages pour l'optimisation composite : leur nombre est indépendant du nombre de plis, ils sont adimensionnels et varient continûment entre -1 et 1.

1.2 Optimisation de structures

Le problème de la recherche du nombre optimal de plis et du meilleur empilement peut ainsi être remplacé partiellement par une optimisation continue en épaisseur et paramètres de stratification. On peut utiliser des méthodes à base de gradients, plus efficaces pour un grand nombre de variables d'optimisation. Par ailleurs, certaines contraintes soit mécaniques, soit métiers sur les séquences d'empilement peuvent être écrites simplement au moyen des paramètres de stratification. Par exemple, pour les stratifiés symétriques et équilibrés :

- L'orthotropie en membrane s'impose avec $\xi_A^{2,4} = 0$,
- Les comportements de couplage s'annulent $(\xi_B^i)_{i=1\dots 4} = 0$.

Néanmoins, la contrepartie de l'approche continue est qu'à l'issue de l'optimisation, il est nécessaire d'identifier une stratification réelle c'est-à-dire d'arrondir l'épaisseur continue en un nombre entier de plis et de trouver une stratification "proche" des paramètres de stratification optimaux. Cette étape est en général complexe, car il s'agit d'une optimisation combinatoire, souvent réalisé à l'aide d'algorithmes génétiques ou encore, en observant que cette identification revient à résoudre en système polynomial, via des techniques de géométrie algébrique (bases de Gröbner [4]).

1.3 Contraintes de compatibilité

L'une des principales difficultés de cette relaxation continue du problème via les paramètres de stratification consiste en la description de l'espace admissible. En effet, les paramètres de stratification sont dépendant entre eux car calculés à partir des même séquences. La description de la frontière de leur espace admissible et des relations entre les différents termes reste à ce jour incomplète. Différents travaux ont par ailleurs montré que l'espace admissible des paramètres de stratifications est un espace convexe.

Les contraintes liant les différents paramètres de stratification prennent dans la littérature le nom de contraintes de compatibilité. Ces contraintes sont cruciales dans le processus d'optimisation car elles garantissent qu'il existe dans l'espace discret au moins une stratification permettant de réaliser des comportements de membrane et de flexion proches de ceux définis dans l'espace continu. Par ailleurs, une mauvaise compatibilité entre ces termes peut aussi conduire à des tenseurs de lois de comportement numériquement non définis (matrice singulière) voire négatif (valeur propre négative) entraînant souvent l'arrêt du solveur élément finis. Aussi une meilleure prise en compte de cet espace facilite et la convergence de l'optimiseur continu et l'identification d'une séquence de stratification réelle.

Parmi les différentes contraintes de compatibilités de la littérature, la plupart nécessitent l'utilisation de nombreuses équations, par exemple [7] les auteurs décrivent un ensemble continu d'équations et en sélectionnent une vingtaine, dans [6] l'ensemble des contraintes forment un système de 24 équations (21 dans [8]), d'autres approches [11] décrivent l'enveloppe convexe au moyen des hyperplans et utilisent donc un grand nombre de contraintes linéaires dans l'optimisation. Ce nombre est à multiplier par le nombre de zones à dimensionner. Les solveurs d'optimisation de structures peinent à traiter un grand nombre de contraintes non mécaniques. En effet, les techniques de régionalisation et de screening des contraintes ne s'appliquent pas à de telles contraintes, car elles doivent être vérifiées en chacune des zones à optimiser. À l'inverse [7] propose une simple et longue équation obtenue via l'inégalité de Cauchy-Schwarz, néanmoins peu précise (cf. section 4). Le reste de cet article s'attache donc à décrire de manière simple (une seule équation, lisse) la frontière du domaine admissible au moyen de techniques du machine learning.

2 Approximation des contraintes de compatibilité via un classifieur

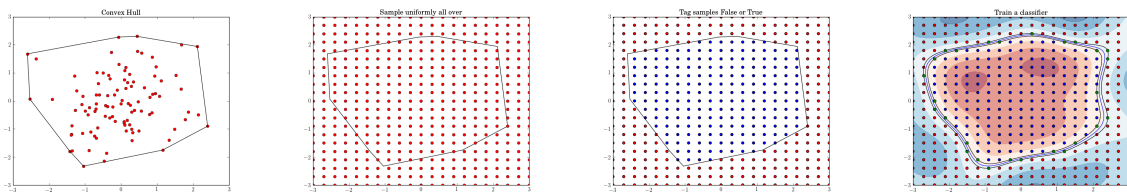


FIGURE 2 – Illustration globale de l'approche.

La nouveauté de notre approche consiste en l'apprentissage d'un classifieur séparant l'ensemble admissible K de son complémentaire dans \mathbb{R}^n . Pour ce faire, les algorithmes de machine learning supervisé classiques doivent disposer d'une base d'apprentissage labellisée avec des vecteurs de $[-1, 1]^n$ appartenant ou non à K . La construction d'une telle base se fait de la manière suivante :

1. Échantillonnage de K , en parcourant un grand nombre de stratifications possibles.
2. Calcul des paramètres de stratification associés.
3. Calcul de l'enveloppe convexe des paramètres de stratification.
4. Échantillonnage de $[-1, 1]^n$.
5. Labellisation de cet échantillonnage en vérifiant pour chaque point s'il appartient ou non à l'enveloppe convexe.

On dispose ainsi d'un échantillonnage de $[-1, 1]^n$ labellisé et on entraîne alors un classifieur, pour construire une frontière de décision, utilisable ensuite dans un solveur d'optimisation de structure.

2.1 Classification naïve

La figure suivante montre l'adaptation d'un exemple du package Python `scikit-learn` pour comparer différents classifieurs sur des exemples simples. L'exemple original [9] a été adapté sur un cas représentatif des paramètres de stratification, l'espace admissible entre ξ_A^1 et ξ_A^2 décrit par Miki dans [3].

2.2 Modèle retenu

La plupart des algorithmes de classification (ici réglés de manière naïve) peinent à séparer correctement les deux zones. Les classifieurs linéaires (Régression logistique, SVM linéaire) ne sont clairement pas adaptés. De même que les classifieurs quadratiques (Naïve Bayes et QDA). Les méthodes non paramétriques comme les plus proches voisins, les arbres de décision, les forêts aléatoires ou encore Ada-boost, avec un meilleur réglage des hyperparamètres, pourraient montrer des très bonnes performances, néanmoins ils ne permettraient pas de disposer d'une équation simple et lisse. De la même manière les réseaux de neurones pourraient parfaitement séparer les deux zones (sous réserve d'un bon réglage de leur architecture et des hyperparamètres) et se rapprocheraient d'une équation presque simple mais avec

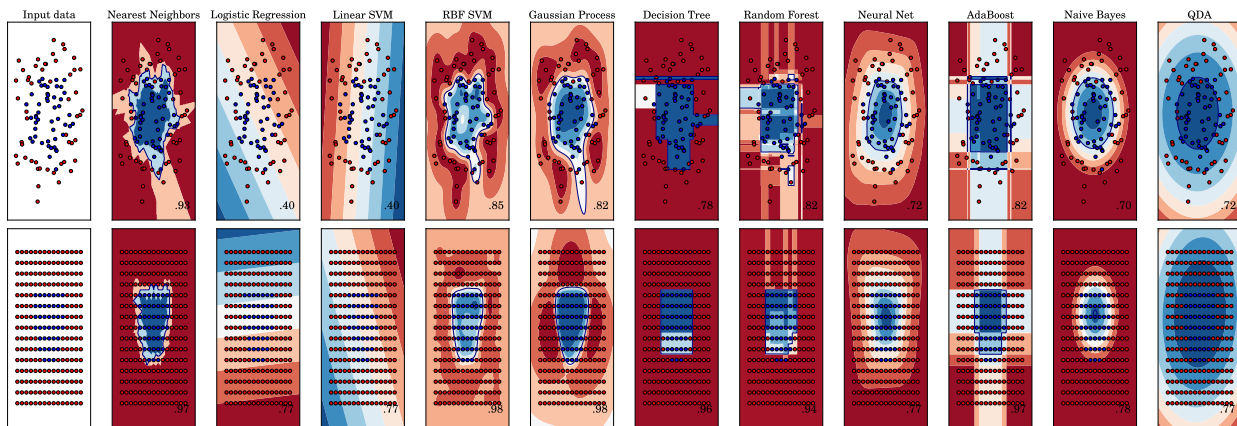


FIGURE 3 – Comparaison des algorithmes classiques de classification sur un data set aléatoire (haut) et sur l'espace admissible (ξ_A^1, ξ_A^2) décrit par Miki dans [3]

tout de même de nombreux paramètres. Enfin, seules les méthodes à noyaux (RBF SVM et Gaussian Process) offrent une frontière de décision approchant nos objectifs. Néanmoins, la frontière de décision d'un modèle de Processus Gaussien (a.k.a kriging pour la régression) fait intervenir autant de paramètres que de points dans la base d'apprentissage. Enfin, même si les Kernel SVM (avec noyau gaussien) semblent appropriés notamment en raison du caractère parcimonieux du classifieur, on peut d'ores et déjà constater que le réglage du noyau peut conduire à une frontière bruitée. Il est important ici de noter qu'à part les classifieurs quadratiques, aucun des classifieurs modernes n'offrent de garanties théoriques sur l'éventuelle convexité de l'espace admissible. Autrement dit, l'approximation de K faite au moyen d'un classifieur complexe type réseaux de neurones ou SVM n'a aucune raison d'être elle-même convexe.

3 Machines à Vecteurs Support

3.1 Rappels

On rappelle ici quelques éléments de base sur les Machines à Vecteurs Supports. Les Machines à Vecteurs de Support (ou Séparateur à Vaste Marge) forment une classe de l'apprentissage supervisé. Originellement développées dans le cadre de la classification linéaire par Vapnik en 1963, les SVM ont été étendu au cadre non linéaire et à la régression dans les années 1990. Les SVM reposent sur deux principes cruciaux :

- **la marge optimale**, les SVM permettent non pas de construire un hyperplan séparateur quelconque, mais bien celui maximisant la distance entre la frontière de décision et les données les plus proches (voir Fig. 4).
- **l'astuce du noyau** qui permet d'utiliser la classification par SVM linéaire via une transformation non linéaire. La justification de cette approche est que des données non séparables linéairement, peuvent le devenir en étant représentées dans un espace de plus grande dimension (voire infinie). Cet espace restant non explicite car seul le produit scalaire dans cet espace suffit à construire le classifieur (via une fonction noyau et le théorème de Mercer).

Enfin les SVM engendrent par construction un classifieur parcimonieux. Ce dernier repose sur un sous-ensemble des données d'apprentissages, appelés vecteurs de support. Ces vecteurs de supports et leurs poids associés suffisent à construire la frontière de décision. Le processus d'apprentissage des SVM consiste donc en un problème d'optimisation visant à maximiser la marge du séparateur linéaire dans l'espace de représentation (dépendant du réglage du noyau) avec comme variables d'optimisation les poids associées à chacun des exemples de la base d'apprentissage. En toute rigueur, les SVM linéaires sont entraînées via un problème d'optimisation quadratique sur les paramètres des hyperplans séparateurs. Dans le cas non linéaire, c'est le dual de ce problème qui est résolu. Pour une description plus détaillée des SVM, voir [9].

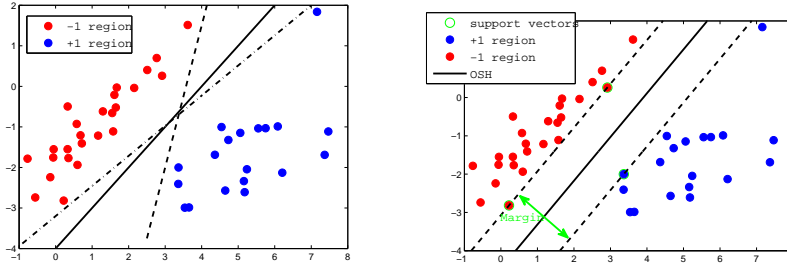


FIGURE 4 – Illustration des Machines à Vecteurs Supports. Fig (a), nous observons que les deux régions peuvent être séparées par une infinité d’hyperplans et que la droite noire semble plus robuste à séparer les deux domaines, on parle alors d’hyperplan séparateur optimal

3.2 Équation de la frontière de décision

Dans le cas non linéaire, une fois le noyau choisi $k(.,.)$, l’entraînement repose sur la résolution du problème d’optimisation suivant :

$$\begin{aligned}
 \min_{\alpha \in \mathbb{R}^{N_s}} \quad & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} \alpha_i \alpha_j y_i y_j k(x_i, x_j) - \sum_{i=1}^{N_s} \alpha_i \\
 \text{s.t} \quad & 0 \leq \alpha_i \leq C \quad \forall i = 1 \dots N_s \\
 & \sum_{i=1}^{N_s} \alpha_i y_i = 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

Notons que ce problème fait intervenir une constante C dite de régularisation qui autorise des exemples à ne pas être correctement classifiés. De nombreuses techniques pour la résolution ce problème existent. L’approche Sequential Minimal Optimization (SMO) développée par Platt est une des techniques de références et est implémentée par exemple dans la librairie `libsvm`, utilisée dans le reste de cet article.

3.3 Difficultés numériques

Tout entraînement de SVM non linéaires repose sur le choix parfois délicat d’un noyau et de ses paramètres. Dans le cas de cet article, nous avons choisi le noyau gaussien $K(x, y) = e^{-\gamma \|x-y\|^2}$. Une fois γ et C choisis, le problème (11) peut être résolu à l’aide d’un optimiseur généraliste (L-BFGS par exemple) ou bien dédié comme SMO. Néanmoins, la difficulté dans ce cas est qu’on cherche une frontière exacte de séparation. Le caractère convexe du domaine admissible laisse supposer qu’une séparation exacte peut être trouvée. Numériquement, cela revient à trouver le réglage correct de γ et C tel quel la séparation est exacte. Dans la mesure où le paramètre C est un paramètre de régularisation qui autorise la mauvaise classification de vecteurs supports, ce dernier dans l’absolu doit tendre vers $+\infty$. Néanmoins, en pratique les solveurs SVM requièrent une valeur réelle pour C . Ainsi, dans nos expérimentations numériques, C a été réglé à de très grandes valeurs, rallongeant de manière conséquente les temps de convergence. Il est probable que des développements algorithmiques soient nécessaires à l’avenir afin de traiter ce cas particulier des SVM parfaitement séparable de manière non linéaire. En pratique, le fait d’imposer C grand conduit à des frontières de séparation presque exactes. A l’issue de l’optimisation, la frontière de décision s’écrit :

$$g(x) = \sum_{i \in SV_s} \alpha_i k(x, x_i) + b^* = 0 \tag{12}$$

4 Premiers résultats

Notre approche est appliquée et comparée dans deux cas de figures :

- Dimension 4 : $\xi_A^1, \xi_A^2, \xi_D^1, \xi_D^3 \neq 0$
- Dimension 6 : $\xi_A^1, \xi_A^3, \xi_A^2, \xi_D^1, \xi_D^2, \xi_D^3 \neq 0$

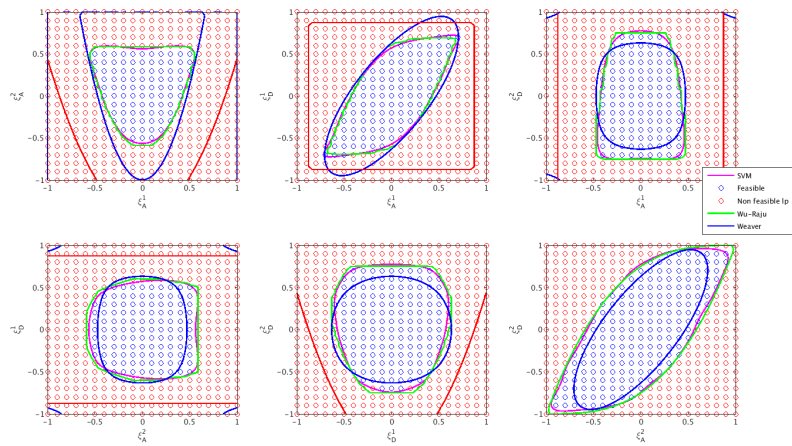


FIGURE 5 – Comparaison de l’approche SVM proposée avec les contraintes existantes dans la littérature en dimension 4. En vert, les équations données dans [7], en bleu l’équation donnée dans [8]. En rouge, on a tracé la limite des matériaux thermodynamiquement admissible (tenseur défini positif)

4.1 Dimension 4

On compare l’approche proposée ici avec les équations trouvées dans la littérature [7] et [8]. L’ensemble d’équations dans [7] décrit mieux l’espace admissible mais au moyen de 21 équations différentes. A l’inverse, l’équation donnée dans [8] en plus d’être moins précise peut conduire à des tenseurs non définis positifs. L’approche SVM se révèle plus précise que [8].

4.2 Dimension 6

Dans ce cas, il n’existe pas, à notre connaissance, une seule équation simple pour décrire l’espace admissible, ainsi notre approche est la première permettant de décrire la frontière de séparation en dimension 6.

5 Conclusion et perspectives

Nous avons décrit une approche originale basée sur des techniques de machine learning pour écrire de manière efficace (une seule équation simple et lisse) les contraintes de couplage pour les paramètres de stratification. Nous avons démontré l’intérêt de l’approche en dimension 4 et 6. A l’avenir, nous généraliserons l’approche en dimension 8 (couplage complet A et D), puis en toute généralité en dimension 12 (couplage A, B et D). Par ailleurs, nos travaux actuels s’attachent à rendre la frontière de décision concave dès l’entraînement en étudiant les valeurs propres de la hessienne de g . Enfin, une approche similaire basée sur les one-class SVM est à l’étude. En termes d’applications, cette approche ouvre des perspectives de manière plus générale pour l’optimisation matériau et pas seulement composite, car elle permet de construire des contraintes ad-hoc pour toute classe de matériau via l’échantillonnage. Cette approche basée sur les données doit se construire en complément des approches analytiques ou l’on recherche de manière exacte ces frontières.

5.1 Références bibliographiques

Références

- [1] Bordogna, M. T., Macquart, T., Bettebghor, D., & De Breuker, R. (2016). Aeroelastic optimization of variable stiffness composite wing with blending constraints. In 17th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference (p. 4122).
- [2] Ghiasi, Hossein, et al. "Optimum stacking sequence design of composite materials Part II : Variable stiffness design." Composite Structures 93.1 (2010) : 1-13.

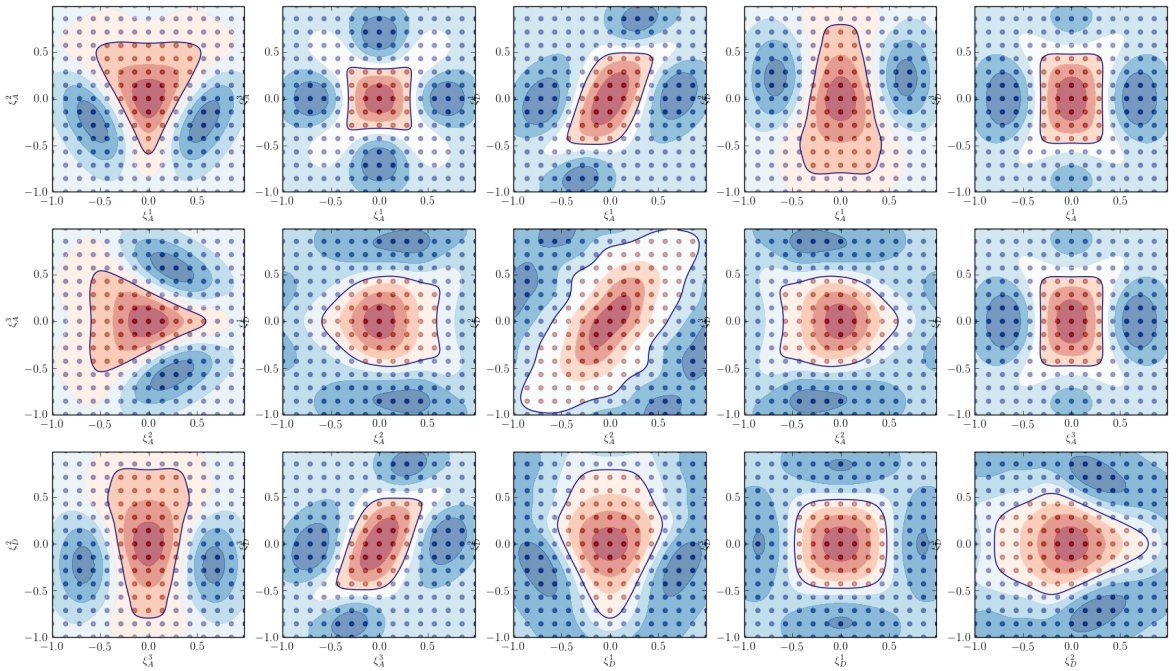


FIGURE 6 – Approche SVM proposée avec les contraintes existantes dans la littérature en dimension 6

[3] Miki, M, A graphical method for designing fibrous laminated composites with required in-plane stiffness, *apan Society for Composite Materials, Transactions*, Vol. 9 (1983) : 51-55

[4] Balabanov, Vladimir, Weckner, Olaf, Epton, Michael, et al. Optimal design of a composite sandwich structure using lamination parameters. In : 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 20th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 14th AIAA. 2012. p. 1520.

[5] Diaconu, C. G., Sato, M., & Sekine, H. (2002). Feasible region in general design space of lamination parameters for laminated composites. *AIAA journal*, 40(3), 559-565.

[6] Bloomfield, M. W., Diaconu, C. G., & Weaver, P. M. (2009, April). On feasible regions of lamination parameters for lay-up optimization of laminated composites. In *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* (Vol. 465, No. 2104, pp. 1123-1143). The Royal Society.

[7] Wu, Z., Raju, G., & Weaver, P. M. (2015). Framework for the buckling optimization of variable-angle tow composite plates. *AIAA Journal*, 53(12), 3788-3804.

[8] Raju, G., Wu, Z., & Weaver, P. (2014). On further developments of feasible region of lamination parameters for symmetric composite laminates. In *55th AIAA/ASMe/ASCE/AHS/SC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference* (p. 1374).

[9] G. Varoquaux, A. Muller, Scikit learn example for classifier comparison, https://scikit-learn.org/stable/autoexamples/classification/plotclassifier_comparison.html

[10] Boser, Bernhard E., Isabelle M. Guyon, & Vladimir N. Vapnik, 1992. A training algorithm for optimal margin classifiers. In : *COLT '92 : Proceedings of the Fifth Annual Workshop on Computational Learning Theory*. New York, NY, USA : ACM Press, pp. 144–152.

[11] Irisarri F.-X., Macquart T., Julien C., & Espinassou D. A novel design method for the fast and cost-effective manufacture of composite parts employing the Quilted Stratum Process, *Composites Part B : Engineering*, Vol. 158 (2019) : 364 - 372.

[12] Setoodeh S., Abdalla M. & Gurdal, Z. Approximate Feasible Regions for Lamination Parameters, 2006, <https://doi.org/10.2514/6.2006-6973>

[13] Bettebghor, D., & Bartoli, N. (2012). Approximation of the critical buckling factor for composite panels. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 46(4), 561-584.